FONDAMENTI DI ECONOMIA COMPORTAMENTALE
SCELTE IN CONDIZIONI DI RISCHIO

Week 4 - 5

Matilde Giaccherini

COSA SI INTENDE PER INCERTEZZA E RISCHIO?

La maggior parte delle nostre scelte sono scelte in caso di incertezza:

Una persona compra generi alimentari senza sapere con certezza quanto saranno gustosi.

Come fanno le persone a prendere decisioni in caso di incertezza?

INCERTEZZA → situazione in cui non si conoscono le conseguenze della propria scelta.

- Si potrebbe non sapere i possibili risultati
- si potrebbero conoscere i risultati, ma non si sa la probabilità che uno di questi risultati si realizzi (cioè le probabilità associate a ciascun risultato).

UNA SITUAZIONE DI RISCHIO

La scelta in situazione di rischio è un sottocampo della scelta sotto incertezza.
In una situazione di rischio, l'esito è sconosciuto, ma l'individuo sa:

- quali risultati sono possibili
- la probabilità di ciascun risultato.

Un **prospetto** è un elenco di probabilità e risultati:

$$(p_1, x_1; p_2, x_2; \ldots; p_n, x_n).$$

- dove p_i è la probabilità di ottenere un pagamento monetario x_i .

Esempio: Lanciare una moneta; ci sono 2 possibili risultati: 'croce' e 'testa' con la stessa probabilità. Supponiamo che se esce 'testa' vinci 100$, mentre se esce 'croce' vinci 0$. Il prospetto che ti viene offerto è

- $(p_1 = 0.5, x_1 = 100; p_2 = 0.5, x_2 = 0)$

TEORIA DELL'UTILITÀ ATTESA

Esiste una funzione di utilità $u(x)$ che trasforma gli esiti monetari oggettivi in valori soggettivi:

- Definiamo $u(x)$ la funzione di utilità standard che trasforma il denaro x in utilità $u(x)$.
- L'utilità attesa del prospetto $A = (p_1, x_1; p_2, x_2; \dots; p_n, x_n)$ è data da:

$$EU(A) = \sum_{i=1}^{n} p_i u(x_i) = p_1 u(x_1) + p_2 u(x_2) + \cdots + p_n u(x_n)$$

In generale, un consumatore sceglierà il prospetto che ha l'utilità attesa più alta.

La forma della funzione di utilità $u(x)$ è in grado di catturare le diverse attitudini al rischio.

VALORE ATTESO *VS* UTILITÀ ATTESA DI UN PROSPETTO

- Il valore atteso (EV) è una media pesata dei risultati di un prospetto $x_1, x_2, \ldots, x_n$, dove questi sono effettivamente pesati dalle probabilità associate, $p_1, p_2, \ldots, p_n$:

$$EV = \sum_{i=1}^{n} x_i * p_i = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 + \cdots + x_n * p_n$$

- Questo ci indica quanto si può guadagnare in media giocando questo prospetto.
- L'unica differenza tra le equazioni del Valore Atteso e dell'Utilità Attesa è che non trasformiamo i pagamenti monetari in pagamenti di utilità. Questo significa che otteniamo il pagamento monetario atteso piuttosto che il pagamento di utilità atteso.
- **Perché è importante?** Perché la funzione di utilità $u(x)$ cattura le attitudini nei confronti del rischio.

ESEMPIO 1

Il signor Rossi desidera investire 10 euro:

- Deve scegliere tra obbligazioni governative (G) e azioni private (E).
- Le obbligazioni governative offrono un ritorno certo, mentre il ritorno sulle azioni dipende dall'andamento del mercato.

	crescita	recessione
Obbligazioni Governative	11	11
Azioni Private	16	6

Alla fine dell'anno:

- avrà sicuramente 11 euro se investe in obbligazioni governative
  $(x_1 = 11, p_1 = 1)$
- potrebbe ritrovarsi con 16 euro o 6 euro con la stessa probabilità se investe in azioni
  $(x_1 = 16, p_1 = 0.5;\ x_2 = 6, p_2 = 0.5)$

A quanto corrisponde il valore atteso? $EV = \sum_{i=1}^{n} x_i * p_i$

CALCOLO DEL VALORE ATTESO

$$EV^E = \sum_{i=1}^{2} x_i * p_i = x_1 * p_1 + x_2 * p_2 = 16 * 6 * 0.5 = 11$$

$$EV^G = \sum_{i=1}^{1} x_i * p_i = x_1 * p_1 = 11 * 1 = 11$$

Il valore atteso è lo stesso nei due prospetti. Ma è improbabile che il signor Rossi sarebbe indifferente tra i due. Infatti, il punto cruciale è che il valore atteso non considera la variabilità dei ritorni, cioè il rischio.

CALCOLO DELL'UTILITÀ ATTESA

Se la funzione di utilità del Sig Rossi fosse:

