



Data Science Program

Statistics Sessions -9





## **Session - 9 Content**

#### Content

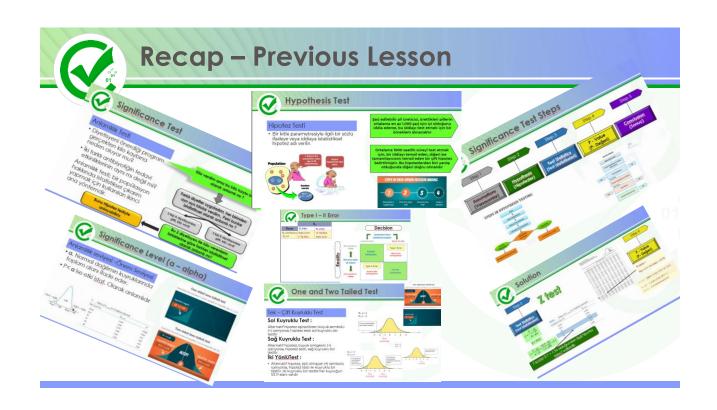
- Independent Samples T Test
- Dependent T test
- One Way ANOVA
- Categorical Data Analysis

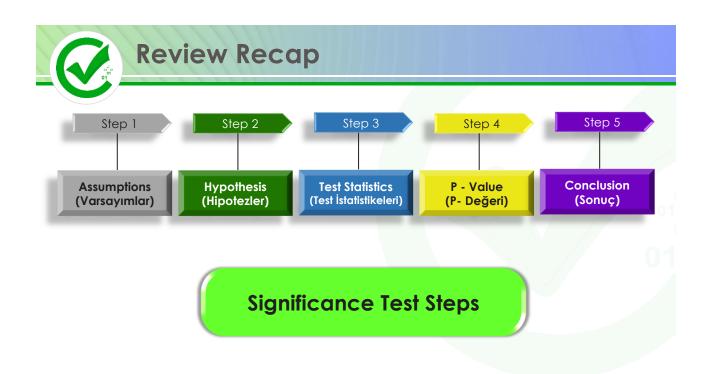


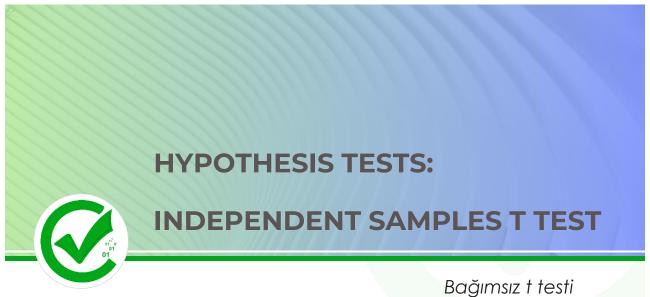












Bağımsız t testi (Unpaired t testi)

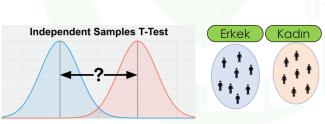


## **Independent Samples T test**

#### Bağımsız t testi

- aynı continous, dependent değişken üzerinde iki independent grup arasındaki ortalamaları karşılaştırır
- İki farklı grup üzerinden tek değişkenini analizi için Independent t test kullanılabilir







## **Independent Samples T test**

#### **Assumptions**

- 2 grup için quantitativenicel bir değişken
- Rasgele örneklemden bağımsız rasgele değişkenler
- Her grup için Normal dağılım

#### **Hypothesis**

- Null Hipotez:
  - $H_0$ :  $\mu_1 = \mu_2$

(İki grubun ortalamaları arasında fark yok)

- Alternative Hipotez:
  - $H_a$ :  $\mu_1 \neq \mu_2$ (Significant difference between the means of the two groups)



#### **Independent Samples T test**

#### **Test Statistics**

• Equal Variances not assumed (2 grubun varyanslarının esit olmadığı varsayılırsa)

$$t = \frac{(\bar{x_1} - \bar{x_2})}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \qquad df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1} \left(\frac{\dot{s}_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1} \left(\frac{\dot{s}_2^2}{n_2}\right)^2}$$

$$df = rac{\left(rac{s_1^2}{n_1} + rac{s_2^2}{n_2}
ight)^2}{rac{1}{n_1 - 1}\left(rac{\dot{s}_1^2}{n_1}
ight)^2 + rac{1}{n_2 - 1}\left(rac{s_2^2}{n_2}
ight)^2}$$

• Equal Variances assumed (2 grubun varyanslarının eşit varsayılırsa)

$$t=rac{ar{(ar{x_1}-ar{x_2})}}{s_p\sqrt{rac{1}{n_1}+rac{1}{n_2}}}$$

$$t=rac{ar{(ar{s_1}-ar{s_2})}}{s_p\sqrt{rac{1}{n_1}+rac{1}{n_2}}} \hspace{0.5cm} s_p=\sqrt{rac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} \ d ext{d} f=n_1+n_2-2$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

