DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
UNIVERSITAS INDONESIA
FAKULTAS EKONOMI
PROGRAM STUDI MAGISTER MANAJEMEN

KARYA AKHIR

ANALISA REGRESI – DERET WAKTU UNTUK MODEL TINGKAT BUNGA SERTIFIKAT BANK INDONESIA

Diajukan Oleh :

HANDAYANI
66 00 26 002 4

UNTUK MEMENUHI SEBAGIAN DARI SYARAT-SYARAT
GUNA MENCAPAI GELAR
MAGISTER MANAJEMEN
2003

UNIVERSITAS INDONESIA
FAKULTAS EKONOMI
PROGRAM STUDI MAGISTER MANAJEMEN

TANDA PERSETUJUAN KARYA AKHIR

Nama : Handayani
Nomor Mahasiswa : 66 00 26 002 4
Konsentrasi : Manajemen Aktuaria

Judul Karya Akhir : Analisa Regresi – Deret Waktu Untuk Model Tingkat Bunga Sertifikat Bank Indonesia

Tanggal .... Ketua Program Studi Magister Manajemen : Dr. Ronny K. Muntoro

Tanggal 16/04/03 Pembimbing Karya Akhir : Ir. Yusman, M.Sc, ASAI

KATA PENGANTAR

Dengan nama Allah yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang

Segala puji bagi Allah, Tuhan semesta alam

Dengan segala kerendahan hati, penulis memanjatkan puji dan syukur ke-Hadirat Allah Subhanahuwata'ala atas selesainya penulisan Karya Akhir ini, sebab hanya karena Ridha dan Karunia-Nya sajalah Karya Akhir ini dapat tercipta.

Karya Akhir ini penulis buat sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister Manajemen dari Program Magister Manajemen Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia. Melalui lembaran ini penulis ingin mengucapkan berjuta terima kasih kepada Bapak ***Ir. Yusman, M.Sc, ASAI*** selaku Pembimbing Karya Akhir ini, yang telah dengan sabar memberikan bimbingan, pengarahan dan masukan dalam penulisan Karya Akhir ini. Selain itu penulis juga mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak ***Sriwiyono***, Direktur Utama PT. Asuransi Jiwa BRINGIN JIWA SEJAHTERA.
2. Bapak ***Kasir Iskandar***, Direktur Teknik dan Pemasaran PT. Asuransi Jiwa BRINGIN JIWA SEJAHTERA.
3. Bapak ***I Made Slamet***, Direktur Umum dan Keuangan PT. Asuransi Jiwa BRINGIN JIWA SEJAHTERA.
4. Bapak ***Ir. Sugeng Sudibjo, ASAI***, Kepala Divisi Pertanggungan Individu PT. Asuransi Jiwa BRINGIN JIWA SEJAHTERA atas segala dukungan dan kemudahan yang diberikan kepada penulis selama penyusunan Karya Akhir ini.

5. Bapak **Ir. Isa Rachmatarwata, M.Math, ASA, FSAI** dan Bapak **M. Muslich, MBA** selaku Penguji Karya Akhir untuk semua masukan dan saran perbaikan yang diberikan.
6. Bapak dan Ibu, Ina Lasmiati, SE, AAAIJ dan Botefilia Maharani, serta Indra Aji Saputra. Doa dan kasih sayang kalian membuat semua kesulitan lebih mudah dilalui.
7. ***My Greatest Family*** : Papa, Mama, Ir. Ading Kamsah, Adriana, S.Kom, Muhammad Adnan Kautsar, Mega Lugina, S.Hut, Muhammad Nurul Iman Supiandi, S.Hut, Taufik Hidayat Ksatria, SP.
8. ***The Fellow Officer*** : Ir. Paul Setio Kartono, MM, dr. Heldy Sukmana Djoko Purwanto, MM, Gusviyandi Nursjam, SE, MM, Nanang Suryana Santosa, S.Si, MM dan Yoseph Indrayana, S.Si, MM.
9. ***My Special Troops*** : Sonhaji, SE, AAAIJ, Denden Nurdiasena, S.Kom, MM, AAAIJ, Siti Hardjanti Juliarti, Feminitta Nasution, SE, ASAI, Linda Arini, S.Sos, Basuki Achmad, SE, AAAIJ, Trini Lussanty, SKM, AAAIJ, Rizky, SE dan Rifki Aulia, S.Sos.
10. Mbak Mini, Mbak Devi, Mbak Lis, Mas Herman, Pak Dede dan *Librarian Team* : Mas Didin, Mas Siswo, Mas Rino dan Mbak Tatik yang telah memberikan kemudahan administratif dan akses literatur yang sangat luas.
11. *Last but not the least*, Mbak Dyah Retno Prihatinningsih dari Badan Pusat Statistik Republik Indonesia untuk pasokan data-datanya.

Terima kasih juga tidak lupa penulis sampaikan kepada semua pihak yang telah turut mendukung penulisan Karya Akhir ini baik secara langsung maupun tidak langsung, yang namanya tidak mungkin tersebutkan satu persatu dalam lembar yang terbatas ini. Hanya Allah Subhanawata'ala yang akan membalas budi baik anda semua.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa masih terdapat kekurangan disana-sini pada Karya Akhir ini. Oleh karena itu maka tegur sapa dan saran-saran serta kritik membangun akan penulis terima dengan senang hati dan dengan tangan terbuka. Akhir kata penulis berharap semoga Karya Akhir ini bermanfaat bagi ilmu pengetahuan, bagi yang membaca serta bagi penulis sendiri.

Jakarta, Februari 2003

Penulis

RINGKASAN EKSEKUTIF

Dimasa lalu, alam semesta pernah dipersepsi secara sangat sederhana. Pergerakan benda-benda langit dianggap sebagai model mekanika yang dapat diprediksi secara tepat. Kemudian kita mengetahui bahwa kenyataan sesungguhnya teramat sangat berbeda. Semuanya ternyata serba relatif dan melibatkan interaksi banyak faktor mulai dari gaya gravitasi, awan gas panas dan benturan acak (*random collision*) dalam milyaran gugusan bintang.

Hal yang sama terjadi pada dunia bisnis, termasuk bisnis asuransi dan manajemen risiko. Dimasa lalu variabel-variabel ekonomi dan investasi dipersepsi sebagai besaran diskrit yang hanya berubah dalam durasi panjang. Kemudian kita mengetahui bahwa variabel-variabel ekonomi dan investasi ternyata bergerak secara sangat dinamis, dalam durasi singkat, relatif dan melibatkan banyak faktor. Pada situasi seperti ini, perhitungan-perhitungan aktuaria yang menggunakan asumsi deterministik terasa sudah tidak memadai lagi. Hadirnya model-model investasi stokastik dapat dipandang sebagai upaya merepresentasikan dinamika perhitungan-perhitungan aktuaria dan investasi yang berdurasi pendek, dimana asumsi-asumsi deterministik dapat meningkatkan derajat perbedaan antara hasil perhitungan dengan kenyataan yang sesungguhnya.

