

Árboles de Partición

Quadrees – Octrees – K-d trees

Estructuras de Datos

Andrea Rueda

Pontificia Universidad Javeriana
Departamento de Ingeniería de Sistemas

Estructuras de Datos Geométricas

Estructuras de Datos Geométricas

- Generalización de estructuras lineales y/o unidimensionales a n -dimensiones.
 - ¿Ordenamiento? ¿Búsqueda?
Primero en una dimensión, luego en la siguiente...
- Subdivisión jerárquica del espacio n -dimensional.
Particionar el espacio en regiones locales utilizando una estructura basada en árboles.

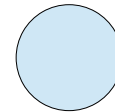
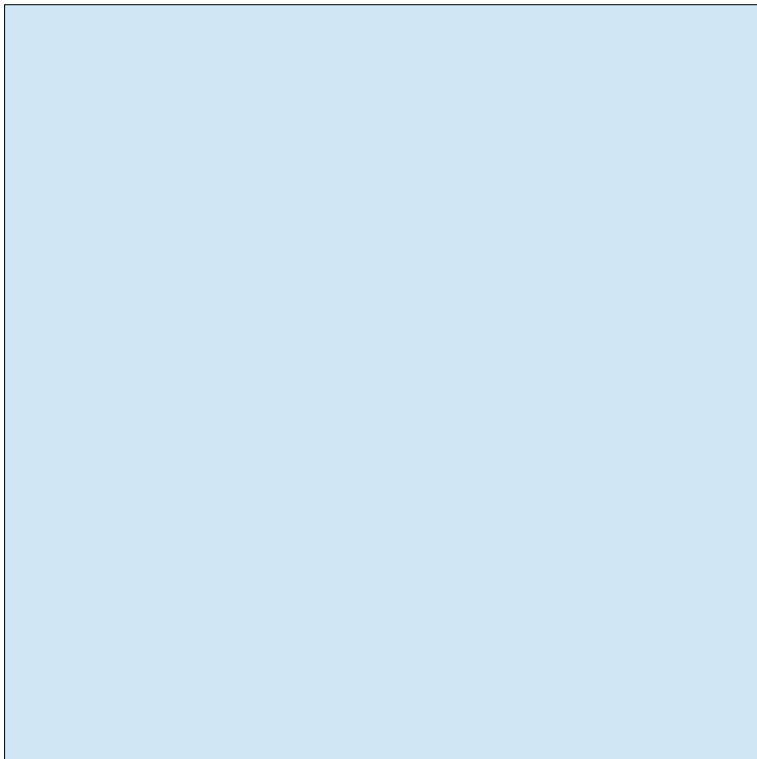
Estructuras de Datos Geométricas

- Operaciones:
 - Insertar.
 - Eliminar.
 - Buscar/Encontrar.
 - Vecino más cercano.
 - Consulta por rango.
 - ...

Quadrees

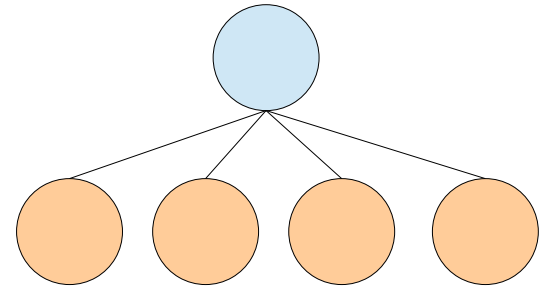
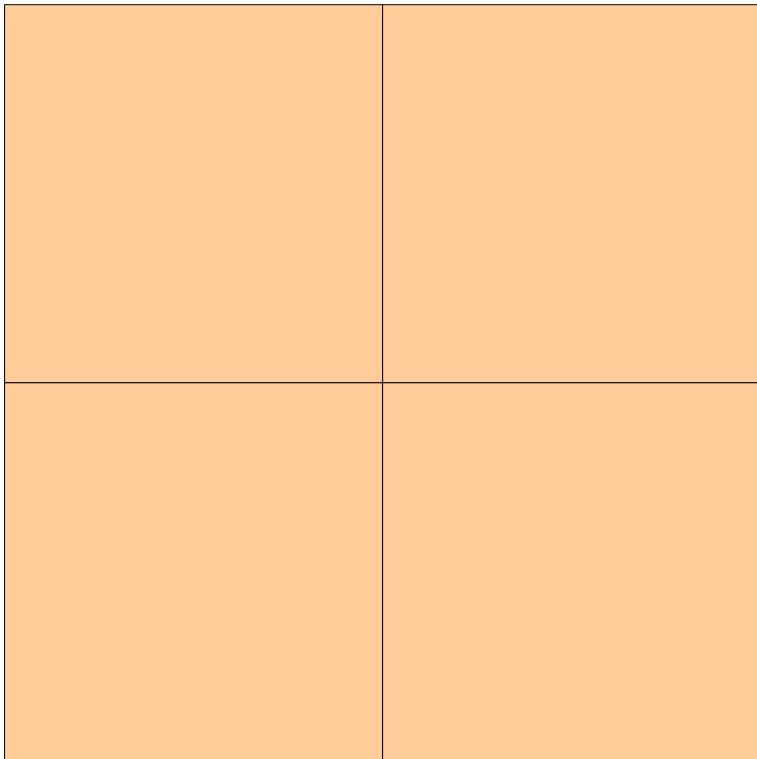
Quadrees

- Subdivisión jerárquica del espacio bidimensional en 4 cuadrantes o regiones.



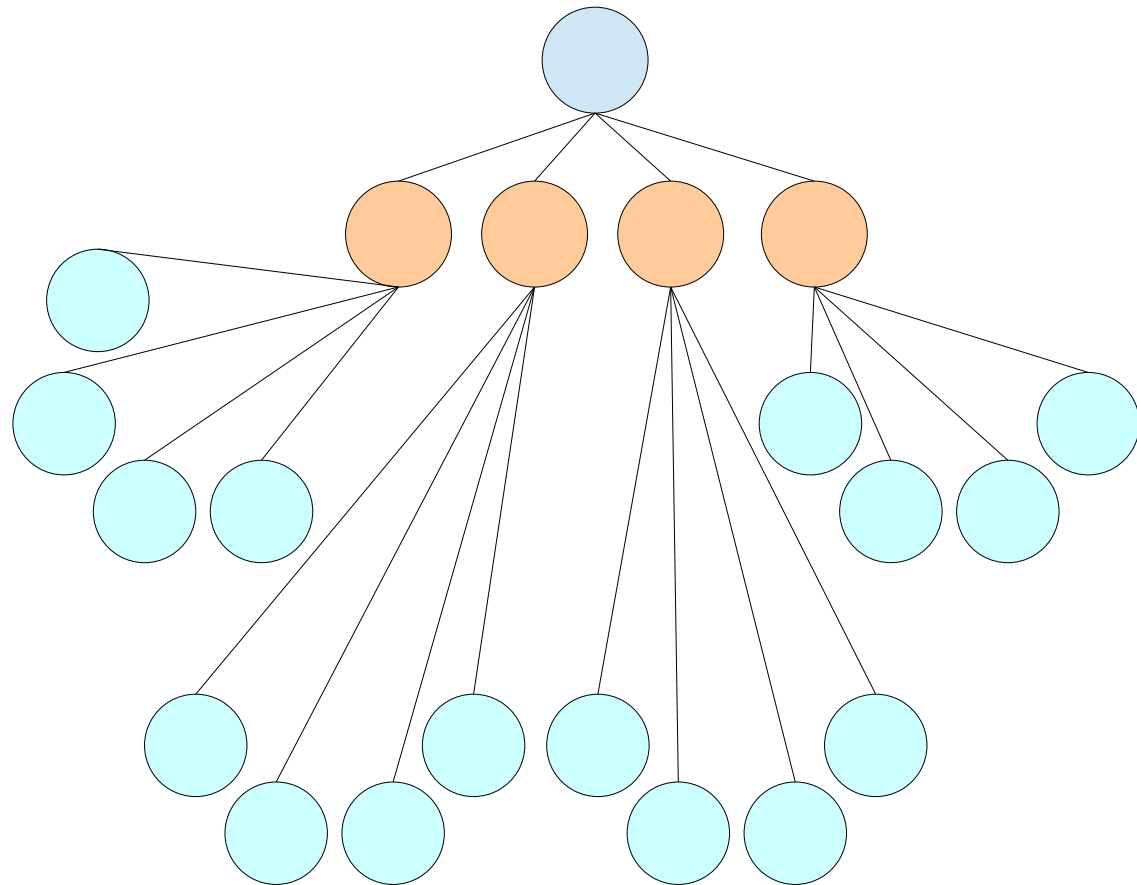
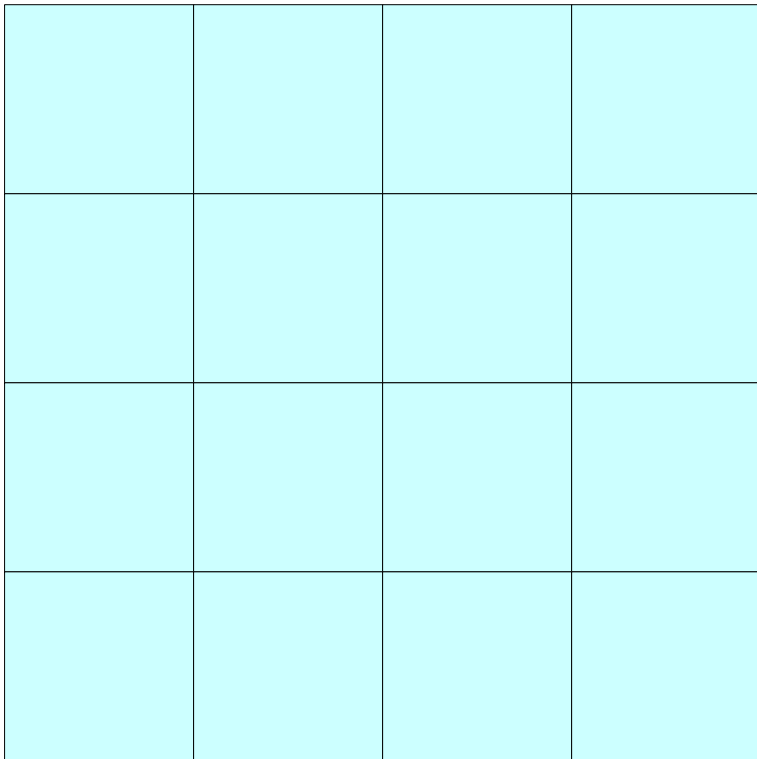
Quadrees

- Subdivisión jerárquica del espacio bidimensional en 4 cuadrantes o regiones.



Quadrees

- Subdivisión jerárquica del espacio bidimensional en 4 cuadrantes o regiones.



Quadrees

- Tipos de *quadrees*:

Dependiendo del tipo de dato que representan:

- ***Quadtree* de regiones:**
partición de regiones.
- ***Quadtree* de puntos:**
partición del espacio utilizando un punto 2D.
- *Quadtree* de bordes o aristas:
almacenamiento de líneas (curvas).
- *Quadtree* de mapas poligonales:
colecciones de polígonos.

Quadrees

- *Quadtree* de regiones:

Descomposición de una región en 4 cuadrantes de igual tamaño.

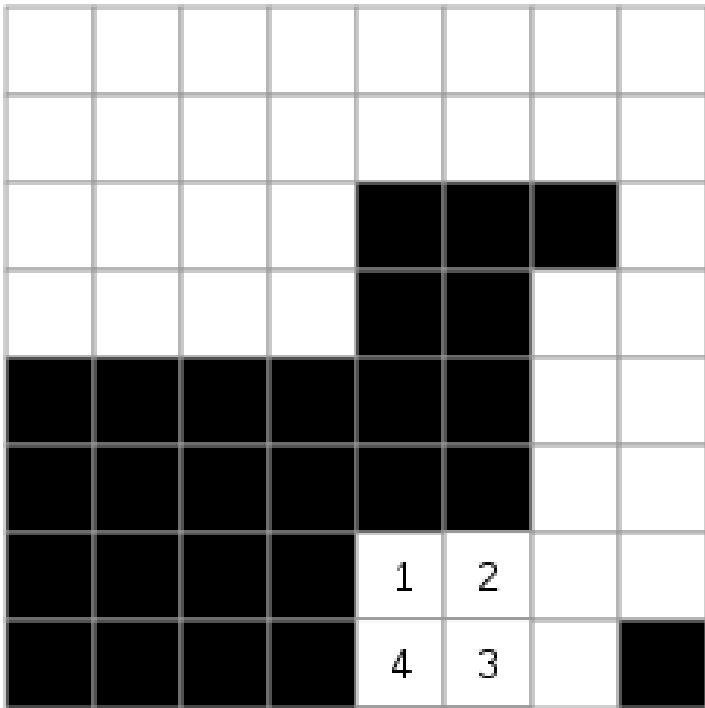
Cada nodo en el árbol tiene exactamente 4 hijos, o ningún hijo (nodo hoja).

Representación de una imagen binaria de $2^n \times 2^n$ píxeles con un *quadtree* de altura n .

Regiones con píxeles de un solo color no se subdividen, regiones con píxeles mezclados se subdividen.

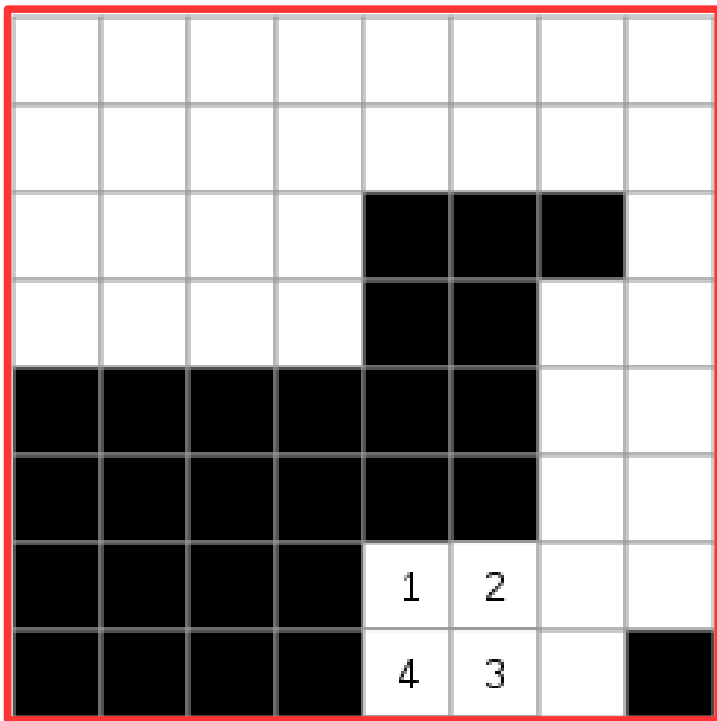
Quadtrees

- *Quadtree* de regiones:
(sup-izq \rightarrow sup-der \rightarrow inf-der \rightarrow inf-izq).