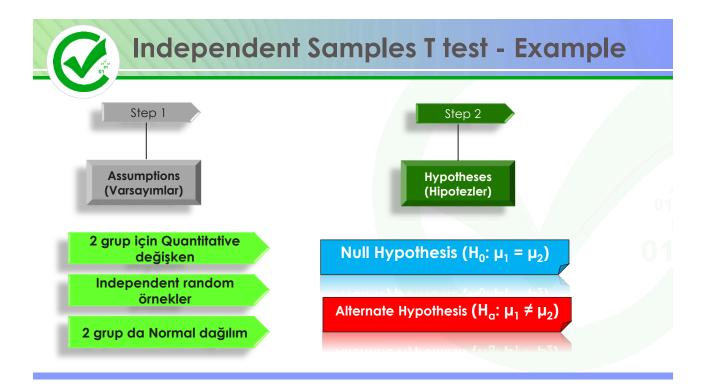


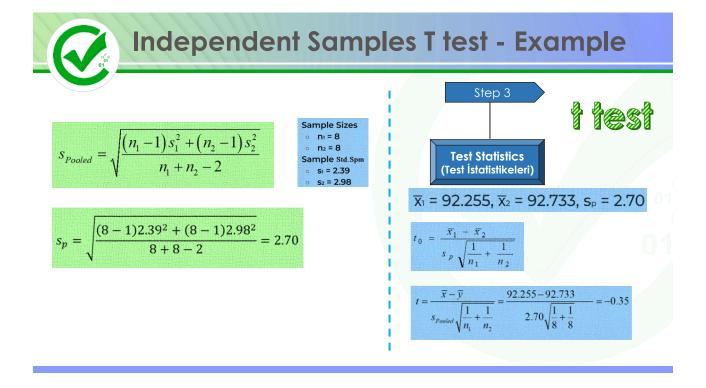
## **Independent Samples T test - Example**

#### Örnek

- Bir kimyasal prosesin ortalama verimini nasıl etkilediklerini belirlemek icin iki katalizör analiz edilecektir.
- Halen kullanımdaki 1.katalizör yerine verimi düşürmemek kaydıyla daha ekonomik 2.katalizör araştırılmaktadır.
- 2.katalizör için bir pilot uygulama alanında test edilip tablodaki değerler elde edilmiştir.
- 0,05 için, eşit varyans olduğu varsayılarak, ortalama verimler arasında anlamlı bir fark var mı?

Test No	1.Katalizör	2.Katalizör
1	91,50	89,19
2	94,18	90,95
3	92,18	90,46
4	95,39	93,21
5	91,79	97,19
6	89,07	97,04
7	94,72	91,07
8	89,21	92,75
Xort	92,225	92,733
S	2,39	2,98





#### **Independent Samples T test - Example** P - Value = 0,7315Step 4 Step 5 P-değeri önceden belirlenen a $\alpha = 0.05$ değerinden büyük P - Value Conclusion olduğu için (P- Değeri) (Sonuç) **Null hipotezi** P-Value > $\alpha$ = 0.05 In [1]: import scipy.stats as stats fail to reject olur In [2]: 2\*stats.t.cdf(-0.35, 14) Out[2]: 0.7315482686624126 P-value = 2\*t<sub>0.35, 14</sub> = .7315 2.Katalizörün birinciden farklı olduğuna dair elimizde yeterli güçlü bir kanıt yoktur.



## **Independent Samples Z test - Example 2**

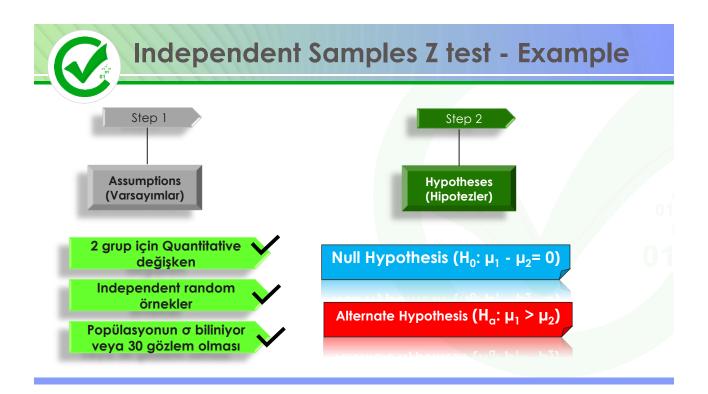
#### Örnek - $\sigma$ 'nın bilinmesi durumuna örnek

