Weights of Evidence

für Rutschungsanfälligkeitsanalysen

Grundlagen

Weights of Evidence beruht auf Bayesscher Statistik. Diese besagt, dass man mit Vorwissen (a priori Wissen) um ein Ereignis A die bedingte Wahrscheinlichkeit eines weiteren Ereignisses (a posteriori) B präzisieren kann.

Die Rutschungsanfälligkeitsanalyse untersucht die räumliche Anfälligkeit einer Gegend auf Rutschungen. Vorwissen bei der Rutschungsanfälligkeitsanalyse könnten z. B. Hangneigung oder lithostratigraphische Einheiten sein. Das zu präzisierende Ereignis sind Rutschungen.

Um das Gebiet aufzuteilen, werden einzelne Pixel verwendet. Im Beispiel wird ein 100 Pixel Gebiet $(10 \cdot 10)$ verwendet.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis A eintritt, wird als $P(A)$ bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis A nicht eintritt, wird als Gegenwahrscheinlichkeit $P(\overline{A})$ bezeichnet. Es gilt:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

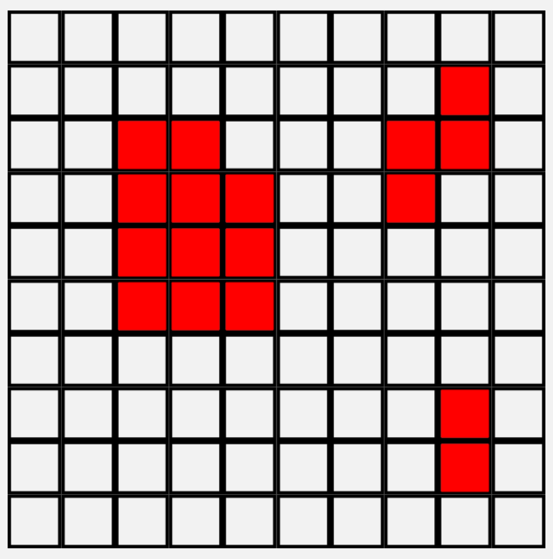
Wahrscheinlichkeit ohne Vorwissen

Die Wahrscheinlichkeit, bei zufälliger Wahl eines Pixels im gesamten untersuchten Bereich, einen Rutschungspixel R zu wählen, wird als $P(R)$ bezeichnet.

$$P(R) = \frac{Anzahl\,Rutschungspixel}{Anzahl\,Gesamtpixel}$$

Im Beispiel rechts, mit Rutschungspixel in rot, ergibt sich:

$$P(R) = \frac{17}{100} = 0,17$$

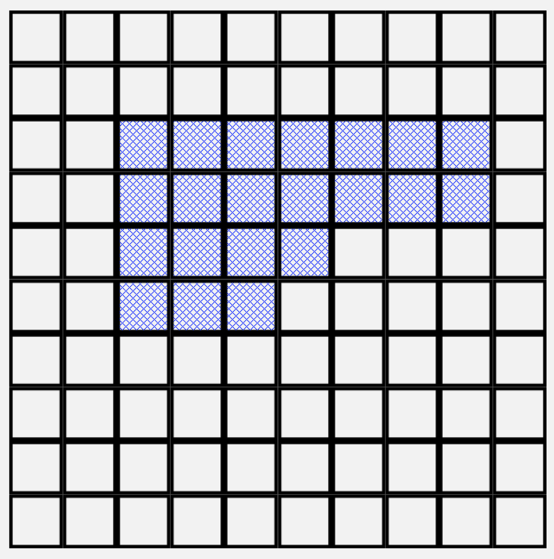


Ebenso wird die Wahrscheinlichkeit, bei zufälliger Wahl eines Pixels im gesamten untersuchten Bereich, einen Pixel der Klasse K eines Parameters zu wählen, als $P(K)$ bezeichnet.

$$P(K) = \frac{Anzahl\,Klassenpixel}{Anzahl\,Gesamtpixel}$$

Im Beispiel rechts, Pixel mit Wert 1 in Klasse K blau gestreift dargestellt, ergibt sich:

$$P(K) = \frac{21}{100} = 0,21$$



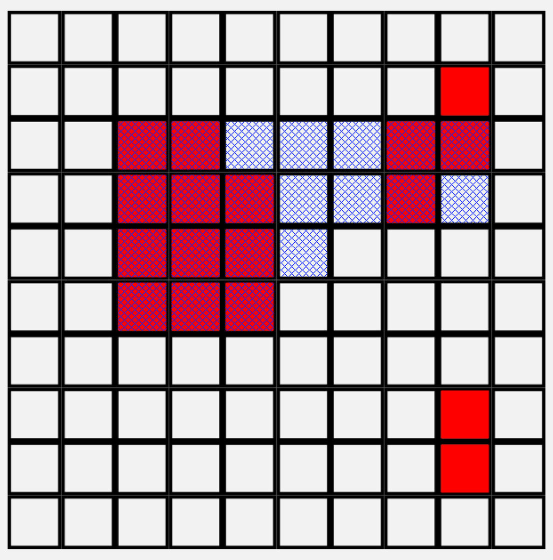
Und-Verknüpfung

Die Wahrscheinlichkeit, bei zufälliger Wahl eines Pixels im gesamten untersuchten Bereich, einen Rutschungspixel R, der gleichzeitig Teil der Klasse K ist, zu wählen, wird als $P(R \cap K)$ oder $P(K \cap R)$ bezeichnet.

$$P(R \cap K) = \frac{Anzahl\,Rutschungspixel\,in\,Klasse}{Anzahl\,Gesamtpixel}$$