Karya Akhir ini membahas model investasi stokastik yang diaplikasikan pada data suku bunga SBI (Sertifikat Bank Indonesia), data Inflasi dan data IHSG (Indeks Harga Saham Gabungan) Bursa Efek Jakarta antara Februari 1989 hingga Januari 2002. Hasil regresi linier ganda data SBI dengan data Inflasi dan data IHSG menghasilkan model yang tidak memuaskan karena variabel Inflasi dan IHSG hanya mampu menjelaskan

26,8% pergerakan nilai SBI. Oleh karena itu diperlukan jenis analisa yang lain. Selanjutnya data SBI dianalisa dengan menggunakan metode Box – Jenkins.

Seperti halnya karakteristik data deret waktu pada umumnya, data SBI bukanlah data yang stasioner. Untuk membuat data SBI dapat dianalisa lebih lanjut, maka data SBI harus dibuat stasioner terlebih dahulu dengan cara melakukan pembedaan atau diferensi pada data asli. Stasioneritas data dapat dicapai pada pembedaan orde pertama. Pembedaan orde yang lebih tinggi terbukti *overdifferenced*. Dari plot estimasi fungsi autokorelasi (fak) dan fungsi autokorelasi parsial (fakp) terlihat adanya proses *autoregressive* orde 1, AR (1). Namun demikian proses *moving average* tidak secara jelas terlihat ordenya. Kenyataan ini membuat tidak teridentifikasinya model secara langsung, sehingga beberapa model harus diuji coba untuk mendapatkan model terbaik.

Dari empat model yang diuji coba yakni model ARIMA (1,1,0), ARIMA (1,1,1), ARIMA (1,1,2) dan ARIMA (1,1,5), ternyata hanya model ARIMA (1,1,0) yang memenuhi syarat uji kecocokan model (*diagnostic checking*). Uji kecocokan model yang digunakan adalah *Q-statistics* dari Ljung – Box, *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Schwartz Bayesian Criterion* (SBC).

Model campuran regresi – deret waktu juga diuji coba dengan harapan :

1. Masuknya variabel bebas Inflasi dan IHSG akan memberikan kontribusi positif pada model yang sudah terbukti baik yakni model ARIMA (1,1,0), dan membuatnya lebih baik lagi.
2. Masuknya variabel bebas Inflasi dan IHSG akan mengurangi kekurangan yang ada pada model yang kurang baik, seperti model ARIMA (1,1,2), dan membuatnya menjadi model yang baik.

Hasil pengujian menunjukkan bahwa masuknya variabel bebas Inflasi dan IHSG tidak memberikan perbaikan atau pengaruh "positif", baik pada model ARIMA (1,1,0) maupun model ARIMA (1,1,2). Model campuran yang diuji coba justru memberikan pengaruh "negatif" pada kedua model ARIMA (1,1,0) dan model ARIMA (1,1,2).

Hasil pengujian yang dilakukan terhadap ketiga model (*linear regression*, *time series* dan *regression – time series*) sejalan dengan hasil pemodelan yang dilakukan oleh Profesor Alasdair David Wilkie pada tahun 1986. Dalam makalahnya, Profesor Wilkie membangun model investasi stokastik-nya dalam persamaan-persamaan deret waktu.

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR DAN TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1. Pengantar

Semenjak manusia menyadari keberadaannya di muka bumi ini, manusia merasa sebagai mahluk yang lemah dan mempunyai banyak kekurangan. Kekurangan manusia yang paling nyata adalah ketidakmampuannya untuk mengetahui apa yang akan terjadi dimasa mendatang. Ketidakmampuan manusia melihat masa depan pada mulanya melahirkan kebudayaan-kebudayaan yang mempercayai adanya kekuatan gaib yang secara langsung maupun tidak langsung turut mempengaruhi kehidupan manusia. Kekuatan gaib ini diyakini dimiliki oleh unsur-unsur dan kekuatan alam seperti batu, tanah, pepohonan, air, petir dan badai. Pada tahap selanjutnya kepercayaan pada yang gaib ini melahirkan mitologi para dewa. Karen Armstrong dalam bukunya *Sejarah Tuhan* menjelaskan : ketika manusia mulai membentuk mitos dan menyembah dewa-dewa, mereka tidak sedang mencari penafsiran harfiah atas fenomena alam[1].

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, manusia mulai mencoba mengembangkan suatu aktifitas untuk menduga apa yang "mungkin" terjadi dimasa depan dengan menggunakan informasi atau pengalaman dimasa lalu. Kegiatan ini biasa disebut dengan peramalan kuno (*prophecy*). Peramalan atau pekerjaan meramal sebenarnya bukanlah temuan baru dalam peradaban manusia. Usia aktifitas peramalan kuno ini mungkin sudah setua usia peradaban manusia itu sendiri, seperti dikatakan oleh John Hogue dalam bukunya *The Millennium Book of Prophecy* : *The ancient culture have each had their unique concepts of time. The Mayan astrologer of pre-Columbian Mexico*

[1] Karen Armstrong, *Sejarah Tuhan*, Penerbit Mizan, Nopember 2001.

calculated epochs as precisely as modern science with its computerized mathematics. The Hindu priest-astrologer recorded the position of stars as they appeared in our skies over ninety thousand years ago[2]. Jika ada yang berubah dari kegiatan peramalan, hal itu hanyalah paradigma, cara dan metode-metodenya. Bentuk-bentuk permalan kuno yang masih meninggalkan jejak-jejak kejayaannya hingga saat ini adalah astrologi di barat dan shio di timur. Kegiatan peramalan juga telah melahirkan tokoh-tokohnya sendiri, dari seorang Nostradamus hingga *futurist* abad 21 sekaliber John Naisbitt dan Patricia Aburdene.

