

Primo progetto di Algoritmi, primavera 2015

I Generali dell'Impero (general*i*)

Descrizione del problema

Dopo un lungo periodo di guerra l'impero di Dividia è in pace con i propri vicini. Gli innumerevoli Generali dell'Impero, annoiati, organizzano enormi battaglie nel tempo libero, misurando di continuo le proprie capacità strategiche. Alcuni generali sono imbattuti, altri devono ancora ottenere la loro prima vittoria.

L'Efficiente Imperatore non ne può più delle continue battaglie e decide che è giunta l'ora di razionalizzare l'esercito. I generali saranno organizzati secondo una gerarchia ad alberi: un certo numero di generali, chiamati consiglieri serviranno direttamente l'imperatore, mentre tutti gli altri generali accetteranno gli ordini da esattamente un altro generale, senza alcun ciclo.

I fedeli studiosi dell'imperatore hanno scoperto le seguenti proprietà:

- Ogni generale disprezza tutti i generali che ha sconfitto
- Se A disprezza B e B disprezza C, allora A disprezza C.
- Due generali che si disprezzano a vicenda sono rivali

Nell'esempio della figura, il generale 1 disprezza i generali 7,4,6,2,8 e 3, mentre i generali 8 e 6 sono rivali.

Usando le raccomandazioni degli studiosi, l'imperatore ha deciso le seguenti leggi per la creazione della gerarchia

1. Un generale accetterà ordini solo da un generale che lo ha sconfitto
2. Nessun generale accetterà ordini da un generale che lui/lei disprezza
3. Due rivali non dovrebbero accettare gli ordini dallo stesso generale (opzionale)

L'imperatore si rivolge a voi, esimi studiosi dell'accademia imperiale per risolvere il problema: Dato il grafo delle battaglie, calcolare come strutturare la gerarchia dei generali in modo da:

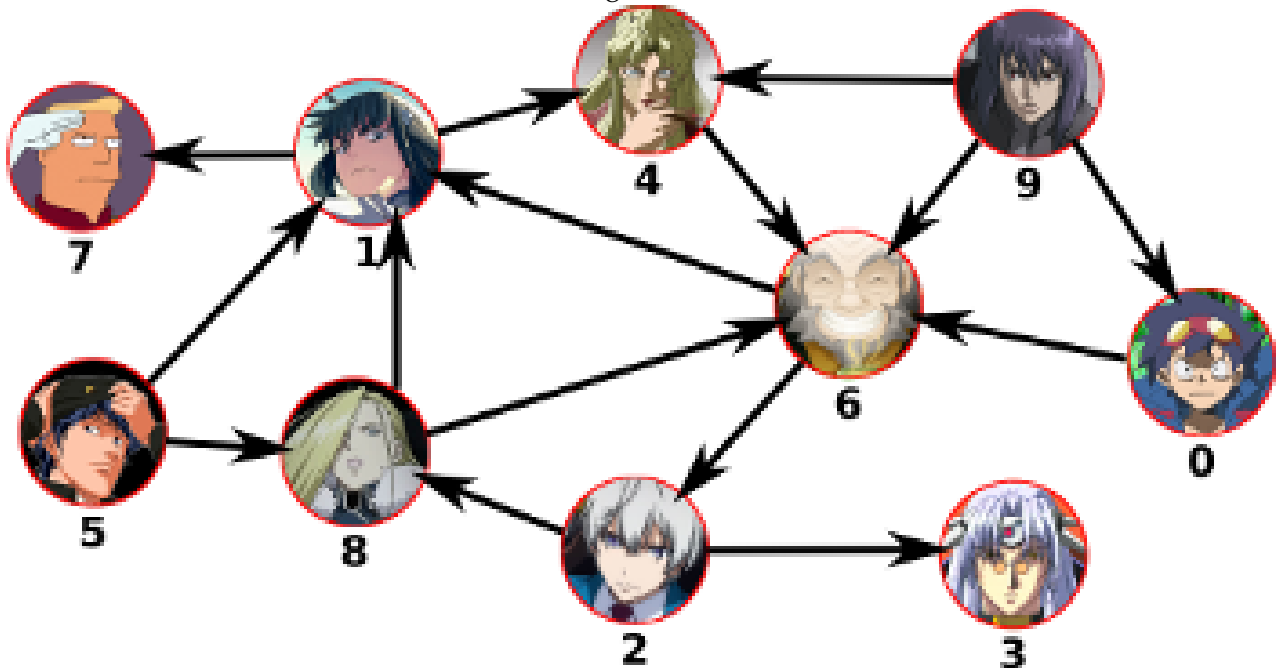
- Soddisfare almeno le prime due leggi (tutte e tre per rendere ancora più felice l'imperatore)
- Minimizzare il numero di consiglieri