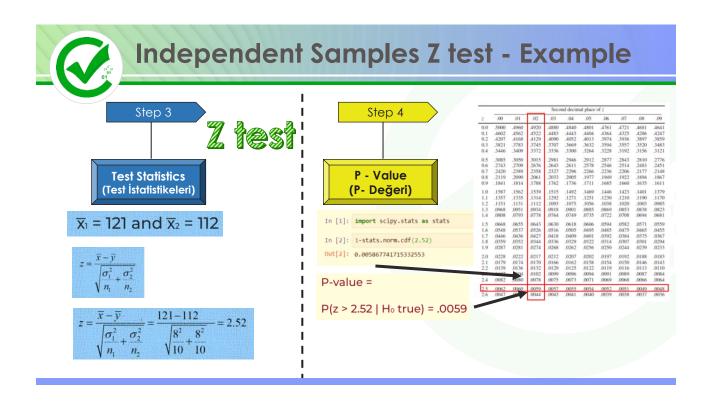
- Özel bir ürün geliştiricisinin ürettiği bir boya için, 2 boya formülasyonu test ediliyor. 1. ürün standart bir üründür ve 2.ürün ise yeni bir üründür.
- Önceki tecrübelere göre 1.ürünün kullanım süresi için σ=8 dakikadır. Yeni üründe bu süre değişmemelidir.
- 10 kişiye ilk ürün verilmiş, 10 kişiye de de 2.ürün verilmiş ve bu randomly yapıldı
- Grupların ortalaması x1=121 ve x2=112 dakikadır.
- α=0,05 için buradan nasıl bir sonuç çıkar

 $\sigma$  = 8 Sample Sizes •  $n_1$  = 10 •  $n_2$  = 10 Sample Means

 $\overline{x}_1 = 121$   $\overline{x}_2 = 112$ 

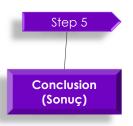
a = 0.05







## **Independent Samples T test - Example**



P - Value = 0,0059

 $\alpha = 0.05$ 

P-Value  $< \alpha = 0.05$ 

P-değeri önceden belirlenen a değerinden küçük olduğu için Null hipotezi reject olur

2. Ürüne uygulanan proses olumlu bir katkı sağlamıştır



## Large Sample, σ bilinmiyor – Example 3

#### Örnek - $\sigma$ 'nın bilinmediği durumuna örnek

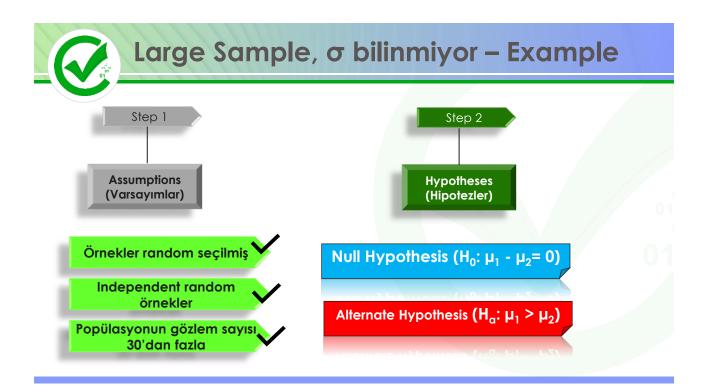
- Egzersiz yapmanın kan basıncı üzerindeki etkileri inceleniyor.
- n1=500 hasta nın yüksek kan basınınca sahip olduğu görülüp bunlara bir egzersiz programı ıugulanıyor
- n2= 400 olan diğer bir yüksek kan basıncı olan hastaya da egzersiz önerilmiyor.
- 1 yıl sonra alınan ortalamalar şöyle oluyor.

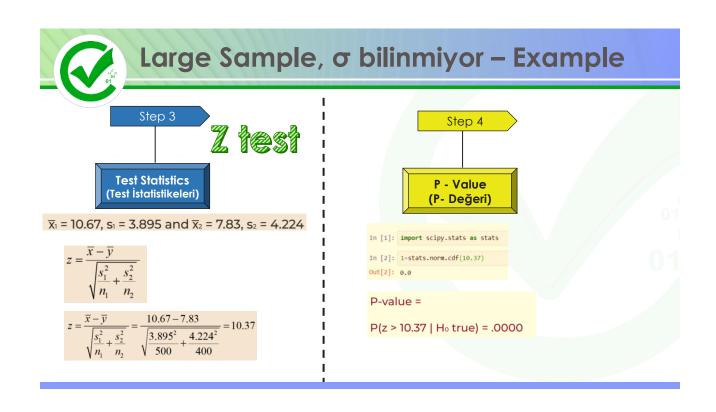
• X1ort: 10,67 x2ort: 7,83 • S1: 3,895 s2: 4,224

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_i}{n_1} = 10.67 \quad \overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} y_i}{n_2} = 7.83$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \overline{x})^2}{n_1 - 1}} = 3.895$$

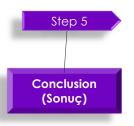
$$s_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \overline{y})^2}{n_2 - 1}} = 4.224$$







## Large Sample, $\sigma$ bilinmiyor – Example



P - Value = 0,0000

 $\alpha = 0.05$ 

P-Value  $< \alpha = 0.05$ 

P-değeri önceden belirlenen a değerinden küçük olduğu için Null hipotezi reject olur

Yapılan egzersizlerin kan basıncını düşürme üzerinde önemli bir etkisi vardır



https://www.youtube.com/wat ch?v=NkGvw18zIGQ Two-sample t test for difference of means