Jika dahulu kala, peramalan pada umumnya dilakukan oleh cenayang dengan metode yang sangat intuitif dan subyektif dengan tingkat akurasi hasil peramalan yang sangat tidak terukur, maka tidak demikian halnya yang terjadi pada saat ini. Di era globalisasi seperti sekarang ini peramalan dilakukan oleh para profesional, dilakukan menggunakan metode-metode obyektif, didukung dengan peralatan komputer yang canggih dan dengan tingkat akurasi hasil peramalan yang cukup tinggi. Pada masa lalu, fokus utama peramalan adalah meramal nasib manusia sedangkan saat ini peramalan sudah tidak mempunyai fokus lagi karena hampir semua bidang kehidupan manusia dapat dikatakan bisa menggunakan jasa dan menikmati manfaat yang diberikan oleh peramalan ini. Peramalan sudah menjelajah ke dalam banyak bidang, seperti misalnya ekonomi, keuangan, pemasaran, produksi, riset operasi, administrasi bisnis, meteorologi, geofisika dan kependudukan[3].

---

[2] John Hogue, *The Millennium Book of Prophecy*, Harper Collins Publishers, 1994.
[3] Zanzawi Soejoeti, Ph.D, *Analisis Runtun Waktu*, Penerbit Karunika Jakarta, 1987.

1.2. Masalah

Dari begitu banyak bidang kehidupan manusia yang biasa menggunakan peramalan, bidang ekonomi dan bisnis adalah bidang yang paling intensif mengembangkan metode peramalan modern untuk menjelaskan berbagai macam fenomena ekonomi dan bisnis sehingga hampir dapat dikatakan bahwa hidup matinya sebuah entitas bisnis sebagian besar ditentukan oleh kepiawaian entitas bisnis tersebut dalam mengelola peramalan. Seperti ditegaskan oleh Hermawan Kartajaya bahwa untuk mencapai *sustainable value* di ekonomi baru, perusahaan harus melakukan tiga langkah strategis : *globalize the market*, *digitalize the network* dan *futurize the business*[4]. Karena masa depan atau *future* tidak sepenuhnya dapat diketahui kejadian pastinya, maka sekali lagi peramalan memainkan peran sangat penting dalam memprediksi kejadian di masa datang.

Bisnis modern yang paling besar tingkat ketergantungannya pada hasil-hasil peramalan adalah bisnis asuransi. Bisnis utama asuransi adalah melakukan pertanggungan atas risiko-risiko yang mungkin terjadi dimasa depan. Bagaimana mungkin sebuah perusahaan asuransi mempunyai keberanian melakukan bisnis yang sangat berbahaya ini ? Jawabannya terletak pada kekuatan peramalan (*the power of forecasting*). Dalam asuransi jiwa, semua kalkulasi bisnis berawal dari perhitungan premi dengan tiga komponen utama tingkat bunga, tingkat mortalita dan tingkat biaya. Dari ketiga komponen pembentuk struktur premi tersebut, tidak satupun yang dapat diketahui dengan tepat fluktuasinya dimasa depan.

Aktuaris sebagai profesi yang bertanggung jawab atas semua kalkulasi bisnis di perusahaan asuransi berusaha "mengendalikan" kemungkinan fluktuasi semua komponen

[4] Hermawan Kartajaya, *MarkPlus on Strategy*, Gramedia Pustaka Utama, 2002.

tersebut dengan cara melakukan peramalan kuantitatif. Pada dasarnya metode peramalan kuantitatif dibedakan atas :

1. Metode peramalan yang berdasarkan pola hubungan antara suatu variabel dengan variabel lain yang mempengaruhinya, yang bukan variabel waktu. Metode peramalan ini sering disebut sebagai metode sebab akibat (*causal method*) atau metode struktural.
2. Metode peramalan yang berdasarkan pola hubungan antara suatu variable yang akan diprediksi, dengan variabel waktu. Hal ini biasa disebut deret waktu atau *time series.*

1.3. Tujuan Penulisan

Perusahaan asuransi, baik asuransi jiwa ataupun asuransi kerugian, adalah pengelola bisnis risiko jangka panjang. Risiko jangka panjang ini sangat sensitif terhadap fluktuasi asumsi dan kenyataan. Seperti umum diketahui, dalam melakukan bisnis risiko ini perusahaan asuransi menggunakan sekumpulan asumsi yang sayangnya tidak selalu sesuai dengan kenyataan.

Asumsi aktuaria kebanyakan dipandang tidak sebagai prakiraan karena tidak seorangpun mampu untuk melihat masa depan. Asumsi aktuaria lebih sering dianggap sebagai taksiran terbaik akan terjadinya suatu kejadian. Taksiran terbaik ini dapat muncul dari suatu ekstrapolasi pengalaman masa lalu yang disertai adanya kecenderungan-kecenderungan yang dengan atau tanpa penyesuaian digunakan untuk mengantisipasi masa depan. Dalam keadaan tertentu, asumsi aktuaria dapat lebih menjadi tebakan akademik, bila data atas keadaan dan pengalaman masa lalu tidak ada dan tidak taat azas[5]. Hal ini menunjukkan bahwa asumsi-asumsi harus dipilih secara hati-hati dan

[5] Didi Achdijat K, *Teori dan Praktek Pendanaan Program Pensiun*, Gunadarma, 1995.

objektif. Namun demikian tetap saja tidak seorangpun tahu apakah suatu asumsi akan tepat dengan kenyataannya.

Untuk mengatasi atau setidaknya meminimalisasi dampak negatif yang mungkin timbul akibat tidak tepatnya asumsi dengan kenyataan, beberapa aktuaris mencoba mengembangkan alat-alat (*tools*) dalam bentuk model statistik yang dapat dipergunakan untuk menduga (dengan derajat ketepatan yang sudah teruji dan dapat dipertanggungjawabkan kebenarannya) parameter-parameter ekonomi dan keuangan yang diperlukan oleh perusahaan asuransi. Model ini dikembangkan berdasarkan perilaku parameter di masa lalu dengan harapan perilakunya di masa depan tidak akan secara signifikan berbeda dengan perilakunya di masa lalu.

Salah satu model yang terpenting dan luas digunakan dalam industri asuransi jiwa adalah model investasi. Perusahaan asuransi jiwa dapat menggunakan model investasi ini untuk membuat proyeksi keuntungan, kemungkinan *cash flow* dimasa mendatang dan berbagai kewajiban ataupun beban yang mungkin timbul dari sebuah polis, kelompok produk atau bahkan perusahaan secara keseluruhan.

Model investasi stokastik diintroduksi pertama kali oleh Profesor Alasdair David Wilkie, seorang akademisi dan aktuaris asal Inggris pada tahun 1986. Model ini kemudian populer dengan nama Wilkie Model. Pembuatan model investasi tersebut dilatarbelakangi oleh keadaan inflasi dan harga saham yang sangat *volatile* di Inggris pada tahun 1974 hingga 1975. Dengan membuat model investasi, Profesor Wilkie berupaya memecahkan masalah yang cukup sulit mengenai bagaimana caranya menempatkan tingkat inflasi, tingkat suku bunga dan tingkat pengembalian saham dan obligasi secara bersama-sama dalam sebuah model. Karakteristik utama Wilkie Model adalah digunakannya persamaan-persamaan deret waktu secara intensif dan menyeluruh sehingga menghasilkan sebuah model yang cukup kompleks.

