《非线性规划》

实验指导书

（修订版）

华北电力大学数理系

2019

实验一　一维搜索

一、实验目的

1、掌握一维搜索问题的 0.618 法和 Fibonacci 法；
2、培养编程能力与上机调试能力；
3、培养写作能力。

二、实验课时：2 学时

三、实验准备

1、掌握一维搜索问题的 0.618 法和 Fibonacci 法；
2、写出算法描述或者画出算法的流程图；
3、选择编程环境准备对算法进行实现。

四、实验内容

1、分别用 0.618 法和 Fibonacci 法，求函数

$$f(t)=e^{-t}+e^{t}$$

在$[-1,1]$内的极小值点，容许误差$\boldsymbol{\varepsilon}=\mathbf{10^{-5}}$，函数图像见图 1。

2、分别用 0.618 法和 Fibonacci 法，求函数

$$\boldsymbol{f(t)=(\sin t)^{6}\tan(1-t)e^{30t}}$$

在**[0,1]**内的**极大值点**，容许误差$\boldsymbol{\varepsilon}=\mathbf{10^{-5}}$，函数图像见图 2。

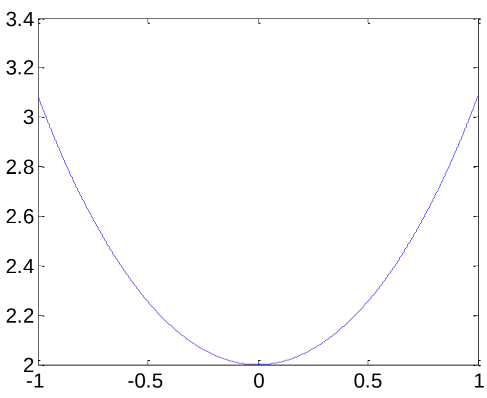

图 1

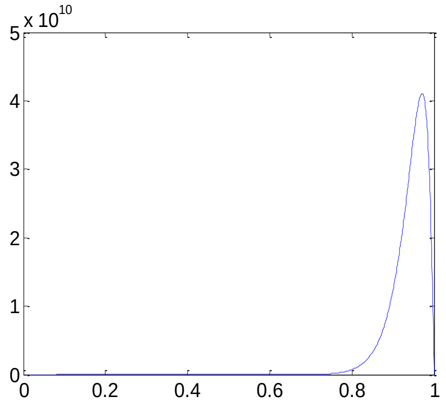

图 2

3、通过计算结果对两种方法进行分析比较。

五、思考题

总结黄金分割法和斐波那契法的异同点。

实验二　无约束优化问题的解析解法

一、实验目的

1、掌握无约束优化问题的解析算法——最速下降算法、共轭梯度算法和牛顿法、广义牛顿法、DFP 算法；

2、培养编程与上机调试能力；

3、培养写作能力。

二、实验课时：4 学时

三、实验准备

1、掌握无约束优化问题的解析解法；

2、写出算法描述或者画出算法的流程图；

3、选择编程环境准备对算法进行实现。

四、实验内容

1、编写最速下降算法和共轭梯度法的程序，求解如下问题，并由计算结果对两种算法进行分析比较。**要求精度控制使用向量的 2-范数！**

（1）函数

$$f\left(x_1,x_2\right)=x_1^2+x_2^2$$

的极小值点，其中初始点 $x^{(0)}=\left(100,100\right)^T$，容许误差为 $\boldsymbol{\varepsilon=10^{-3}}$。

（2）函数

$$f\left(x_1,x_2\right)=x_1^2+50x_2^2$$

的极小值点，其中初始点为 $x^{(0)}=\left(1,1\right)^T$，容许误差为 $\boldsymbol{\varepsilon=10^{-3}}$。

（3）函数

$$f\left(x_1,x_2,x_3\right)=x_1^2+2x_2^2+4x_3^2$$

的极小值点，其中初始点为 $x^{(0)}=\left(10,10,10\right)^T$，容许误差为 $\boldsymbol{\varepsilon=10^{-3}}$。

（4）函数

$$f(x_1,x_2)=(1-x_1)^2+2\left(x_2-x_1^2\right)^2,$$

的极小值点，其中初始点为 $x^{(0)}=\left(0,0\right)^T$，容许误差为 $\boldsymbol{\varepsilon=10^{-3}}$。

（**提示：** 该函数不是二次函数，需要利用**非正定二次函数的共轭梯度算法！**自行查阅参考文献资料。）

2、编牛顿法、广义牛顿法和 DFP 算法的程序，求解如下问题，并由计算结果对算法进行分析比较。**要求精度控制使用向量的 2-范数！**

（1）函数

$$f\left(x_1, x_2\right) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + x_1 - x_2$$

的极小值点，其中初始点 $x^{(0)} = \left(0,0\right)^T$，容许误差为 $\boldsymbol{\varepsilon = 10^{-3}}$ 。

（2）函数

$$f(x_1, x_2) = \left(1 - x_1\right)^2 + 2\left(x_2 - x_1^2\right)^2,$$

的极小值点，其中初始点为 $x^{(0)} = \left(0,0\right)^T$，容许误差为 $\boldsymbol{\varepsilon = 10^{-3}}$ 。