## **DEPENDENT T TEST**

Bağımlı t testi (Paired t test)



## Dependent t test

#### Bağımlı t testi

- paired sample t test de denir
- Aynı continous, dependent değişken üzerinde ilgili iki grup arasındaki ortalamaları karşılaştırır

Örnek: 2 aylık sigara bırakma tedavisi alan kişilerin önceki ve sonraki günlük sigara tüketimleri örneği

ID	Öncesi	Sonrası	Fark
1	12	10	2
2	18	7	11
3	23	22	1
4	10	12	-2
5	8	4	4





## Dependent t test

#### **Assumptions**

- Bağımlı değişken süreklidir ve aynı denek örneğinde iki kez ölçülür.
- Bağımsız değişken iki kategorik, "ilgili grup" veya "eşleşen çiftlerden" (paired) oluşan 2 kategorik gruptur
- Değişkenlerin skorları arasındaki fark normal dağılmıştır.

#### **Hypothesis**

- Null Hipotez:
  - $H_0$ :  $\mu_1$   $\mu_2$  = 0 veya  $\mu_D$  = 0

(Eşleşmiş paired popülasyonların ortalamaları arası fark 0'dır)

- Alternative Hipotez:
  - $H_0: \mu_D \neq 0$ (eşleştirilmiş popülasyon ortalamaları arasındaki fark 0 değildir)



## Dependent t test

#### Test Statistics

$$t = \frac{\bar{x}_{diff}}{s_{\bar{x}}} \qquad s_{\bar{x}} = \frac{s_{diff}}{\sqrt{n}}$$

 $ar{x}_{ ext{diff}}$  = Sample mean of the differences

n =Sample size (i.e., number of observations)

 $s_{\rm diff}$  = Sample standard deviation of the differences

 $s_{\bar{x}}$  = Estimated standard error of the mean (s/sqrt(n))

#### **Independent and Dependent Samples**

#### **Independent Samples**



Sample 2

**Dependent Samples** 

Math 117 -- Eddie Laanaos

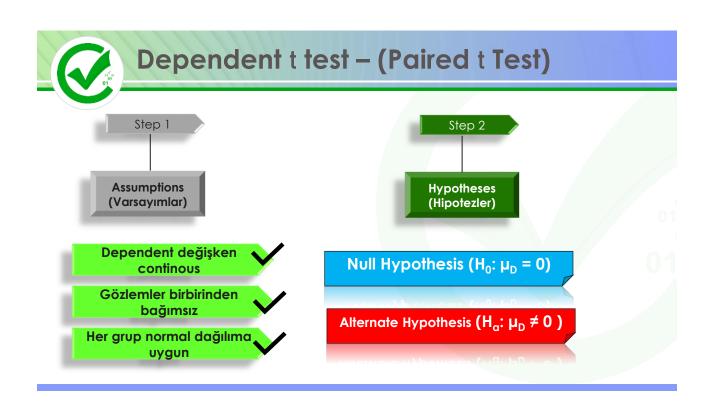


## **Dependent** t test - Example

#### Örnek

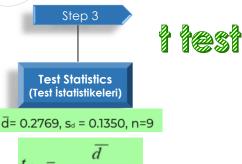
- Bir yayında verilen çelik kirişlerin shear strength değerlerin tahmini verilmiştir.
- Buradaki 9 kirişe 2 metot(Karlsruhe-Lehigh) uygulanmıştır.
- a=0,05 için ortalamalar açısından bu 2 metot arasında fark olup olmadığını inceleyelim.
- (Girder: Kiriş)

Girder	Karlsruhe Method	Lehigh Method	Difference d <sub>j</sub>
S1/1	1.186	1.061	0.125
S2/1	1.151	0.992	0.159
53/1	1.322	1.063	0.259
S4/1	1.339	1.062	0.277
S5/1	1.2	1.065	0.135
S2/1	1.402	1.178	0.224
S2/2	1.365	1.037	0.328
S2/3	1.537	1.086	0.451
52/4	1.559	1.052	0.507



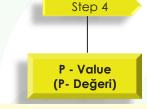


## Dependent t test - (Paired t Test)



$$t_0 = \frac{\overline{d}}{s_d / \sqrt{n}}$$

$$t_0 = \frac{\overline{d}}{s_d/\sqrt{n}} = \frac{0.2769}{0.1350/\sqrt{9}} = 6.15$$



In [1]: import scipy.stats as stats

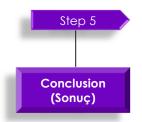
In [2]: 2\*(1-stats.t.cdf(6.15, 8))

Out[2]: 0.00027399606897193785

P-value = 0.0003



## Dependent T test - (Paired T Test)



P - Value = 0,0003

 $\alpha = 0.025$ 

P-Value <  $\alpha$ = 0,025

P-değeri önceden belirlenen α değerinden küçük olduğu için Null hipotezi reject olur

Karslruhe metodu ortalamalar üzerinden Lehigh e göre daha yüksek bir dayanım tahmini yaptığı görülmüştür.