Nelle slides del progetto potete trovare qualche esempio di soluzione sbagliata e di soluzione parziale.

Dati di input

La prima riga contiene due interi, il numero N di generali ed il numero M di battaglie. Le M righe successive contengono due interi ciascuna, gli indici del generale che ha vinto la battaglia e il generale che ha perso la battaglia.

Figura 1:



Dati di output

La prima riga contiene S , il numero di consiglieri

La riga successiva contiene S interi, gli indici dei consiglieri

Le successive $N - S$ righe contengono ognuna una coppia (I, J) di interi separati da spazio, indicando che il generale J obbedisce agli ordini del generale I

Assunzioni

- tempo limite: 1 secondo (quantomeno sulle *istanze chiuse*, quelle presenti da subito sul CMS)
- Dal secondo al settimo caso, non ci sono cicli nel grafo
- Per 12 casi su 20 $1 \leq N \leq 1000$
- Per 17 casi su 20 $1 \leq N \leq 10000$
- $1 \leq N \leq 200000$
- $1 \leq M \leq 300000$
- Gli indici dei generali vanno sempre da 0 a $N-1$

Valutazione delle soluzioni

- Programma testato su 20 Grafi con punteggio da 0 a 5 per grafo

1. Se l'output non è valido o la soluzione non segue le prime due leggi: 0 punti

2. Se la soluzione non segue la terza legge: si parte dal massimo di 3 punti
3. Per ogni consigliere in più rispetto all'ottimo, la soluzione perde 0.25 punti (fino ad un minimo di 0 punti)

Dato un grafo che permette una soluzione ottima di 4 consiglieri rispettando la terza legge e di 3 consiglieri non rispettandola:

| Soluzione segue la Terza legge | Numero di Consiglieri | Punteggio ottenuto |
|--------------------------------|-----------------------|--------------------|
| SI | 4 | 5 |
| SI | 7 | 4.25 |
| SI | 23 | 0 |
| NO | 3 | 3 |
| NO | 5 | 2.5 |

Esempi di input/output

| File input.txt | File output.txt |
|--|--|
| <pre> 10 15 0 6 1 4 1 7 2 3 2 8 4 6 5 1 5 8 6 2 6 1 8 1 8 6 9 4 9 6 9 0 </pre> | <pre> 4 5 1 2 9 5 8 1 7 2 3 9 0 9 4 0 6 </pre> |
| File input.txt | File output.txt |
| <pre> 6 5 1 3 3 4 0 2 2 4 0 5 </pre> | <pre> 2 0 1 1 3 3 4 0 2 0 5 2 4 </pre> |

Nota/e

- Il grafo non è necessariamente connesso
- Si può nominare un consigliere senza sottoposti

- Potrebbero esistere generali che non hanno mai combattuto
- In caso di più soluzioni con il numero minimo di consiglieri, stamparne una qualunque
- Procedimento consigliato:
 - Risolvete il caso in cui il grafo è aciclico (30 punti)
 - Risolvete il caso generico senza terza legge (60 punti)
 - Risolvete il caso generico con terza legge (100 punti)