测试题之一

一、单项选择

1，设$f(x)=2^x+3^x-2$则当$x\to 0$时，有

$A.f(x)$与x同阶但非等价无穷小；$B.f(x)$与x是等价无穷小；

$C.f(x)$是比x高阶的无穷小；$D.f(x)$是比x低价的无穷小；

2,设$F(x)=\int_0^x \dfrac{1}{1+t^2}dt+\int_0^{\frac{1}{x}} \dfrac{1}{1+t^2}dt$, 则

$A.F(x)\equiv 0, B.F(x)=\frac{\pi}{2},$

$C.F(x)=\arctan x, D.F(x)=2\arctan x$

3,设$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)\cdots(x-100)$,则$f'(1)=$

$A.\frac{100!}{99}, B.-\frac{101!}{100}, C.-100!, D.-99!$

4.$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(6x)+xf(x)}{x^3}=0$, 则$\lim\limits_{x\to 0}\frac{6+f(x)}{x^2}$ 为

$A.0, B.6, C.36, D.\infty$

5.设$f(x)$在$x=0$处可导，且$f'(0)=0, \lim\limits_{x\to 0}\frac{f'(x)}{\sin x}=-\frac{1}{2}$, 则

$A.f(0)$一定是$f(x)$的一个极大值,$B.f(0)$一定是$f(x)$的一个极小值

$C.(0,f(0))$是$f(x)$的一个拐点,$D.(0,f(0))$不一定是$f(x)$的一个极值点

二、填空题

6. 设当$f(x)$连续，且$f(0)+0$,则极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x(x-t)f(t)dt}{x\int_0^x f(x-t)dt}=$

7.曲线$x=a\cos^3 t, y=a\sin^3 t$在$t=t_0$,

相应点处的曲率$k(a>0)$ 为

8,设$f(x)$为连续函数，且$F(x)=\int_{\frac{1}{x}}^{\ln x} f(t)dt$,则$F'(x)=$

9.设$F(x)$是$f(x)$的一个原函数，则$\int e^{-x}f(e^{-x})dx=$

10, 若连续函数$f(x)$ 满足关系式$f(x)=\int_0^{2x} f(\dfrac{t}{2})dt+\ln 2$, 则$f(x)=$

三、求极限

11.求$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{\sin x}}{\ln(\sin^3 x+e^x)-x}$

12.求$\lim\limits_{x\to+\infty}x[\ln(2x+1)-\ln 2x]$

13.求$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sqrt[n]{n!}$

四、求导数

14.$y=x^{\sin x},(x>0)$求$\frac{dy}{dx}$

15. 设$y=1+xe^y$,求$\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}$

五、计算下列不定积分和定积分

16.求$I=\displaystyle\int x\cos^2 x dx$

17.求$\displaystyle\int_0^4\frac{x+2}{\sqrt{2x+1}}dx$

18.$\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e}|\ln x|\,dx$

六、计算题

19.在摆线$x=a(t-\sin t),y=a(1-\cos t)$ 上求将摆线第一拱分成$1:3$的坐标

20. 已知函数$y(x)$满足微分方程$y''+2y'+y=0$, 且曲线$y(x)$ 在点$M(0,4)$的切线垂直于直线$x-2y+5=0$, 求$y(x)$

七、应用题

21，设某产品的需求函数为$D=116-2p$,其中p(万元)为每吨产品的销售价格，D （吨）为需求量，若生产该产品的固定成本为100（万元)，且每多生产一吨产品，成本增加2（万元)，在产销平衡的情况下

(1)求收益R与销售价格p 的函数关系$R(p)$;

(2)求成本C与销售价格p的函数关系$C(p)$;

(3)试问如何定价，才能使工厂获得的利润最大？最大利润是多少？

八、证明题

22, 设$f(x)$为连续函数，

证明:$\int_0^x f(t)(x-t)dt = \int_0^x \left(\int_0^t f(u)du\right) dt$

23.设$f(x)$在$[0,1]$上连续，在$(0,1)$内可导，

且$f(0)=0, f(1)=1$，证明

(1)存在一点$\xi \in (0,1)$,使得$f(\xi)=\frac{1}{2}$,

(2)存在两个不同的点$x_1, x_2 \in (0,1)$，使得$\frac{1}{f'(x_1)}+\frac{1}{f'(x_2)}=2$

第二份测试

一、填空题（本题每小题2分，共20分）

1. 当$x \to 0$时，$\ln(1+2x)\sin x^2$是x的______阶无穷小

2.如果$f'(x_0)=4$,则$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}=$______

3.函数$f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$有______条渐近线

4.如果$f(x)=x^{100}+25x^{30}-3x^{10}+4x-10$,则$f^{(10)}(0)=$______

5.如果$f(x)$是$[a,b]$上的连续函数，定积分$\displaystyle\int_a^b \pi f^2(x)dx$在几何上表示______

6.定积分$I_1=\displaystyle\int_0^{-1}x^2e^{x^2}dx$与$I_2=\displaystyle\int_0^{-1}x^4e^{x^2}dx$的大小关系是______

7.微分中值定理中Rolle定理与Lagrange中值定理的条件不同点是

______

8.设$f(x)$是区间$[c,d]$上的连续函数，$[a,b]\subset[c,d]$,变上限积分$\displaystyle\int_a^x f(x)dx$与定积分$\displaystyle\int_a^b f(x)dx$的本质区别是______