$$u(x) = \sqrt{x}$$

La funzione di utilità è concava

→ **avverso al rischio**

$$u(x) = x^2$$

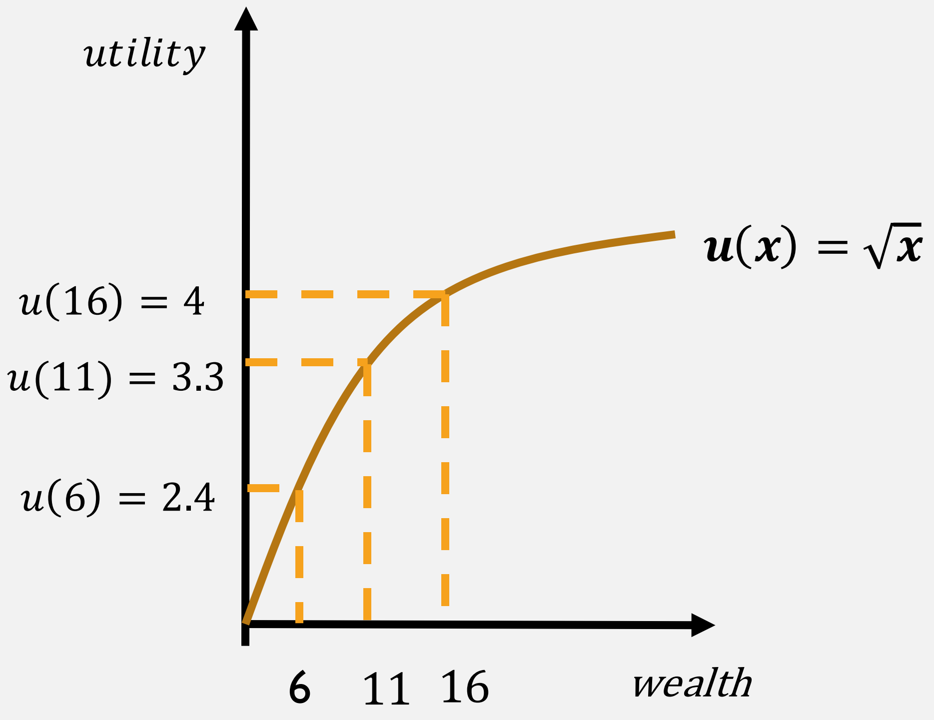
La funzione di utilità è convessa

→ **propenso al rischio**

AVVERSO AL RISCHIO

La funzione di utilità concava, come ad esempio $\boldsymbol{u(x)} = \sqrt{\boldsymbol{x}}$, viene utilizzata per rappresentare le attitudini al rischio di un consumatore avverso al rischio.

La concavità di $u(x)$ implica un'utilità marginale decrescente: unità aggiuntive di ricchezza aumenteranno l'utilità a un tasso decrescente.



Il Sig Rossi perde relativamente di più se la ricchezza diminuisce rispetto a quanto guadagna se la ricchezza aumenta.
L'aumento dell'utilità se il risultato è alto è inferiore alla diminuzione dell'utilità se il risultato è basso:

(4-3.3=0.7)< (3.3 - 2.4 = 0.9)

Preferirebbe non rischiare una perdita per un Guadagno→ è avverso al rischio.

ESEMPIO 1

Il signor Rossi sceglierà il prospetto con la massima utilità attesa.

$$EU^E = p_1^E\sqrt{x_1^E} + p_2^E\sqrt{x_2^E} = 0.50 * \sqrt{16} + 0.50 * \sqrt{6} = 3.22$$

$$EU^G = p_1^G\sqrt{x_1^G} = 1 * \sqrt{11} = 3.31$$

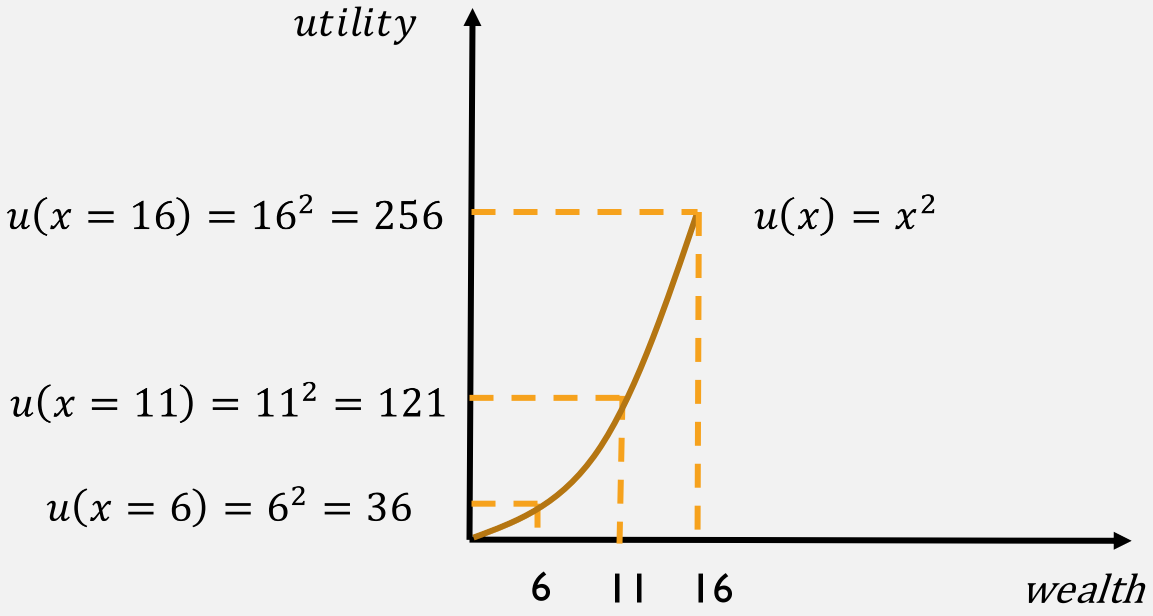
$$EU^G > EU^E$$

La massima utilità attesa è data dal prospetto delle Obbligazioni Governative

PROPENSO AL RISCHIO

La funzione di utilità convessa, come ad esempio $u(x) = x^2$ è utilizzata per rappresentare le attitudini al rischio di un consumatore propenso al rischio.

In questo caso, l'utilità marginale è crescente: unità aggiuntive di ricchezza aumenteranno l'utilità a un tasso crescente.



Il signor Rossi perde relativamente di meno se la sua ricchezza diminuisce rispetto a quanto guadagna se la sua ricchezza aumenta.
L'aumento dell'utilità se il risultato è alto è superiore alla diminuzione dell'utilitàse il risultato è basso:

(256 - 121 = 135)>(121 - 36 = 85)

Sarebbe disposto a rischiare una perdita per un Guadagno→ è amante del rischio.