**One-way ANOVA** 

Tek yönlü ANOVA



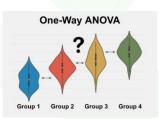
## **One-way ANOVA test**

#### Tek Yönlü ANOVA testi

- analysis of variance kısaltması olarak ANOVA, birkaç grubun ortalamalarını karşılaştırmak için inferential bir yöntem
- Tek Yönlü ANOVA, üç veya daha fazla grubun ortalamaları arasında karşılaştırabilir.

Periyot	İçme durumu
5,1	0
7,8	2
7,1	1
8,6	2
4,9	0
7,7	1







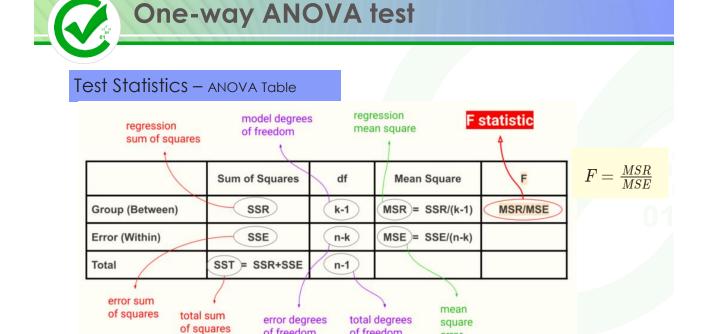
## **One-way ANOVA test**

#### **Assumptions**

- Continous olan Dependent variable
- Categoric olan Independent variable
- Independent gözlemler
- Her grup için dependent variable'ın normal dağılımı
- Gruplar arası yaklaşık eşit varyanslar

#### **Hypothesis**

- Null Hipotez:
- $H_0$ :  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$ (Tüm k adet popülasyon ortalamaları eşit)
- Alternative Hipotez:
  - H<sub>a</sub>: µ<sub>i</sub> diğerlerinden farklı (k adet popülasyondan en az birinin ortalaması diğerlerine eşit değil)



of freedom

error

of freedom



## **One-way ANOVA test**

#### Test Statistics - ANOVA Table

	ANOVA	A Tablosu		
Değişkenlik Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	Test İstatistiği
Gruplar arası	$SS_{B} = \sum_{i=1}^{k} \frac{T_{i}^{2}}{n_{i}} - \frac{T^{2}}{N}$	v <sub>1</sub> =k-1	$MS_B = S_B^2 = \frac{KT_B}{v_1}$	$F_h = \frac{S_B^2}{S_W^2}$
Gruplar içi	$SS_{W} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_{i}} X_{ij}^{2} - \sum_{i=1}^{k} \frac{T_{i}^{2}}{n_{i}}$	v <sub>2</sub> =N-k	$MS_W = S_W^2 = \frac{KT_W}{v_2}$	
Toplam	$SS_T = KT_B + KT_W$	<u>v</u> =N-1		



## **One-way ANOVA test**

#### ANOVA Senaryo Örnekleri

- Eğitim metotlarının öğrenci üzerindeki etkisinin incelenmesi
- 3 farklı tedavi yönteminin hastayı iyileştirme sürecindeki değişim
- 4 farklı MP3 oluşturma metotlarının aynı kalitede olup olmadığı
- 3 yeni ilacın plasebo ya göre ne kadar farklı olduğu









#### **One-way ANOVA test - Example**

#### Örnek

- Statsmodal ile sunulan diğer bir Cushing data seti (Mass paketi içinde) vardır. (csv dosya) (Cushing diye bir hastalık)
- Bu hastalıkla ilgili 4 farklı grup var.
   Adenoma (a), biliteral hyperplasia (b), carcinoma (c), unknown (u).
- Bu 4 çeşit hastalıkla ilgili olarak bir kortizonun (Tetrahydrocortisone) etki derecesi açısından bir fark olup olmadığını görmek için değerlendirme yapılacaktır.

