

## STATISTIQUE EN GRANDE DIMENSION

## Feuille d'exercices 1

Solutions à rendre avant le 05/11/2018

**Exercice 1.**

Soient les hypothèses de la Proposition A vérifiées et  $\Theta = \mathbb{R}^p$ . Supposons en plus que  $\mathbb{E}(\xi_i^2) = \sigma^2$  pour  $i = 1, \dots, n$ . Montrer que

$$\mathbb{E}\|\tilde{f} - f\|^2 = \inf_{\theta \in \mathbb{R}^p} \|X\theta - f\|^2 + \frac{\sigma^2 R}{n}.$$

**Exercice 2.**

Montrer le *Lemme de Hoeffding (1963)* : si  $\eta$  est une variable aléatoire telle que  $\mathbb{E}(\eta) = 0$  et  $a \leq \eta \leq b$  pour  $-\infty < a < b < +\infty$ , alors

$$\mathbb{E} \exp(t\eta) \leq \exp\left(\frac{t^2(b-a)^2}{8}\right), \quad \forall t \in \mathbb{R}.$$

**Exercice 3.**

Montrer que si  $\eta$  est une variable aléatoire  $\sigma$ -SG, alors  $\mathbb{E}(\eta) = 0$ .