Im Beispiel rechts, mit Rutschungspixel in Klasse rot-blau gestreift dargestellt, ergibt sich:

$$P(R \cap K) = \frac{14}{100} = 0,14$$



Entsprechend kann die Wahrscheinlichkeit, bei zufälliger Wahl eines Pixels im gesamten Bereich einen Rutschungspixel R, der nicht gleichzeitig Teil der Klasse K ist, zu wählen, als $P(R \cap \overline{K})$ oder $P(\overline{K} \cap R)$ bezeichnet werden.

$$P(R \cap \overline{K}) = \frac{Rutschungspixel\,au\text{ßerhalb der}\,Klasse}{Anzahl\,Gesamtpixel}$$

Im Beispiel links, mit Rutschungspixel außerhalb der Klasse rot dargestellt, ergibt sich:

$$P(R \cap \overline{K}) = \frac{3}{100} = 0,03$$

Es wird immer die Anzahl der Pixel, auf die die Bedingung zutrifft, durch die Anzahl der Gesamtpixel geteilt. Demgemäß gelten für das Beispiel:

$$P(\overline{R} \cap \overline{K}) = \frac{76}{100} = 0,76$$

$$P(\overline{R} \cap K) = \frac{7}{100} = 0,07$$

Bedingte Wahrscheinlichkeit mit Vorwissen

Durch das Vorwissen um die Klasse kann die Aussage über die Wahrscheinlichkeit der Rutschungen präzisiert werden. Die Wahrscheinlichkeit, einen Rutschungspixel R in der Klasse K zu finden, wird als $P(R|K)$ bezeichnet.

$$P(R|K) = \frac{P(R \cap K)}{P(K)}$$

Im Beispiel gilt:

$$P(R|K) = \frac{0,14}{0,21} = 0,67$$

Die Wahrscheinlichkeit, einen Pixel der Klasse K mit dem Vorwissen über Rutschungspixel R zu finden, wird als $P(K|R)$ bezeichnet.

$$P(K|R) = \frac{P(R \cap K)}{P(R)}$$

Im Beispiel gilt:

$$P(K|R) = \frac{0,14}{0,17} = 0,82$$

Es wird immer die Wahrscheinlichkeit, einen Pixel zu wählen, für den sowohl das eine wie auch das andere zutrifft durch die Wahrscheinlichkeit, einen Pixel, bei dem das A-priori-Ereignis zutrifft, geteilt. Demgemäß gelten für das Beispiel:

$$P(K|\overline{R}) = \frac{0,07}{0,83} = 0,08$$

$$P(\overline{K}|R) = \frac{0,03}{0,17} = 0,18$$

$$P(\overline{K}|\overline{R}) = \frac{0,76}{0,83} = 0,92$$

"positive" Gewichtung w^+

„Positive" Gewichtung w^+ ist die Auswirkung des Vorhandseins der Klasse K auf die Wahrscheinlichkeit von Rutschungen R.

$$w^+ = ln(\frac{P(K|R)}{P(K|\overline{R})})$$

Im Beispiel gilt (mit gerundeten Werten gerechnet):

$$w^+ = ln(\frac{0,82}{0,08}) = 2,32$$

"negative" Gewichtung w^-

„Negative" Gewichtung w^- ist die Auswirkung des Fehlens der Klasse K auf die Wahrscheinlichkeit von Rutschungen R.

$$w^- = ln(\frac{P(\overline{K}|R)}{P(\overline{K}|\overline{R})})$$

Im Beispiel gilt (mit gerundeten Werten gerechnet):

$$w^- = ln(\frac{0,18}{0,92}) = -1,63$$

Kontrast C

Der Kontrast C ist die Differenz aus „positiver" w^+ und „negativer" w^- Gewichtung. Ist der Kontrast C positiv, hat die Klasse K einen positiven Einfluss auf das Vorhandensein von Rutschungen R. Ist er negativ, so sind Rutschungen R in der Klasse K unwahrscheinlicher als außerhalb. Je weiter der Kontrast C von 0 abweicht, desto stärker ist die Aussagekraft der Klasse K.

$$C = w^+ - w^-$$

Im Beispiel ergibt sich:

$$C = 2,32 - (-1,63) = 3,95$$

Die Klasse K ist folglich ein hervorragender Indikator für Rutschungen. Die Abbildungen bestätigen die Rechnung. Nur ein kleiner Teil der Rutschungen R liegt außerhalb der Klasse K und in Klasse K sind viele Rutschungspixel R.

Gewicht W

Wenn ein Parameter aus mehreren Klassen besteht, z. B. lithostratigraphische Einheiten, wird nicht nur das Vorhandsein der einen Klasse berücksichtigt, sondern auch das Fehlen der anderen Klassen i mit ihrer „negativen" Korrelation w_i^-, denn ein Parameter hat an jeder Stelle des Gebietes nur einen Wert.

$$W = w^+ + \sum_{i=1}^{n} (w_i^-) - w^-$$

Bei der Berechnung würde man für jeden Wert i in der Klasse K vorgehen als, wäre er ein kompletter Parameter K_i.

Wenn ein Parameter aus vielen verschiedenen kontinuerlichen Werten besteht, z. B. Hangneigung, so werden diese reklassifiziert.

Quellen

Bonham-Carter, G. F. (1994), *Geographic Information Systems for Geoscientists: Modelling with GIS*, Pergamon, Ottawa.

Torizin, J. (2011), Bivariate statistical methods for landslide susceptibility analysis using arcgis, Technical report, Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe.

van Westen, C. J., Rengers, N. & Soeters, R. (2003), 'Use of geomorphological information in indirect landslide susceptibility assessment', *Natural Hazards* **30**(3), 399–419.