ESEMPIO 1

Il signor Rossi sceglierà il prospetto con la massima utilità attesa.

$$EU^E = p_1^P(x_1^P)^2 + p_2^P(x_2^P)^2 =$$

$$= 0.50 * (16)^2 + 0.50 * (6)^2 = 146$$

$$EU^G = p_1^S(x_1^S)^2 + p_2^S(x_2^S)^2 =$$

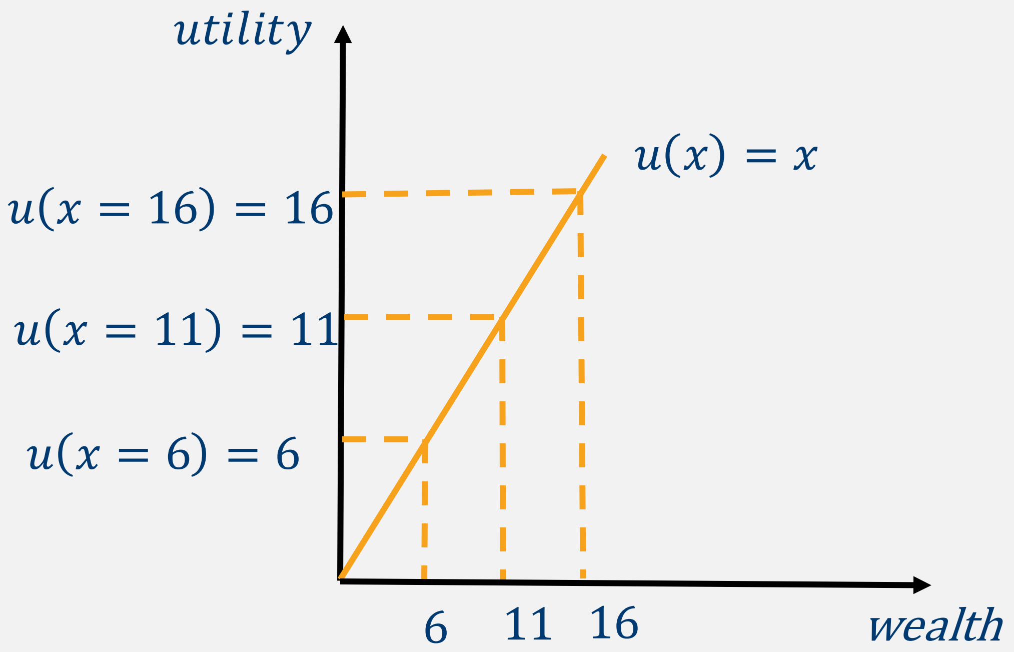
$$= 0.50 * (11)^2 + 0.50 * (11)^2 = 121$$

$$EU^E > EU^G$$

La massima utilità attesa è data dal prospetto delle azioni

NEUTRALE AL RISCHIO

Se la funzione di utilità è lineare $u(x) = \mathrm{x}$, il consumatore è neutrale rispetto al rischio
→ L'utilità marginale è costante:



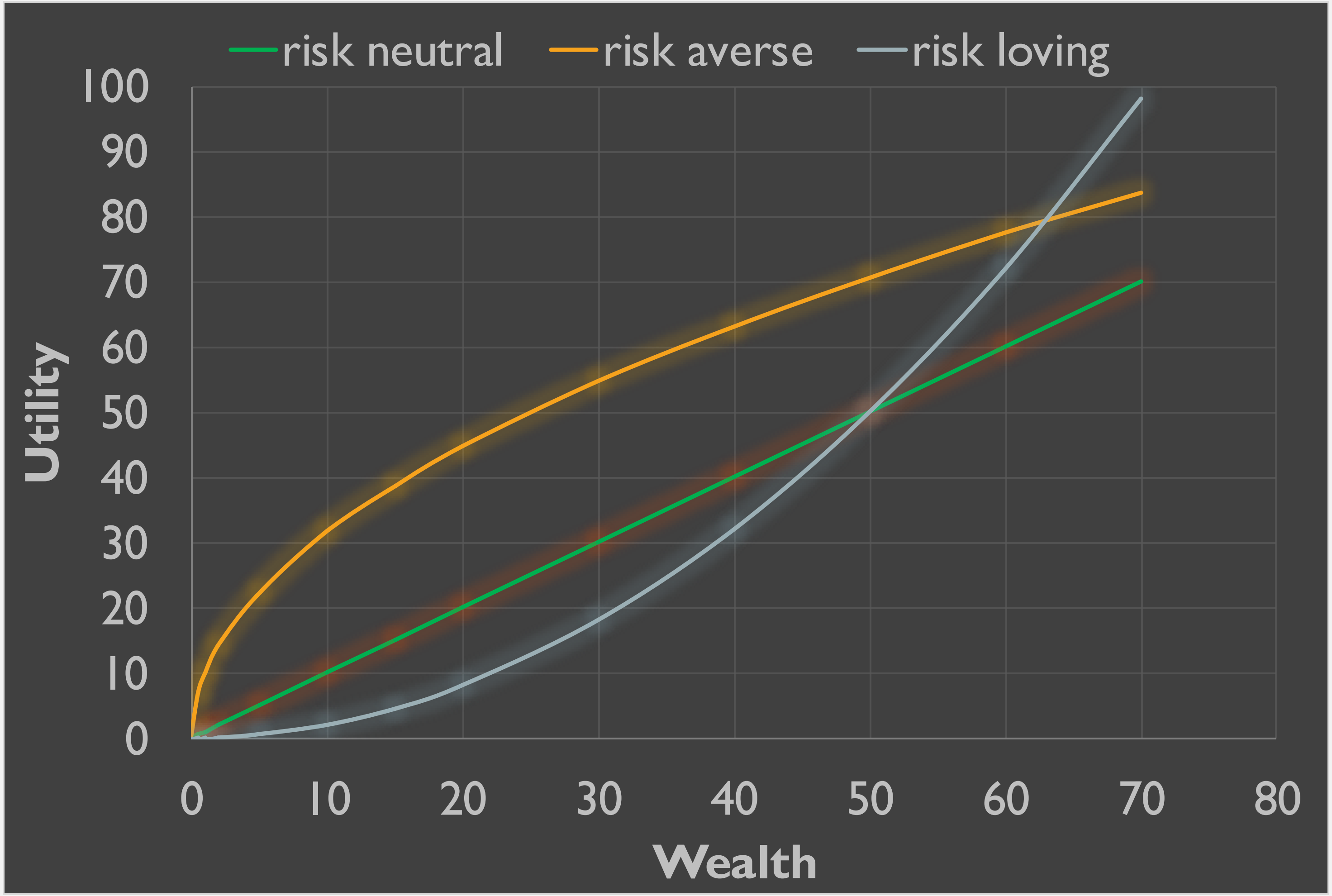
Unità aggiuntive di ricchezza aumenteranno l'utilità a un tasso costante.