9.微分方程$\frac{dy}{dx}=2xy$的通解是___________

10.微分方程$6(y')^2+(y')^4\sin x+(\cos x^3)y'''=0$的阶数是______

二、(本题每小题5分，共10分）计算下列各题

11.$y=\arcsin\frac{2t}{1+t^2}$,求$dy$

12.如果函数$y=f(x)$ 由方程$xy-e+e^y=0$所确定，求$y''(0)$

三、(本题每小题5分，共15分）求下列极限：

13. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{\sin x}-e^x}{(1-\cos 2x)(e^{5x}-1)}$

14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^{\frac{x^2}{x+1}}$

15. $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\int_0^{x^2}\sin^{\frac{3}{2}}t\,dt}{\int_0^x t(t-\sin t)dt}$

四、(本题每小题6分，共18分）求下列不定积分或定积分

16. $\int_{-1}^{1}\frac{\sin x\cos x+1}{x^2+1}dx$

17. $\int\frac{1+\ln x}{(x\ln x)^2}dx$

18.已知$\ln(x+\sqrt{1+x^2})$是$f(x)$的一个原函数，求$\int xf'(x)dx$

五、(本题11分)求下列微分方程的解

19.(5分)求微分方程$y''-2y'+1=(6x-2)e^x$的通解

20.(6分)求微分方程$\frac{dy}{dx}-\frac{2y}{x+1}=(x+1)^{\frac{5}{2}}$满足$y(0)=1$的特解.

六、(本题6分)已知$2<a<8$,函数

$f(x)=\frac{2}{3}x^3-2x^2+(2-a)x+1$,求$f(x)$在区间$[2,3]$上的最大值与最小值.

七、(本题8分)求曲线$y=e^x$与其过原点的切线及y轴所围成的图形的面积A

八、(本题每小题6分，共12分)设$f_n(x)=x^n+x-1,(n\in N^+)$.

(1)当$n\geqslant 2$时，证明：$f_n(x)$在区间$(\frac{1}{2},1)$内存在唯一的零点；

(2)设x_n是$f_n(x)$在$(\frac{1}{2},1)$内的零点，

第三份测试

一、填空题

1. $\int_0^{+\infty}\dfrac{dx}{x^2+4x+8}$

2.微分方程$y^{(4)}-2y'''+y''=0$的通解为

3.函数$y=2x^3-6x^2-18x-7$的单调减少区间为

4.设$f(x)$是连续函数，则$\frac{d}{dx}\left[\int_0^x tf(x^2-t^2)dt\right]=$

5.曲线$y=\int_0^x \tan tdt(0\leqslant x\leqslant\dfrac{\pi}{4})$的弧长$s=$

二、单项选择

6.已知当$x\to 0$时，$f(x)=3\sin x-\sin 3x$与cx^k是等价无穷小，

则

$A.k=1,c=4$; $B.k=1,c=-4$;

$C.k=3,c=4$; $D.k=3,c=-4$

7.已知$f(x)$在$x=0$处可导，且$f(0)=0$,则$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2f(x)-2f(x^3)}{x^3}=$

$A.-2f'(0),B.-f'(0),C.f'(0),D.0$

8.函数$f(x)=\frac{x-x^3}{\sin\pi x}$的可去间断点的个数为

$A.1,B.2,C.3,D.$无穷多个

9.微分方程$y''+y=x^2+1+\sin x$的特解形式可设为

$A.y^*=ax^2+bx+c+x(A\sin x+B\cos x)$,

$B.y^*=x(ax^2+bx+c+A\sin x+B\cos x)$

$C.y^*=ax^2+bx+c+A\sin x$,

$B.y^*=ax^2+bx+c+A\cos x$

10.设函数$f(x)$连续，则下列函数中必为偶函数的是

$A.\int_0^x f(t^2)dt,B.\int_0^x f^2(t)dt,$

$C.\int_0^x t[f(t)-f(-t)]dt,D.\int_0^x t[f(t)+f(-t)]dt$

三、求解下列各题

11.设$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}+ax^2+bx}{x^{2n}+1}$是连续函数，求$a,b$的值.

12.设$y=\frac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2}-\frac{a^2}{2}\ln(x+\sqrt{x^2-a^2})$,求$dy$ 和y''

13.已知由方程$\ln\sqrt{x^2+y^2}=\arctan\frac{y}{x}$确定$y$是$x$的隐函数，求$\frac{dy}{dx}$,和$\frac{d^2y}{dx^2}$

四、求解及证明下列各题

14.计算极限$I=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$

15.证明：当$x>0$时$e^x-1>(1+x)\ln(1+x)$.

16.计算不定积分$I=\displaystyle\int\frac{x^2+1}{(x+1)^2(x-1)}dx$

五、求解下列各题

17.计算定积分$I=\displaystyle\int_1^{\sqrt{2}}\frac{x^2}{(4-x^2)^{\frac{3}{2}}}dx$

18.过$(0,1)$点作曲线$L:y=\ln x$的切线，切点为A，又L与x轴交于B点，区域D由L与直线AB 围成，求区域D的面积及D绕x 轴旋转一周所得旋转体的体积

六、求解下列各题

19.求微分方程$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{2(\ln y-x)}$的通解

20.求微分方程$y''+y'=2x^2+1$的通解

七、求解及证明下列各题

21.设$I_1=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\tan x}{x}dx,I_2=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{\tan x}dx$，试给出$I_1,I_2,1$的大小顺序(要求：写出必要的推导过程)

22.设函数$f(x)$在区间$[0,1]$上连续，在开区间$(0,1)$内可导，且$f(0)=0,f(1)=\frac{1}{3}$,证明：存在$\xi\in(0,\frac{1}{2}),\eta\in(\frac{1}{2},1)$,使得$f'(\xi)+f'(\eta)=\xi^2+\eta^2$