Quadtrees

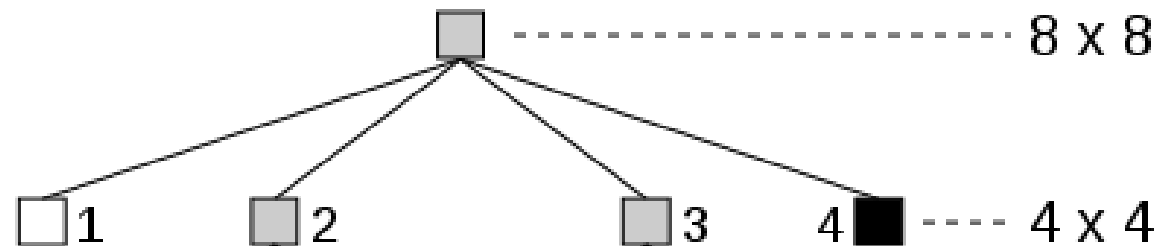
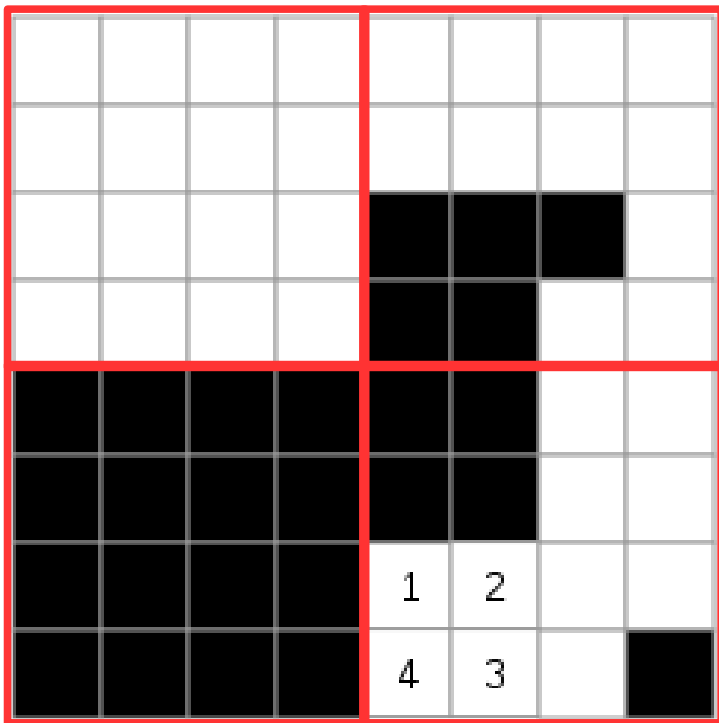
- *Quadtree* de regiones:
(sup-izq → sup-der → inf-der → inf-izq).



■ 8 x 8

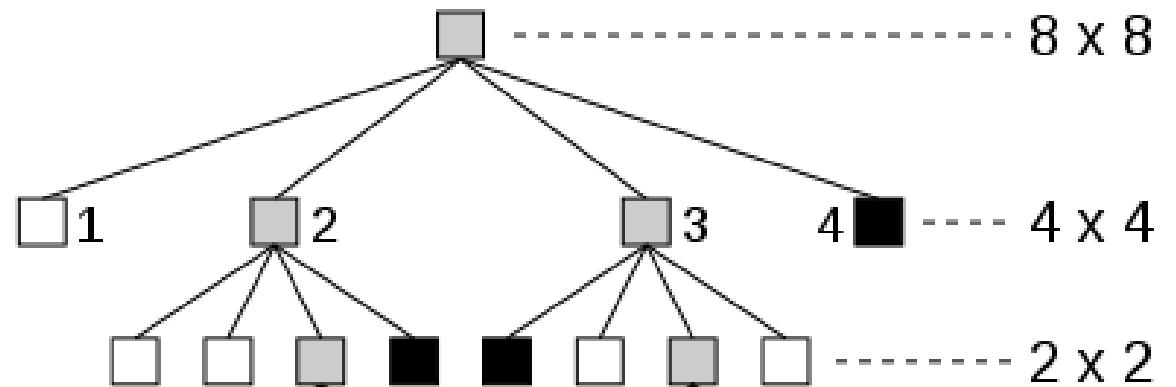
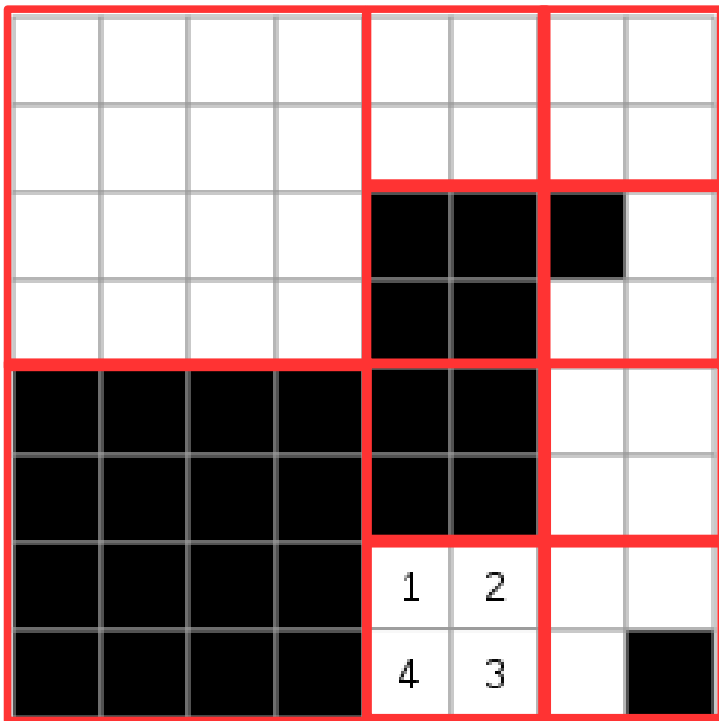
Quadtrees

- *Quadtree* de regiones:
(sup-izq → sup-der → inf-der → inf-izq).



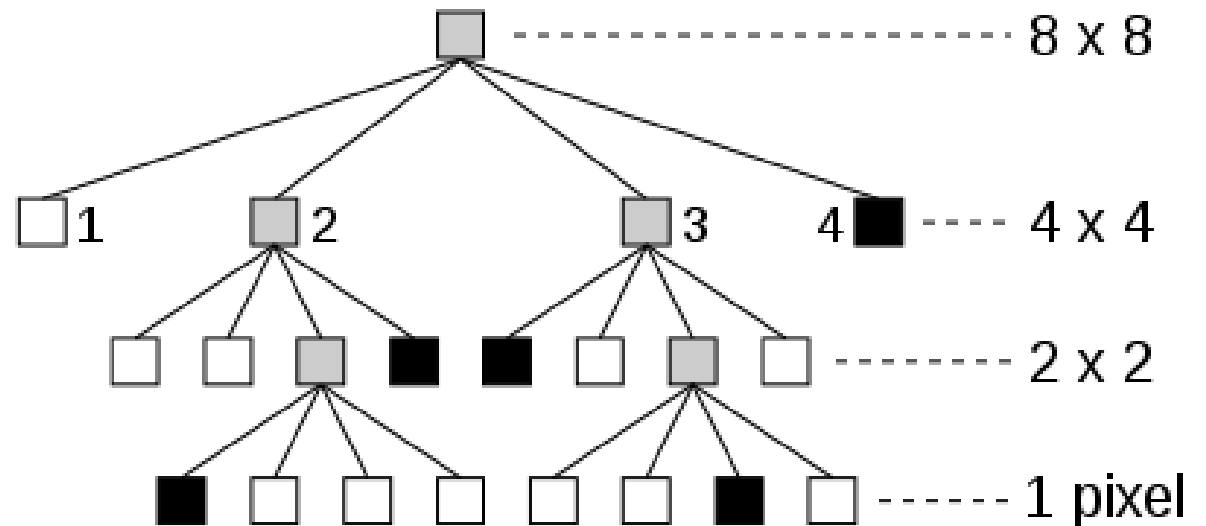
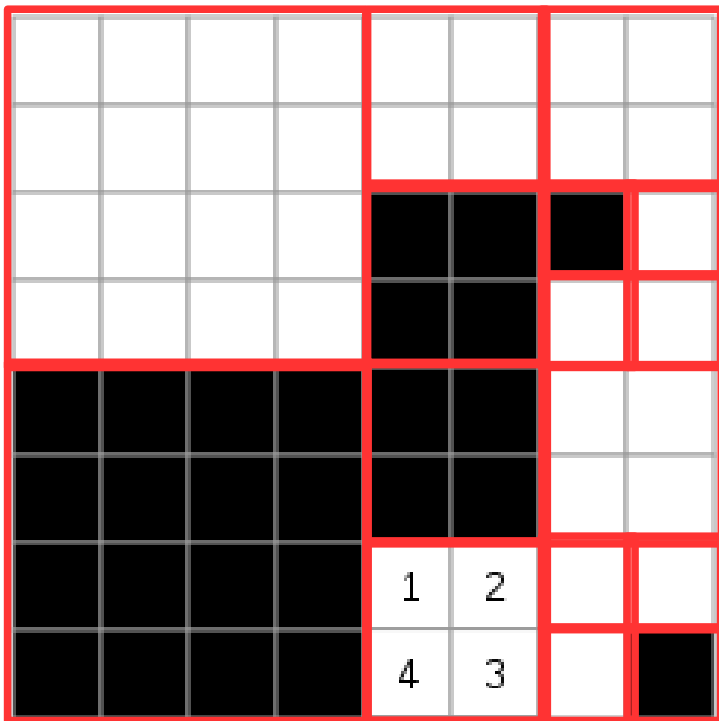
Quadtrees

- *Quadtree* de regiones:
(sup-izq → sup-der → inf-der → inf-izq).



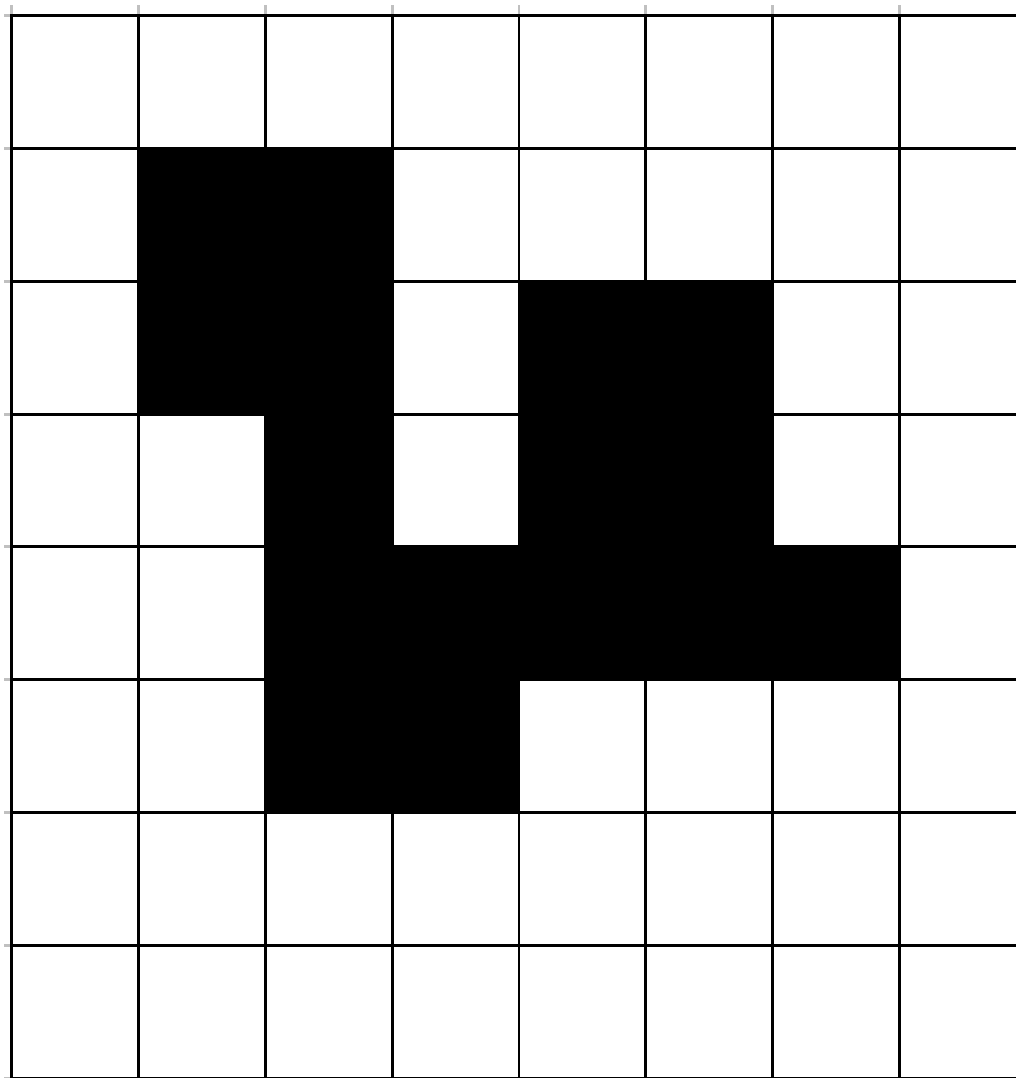
Quadtrees

- *Quadtree* de regiones:
(sup-izq → sup-der → inf-der → inf-izq).