I due prospetti hanno la stessa utilità attesa poiché hanno lo stesso valore atteso.

$$EU^G = EU^E = 11 = EV$$

Il sig Rossi sarà indifferente tra i due prospetti.

ATTITUDINE AL RISCHIO



Avversione al rischio assoluta

$$r_u^a = -\frac{u''(x)}{u'(x)}$$

constant absolute risk aversion (CARA)

CARA: $u(x) = -e^{-r_u^a x}$

Avversione al rischio relativa

$$r_u^r = -x\frac{u''(x)}{u'(x)}$$

constant relative risk aversion (CRRA)

CRRA: $u(x) = \frac{x^{1-r_u^r}}{1-r_u^r}$

COME MISURARE LE ATTITUDINI AL RISCHIO?

Possiamo stimare le attitudini al rischio osservando le scelte tra prospetti:

- **In laboratorio**: il laboratorio sperimentale è un contesto che è stato utilizzato. In questo caso, esaminiamo prospetti con importi relativamente piccoli di denaro. **Problema**: le puntate in questi esperimenti non sono tipicamente superiori al reddito mensile e, quindi, non forniscono evidenze sulle attitudini al rischio riguardo a prospetti significativi rispetto alla ricchezza complessiva.
- **Sul campo**: i contesti empirici in cui possiamo misurare l'avversione al rischio includono i mercati degli asset e delle assicurazioni. In questo caso, possiamo osservare scelte su prospetti con importi sia relativamente piccoli che grandi. **Problema**: i ricercatori non possono osservare direttamente le preferenze di rischio per la maggior parte dei problemi della vita reale, poiché la vera distribuzione delle probabilità non è nota ai soggetti e le convinzioni dei soggetti non sono note al ricercatore.

Nel programma televisivo «Deal or No Deal» analizzato da Post et al. (2008), gli importi in gioco sono superiori a quelli degli esperimenti e i problemi decisionali sono spesso più semplici e meglio definiti rispetto alla vita reale.

CRITICHE ALL'UTILITÀ ATTESA

L'utilità attesa modella come le persone prendano decisioni in situazioni di rischio:

- Paradosso di Allais.
- Avversione al rischio su piccole scommesse.
- Effetto riflessione.

IL PARADOSSO DI ALLAIS

Dimostra: che le decisioni degli individui possono essere incoerenti con la teoria dell'utilità attesa

→le persone favoriscono risultati che sono percepiti come certi piuttosto che probabili o possibili:

→ **effetto certezza**

QUALE SCEGLIERESTI?

Prospect A	Prospect B
\$2,500 con probabilità 0.33, \$2,400 con probabilità 0.66, \$0 con probabilità 0.01	\$2,400 con probabilità 1

Prospect C	Prospect D
\$2,500 con probabilità 0.33, \$0 con probabilità 0.67.	\$2,400 con probabilità 0.34, \$0 con probabilità 0.66.

Se un consumatore sceglie B anziché A:

$$EU(B) = U(2400) > EU(A) = 0.33u(2500) + 0.66u(2400)$$

Sottraendo la probabilità di 0,66 di vincere 2400, ciò significa che:

$$0.34u(2400) > 0.33u(2500)$$

Tuttavia, se lo stesso consumatore sceglie C rispetto a D:

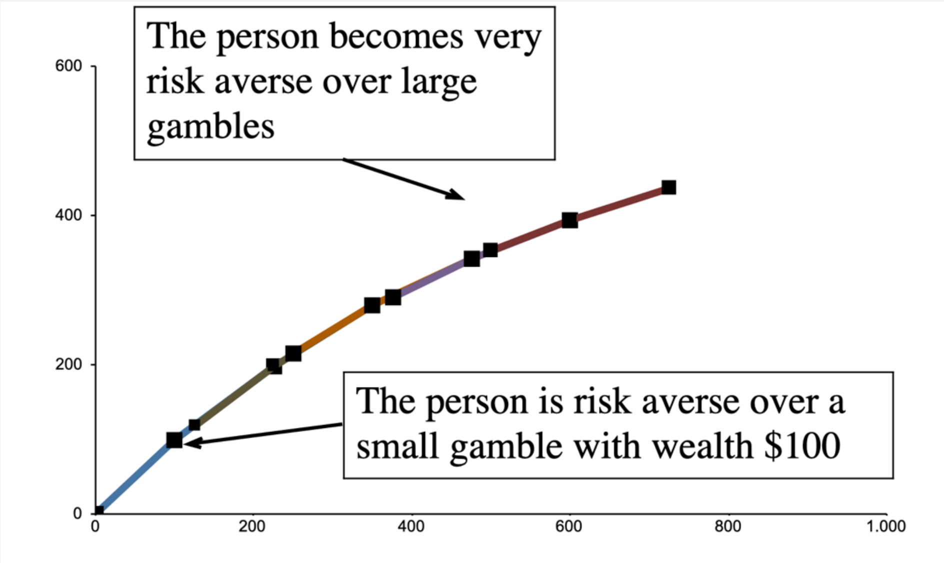
$$EU(C) = 0.33u(2500) > EU(D) = 0.34u(2400)$$

Le preferenze non soddisfano l'indipendenza.