Melalui karya akhir ini, penulis bermaksud ;

1. Memberikan ulasan atas studi awal model investasi dan membuat model dengan menggunakan data tingkat suku bunga SBI (Sertifikat Bank Indonesia), tingkat inflasi dan IHSG (Indeks Harga Saham Gabungan). Penulis mencoba untuk membangun tiga buah model yang dapat mengestimasi tingkat suku bunga dimasa yang akan datang. Model-model tersebut dibuat dengan menggunakan persamaan regresi, persamaan deret waktu dan persamaan regresi – deret waktu. Tingkat suku bunga dipilih untuk diestimasi karena tingkat suku bunga adalah asumsi paling *crucial* dalam semua struktur perhitungan aktuaria.
2. Membandingkan ketiga model tersebut di atas untuk dianalisa dengan berbagai alat uji statistika yang biasa digunakan pada proses *diagnostic checking*.
3. Memilih model terbaik dan sekaligus menjawab pertanyaan mengapa Wilkie Model dibuat dengan menggunakan persamaan-persamaan deret waktu dan tidak menggunakan persamaan-persamaan lainnya.

Semua model dibuat dan dianalisa dengan menggunakan software *Statistical Product and Service Solutions* (*SPSS versi 10.05*) dan *Minitab versi 13.20 for Windows*.

1.4. Pembatasan Masalah

Ruang lingkup pembahasan model investasi secara menyeluruh amatlah luas sehingga cakupannya tidak mungkin terliput hanya oleh sebuah Karya Akhir. Dalam Karya Akhir ini model investasi dibatasi hanya pada tiga indikator ekonomi makro yakni tingkat suku bunga SBI (Sertifikat Bank Indonesia), tingkat inflasi dan IHSG (Indeks

Harga Saham Gabungan). Pembatasan juga dilakukan pada alat pembangun model. Model investasi ini dibangun dengan persamaan regresi dan persamaan deret waktu sehingga segala bentuk pemodelan dengan simulasi dengan sendirinya tidak termasuk dalam pembahasan Karya Akhir ini. Karena pembuatan model investasi stokastik ini berorientasi pada aplikasi praktis maka segala penurunan rumus dan uji statistika yang melibatkan matematika dan statistika tingkat lanjut berada diluar cakupan Karya Akhir ini.

1.5. Metode Penulisan

Salah satu dasar ilmu pengetahuan yang penting adalah replikasi atau pengulangan penelitian atas suatu masalah yang sama pada waktu dan tempat yang berlainan. Replikasi penelitian tersebut dapat dilakukan setidaknya dengan dua cara, pertama melalui penelitian kepustakaan (*library research*) dan kedua melalui penelitian lapangan (*field research*). Melalui penelitian kepustakaan para peneliti dapat menentukan pertama bagaimana pertimbangan teoritis dapat diperbaiki, kedua apakah kontradiksi dalam literatur terdahulu dapat dijelaskan dan ketiga penelitian mana yang seharusnya diulangi. Sedang melalui penelitian lapangan para peneliti dapat menemukan pertama relasi antara teori dengan keadaan sesungguhnya, kedua penerapan atau implementasi teori pada keadaan sesungguhnya dan ketiga kenyataan-kenyataan baru untuk memperkuat, memperbaiki atau membantah teori-teori sebelumnya.

Dengan keinginan untuk menjadikan Karya Akhir ini sebagai salah satu replikasi penelitian, penulis menempuh kedua cara penelitian tersebut di atas dalam menyusun Karya Akhir ini. Untuk riset kepustakaan penulis menggunakan semua bahan publikasi yang mungkin penulis dapat, mulai dari buku-buku, jurnal, artikel, *research papers*, surat kabar, majalah dan internet. Riset lapangan penulis lakukan dengan cara menganalisa data *real* tiga indikator ekonomi makro di Indonesia. Meskipun hingga saat ini istilah indikator ekonomi makro masih menjadi perdebatan, namun setidaknya dua pengamat ekonomi Indonesia, Faisal Basri dan Umar Juoro[6] menyebut tingkat suku bunga, tingkat inflasi, indeks harga saham dan nilai tukar mata uang sebagai indikator utama ekonomi makro.

1.6. Sistematika Penulisan

Agar lebih mudah dipahami, Karya Akhir ini disajikan dengan sistematika sebagai berikut ;

Bab 1. Pendahuluan

Pada bab ini dibahas latar belakang permasalahan penentuan asumsi yang biasa dipergunakan oleh aktuaris dalam manajemen resiko dan menunjukkan kemungkinan-kemungkinan yang akan terjadi jika asumsi berbeda dengan kenyataan. Tujuan penulisan dan pembatasan masalah juga dapat ditemui dalam bab ini.

Bab 2. Persamaan Regresi dan Persamaan Deret Waktu

Pada bab ini dibahas secara ringkas landasan teori mengenai pemodelan matematika, persamaan regresi, persamaan deret waktu dan persamaan regresi – deret waktu. Pada bab ini juga akan diulas secara ringkas mengenai metode Box-Jenkins yang meliputi proses pembedaan (*difference*), *Auto-Regressive* orde p, AR (p), *Moving*

[6] Faisal Basri, *Berkaca pada "Skandal" Manulife*, http://www.freelists.org dan Umar Juoro, *Ekonomi 2002 Tidak Jauh Berbeda dengan 2001*, http://www.cides.or.id.

Average orde q, MA (q) dan *Auto-Regressive Integrated Moving Average*, ARIMA (p,d,q).

Bab 3. Model Investasi Stokastik

Pada bab ini dibahas mengenai model investasi stokastik yang dibuat oleh Profesor Wilkie. Model yang dibahas meliputi empat buah model yang terdiri dari model *Retail Price Index* atau *Consumer Price Index*, model *Share Dividends*, model *Index Dividend Yield* dan model *Consols Yield*.

Bab 4. Pemodelan dan Analisa

Dalam bab yang merupakan inti Karya Akhir ini dibahas mengenai pemodelan dan analisanya. Model dibuat dengan menggunakan data indeks saham gabungan (IHSG), data tingkat suku bunga dan data tingkat inflasi dari Bursa Efek Jakarta dan Badan Pusat Statistik Republik Indonesia. Data tersebut kemudian diolah dengan menggunakan metode-metode yang sudah dijelaskan pada Bab 2 sehingga dari data-data tersebut dihasilkan model-model yang dapat dianalisa secara lebih mendalam.