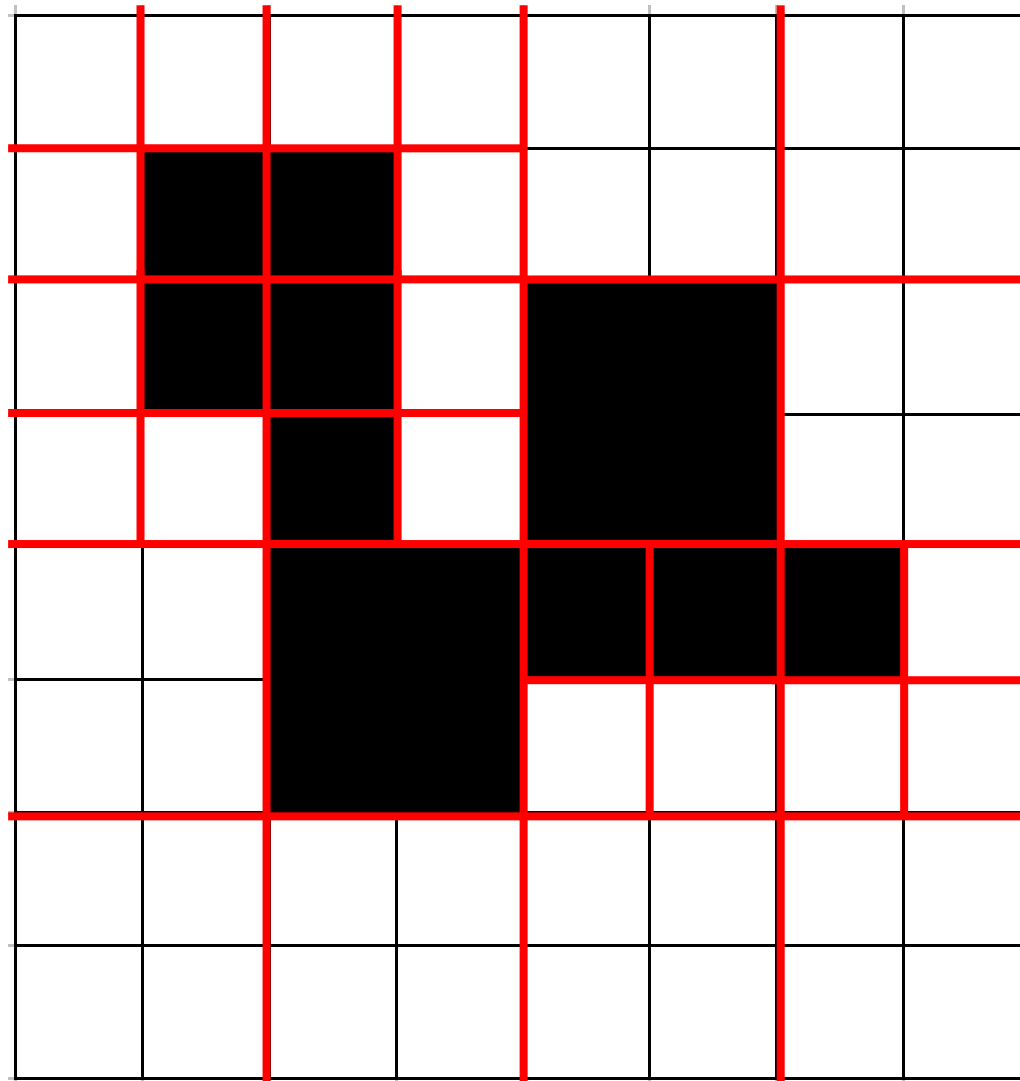
Quadtrees

- *Quadtree* de regiones: ejemplo.



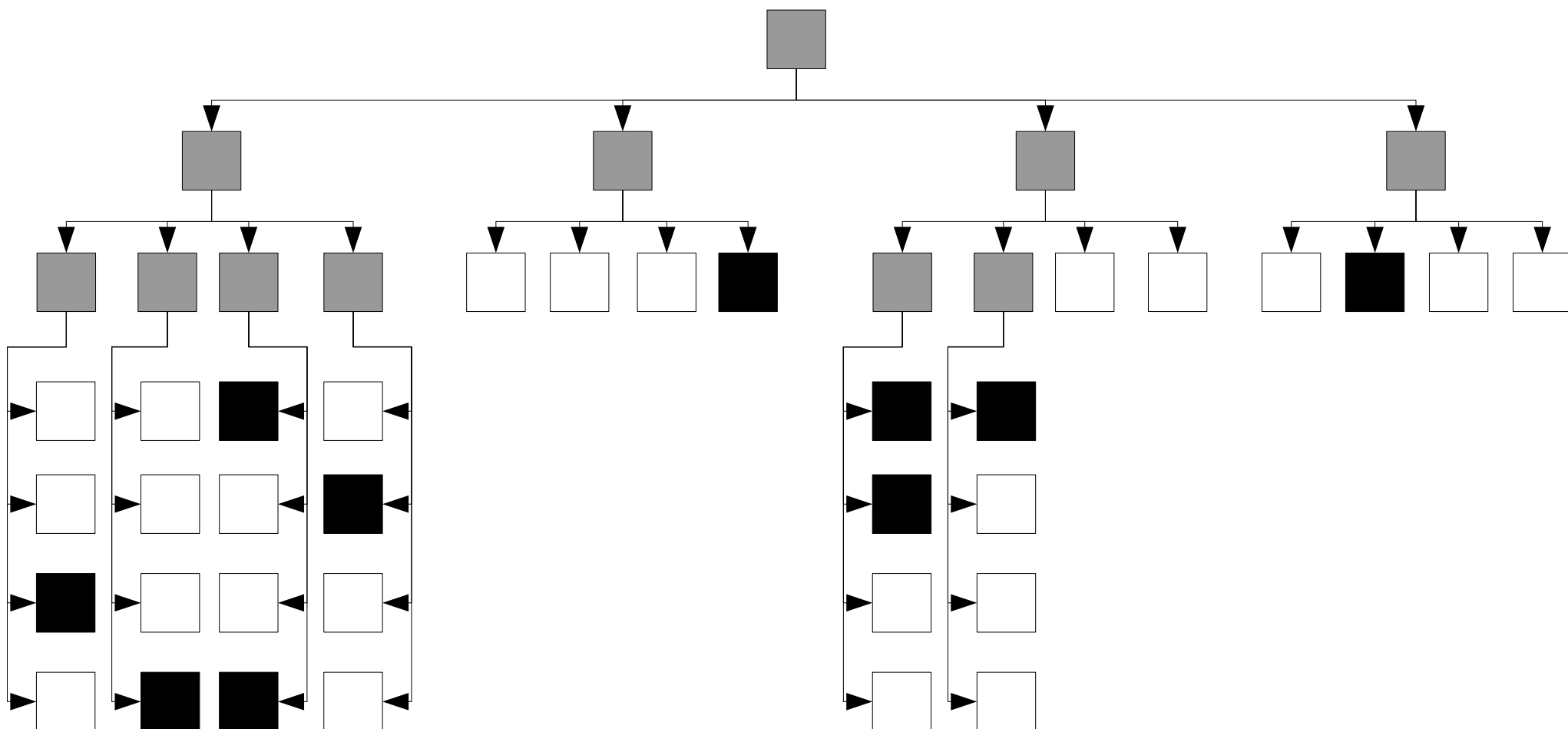
Quadrees

- *Quadtree* de regiones: ejemplo.



Quadtrees

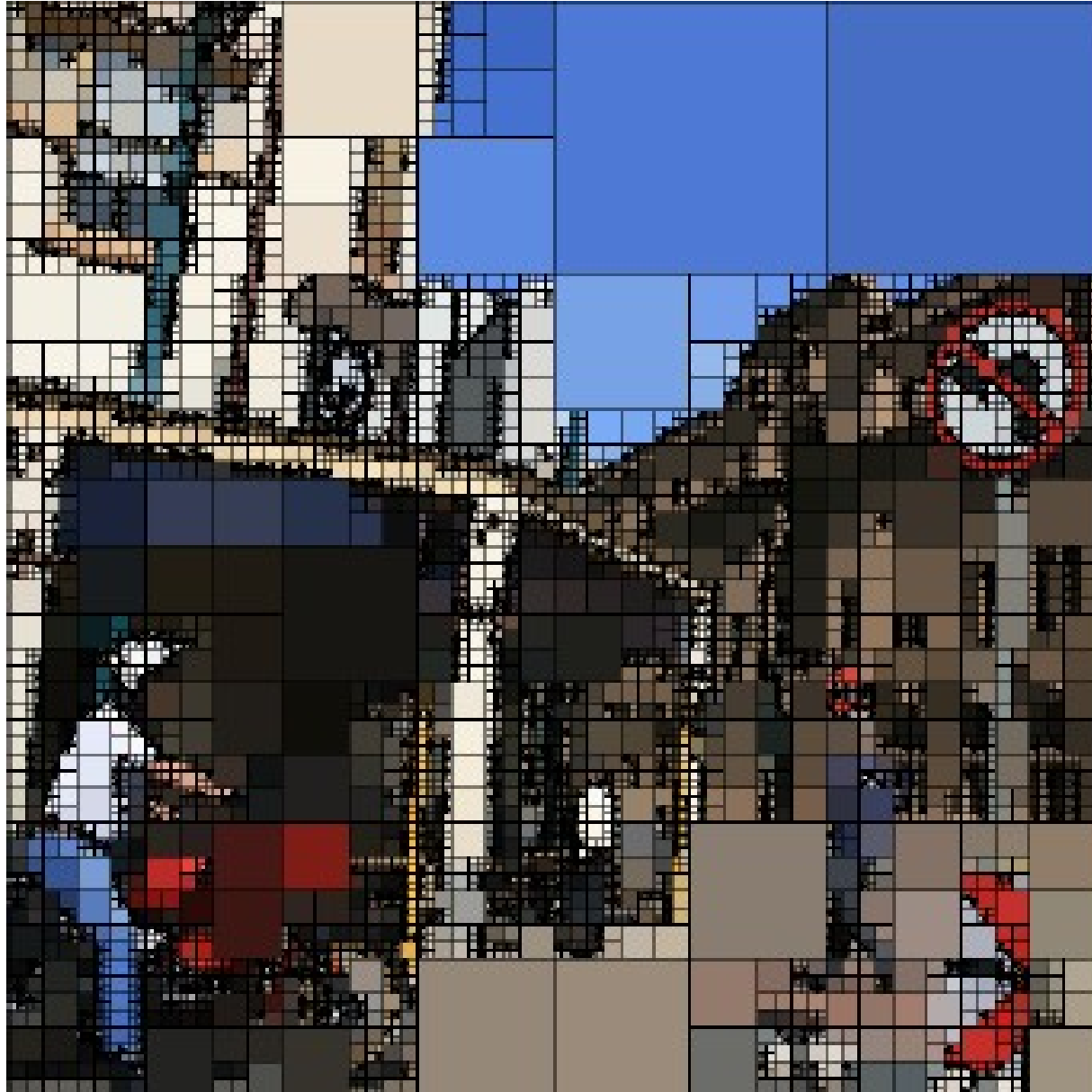
- *Quadtree* de regiones: ejemplo.



Quadtrees



Quadtrees



Quadrees

- *Quadtree* de puntos:

Generalización o adaptación de árboles binarios para el caso bidimensional.

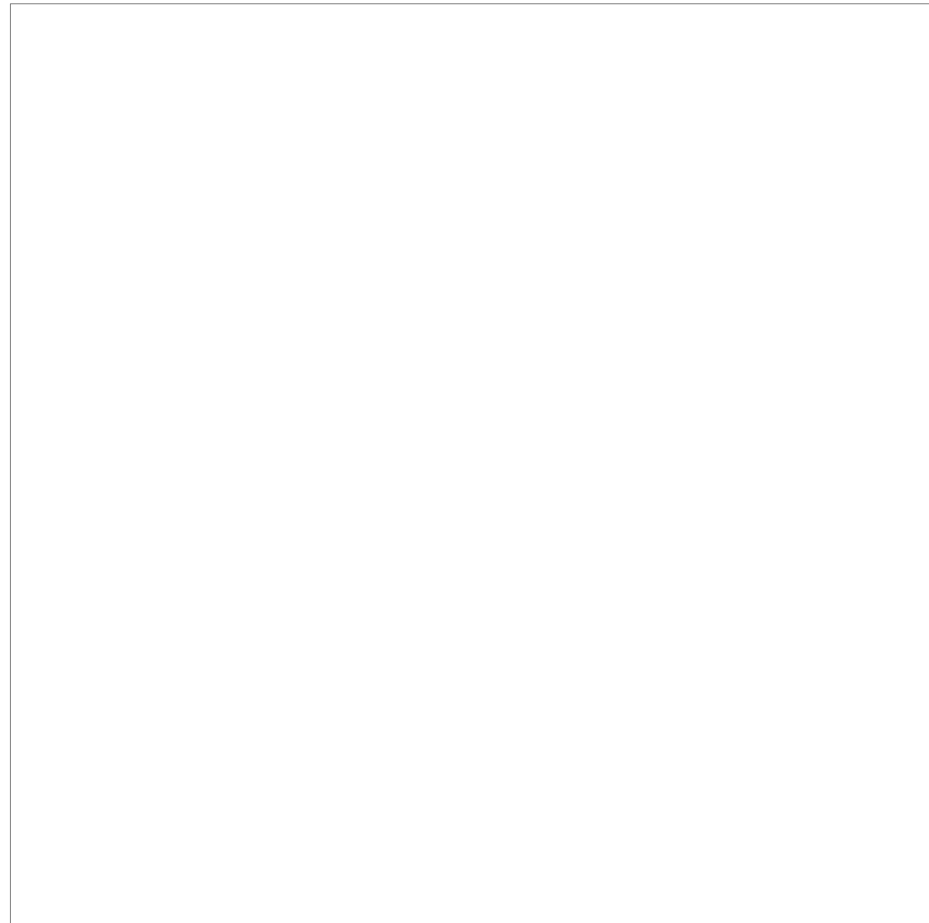
Partición a partir de puntos 2D (x,y) .

Insertión de cada punto particiona una región rectangular en 4 subregiones, utilizando una línea recta horizontal y una vertical que pasan a través del punto.