AVVERSIONE AL RISCHIO NELLE PICCOLE SCOMMESSE

Dimostra: che gli individui spesso danno priorità alla certezza rispetto ai potenziali guadagni quando le somme in gioco sono minime

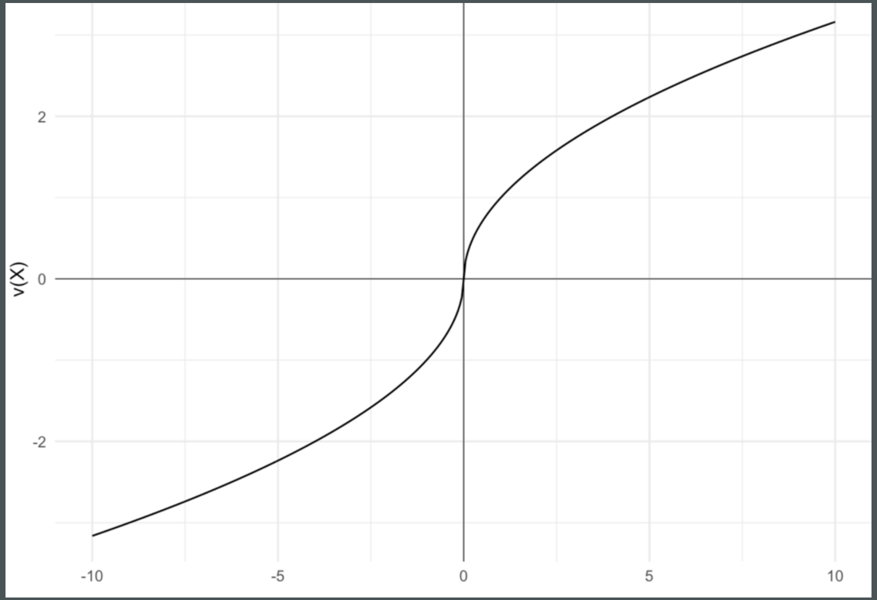
Prospect	Amount with Probability of Outcome	
I	$0 for sure	
J	$100 loss with probability 0.5	$105 gain otherwise
K	$100 loss with probability 0.5	$125 gain otherwise
L	$100 loss with probability 0.5	$200 gain otherwise
M	$225 loss with probability 0.5	$375 gain otherwise
N	$600 loss with probability 0.5	$36 million gain



EFFETTO RIFLESSIONE

coinvolge un'asimmetria nelle preferenze di rischio nei domini dei guadagni e delle perdite.

Kahneman e Tversky (1984):



Gruppo A:

Immagina che gli Stati Uniti si stiano preparando per un'epidemia di una *rara malattia asiatica, che si prevede ucciderà 600 persone. Sono stati proposti due programmi alternativi per combattere la malattia. Supponi che le stime scientifiche esatte delle conseguenze dei programmi siano le seguenti:*

- Se viene adottato il Programma A, 200 persone saranno salvate.

- Se viene adottato il Programma B, c'è una probabilità di un terzo che 600 persone saranno salvate e una probabilità di due terzi che nessuna persona sarà salvata.

Quale dei due programmi favoriresti?

Gruppo B:

Immagina che gli Stati Uniti si stiano preparando per un'epidemia di una rara malattia asiatica, che si prevede ucciderà 600 persone. Sono stati proposti due programmi alternativi per combattere la malattia. Supponi che le stime scientifiche esatte delle conseguenze dei programmi siano le seguenti:

- Se viene adottato il Programma C, 400 persone moriranno.

- Se viene adottato il Programma D, c'è una probabilità di un terzo che nessuno morirà e una probabilità di due terzi che 600 persone moriranno.

Quale dei due programmi favoriresti?

L'UTILITÀ ATTESA DEVE FUNZIONARE SE:

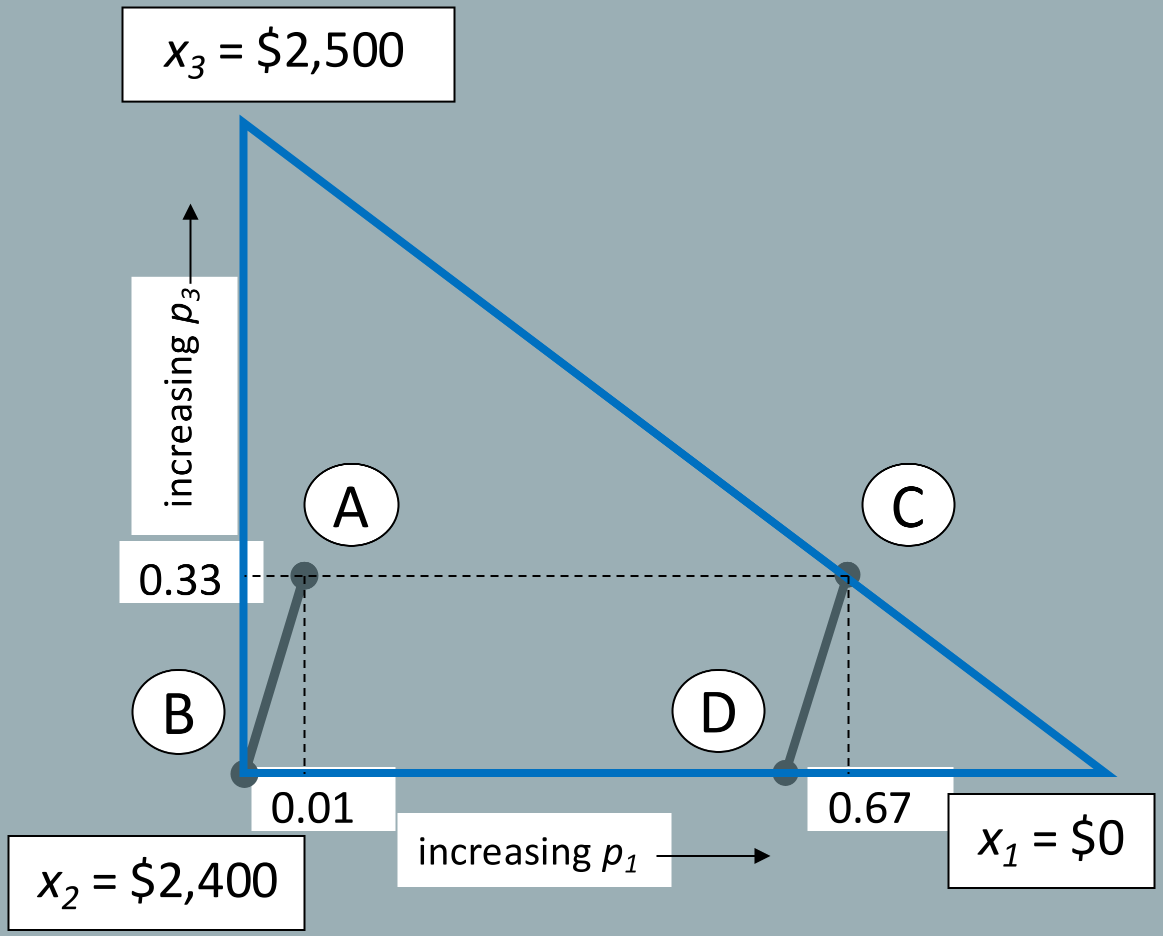
- Le Preferenze sono transitivese, per qualsiasi dei tre prospetti X,Y e Z