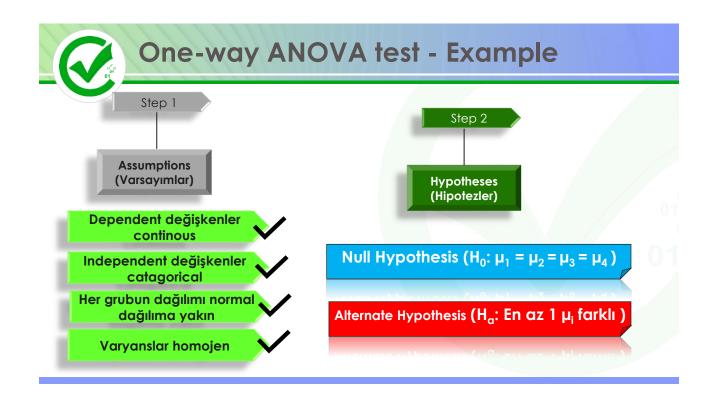
Toplam gözlem sayısı, n = 27

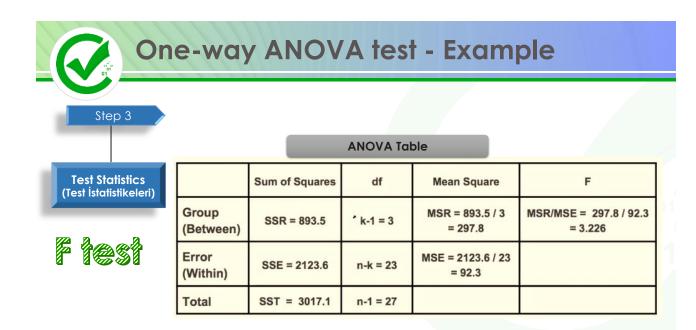
Her gruptaki gözlem sayısı, n1=6, n2=10, n3=5 ve n4=6

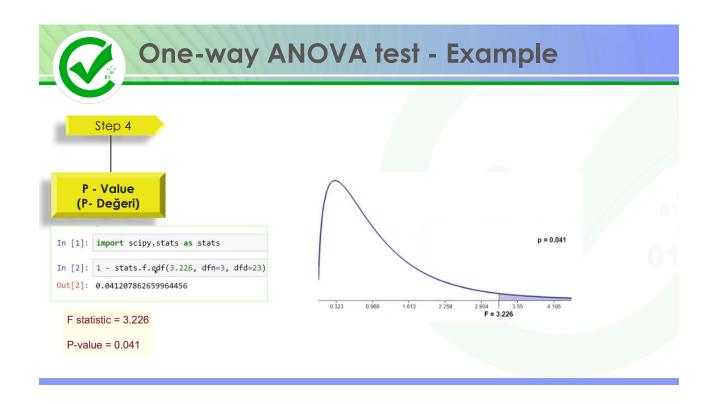
Grupların üstteki sırayla ortalamaları: 3, 8.2, 19.7 ve 14

Degree of freedoms: df1= 4-1= 3, df2= 27 - 4 = 23

 $SS_B = 893.5 \text{ ve } SS_W = 2123.6$ 

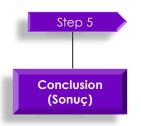








## One-way ANOVA test - Example



P - Value = 0, 041

 $\alpha = 0.05$ 

P-Value  $< \alpha = 0.05$ 

P-değeri önceden belirlenen a değerinden küçük olduğu için Null hipotezi reject olur

Gruplar arasındaki farkın istatistik olarak anlamlı olduğu söylenir.



 A One-Way ANOVA Example

https://www.youtube.com/wat ch?v=WUoVftXvjiQ An Example of One–Way Analysis of Variance (ANOVA)



## CATEGORICAL DATA ANALYSIS

Kategorik Data Analizi



## Categorical Data Hypothesis Test

#### Kategorik Dataların Hipotez Testleri

- Chi-Square (Ki-kare) test kullanılabilmektedir
- Categoric data var ise population proportion testler kullanılmalıdır
- Sayısal olmayan değişkenler arasındaki herhangi bir ilişkinin var olup olmadığını ileri sürerek (H0 hipotezi) bu hipotezi red edilip edilip edilmeyeceğinin incelenmesinde uygulanacak test kikare testidir.





## Categorical Data Hypothesis Test

#### Kategorik Dataların Hipotez Testleri

Karşılaştırılacak 2 Kategori Örneği:

- 1. Sigara içme durumu (İçer İçmez)
  - Akciğer kanseri (Kanserdir Değildir)
- 2.
  - Irk grubu Şeker hastalığı meyli
- Testte sorumuz şu:
  - Bir faktörün (değişkenin) varlığı/yokluğu, diğer faktörün (değişken) varlığını/yokluğunu etkiler mi?

#### Vaka

Üretim sektöründe faaliyet göstermekte olan bir firmada **ürün kalitesi** ile **çalışanların eğitim durumları** arasında bir ilişki olduğu düşünülmektedir. Bu tezin incelenmesi için ki-kare testi kullanılır.



## Categorical Data Hypothesis Test

Oranlar arasındaki karşılaştırma

Tedavi	İyileşme var	İyileşme yok	Toplam
Yeni İlaç	18	6	24
Plasebo	9	11	20
Toplam	27	17	64

Tabloya göre ilaç ile iyileşme oranı: 18/24 = %75

Tabloya göre plasebo ile iyileşme oranı: 9/20 = %45



## Categorical Data Hypothesis Test

Oranlar arasındaki karşılaştırma

Tedavi	İyileşme var	İyileşme yok	Toplam
Yeni İlaç	18(a)	6 (b)	24
Plasebo	9 (c)	11 (d)	20
Toplam	27	17	44

$$\chi^2 = \sum \frac{(obs - \exp)^2}{\exp}$$

Seçilen kişinin yeni ilaç almış gruptan olma ihtimali: 24/44

Seçilen kişinin yeni iyileşmiş gruptan olma ihtimali: 27/44

Seçilen kişinin iyileşmiş olup yeni ilaç almış gruptan olma ihtimalinde a hücresi için beklenen değer (expected value): 24\*27/44 =14,73