Quadrees

- *Quadtree* de puntos:

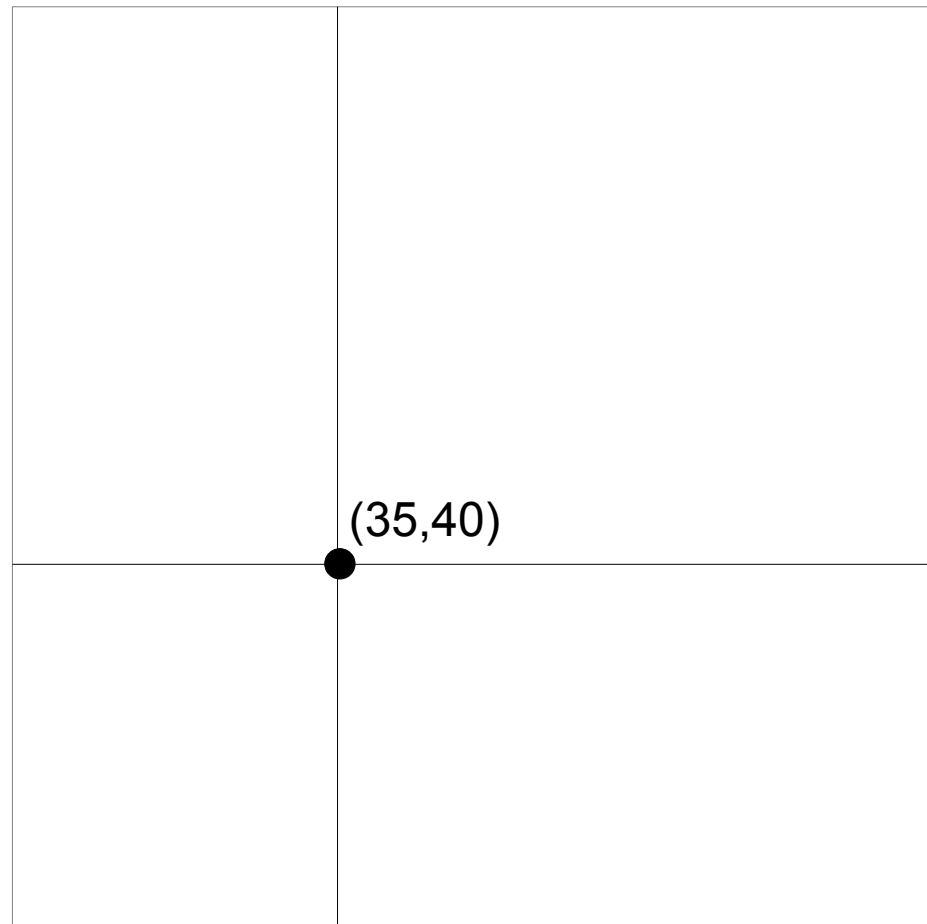
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



Quadrees

- *Quadtree* de puntos:

(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)

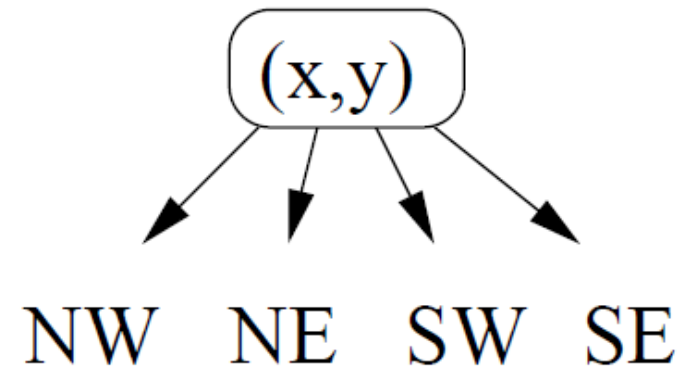


Quadrees

- *Quadtree* de puntos:

(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)

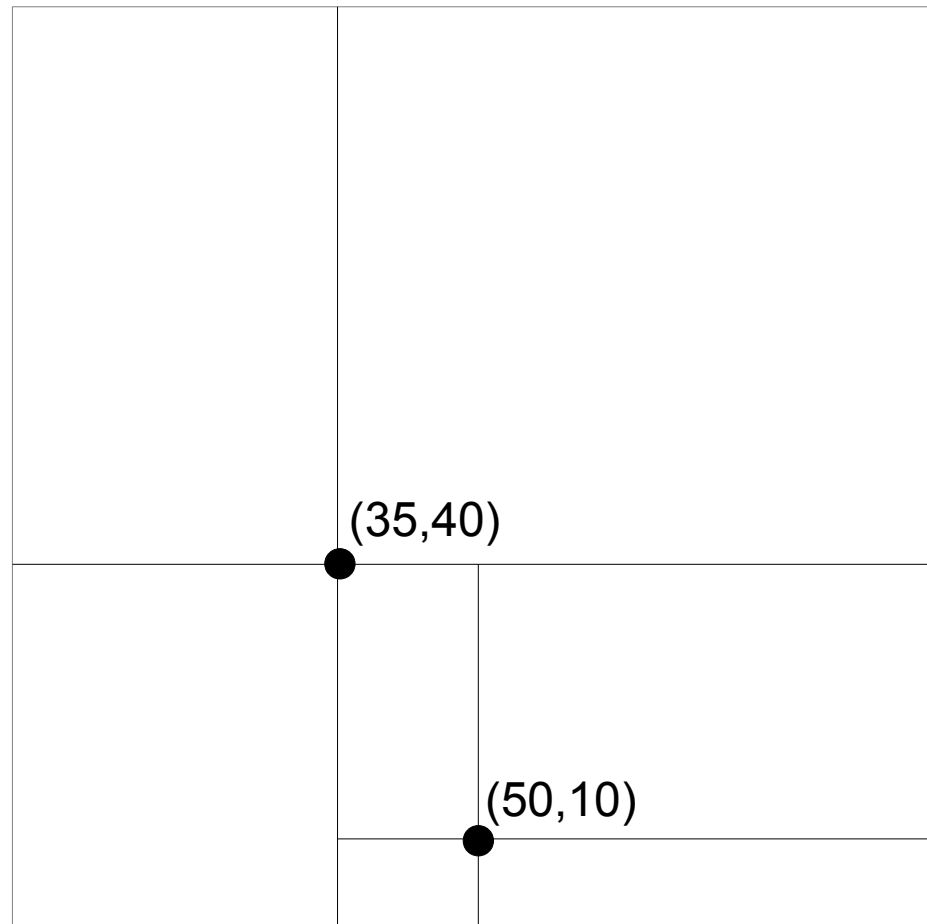
(35,40)



Quadtrees

- *Quadtree* de puntos:

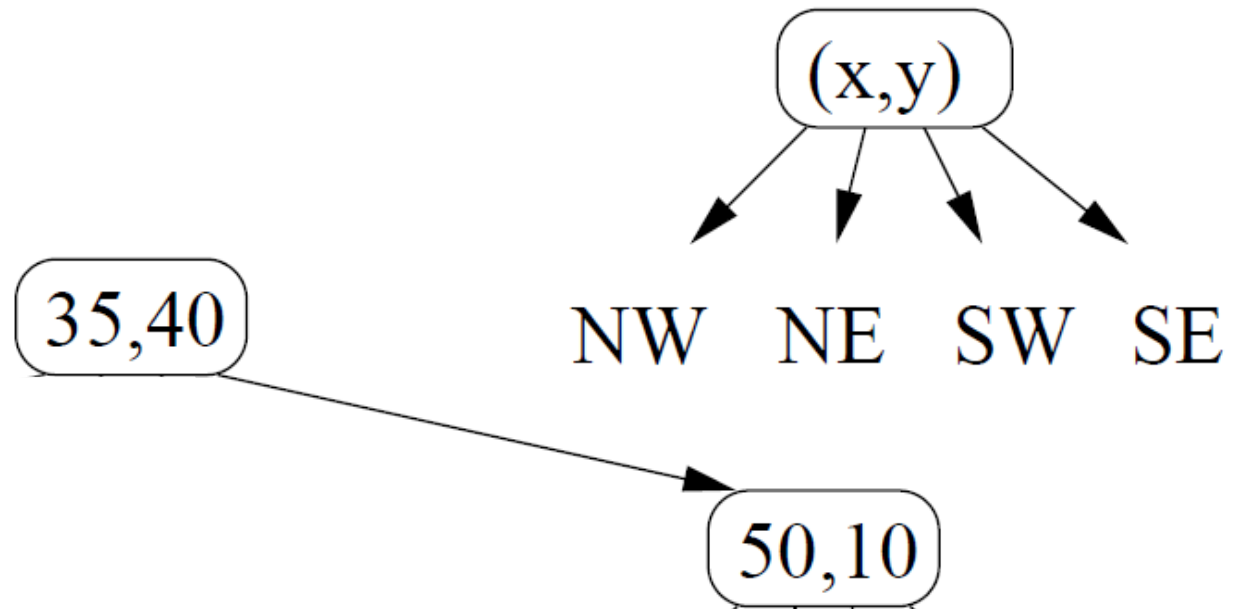
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



Quadrees

- *Quadtree* de puntos:

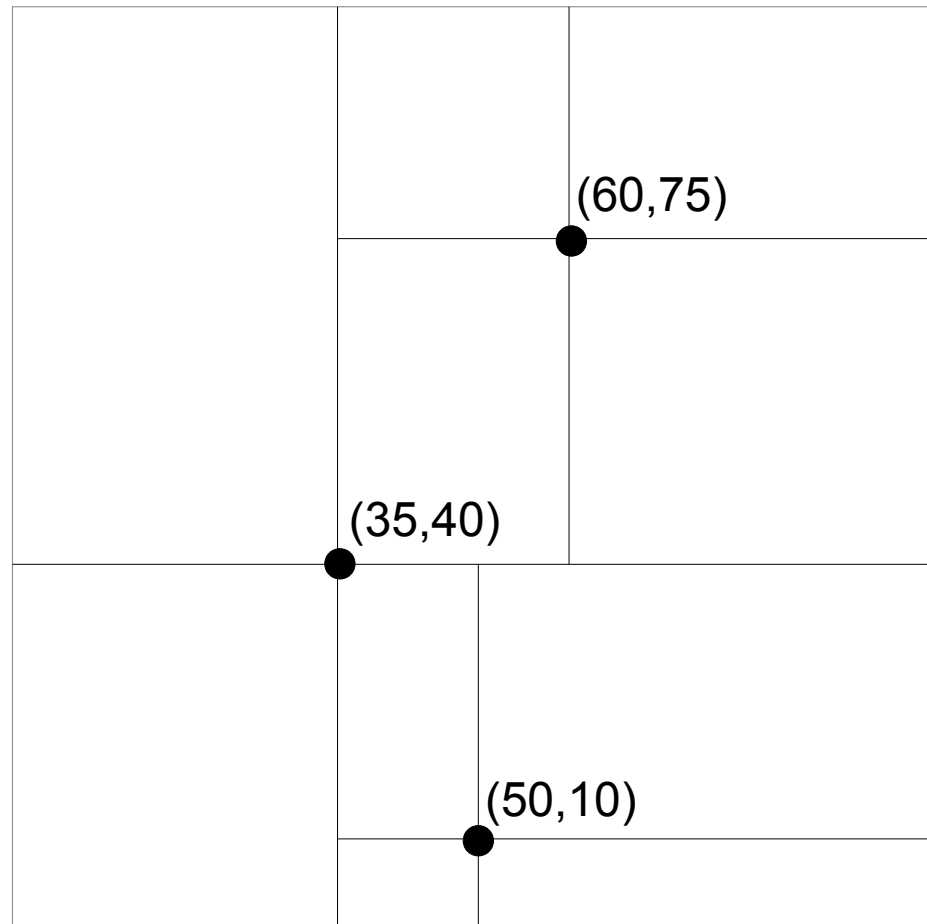
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



Quadrees

- *Quadtree* de puntos:

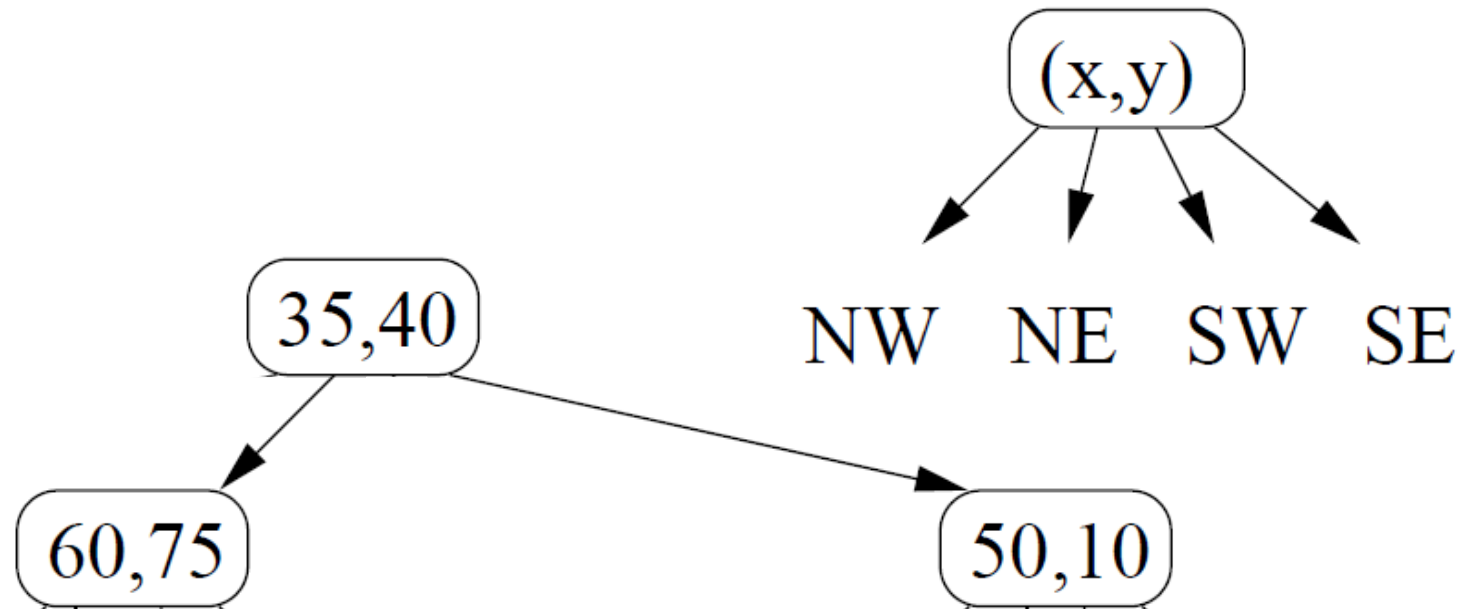
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



Quadtrees

- *Quadtree* de puntos:

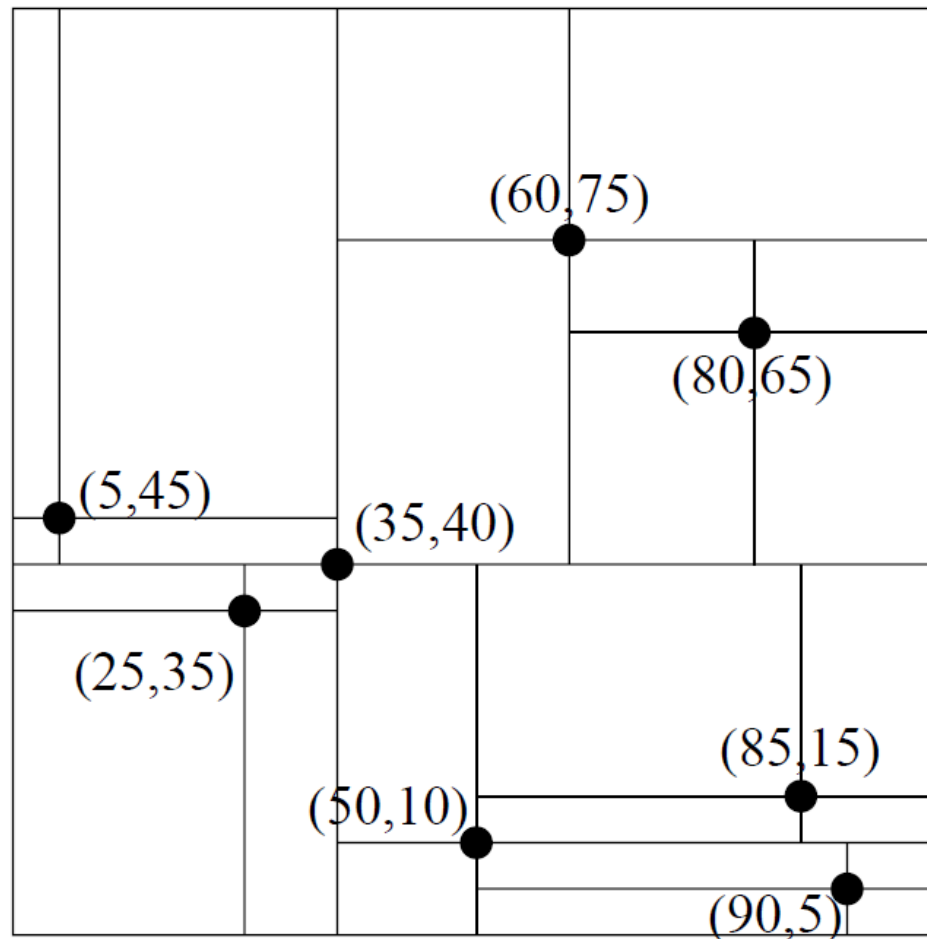
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



Quadtrees

- *Quadtree* de puntos:

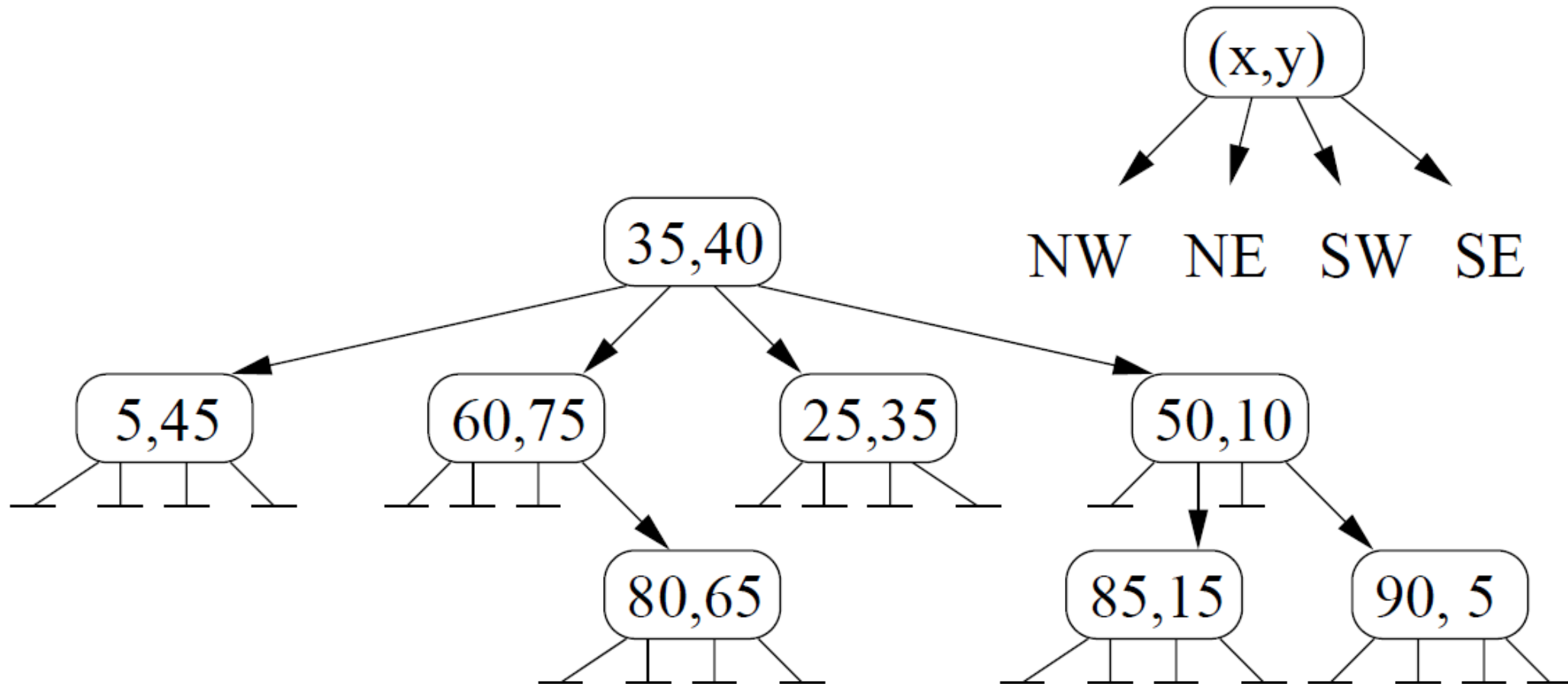
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



Quadtrees

- *Quadtree* de puntos:

(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



Quadrees

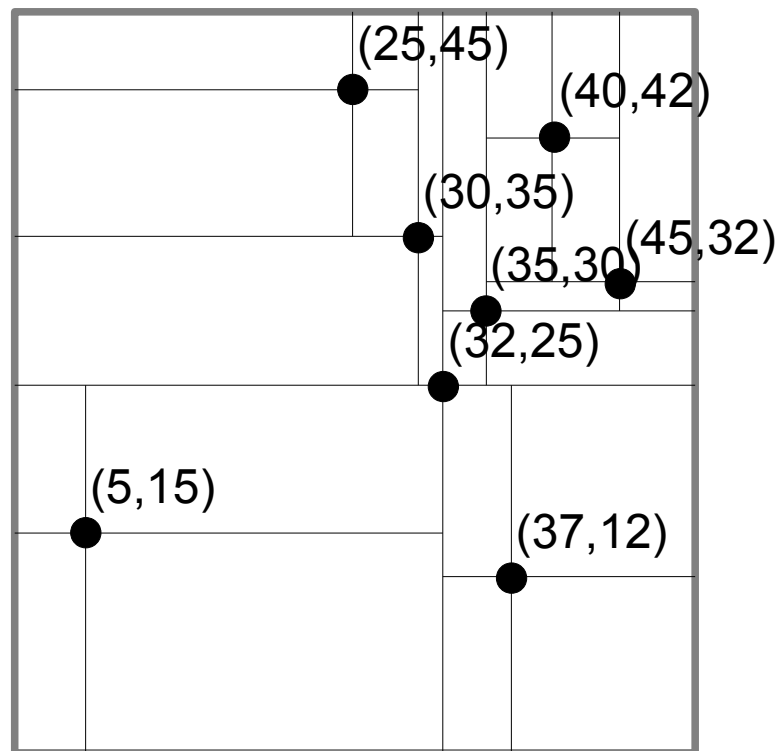
- *Quadtree* de puntos: ejercicio.

(32,25) (30,35) (35,30) (37,12) (25,45) (45,32) (5,15) (40,42)

Quadtrees

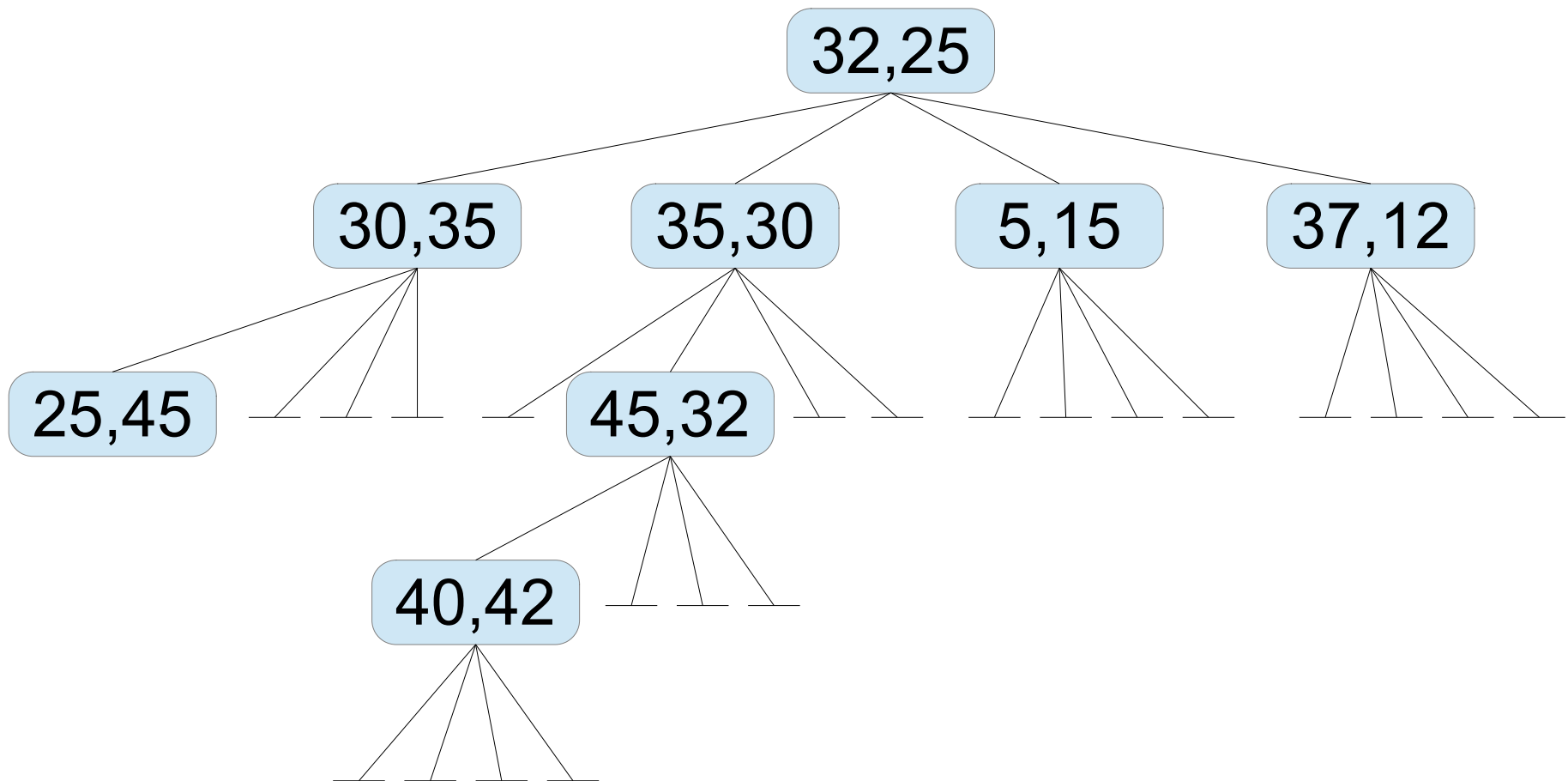
- *Quadtree* de puntos: ejercicio.

(32,25) (30,35) (35,30) (37,12) (25,45) (45,32) (5,15) (40,42)



Quadtrees

- *Quadtree* de puntos: ejercicio.

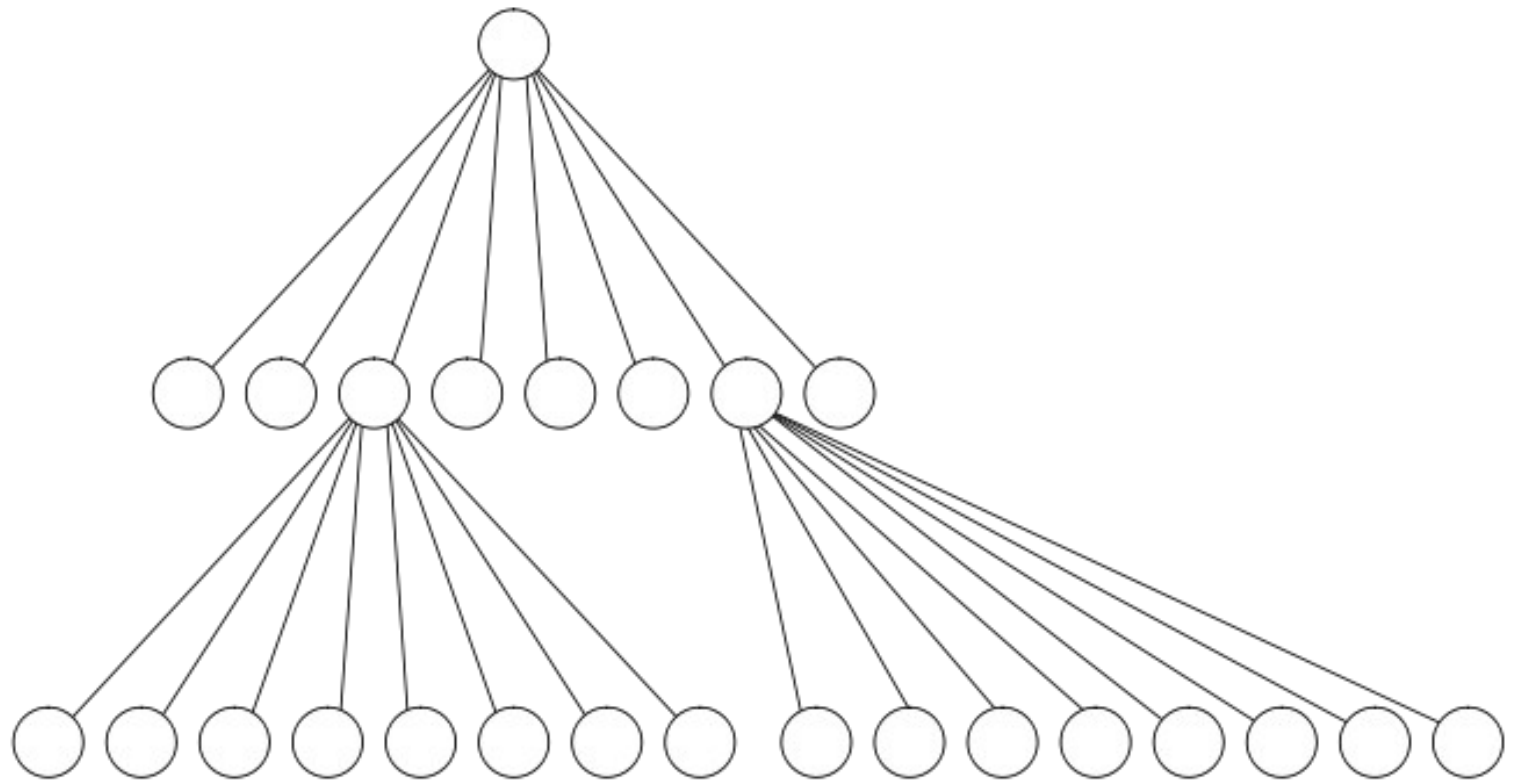
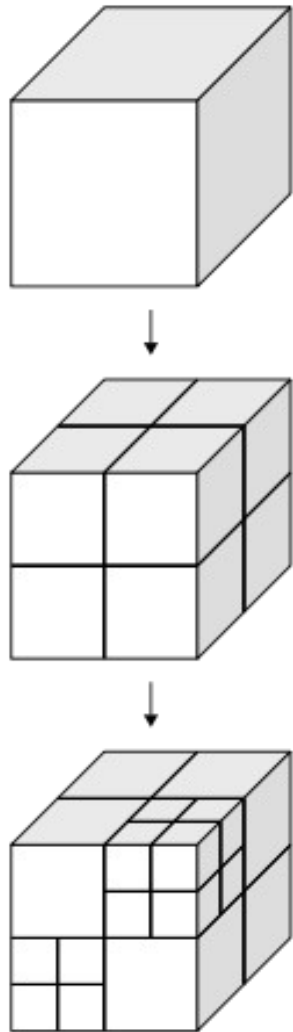