$$\text{if } X \geq Y \text{ and } Y \geq Z \text{ then } X \geq Z$$

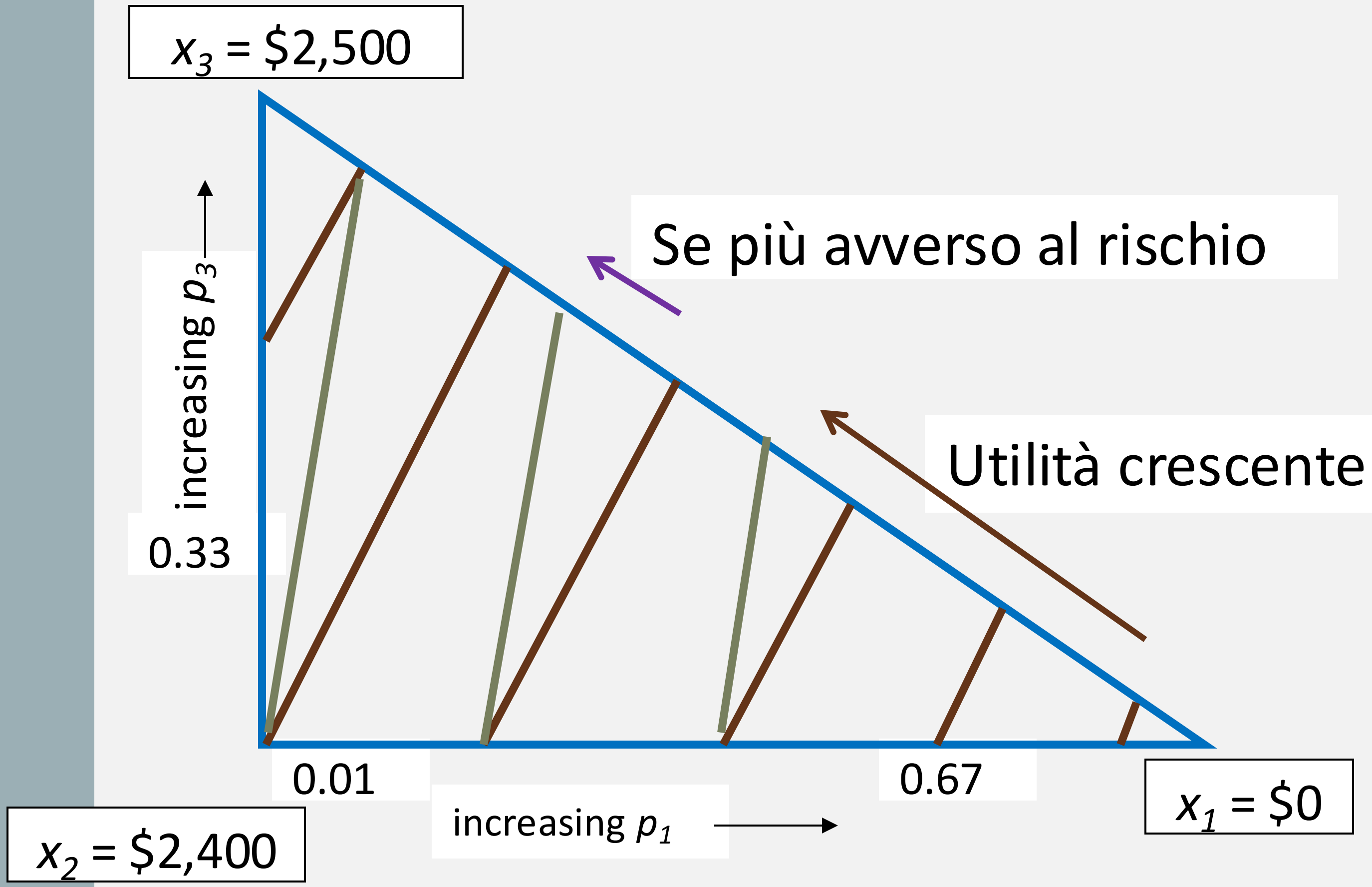
- Le Preferenze soddisfano l’assioma di indipendenza, se, per qualsiasi dei tre prospetti X,Y e Z

$$\text{if} \quad X \geq Y \quad \text{then} \quad (p, X; 1-p, Z) \geq (p, Y; 1-p, Z).$$