## Categorical Data Hypothesis Test

Oranlar arasındaki karşılaştırma

		3 3	
Tedavi	İyileşme var	İyileşme yok	Toplam
Yeni İlaç	18 (14,73)	6 (9,27)	24
Plasebo	9 (12,27)	11 (7,73)	20
Toplam	27	17	44

$$\chi^2 = \sum \frac{(obs - \exp)^2}{\exp}$$

$$\sum \frac{(obs - exp)^2}{exp} = \frac{(18 - 14.73)^2}{14.73} + \frac{(6 - 9.27)^2}{9.27} + \frac{(9 - 12.27)^2}{12.27} + \frac{(11 - 7.73)^2}{7.73} \quad X^2 = 4, 14$$

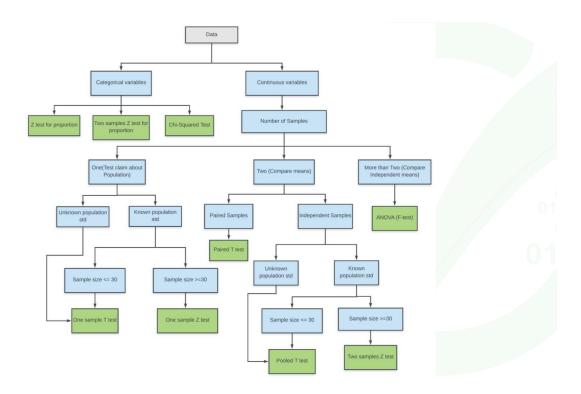
• Df = (Tablodaki satır sayısı -1)\*( tablodaki Sütun sayısı -1)= 1



## Categorical Data Hypothesis Test

		χ² table					D L . L . T. C		
(	Critical values in t for differe	he distributions on t degrees of free			df	.05	Probability .02	.01	.001
df	.05	Probability .02	.01	.001	1	3.841	5.412	6.635	10.827
1	3.841	5.412	6.635	10.827					
2	5.991	7.824	9.210	13.815					
3	7.815	9.837	11.345	16.26					
4	9.488	11.668	13.277	18.467		_	_		
5	11.070	13.388	15.086	20.515					
6	12.592	15.033	16.812	22.457		12: 1			0
7	14.067	16.622	18.475	24.322		Ki-kare değel	rımız olan 4,4	H degeri bu	2
8	15,507	18.168	20.090	26.125	/				
9	16.919	19.679	21.666	27,877	/	değerin arası	ina dusmekto	edir. Yanı 0.0	15
10	18.307	21.161	23.209	29.588					
11	19.675	22.618	24.725	31.264		probability (%	951 ile 0.02 r	orobaility (%9	281
12	21.026	24.054	26.217	32.909		p. 5 5 5 5 5 1 1 1 7 (75			-1
13	22.362	25.372	27.688	34.528			arasındadır.		
14	23.585	26.873	29.141	36.123			G., G.G., . G. G. G.,		
15	24.996	28.259	30.578	37.697					
16	26.296	29.633	32.000	39.252					
17	27.587	30.995	33.409	40.790					
18	28.869	32.346	34.805	42.312					
19	30.144	33.687	36.191	43.820			•		
20	31.410	35.020	37.566	35.315					
21	32.671	36.343	38.932	46.797	/	Rusonuca	nore %95 sev	riyesinde Nul	
22	33.924	37.659	40.289	48.268					
23	35.172	38.968	41.638	49.728		hipotez redd	adilir 900 ca	ula obnizoviva	dl .
24	36.415	40.270	42.980	51.179		Tilbolez ledd	Cuiii, /070 SE	Minde M	ווע
25	37.652	41.566	44.314	52.620		hin	totoz kabul a	dilir	
26	38.885	42.856	45.642	54.052		nipi	totez kabul e	alli.	
27	40.113	44.140	46.963	55.476					
28	41.337	45.419	48.278	56.893					
29	42.557	46.693	49.588	58.302					
30	43.773	47.962	50.892	59.703					