Octrees

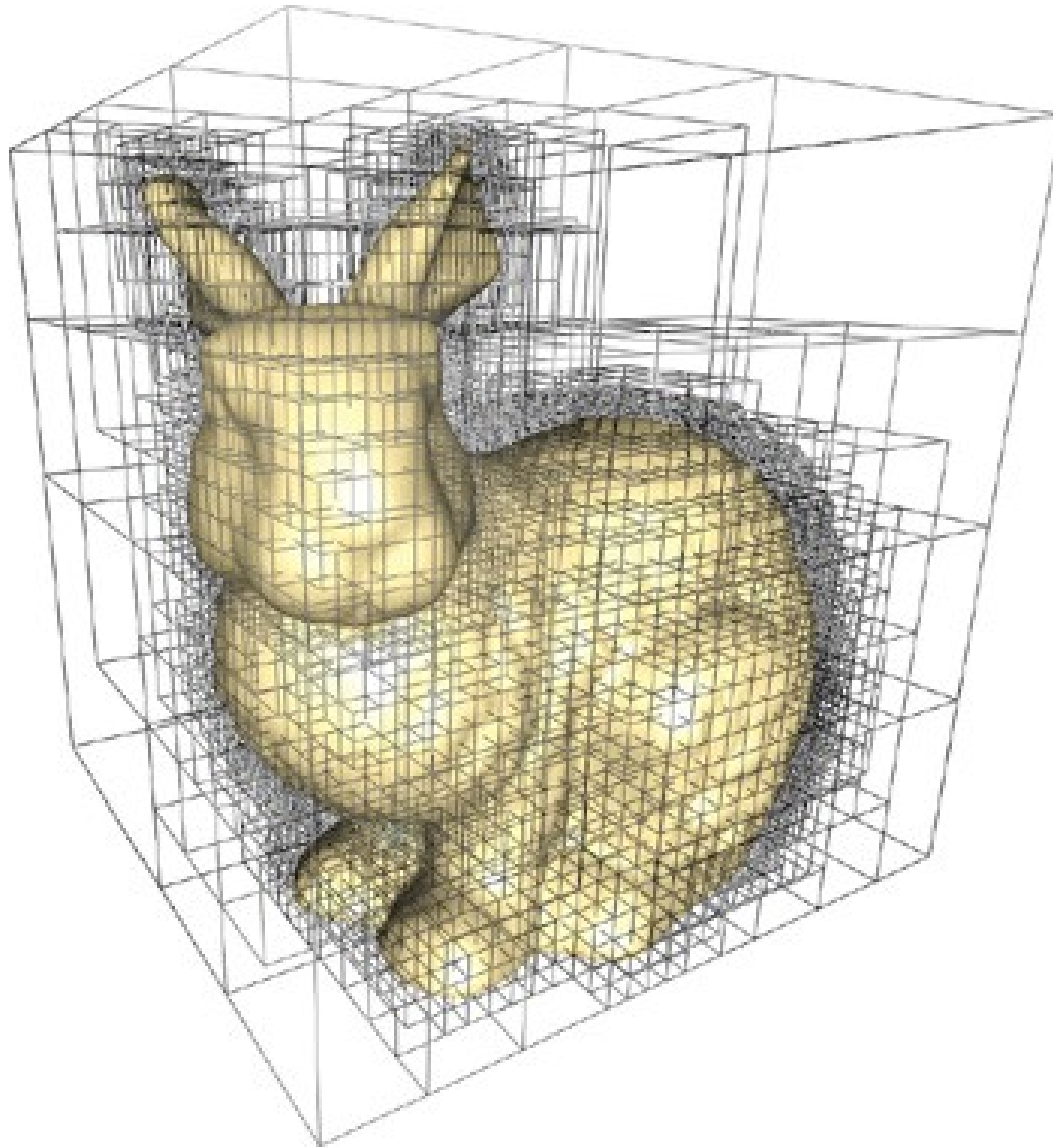
Octree

- Particionamiento del espacio tridimensional.
- Subdivisión recursiva en ocho octantes (forma cúbica).
- Analogía tridimensional de los *quadrees*.

Octree



Octree



iQuiz!

Quadtrees

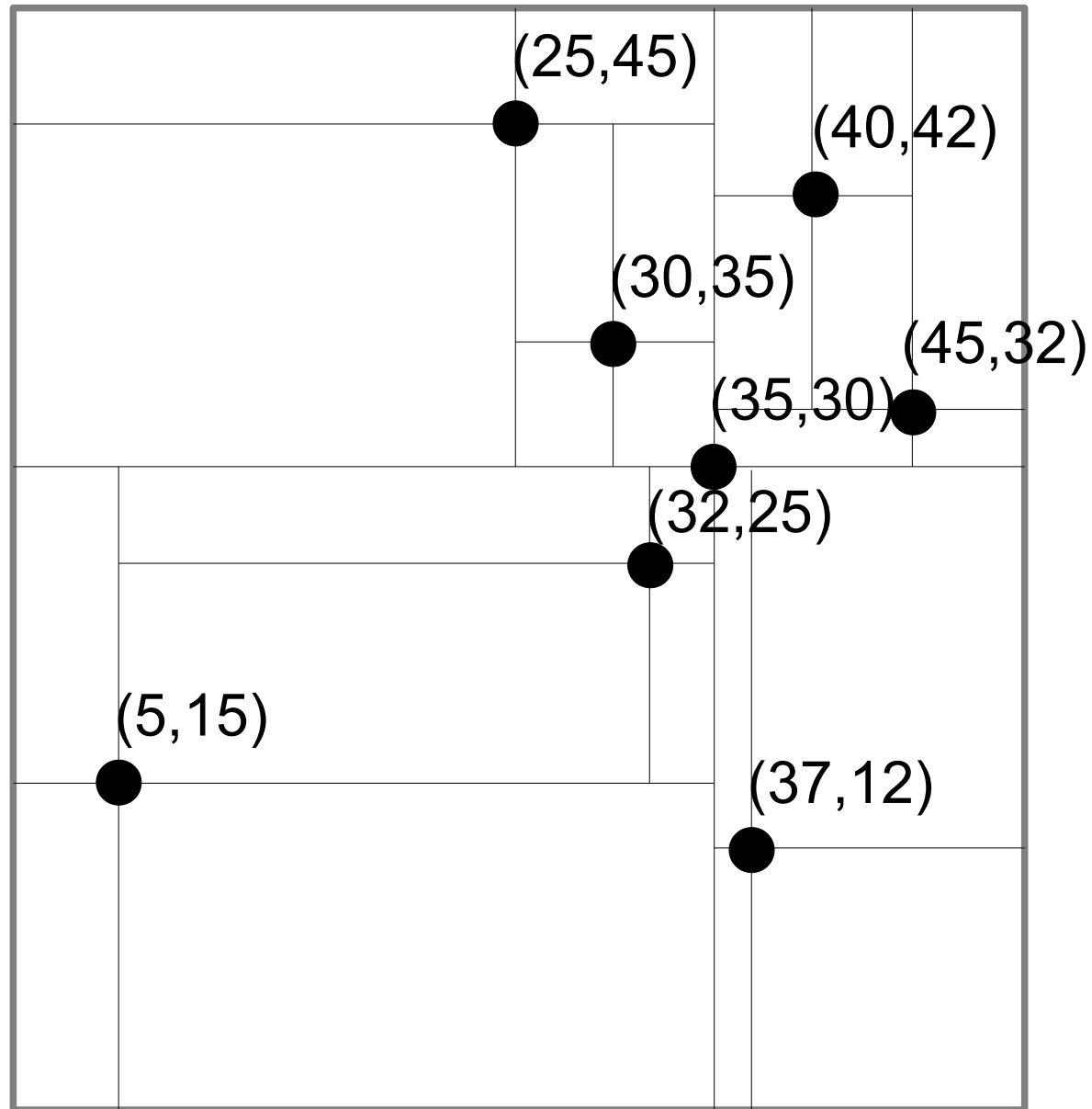
- Quiz:

Dada la siguiente secuencia de puntos:

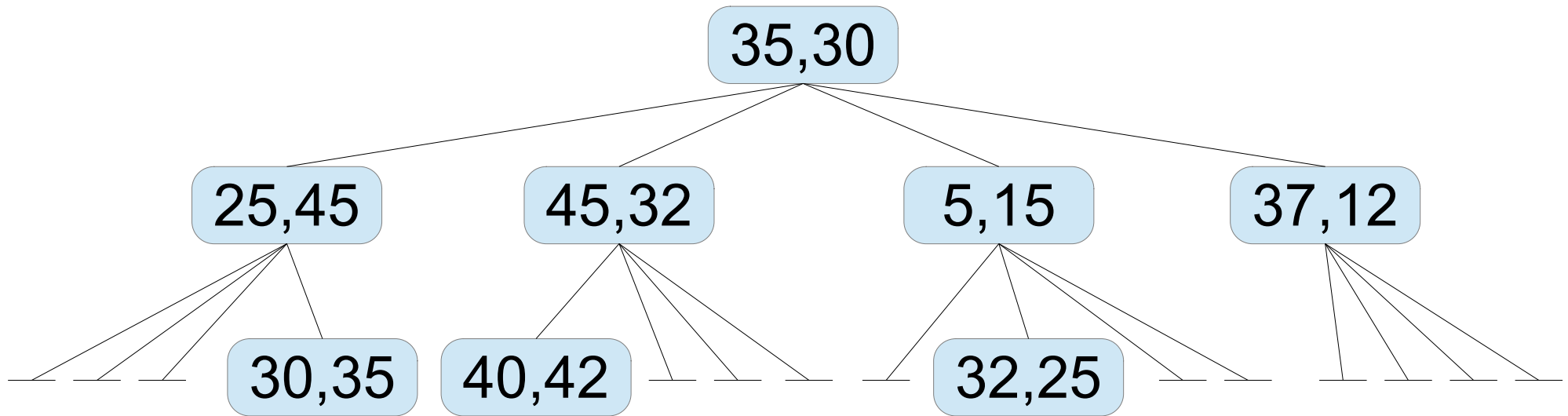
(35,30) (37,12) (25,45) (45,32) (5,15) (40,42)
(32,25) (30,35)

genere la correspondiente partición del espacio (50x50), y el *quadtree* asociado.