Bab 5. Penutup

Pada bab ini dipaparkan kesimpulan dan saran atas uraian, penyajian data dan analisis model yang telah dilakukan pada bab-bab sebelumnya. Bab ini sekaligus menuntaskan seluruh pembahasan Karya Akhir.

BAB 2

PERSAMAAN REGRESI DAN PERSAMAAN DERET WAKTU

2.1. Pemodelan Matematika

Model, atau suatu gambaran yang ideal, merupakan bagian yang integral dalam hidup sehari-hari. Contoh-contoh model adalah model pesawat terbang, potret, bola dunia dan sebagainya. Demikian pula, model mempunyai peranan penting dalam sains dan bisnis, seperti misalnya model mengenai atom, model mengenai struktur genetik, persamaan-persamaan matematis yang menggambarkan hukum fisika mengenai gerak atau reaksi-reaksi kimia, grafik statistika dan sistem-sistem akuntansi keuangan. Model-model demikian sangat bermanfaat untuk mengabstraksikan inti dari apa yang diteliti, memperlihatkan saling keterkaitan hubungan dan memudahkan analisa.

Model matematis merupakan gambaran yang ideal, yang dinyatakan dalam notasi-notasi dan ungkapan-ungkapan matematika. Model-model matematika mempunyai banyak keuntungan dibandingkan dengan deskripsi verbal mengenai suatu masalah. Salah satu kelebihan yang nyata adalah bahwa suatu model matematika mampu menggambarkan masalah dengan cara yang lebih singkat. Ini cenderung membuat struktur keseluruhan masalah menjadi lebih mudah dimengerti, dan membantu mengungkapkan hubungan sebab-akibat yang penting. Dengan cara demikian, juga jelas ditunjukkan data tambahan apa yang relevan kepada analisa. Model matematika juga memudahkan menghadapi masalah secara keseluruhan dan mempertimbangkan semua hubungan yang saling terkait secara simultan. Akhirnya, suatu model matematika merupakan jembatan bagi pemakaian teknik-teknik matematika dan komputer yang canggih untuk menganalisa masalah.

Namun demikian kehati-hatian tetap diperlukan karena ada sejumlah perangkap yang harus dihindari dalam penggunaan model matematika. Karena model matematika merupakan abstraksi dari masalah secara ideal, maka diperlukan pendekatan-pendekatan dan asumsi-asumsi yang menyederhanakan agar model dapat diselesaikan. Oleh karena itu, perlu diperhatikan agar model tetap merupakan penggambaran yang tepat dari suatu masalah. Kriteria yang cocok untuk menilai kesahihan sebuah model adalah apakah model tersebut mampu memprediksi efek relatif dari berbagai alternatif tindakan secara cukup tepat sehingga keputusan yang nantinya diambil juga tepat. Konsekuensinya adalah bahwa tidak perlu untuk memasukkan rincian atau faktor-faktor yang tidak penting yang kurang lebih memberi efek yang sama bagi semua alternatif tindakan yang dipertimbangkan. Bahkan tidak perlu bahwa besaran mutlak dari ukuran-ukuran kinerja adalah tepat bagi berbagai alternatif tersebut, dengan syarat bahwa nilai-nilai relatifnya (yaitu selisih antara nilai-nilainya) adalah cukup tepat bagi berbagai alternatif tersebut. Jadi yang diperlukan hanyalah bahwa terdapat korelasi yang tinggi antara prediksi oleh model dan apa yang sebenarnya akan terjadi. Untuk memastikan apakah semua persyaratan sudah dipenuhi, adalah penting untuk melakukan pengujian-pengujian dan modifikasi terhadap model.

Ketika mengembangkan model, pendekatan yang baik adalah memulai dengan bentuk yang sederhana dan kemudian dikembangkan menjadi model-model yang lebih rumit yang lebih mendekati kompleksitas masalah yang sebenarnya. Proses pengembangan model berlangsung selama model tersebut dapat dicari penyelesaiannya.

Hal penting yang perlu dipertimbangkan adalah *trade-off* antara ketepatan dan dapat atau tidaknya model diselesaikan. Tema umum dalam pemodelan matematika adalah mencari penyelesaian yang optimal, atau terbaik. Akan tetapi, perlu disadari bahwa penyelesaian-penyelesaian ini optimal hanya terhadap model-model yang digunakan. Tidak ada jaminan bahwa penyelesaian optimal bagi model adalah penyelesaian terbaik yang dapat diterapkan kepada masalah yang sebenarnya. Ada terlalu banyak hal-hal yang tidak terduga dan tidak pasti yang berkaitan dengan masalah yang sebenarnya. Akan tetapi, jika model dirumuskan dengan baik dan diuji, maka penyelesaian yang dihasilkan akan cenderung mendekati tindakan-tindakan ideal untuk masalah yang sebenarnya. Oleh karena itu, daripada meminta hal yang tidak mungkin, uji terhadap keberhasilan praktis dari suatu kajian model matematika seharusnya adalah apakah model yang dibuat merupakan pedoman yang lebih baik untuk bertindak dibandingkan cara-cara lain yang mungkin.

Herbert Simon, salah seorang pakar terkenal dalam *management science* sekaligus penerima Hadiah Nobel dalam ilmu ekonomi, menyatakan bahwa dalam praktek, 'memuaskan' lebih dominan daripada optimal. Artinya, banyak pihak cenderung mencari penyelesaian yang "cukup baik" untuk masalah yang dihadapi. Perbedaan antara 'optimisasi' dan 'memuaskan' mencerminkan perbedaan antara teori dan praktek yang sering dihadapi dalam usaha untuk menerapkan teori tadi[1]. Seperti dikatakan Samuel Eilon, pakar *management science* Inggris, dalam salah satu makalahnya : "optimisasi

[1] Frederick S. Hillier dan Gerald J. Lieberman, *Introduction to Operation Research*, McGraw-Hill, Inc., 1990.

adalah ilmunya hal-hal yang paling puncak; memuaskan adalah seninya hal-hal yang mungkin.".[2]

Dalam salah satu makalahnya, John Hibbert, memberikan panduan untuk memilih suatu model matematika yang baik. Menurut John Hibbert, sebuah model yang baik haruslah memenuhi kriteria-kriteria : *representativeness, economic interpretation, parsimony, transparency, evolution* dan *implementation tools*. Meskipun kriteria-kriteria yang ditetapkan sangat komprehensif, namun tidak banyak model yang secara sempurna memenuhi semua kriteria-kriteria tersebut. Hal ini diakui oleh John Hibbert sendiri : *It turns out to be very difficult to meet all of the criteria simultaneously. We rarely find models which pass all of the test*[3].