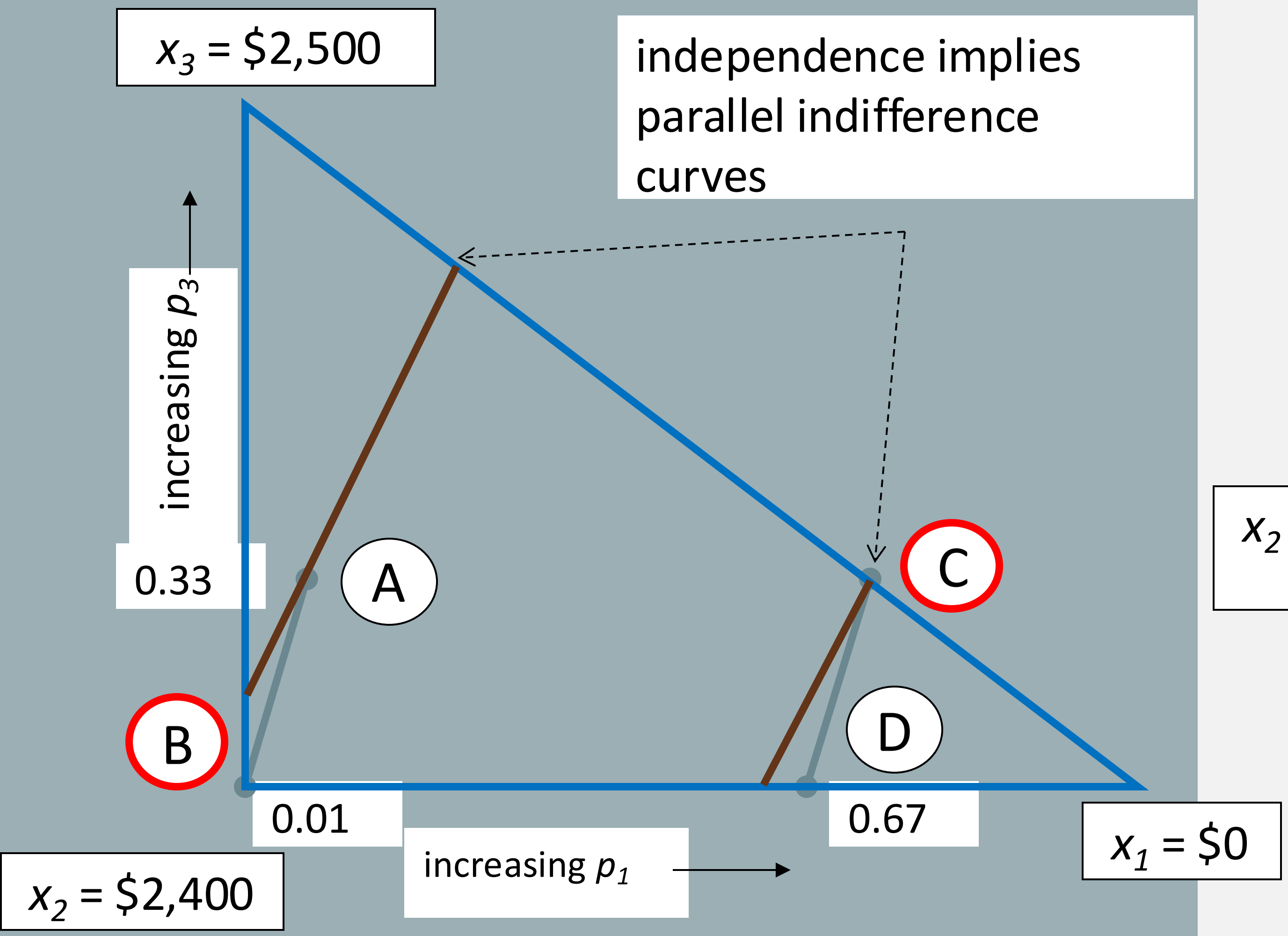
A PROBABILITY TRIANGLE DIAGRAM OF THE ALLAIS PARADOX

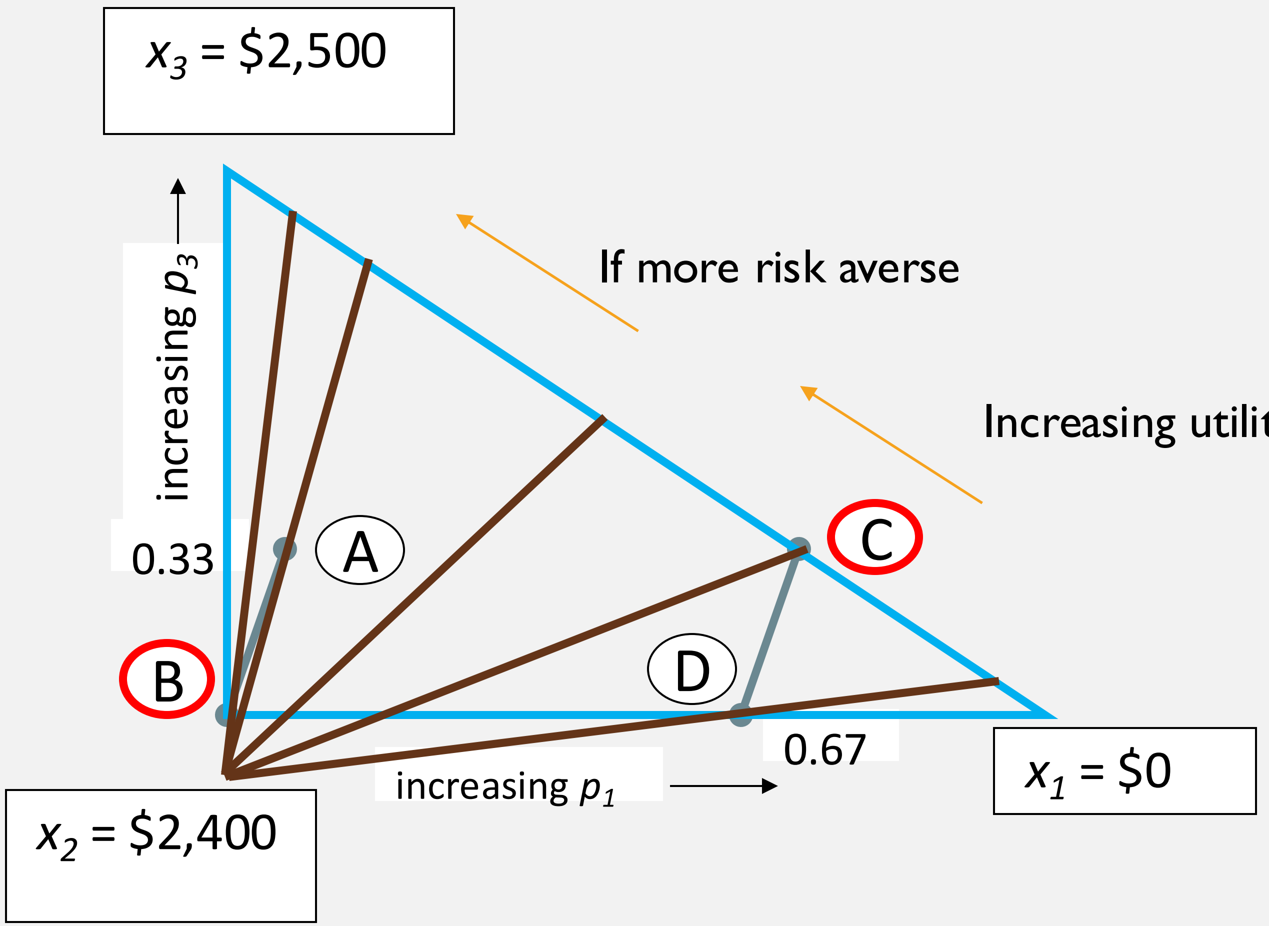


CURVE DI INDIFFERENZA



IL PARADOSSO DI ALLAIS





MODEL OF DISAPPOINTMENT

- Una persona forma un'aspettativa preliminare su quale sarà la sua utilità.
- Successivamente, prova delusione o esultanza.
- Massimizza l'utilità attesa tenendo conto della delusione e dell'esultanza.

$$U(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i \left[u(x_i) + D(u(x_i) - prior) \right].$$

RANK DEPENDENT EXPECTED UTILITY

- Le probabilità sono pesate

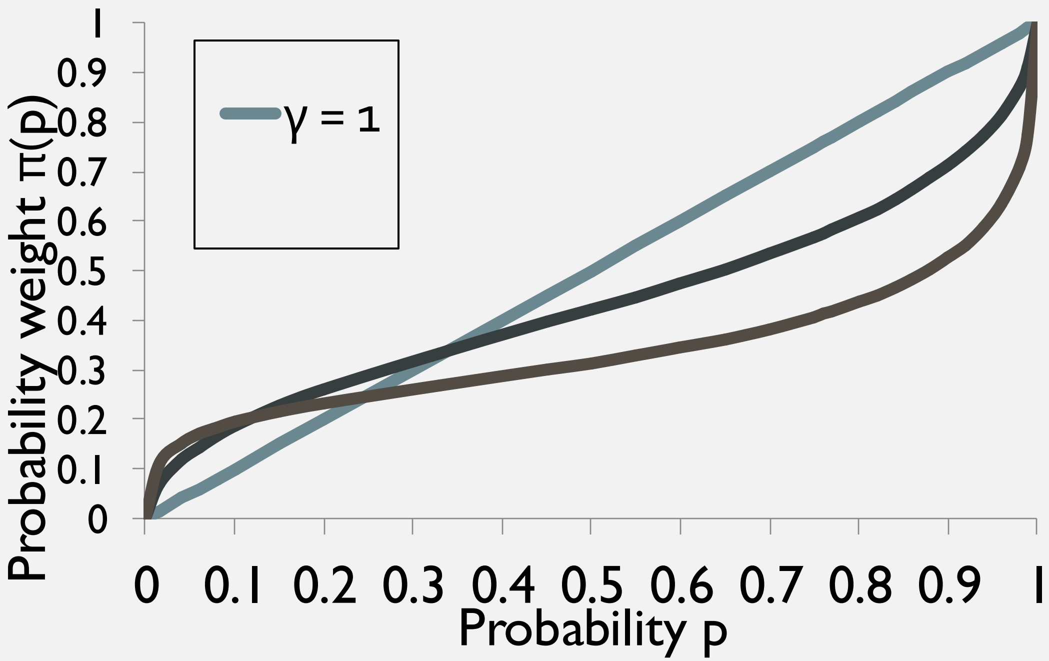
$$\pi(p) = \frac{p^\gamma}{\left(p^\gamma + (1-p)^\gamma\right)^{1/\gamma}}.$$

- se γ < 1 get overweighting of small probabilities.
- The rank dependent expected utility of *X* is

$$U(X) = \sum_{i=1}^{n} w_i u(x_i)$$

- where

$$w_i = \pi(p_i + \ldots + p_n) - \pi(p_{i+1} + \ldots + p_n).$$



PROSPECT THEORY

- La funzione di valore che introduce la dipendenza dal riferimento.

$$v(x)=\begin{cases}(x-r)^{\alpha} & \text{if} \quad x \geq r \\ -\lambda(r-x)^{\beta} & \text{if} \quad x < r\end{cases}.$$

viene introdotta l'analisi degli esiti in termini relativi anziché in termini assoluti : la funzione di valore è definita dall'esito relativo $\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}$, dove $\boldsymbol{r}$ è il punto di riferimento.