五、思考题

1、为什么最速下降算法称“最速”却不是最速的？

2、牛顿迭代算法的优缺点是什么？

3、什么是拟牛顿条件？并写出必要的推导过程。

实验三　无约束非线性规划问题的直接解法

（自学内容，选做）

一、实验目的

1、掌握无约束优化问题的直接解法——步长加速法；
2、培养编程与上机调试能力；
3、培养写作能力。

二、实验课时：2 个课时

三、实验准备

1、了解无约束优化问题的直接解法；
2、掌握步长加速法，画出算法的流程图；
3、选择编程环境准备对算法进行实现。

四、实验内容

1、步长加速法的算法描述

(1) 给定初始点$x^{(0)} \in R^n$,初始步长$\delta > 0$，加速因子$\alpha > 0$，缩减因子$\beta \in (0,1)$,精度$\varepsilon > 0$。令$y^{(0)} = x^{(0)}, k = 0, j = 0$。

(2) 探测移动

若 $f(y^{(j)} + \delta e_{j+1}) < f(y^{(j)})$,则令$y^{(j+1)} = y^{(j)} + \delta e_{j+1}$,
否则，若$f(y^{(j)} - \delta e_{j+1}) < f(y^{(j)})$,则令$y^{(j+1)} = y^{(j)} - \delta e_{j+1}$,
　　否则，令 $y^{(j+1)} = y^{(j)}$。
$k = k+1$, 转(3）；

(3) 若 $j < n\text{-}1$,则令 $j = j+1$,转(2)。
　若$f(y^{(n)}) < f(x^{(k)})$,转(4)，否则，转(5)。

(4) 模式移动

令$x^{(k+1)} = y^{(n)}, y^{(0)} = x^{(k+1)} + \alpha(x^{(k+1)} - x^{(k)})$,
令 $k = k+1, j = 0$,转（2）。

(5) 若$\delta < \varepsilon$,则停止,$x^{(k)}$为所求；
　否则，$x^{(k+1)} = x^{(k)}, k = k+1$,
　　令 $\delta = \beta\delta, y^{(0)} = x^{(k)}, j = 1$,转（2）。

2、画出步长加速算法流程图并编程实现算法。

3、用步长加速算法计算下列问题(取$\delta = 10, \alpha = 1, \beta = 0.1, \varepsilon = 1e-5$),

(1) 函数

$$f\left(x_1, x_2\right) = x_1^2 + x_2^2$$

的极小值点，其中初始点 $x^{(0)} = \left(100,100\right)^T$，容许误差为 $\boldsymbol{\varepsilon = 10^{-5}}$ 。

（2）函数

$$f\left(x_1, x_2\right) = x_1^2 + 50x_2^2$$

的极小值点，其中初始点为 $x^{(0)} = \left(1,1\right)^T$，容许误差为 $\boldsymbol{\varepsilon = 10^{-5}}$ 。

（3）函数

$$f(x_1, x_2) = \left(1 - x_1\right)^2 + 2\left(x_2 - x_1^2\right)^2,$$

的极小值点，其中初始点为 $x^{(0)} = \left(0,0\right)^T$，容许误差为 $\boldsymbol{\varepsilon = 10^{-5}}$ 。

4、试着改变参数 $\delta, \alpha, \beta, \varepsilon$ 的取值，通过结果分析这些参数对算法的影响！

五、思考题

简述无约束非线性规划问题的解析解法和直接解法的特点。

实验四　Matlab 优化函数

（自学内容！不作要求。）

一、实验目的

1、用 matlab 的优化工具箱对最优化问题进行求解。

2、培养 matlab 编程与上机调试能力。

二、实验课时：2 个课时

三、实验准备

1、了解优化问题的内容及常见算法。

2、熟悉 matlab 软件中优化工具箱的基本操作。

四、实验内容

利用 matlab 的优化工具箱求解以下问题：

1) 求函数 $f(x)=\frac{1}{(x-0.3)^2+0.01}+\frac{1}{(x-0.9)^2+0.04}-6$ 在 1 处的的零点及在 $(-0.5,1.5)$ 内的最大值；

2) 求函数 $g(x)=100\left(x_2-x_1^2\right)^2+\left(1-x_1\right)^2$ 在 $(1,1)$ 点附近的最小值。

3) 求函数最小值：$\begin{cases}\min\ f(x)=-x_1x_2x_3\\ s.t.\ 0\le x_1+2x_2+3x_3\le 72\end{cases}$，初始点 $\dot{x}=(10,10,10)^T$

4) 求函数最小值 $\begin{cases}\min f(x)=e^{x_1}\left(4x_1^2+2x_2^2+4x_1x_2+2x_2+1\right)\\ s.t.\quad x_1\ge 0\\ \qquad\quad x_2\ge 0\end{cases}$

5) 求函数最大值 $\begin{cases}\max f(x)=e^{x_1}\left(4x_1^2+2x_2^2+4x_1x_2+2x_2+1\right)\\ s.t.\quad 1.5+x_1x_2-x_1-x_2\le 0\\ \qquad\quad -x_1x_2\le 10\end{cases}$

五、思考题

简述对于应用数学软件进行求解问题和编程求解问题的体会。

附录　有关 Matlab 函数介绍

1、有约束一元函数的最小值问题

函数：fminbnd

2、无约束多元函数最小值

函数：fminsearch 或者 fminunc

注：一般的使用 fminunc 比 fminsearch 更有效，但当所选函数高度不连续时，使用 fminsearch 效果更好。

3、约束多元函数最小值

函数：fmincon

4、二次规划

函数：quadprog