2.2. Persamaan Regresi

Istilah regresi diperkenalkan pertama kali oleh Francil Galton dalam makalahnya yang berjudul *Family Likeness in Stature* yang dimuat dalam Jurnal *Proceeding of Royal Society*, London Volume 40 terbitan tahun 1886. Pada dasarnya analisis regresi adalah suatu metode yang digunakan untuk menganalisa hubungan antar variabel. Hubungan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan yang menghubungkan variabel tidak bebas Y dengan satu atau lebih variabel bebas $X_1, X_2, \ldots, X_p$. Dalam hal hanya terdapat satu variabel bebas, maka model yang diperoleh disebut model regresi linier sederhana; sedangkan jika variabel bebas yang digunakan lebih dari satu, model yang diperoleh disebut model regresi linier berganda.

---

[2] Samuel Eilon, *Goals and Constraints in Decision Making*, disampaikan pada Konperensi Tahunan Canadian Operation Research Society tahun 1971.

[3] John Hibbert, et al., *A Stochastic Asset Model and Calibration for Long-Term Financial Planning Purpose*, Barrie & Hibbert Limited, Juni 2001.

Model regresi linier sederhana ditulis sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i \; ; i = 1, 2, \ldots, N \tag{2.1}$$

dimana N merupakan banyaknya pengamatan.

2.2.1. Parameter Model Regresi Linier Sederhana

Idealnya, kita perlu mencari β_1 dan β_2 sedemikian sehingga garis $Y = \beta_1 + \beta_2 X$ terletak pada semua pengamatan. Namun, dalam kenyataannya, dapat dikatakan suatu kemustahilan garis regresi yang diperoleh berada tepat pada semua pengamatan yang dilakukan. Melihat kenyataan tersebut, upaya terbaik yang dapat dilakukan adalah mencari β_1 dan β_2 sedemikian sehingga deviasi antara garis $Y = \beta_1 + \beta_2 X$ dengan titik-titik pengamatan menjadi sekecil mungkin. Dengan kata lain, nilai penyimpangan atau *error* u_i dapat diminimalkan.

Metode yang digunakan untuk mencapai penyimpangan atau *error* yang minimum disebut metode kuadrat terkecil atau OLS (*Ordinary Least Square*). Secara matematis, meminimalkan nilai penyimpangan dapat dilakukan dengan meminimalkan jumlah kuadrat *error* Σu_i^2.

$$u_i = Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_i \tag{2.2}$$

u_i dapat berharga positif, negatif atau nol. Oleh karena metode *Ordinary Least Square* sesungguhnya mencari jumlah penyimpangan kuadrat (Σu_i^2), maka diperlukan u_i^2, sehingga :

$$u_i^2 = (Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_i)^2 \tag{2.3}$$

$$\Sigma u_i^2 = \Sigma (Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_i)^2 \tag{2.4}$$

Jika masing-masing u_i^2 minimum, maka $\Sigma\ u_i^2$ akan minimum.

Prinsip *Ordinary Least Square* mengatakan bahwa kita perlu menduga β_1 dan β_2 sehingga $\Sigma\ u_i^2$ minimum. Artinya, kita akan mencari β_1 dan β_2 sedemikian rupa sehingga model regresi yang terestimasi dekat sekali dengan model regresi yang sesungguhnya. $\Sigma\ u_i^2$ akan minimum bila :

$$\frac{\partial}{\partial \beta_1} \sum u_i^2 = 0 \rightarrow 2 \sum (Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_i) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_2} \sum u_i^2 = 0 \rightarrow 2 \sum X_1 (Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_i) = 0$$

Setelah disederhanakan, β_1 dan β_2 yang memenuhi syarat adalah :

$$b_2 = \hat{\beta}_2 = \frac{\sum (X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})}{\sum (X_i - \overline{X})^2} \tag{2.5}$$

$$b_1 = \hat{\beta}_1 = \overline{Y} - \hat{\beta}_2 \overline{X} \tag{2.6}$$

dimana :

$$\overline{X} = \frac{1}{N} \sum X_i \text{ dan } \overline{Y} = \frac{1}{N} \sum Y_i$$

Bila X_i dan Y_i sudah teramati, maka b_1 dan b_2 dapat diperoleh melalui rumus-rumus tersebut di atas. Koefisien regresi b_1 dan b_2 sering disebut dengan *Ordinary Least Square Estimator* (OLSE) dan untuk memudahkan notasi, model terestimasi sering ditulis dengan persamaan :

$$Y = b_1 + b_2 X \tag{2.7}$$

2.2.2. Sifat Penaksir Kuadrat Terkecil

Koefisien regresi b_1 dan b_2 yang diperoleh melalui perhitungan *Ordinary Least Square* sebaiknya memenuhi syarat sebagai taksiran yang paling baik untuk β_1 dan β_2. Secara umum, prediksi yang diinginkan adalah prediksi yang tepat atau tidak menyimpang dan kalaupun ada penyimpangan, diusahakan nilai penyimpangannya seminimum mungkin.

Untuk dapat digunakan sebagai penaksir atas suatu parameter, penaksir harus memiliki sifat-sifat berikut :

1. Tak Bias

   Bila b adalah taksiran dari β (suatu parameter), maka b dikatakan sebagai taksiran tak bias jika $E(b) = \beta$.

2. Efisien

   Bila $\hat{\beta}$ dan $\overline{\beta}$ keduanya merupakan taksiran tak bias untuk β, maka $\hat{\beta}$ dikatakan lebih efisien dari $\overline{\beta}$ jika $\text{var}(\hat{\beta}) \leq \text{var}(\overline{\beta})$.

3. Terbaik dan Tak Bias

   Bila $\hat{\beta}$ merupakan taksiran tak bias untuk β, maka $\hat{\beta}$ dikatakan sebagai taksiran terbaik dan tak bias untuk β bila untuk setiap taksiran tak bias untuk β, katakan $\overline{\beta}$, berlaku :

   $\text{var}(\hat{\beta}) \leq \text{var}(\overline{\beta})$.

4. BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*)

   Bila b mempunyai hubungan yang linier terhadap nilai sampel, misalkan :

   $b = a_0 + a_1X_1 + \ldots + a_nX_n$

   b dikatakan BLUE bila :

var (b) $\leq$ var ($\tilde{\beta}$) untuk setiap $\tilde{\beta}$ *linear unbiased estimator* untuk β.