- L'asimmetria potenziale nella valutazione delle perdite e dei guadagni (avversione alle perdite) è introdotta tramite il parametro $\boldsymbol{\lambda>1}$
- Effetto di riflessione: $\boldsymbol{\lambda<1}$ indica avversione al rischio sui guadagni; $\boldsymbol{\beta>1}$ indica propensione al rischio sulle perdite.

PROSPECT THEORY

$$v(x)=\begin{cases}(x-r)^{\alpha} & \text{if} \quad x \geq r \\ -\lambda(r-x)^{\beta} & \text{if} \quad x < r\end{cases}.$$

EXPECTED UTILITY THEORY

$$u(x)=x^{\alpha}$$

PROSPECT THEORY

- weighting of probabilities, distinguishing between gains and losses.
  - Gains are then given decision weight:

$$w_i = \pi^g(p_i + \ldots + p_n) - \pi^g(p_{i+1} + \ldots + p_n)$$

  - losses are given decision weight:

$$w_i = \pi^l(p_1 + \ldots + p_i) - \pi^l(p_1 + \ldots + p_{i-1})$$

  - Where the probability weights for gains and losses is:

$$\pi^g(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}}, \quad \pi^l(p) = \frac{p^\delta}{(p^\delta + (1-p)^\delta)^{\frac{1}{\delta}}}$$

THEORY SUMMARY

- L'utilità attesa è un modo conveniente per modellare una scelta rischiosa.
- Tuttavia, non può spiegare molte cose che osserviamo, come l'effetto di riflessione.
- La Prospect theory e la rank dependent utility function ci offrono una serie di modelli alternativi.