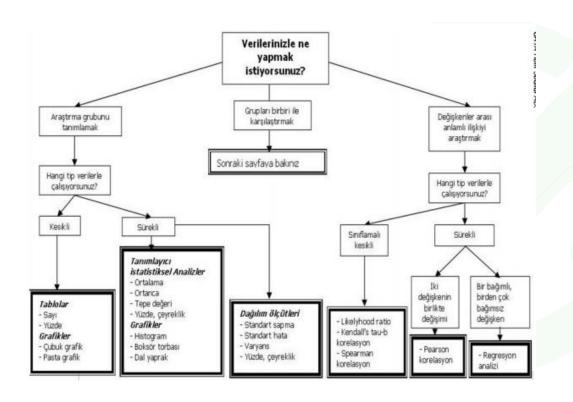


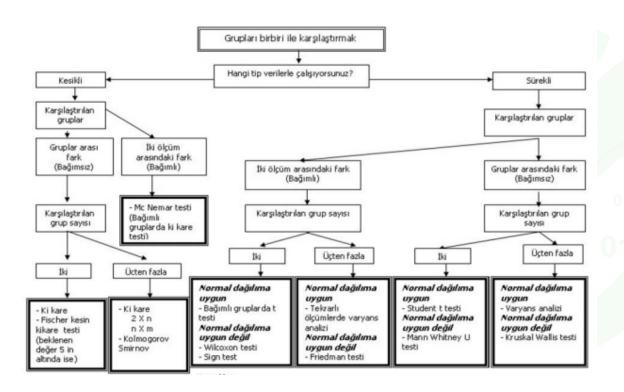




#### Statistical Tests:

- T-Test:
  - Compare the Means between two groups
  - Small Sample Size
- Z-Test:
  - Compare the Means between two groups
  - Large Sample Size
- · ANOVA:
  - Compare the Means between two+ groups
- Chi-Square:
  - Compares Proportions between two groups







## **Examples**

- 1. Her iki günde de aynı 20 istasyonu kontrol ederek, Çarşamba ve Cumartesi benzin fiyatları ortalamaları (mean) arasında önemli bir fark var mı?
- 2. Önümüzdeki tatil döneminde uçakla seyahat edenlerin yüzdesi (percentage), araba ile seyahat edenlerin yüzdesinden (percentage) daha fazla olacak mı?
- 3. İstanbuldaki ortalama (average) mazot fiyatı ile Karstaki ortalama (average) mazot fiyatı arasındaki anlamlı bir fark var mı?
- 4. Dört farklı araç tipinin ortalama olarak yaptıkları kilometreler arası fark
- 5. İki havayolu şirketinin seyahatinde yaşanan ortalama gecikmeler arasında fark far mıdır



#### Examples

#### Örnek-2

- Bir trafik memuru bir otoyoldaki güvenlik için sürücülerle alakalı bazı testler yapmak istemektedir. Hangi durum için hangi testi uygulamalıdır?
- 1. Yoldaki hız limiti 90 km/h ama memur sürücülerin daha hızlı gittiğini düşünüyor. Bu şüphe doğru mu?
- Kadın ve erkeklere hızlarını sorup, aralarında bir fark olup olmadığına bakmak istiyor
- 3. İnsanların Hafta içi ve hafta sonu hızları arasında fark var mıdır ?
- 4. Sürücülerin 2 yıl önce %60 ının sürüş esnasında telefon kullandığı biliniypr. Memur bunun şimdi daha fazla olduğunu düşünüyor. İspatı ?
  - 5. Genç-orta yaş ve yaşlı grupları arasında genç sürücülerin daha hızlı gittiğini düşünüyor. İspatı



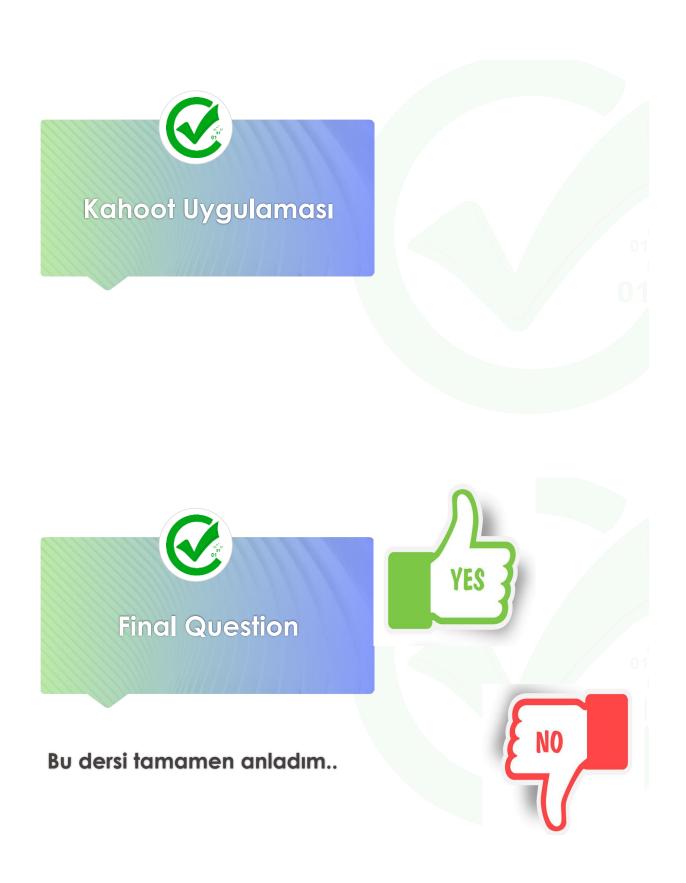
Solution

 $arsenic\_data.ipynb$ 

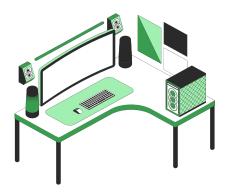


 chi-square yi anlatan bir notebook

chi-square.ipynb







# Do you have any questions?

Send it to us! We hope you learned something new.