Année 2018-2019

STATISTIQUE EN GRANDE DIMENSION

Feuille d'exercices 2

Solutions à rendre avant le 16/11/2018

Exercice 4.

Le but de cet exercice est de prouver un analogue de la Proposition 2.1 formulé de la façon suivante.

Soient les hypothèses de la Proposition 2.1 vérifiées et soit $0 < \delta < 1$. Alors, avec probabilité au moins $1 - \delta$ on a :

$$\forall\ f \in \mathbb{R}^n : \quad \|\tilde{f} - f\|^2 \leq \inf_{\theta \in \Theta} \|X\theta - f\|^2 + U_\delta,$$

où l'on précisera le terme U_δ ne dépendant pas de f.

Exercice 5.

Montrer que

$$\hat{\theta}^H = \operatorname*{argmin}_{\theta \in \mathbb{R}^p} \Big(\sum_{j=1}^{p} (Y_j - \theta_j)^2 + \tau^2 |\theta|_0 \Big),$$
$$\hat{\theta}^S = \operatorname*{argmin}_{\theta \in \mathbb{R}^p} \Big(\sum_{j=1}^{p} (Y_j - \theta_j)^2 + 2\tau |\theta|_1 \Big).$$

Exercice 6.

Montrer que, sous l'hypothèse (ORT), $\hat{\theta}^D = \hat{\theta}^L = \hat{\theta}^S$.

Exercice 7.

Montrer que la partie (ii) du Théorème 3.1 reste valide pour l'estimateur *soft thresholding* $\hat{\theta}^S$.