Untuk menguji apakah taksiran yang diperoleh dengan menggunakan *Ordinary Least Square* merupakan taksiran yang baik atau tidak, harus dilihat apakah model regresi yang dihasilkan sudah sesuai dengan teorema Gauss-Markov. Jika model regresinya memenuhi asumsi-asumsi berikut, maka taksiran yang diperoleh dengan metode *Ordinary Least Square* mempunyai sifat BLUE :

1. E (u_i) = 0
2. cov (u_i , u_j) = 0 ; i $\neq$ j
3. var (u_i | x_i) = σ^2 sama untuk setiap i (*homoscedasticity*)
4. cov (u_i , x_i) = 0

2.2.3. *Standard Error* Penaksir

Sebagaimana telah diuraikan pada bagian terdahulu bahwa metode yang digunakan untuk menaksir model dilandasi oleh prinsip meminimalkan *error*. Oleh karena itu, ketepatan dari taksiran ditentukan oleh *standard error* dari masing-masing taksiran. *Standard error* dirumuskan sebagai berikut :

$$\text{SE}(b_2) = \left\{ \frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right\}^{1/2} \tag{2.8}$$

$$\text{SE}(b_1) = \left\{ \frac{\sum X_i^2}{N \sum (X_i - \bar{X})^2} \right\}^{1/2} \sigma \tag{2.9}$$

Oleh karena σ merupakan penyimpangan yang terjadi dalam populasi, yang nilainya tidak diketahui, maka σ biasanya ditaksir berdasarkan data sampel. Taksiran untuk σ adalah sebagai berikut :

$$s = \left(\frac{\sum u_i^2}{N-2} \right)^{1/2}$$

$$u_i^2 = \left(Y_i - \overline{Y}_i \right)^2$$

2.2.4. Ukuran Kecocokan Model (*Goodness of Fit*)

Setelah menaksir parameter dan *standard error*-nya, perlu untuk diperiksa apakah model regresi yang terestimasi sudah cukup baik atau belum. Untuk mengetahui hal tersebut, harus dicari suatu ukuran yang dapat mengukur seberapa dekatkah garis regresi yang terestimasi dengan data sebenarnya. Ukuran yang biasa digunakan untuk keperluan ini adalah ukuran kecocokan model (*goodness of fit*) yang biasa dilambangkan dengan R^2.

Ukuran *goodness of fit* ini menggambarkan seberapa besar variasi dari *regressand* (Y) dapat dijelaskan oleh *regressor* (X). Bila $R^2 = 0$, artinya variasi dari Y tidak dapat diterangkan oleh X sama sekali. Sementara bila $R^2 = 1$, artinya variasi dari Y dapat dijelaskan secara sempurna oleh X. Dengan kata lain bila $R^2 = 1$, maka semua titik-titik pengamatan berada pada garis regresi. Dengan demikian ukuran *goodness of fit* dari suatu model ditentukan oleh R^2 yang nilainya berada antara nol dan satu.

Nilai R^2 dirumuskan mengikuti langkah-langkah berikut ini :

Observasi : $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i$

Regresi : $\hat{Y}_i = b_1 + b_2 X_i$ ($\hat{Y}_i$ adalah estimasi dari Y_i).

$$Y_i = \hat{Y}_i + \varepsilon_i$$

$$Y_i - \overline{Y} = \hat{Y}_i - \overline{Y} + \varepsilon_i$$

$$\sum (Y_i - \overline{Y})^2 = \sum (\hat{Y}_i - \overline{Y} + \varepsilon_i)^2$$

$$\sum (Y_i - \overline{Y})^2 = \sum (\hat{Y}_i - \overline{Y})^2 + \sum \varepsilon_i^2$$

$$\text{TSS} = \text{ESS} + \text{RSS}$$

Keterangan :

TSS : *Total Sum of Square*

ESS : *Explained Sum of Square*

RSS : *Residual Sum of Square*

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} \tag{2.10}$$

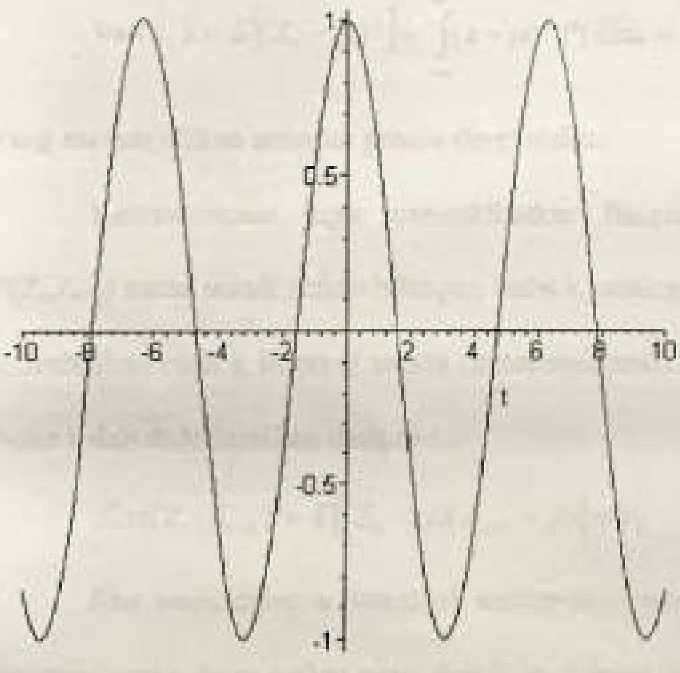
Jelas kiranya bahwa tidak tepatnya letak titik-titik pada garis regresi disebabkan karena adanya faktor-faktor lain yang berpengaruh terhadap variabel bebas. Bila tidak ada penyimpangan tentunya tidak akan ada *error*. Akibat hal tersebut, maka RSS = 0, yang berarti ESS = TSS atau $R^2 = 1$. Atau dengan kata lain, semua titik-titik observasi berada tepat di garis regresi. Jadi, TSS sesungguhnya adalah variasi dari data, sedang ESS adalah variasi dari garis regresi yang dibuat.

2.3. Persamaan Deret Waktu

Deret waktu adalah barisan observasi yang diperoleh pada waktu diskrit dengan jarak interval waktu yang sama. Barisan obervasi itu dinyatakan sebagai $Z_1, Z_2, \ldots, Z_N$ dengan interval waktu t = 1, 2, 3, … , N. Jika deret waktu aslinya kontinyu, maka dapat diperoleh runtun waktu diskrit dengan cara mengambil observasi pada waktu-waktu tertentu atau dengan mengakumulasikan observasi untuk suatu periode waktu tertentu.