Quadtrees



Quadtrees



Quadrees

- *Quadrees* de puntos pueden generalizarse a mayores dimensiones:
 - Sin embargo, el número de hijos crece exponencialmente con cada dimensión:
2D: 4 hijos \rightarrow 3D: 8 hijos \rightarrow 4D: 16 hijos \rightarrow ...
- Alternativa: modificar la estrategia de subdivisión: dividir sólo en una dimensión y no en todas.

k-d *trees*

k-d trees

- Árbol binario en donde cada nodo es un punto k -dimensional.
- Los nodos internos generan cada uno un hiperplano que divide el espacio en dos partes, conocidas como medio-espacios.
- Nodos a la izquierda del hiperplano se ubican en el subárbol izquierdo, nodos a la derecha del hiperplano se ubican en el subárbol derecho.

k-d *trees*

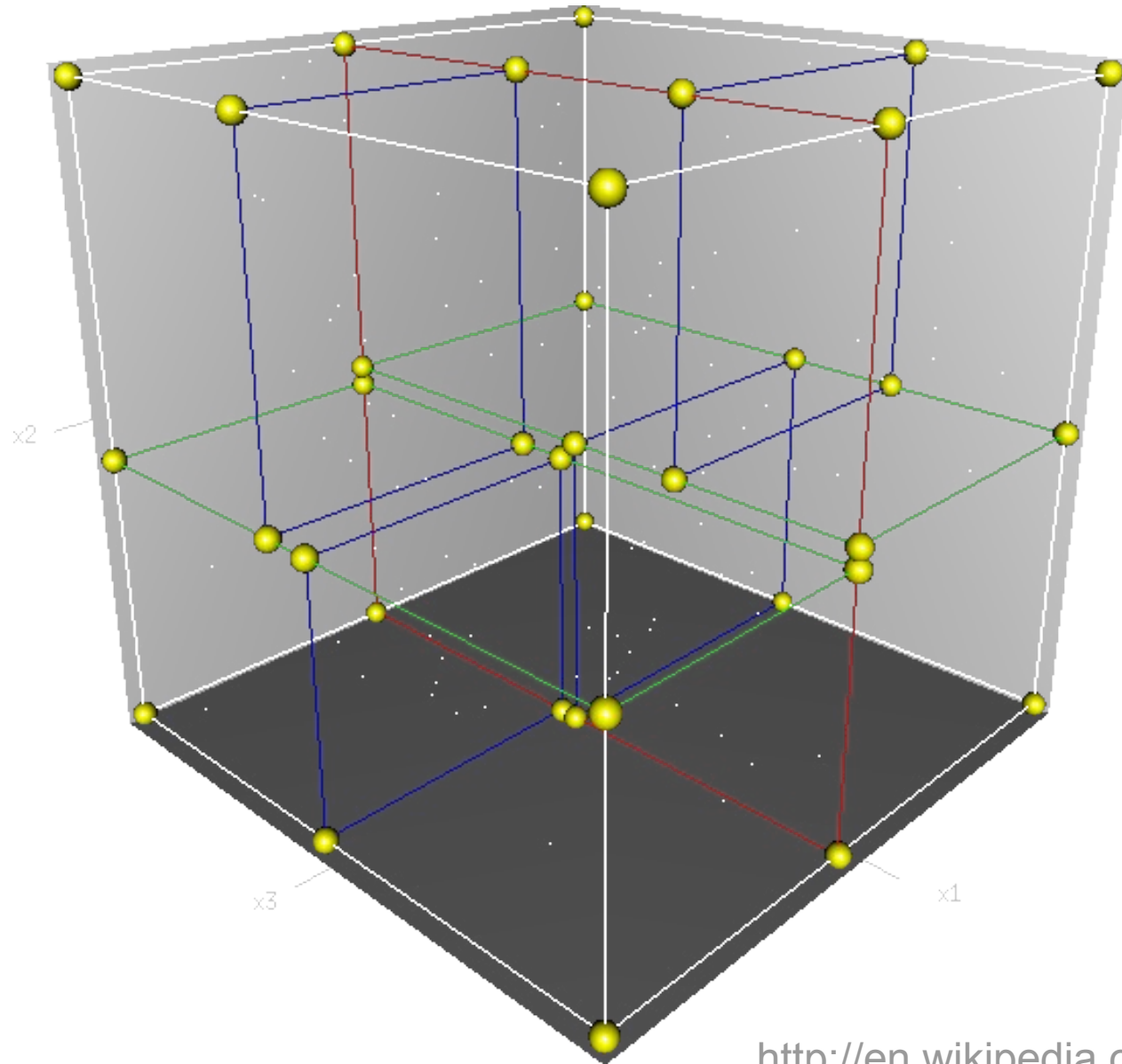
- ¿Cómo seleccionar la dimensión de subdivisión?

La más común: alternar de manera cíclica entre las diferentes dimensiones:

- En 2D: primero x, luego y, luego x, luego y, ...
- En 3D: primero x, luego y, luego z, luego x, luego y, luego z, ...

También puede hacerse de forma aleatoria, esto requiere almacenar la información del plano usado en el nodo.

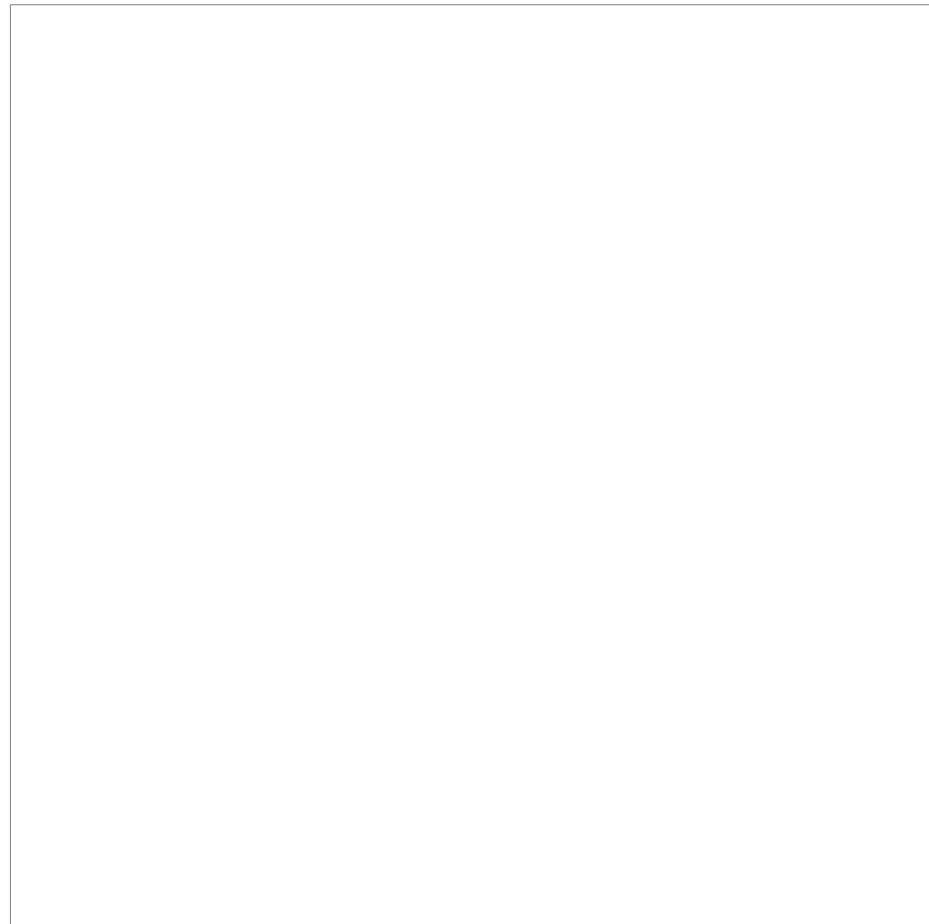
k-d *trees*



k-d *trees*

- k-d *tree* de puntos:

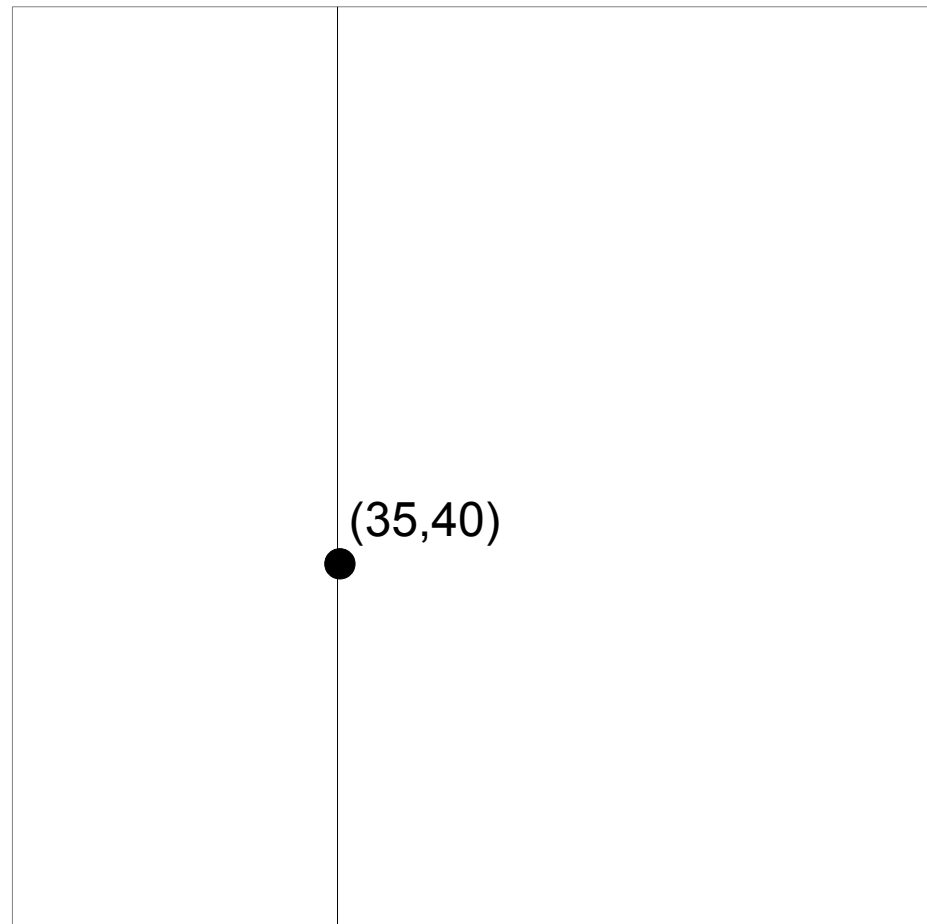
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



k-d *trees*

- k-d *tree* de puntos:

(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



k-d *trees*

- k-d *tree* de puntos:

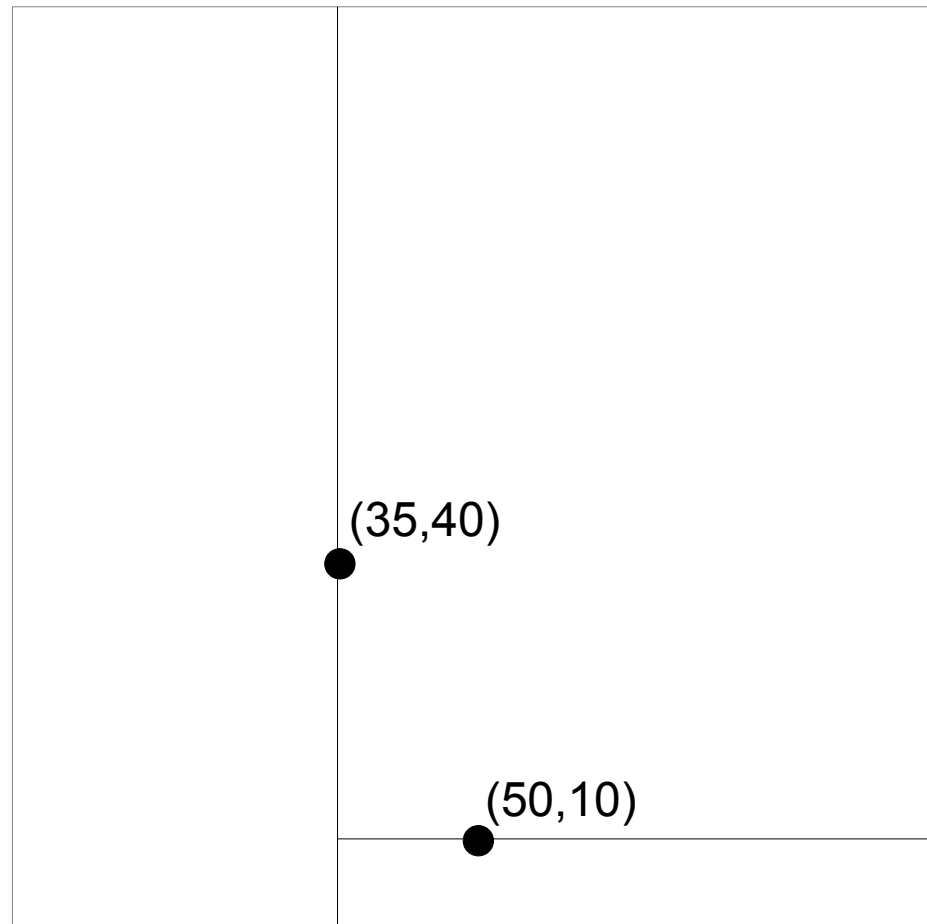
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)

(35,40) x

k-d *trees*

- k-d *tree* de puntos:

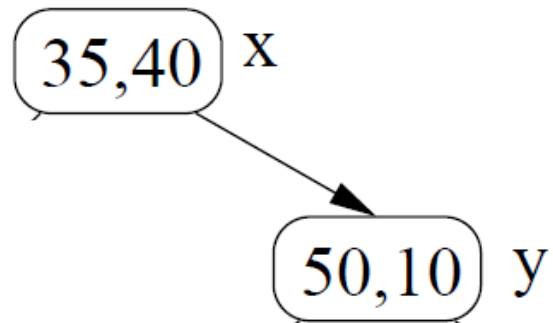
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



k-d *trees*

- k-d *tree* de puntos:

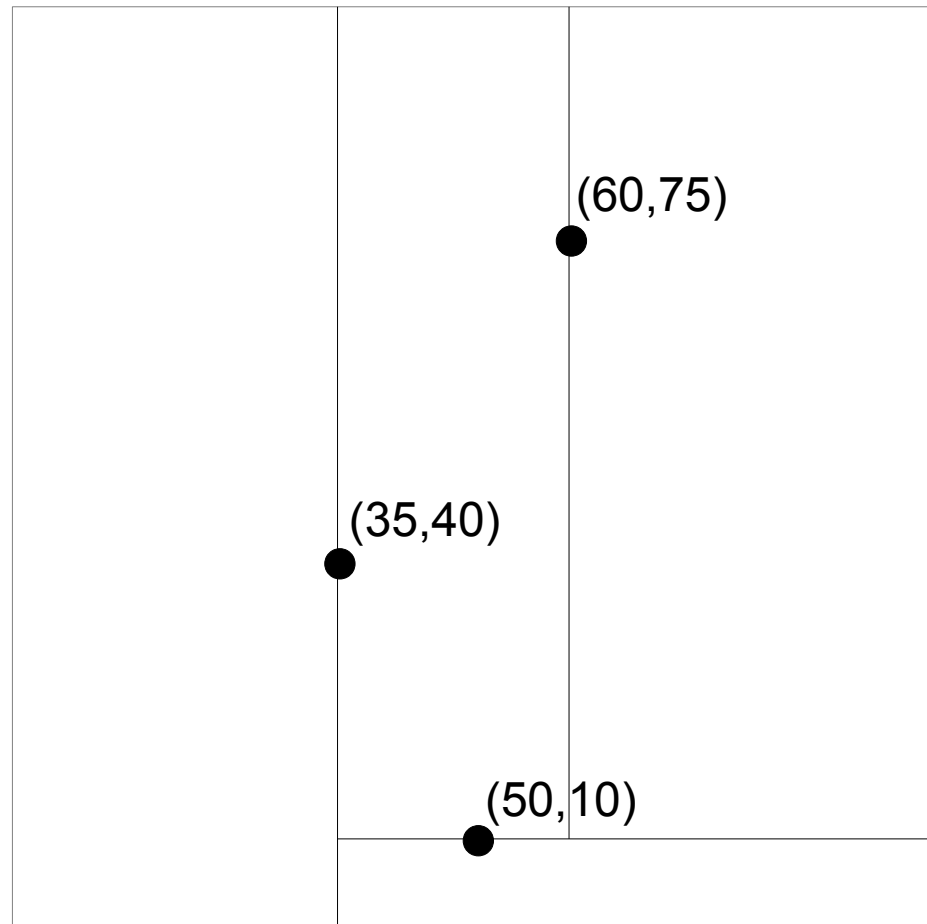
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



k-d *trees*

- k-d *tree* de puntos:

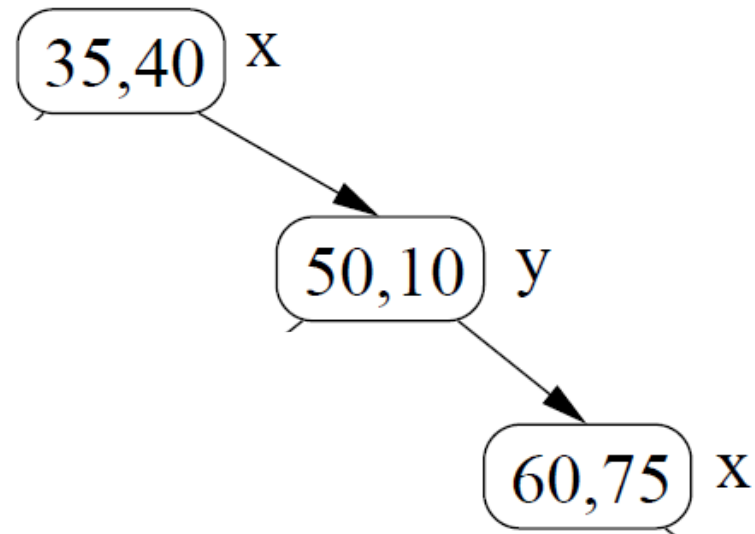
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



k-d *trees*

- k-d *tree* de puntos:

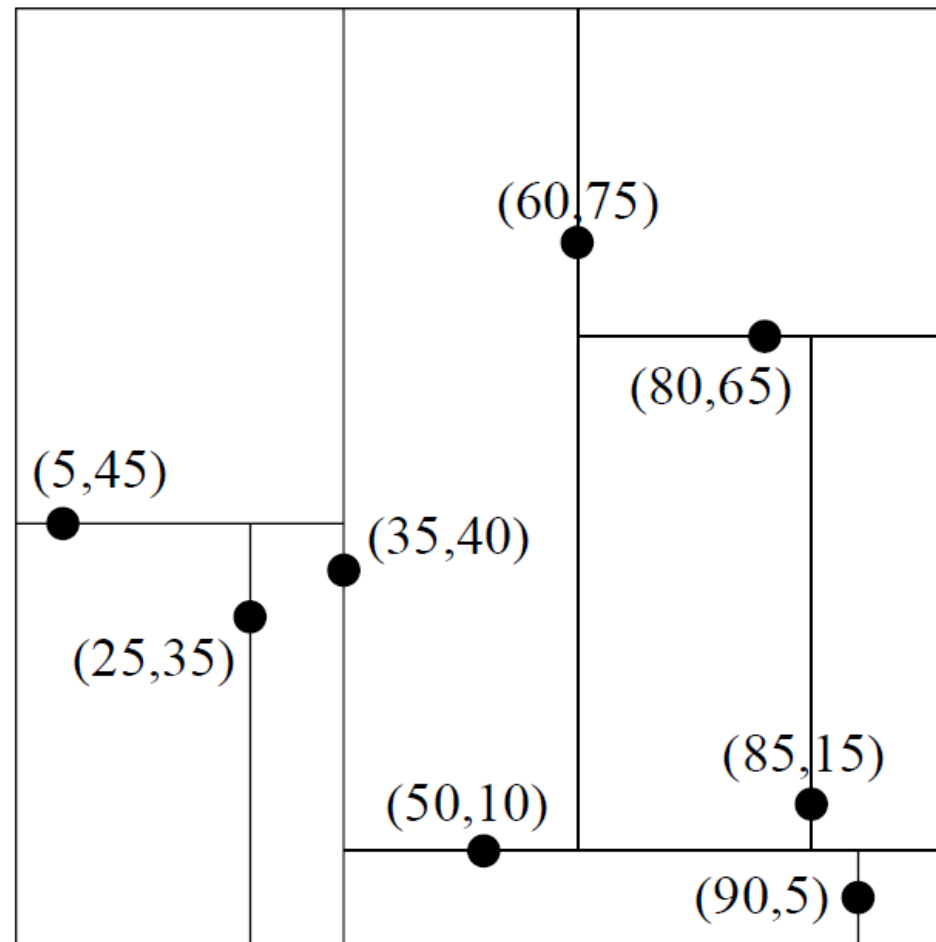
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



k-d trees

- k-d *tree* de puntos:

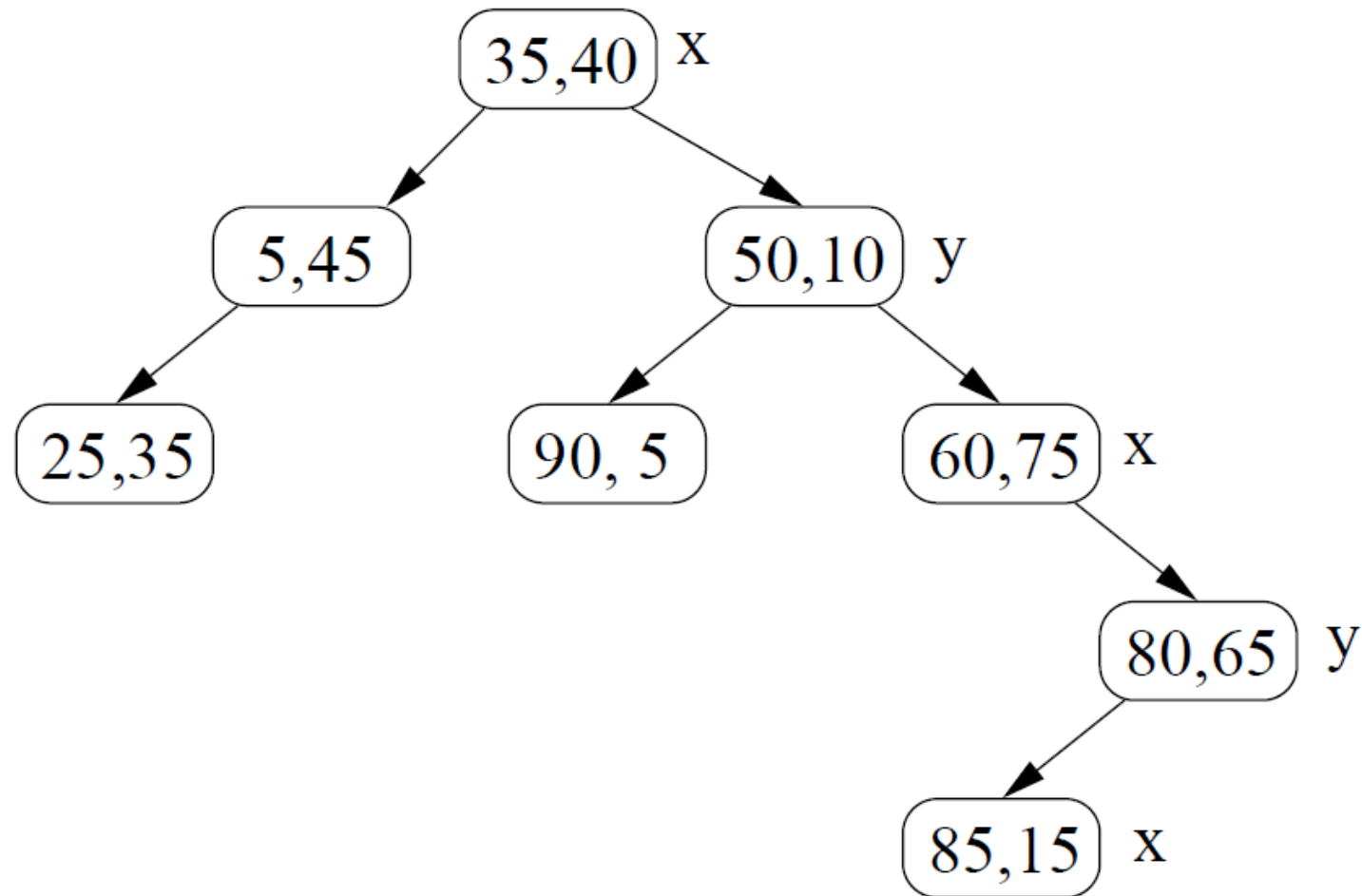
(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



k-d trees

- k-d *tree* de puntos:

(35,40) (50,10) (60,75) (80,65) (85,15) (5,45) (25,35) (90,5)



k-d *trees*

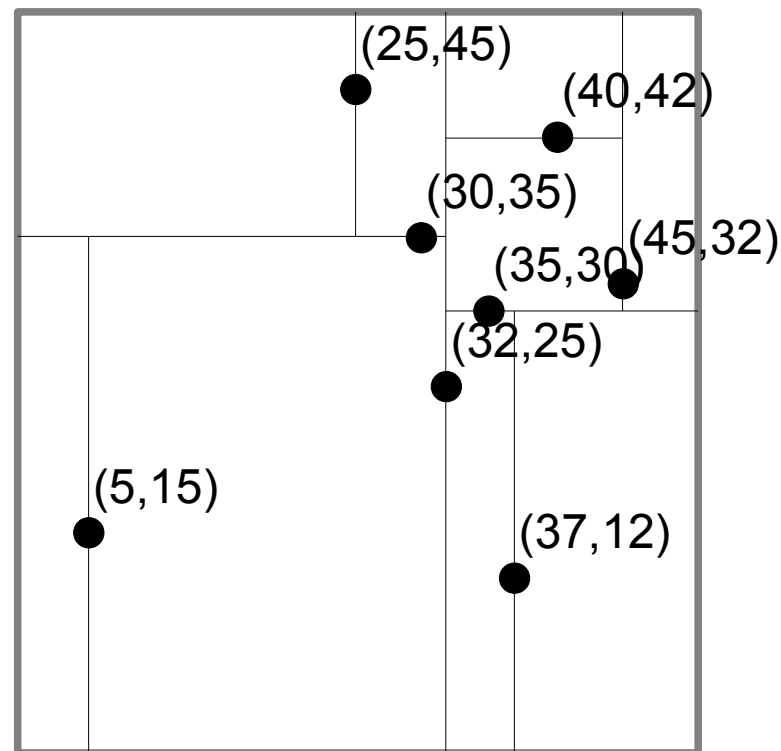
- k-d *tree* de puntos: ejercicio.

(32,25) (30,35) (35,30) (37,12) (25,45) (45,32) (5,15) (40,42)

k-d trees

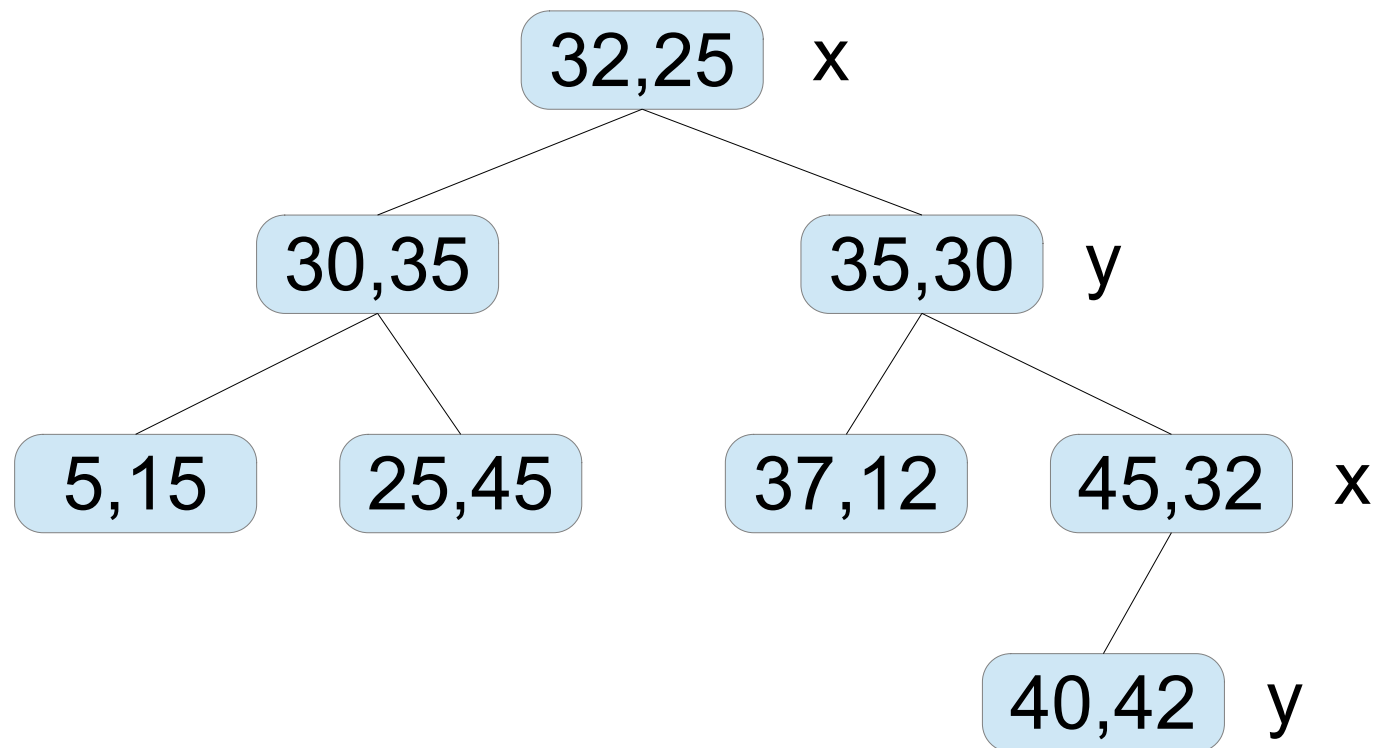
- k-d *tree* de puntos: ejercicio.

(32,25) (30,35) (35,30) (37,12) (25,45) (45,32) (5,15) (40,42)



k-d trees

- k-d *tree* de puntos: ejercicio.



Referencias

- www.cs.umd.edu/~mount/420/Lects/420lects.pdf
- www.cs.umd.edu/class/spring2002/cmsc420-0401/pbasic.pdf
- en.wikipedia.org/wiki/Quadtree
- en.wikipedia.org/wiki/Octree
- en.wikipedia.org/wiki/K-d_tree