Deret waktu disebut ***deterministik*** jika nilai ramalan dari suatu deret waktu, secara tepat dapat ditentukan oleh suatu fungsi tertentu, misalnya Z_t = Cos (t) atau apabila deret waktu yang lalu secara pasti dapat menentukan nilai yang akan datang. Jika deret waktu yang lalu hanya dapat menggambarkan struktur probabilitas dari keadaan masa depan, maka deret waktu yang demikian disebut ***statistik*** atau ***stokastik***.

Gambar 2.1. Deret Waktu Deterministik : Z_t = Cos (t)



2.3.1. Proses Stokastik Stasioner

Dalam metode analisis deret waktu dikenal adanya deret waktu yang stasioner dan deret waktu yang tidak stasioner. Proses stasioner adalah satu kelas yang penting dari model stokastik, untuk menggambarkan deret waktu. Proses stokastik dikatakan stasioner jika fungsi kepadatan probabilitas gabungan dari himpunan variabel random Z_t, tidak berubah atau invariant terhadap berubahnya waktu. Dengan kata lain :

$$P(Z_t,\ldots,Z_{t+k}) = P(Z_{t+m},\ldots,Z_{t+k+m}) \ \forall \text{ k dan m bilangan bulat.}$$

Jika k = 0, maka

$$P(Z_t) = P(Z_{t+m}) = P(Z), \text{ untuk } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{2.11}$$

Sehingga proses stokastik stasioner mempunyai *mean* konstan

$$\mu = E(Z_t) = \int_{-\infty}^{\infty} zP(z)dz \tag{2.12}$$

yang menunjukkan tingkat fluktuasi proses; dan variansi konstan

$$\mathrm{var}(Z_t) = E\left[(Z_t - \mu)^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} (z-\mu)^2 P(z)dz = \sigma_z^2 \tag{2.13}$$

yang menunjukkan sebaran proses deret waktu.

Kestasioneran juga mengakibatkan fungsi kepadatan probabilitas gabungan $P(Z_t,Z_{t+k})$ sama untuk setiap bilangan bulat k, sehingga kovariansi antara Z_t dan Z_{t+k} yang ditimbulkan oleh k interval waktu (autokovariansi) selalu konstan untuk setiap bilangan bulat k dan didefinisikan dengan :

$$Kov(Z_t, Z_{t+k}) = E\left[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)\right] = \gamma_k \tag{2.14}$$

Jika suatu deret waktu tidak mempunyai *mean*, variansi dan autokovariansi yang konstan, maka deret waktu yang demikian dikatakan tidak stasioner pada *mean*, variansi dan autokovariansinya. Jika definisi persamaan (2.11) berlaku untuk m ≤ p dimana p adalah bilangan bulat positif, maka dikatakan proses tersebut mempunyai stasioneritas tingkat p.

2.3.2. Proses Pembedaan (Diferensi)

Dalam prakteknya, barisan data yang kita jumpai lebih sering bersifat tidak stasioner daripada sebaliknya. Namun demikian, barisan data yang tidak stasioner dapat ditransformasi menjadi barisan data yang stasioner dengan melakukan proses pembedaan (diferensi) pada barisan data asli. Pembedaan pada prinsipnya adalah membentuk himpunan variabel baru berdasarkan perbedaan atau selisih antara dua buah observasi yang masing-masing mempunyai beda waktu d periode ke belakang.

Notasi yang sangat bermanfaat untuk proses ini adalah operator penggerak mundur (*backshift operator*) B, yang penggunaannya adalah sebagai berikut :

$$BZ_t = Z_{t-1}$$

ini disebut pembedaan pertama. Secara umum pembedaan ke d dapat ditulis sebagai

$$B^d Z_t = Z_{t-d}$$

artinya jika operator B^d bekerja pada variabel Z_t, maka akan menggeser data tersebut d periode ke belakang. Untuk data bulanan, apabila kita ingin memperhatikan bulan yang sama pada tahun sebelumnya, maka digunakan B^{12} (pembedaan keduabelas) dan notasinya adalah :

$$B^{12} Z_t = Z_{t-12}$$

Sebagai contoh apabila suatu deret waktu tidak stasioner, maka data tersebut dapat dibuat lebih mendekati stasioner dengan melakukan pembedaan orde pertama

$$W_t = Z_t - Z_{t-1} \qquad (2.15)$$

W_t merupakan himpunan variabel baru. Dengan menggunakan operator penggerak mundur, persamaan (2.15) dapat ditulis menjadi

$$W_t = Z_t - BZ_t = (1 - B)Z_t$$

Jadi pembedaan orde pertama dinyatakan dengan (1 - B).

Jika variabel W_t belum stasioner, maka pembedaan orde kedua harus dihitung, yaitu pembedaan pertama dari variabel W_t.

$$\begin{aligned} Y_t &= W_t - W_{t-1} \\ &= (Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-1} - Z_{t-2}) \\ &= Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2} \\ &= (1 - 2B + B^2)Z_t \\ &= (1 - B)^2 Z_t \end{aligned}$$

Dari hasil perhitungan di atas, pembedaan orde kedua diberi notasi $(1 - B)^2$. Hal ini memperlihatkan bahwa pembedaan orde kedua tidak sama dengan pembedaan kedua yang diberi notasi $1 - B^2$.

Secara umum, pembedaan orde ke d ditulis dengan :

$$(1 - B)^d Z_t$$

Dalam praktek, biasanya kestasioneran dapat dicapai pada orde pembedaan d = 2.

Selain menggunakan *backshift operator* B, proses pembedaan dapat juga diilustrasikan dengan menggunakan operator diferensi ∇ yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1} = (1 - B)Z_t$$

sehingga didapat hubungan

$$\nabla = 1 - B$$

Secara umum dapat ditulis :

$$\nabla_d Z_t = (1 - B)^d Z_t$$

2.3.3. Fungsi Autokovariansi dan Fungsi Autokorelasi

Koefisien autokorelasi serupa dengan koefisien korelasi, hanya bedanya, koefisien ini menggambarkan hubungan antara nilai-nilai dari variabel yang sama, tetapi pada periode waktu yang berbeda. Jadi autokorelasi adalah suatu ukuran persekutuan atau asosiasi antara nilai-nilai dengan selisih waktu tertentu, dari suatu variabel yang sama.

Autokorelasi pada *lag* k yaitu autokorelasi antara nilai-nilai deret waktu yang mempunyai beda waktu k periode, didefinisikan sebagai berikut :

$$\rho_k = \frac{E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E[(Z_t - \mu)^2]E[(Z_{t+k} - \mu)^2]}} = \frac{\gamma_k}{\sigma_z^2} \tag{2.16}$$

karena var $\sigma_z^2 = \gamma_0$ untuk setiap waktu t, maka autokorelasi pada *lag* k adalah :

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

sehingga didapat :

$$\rho_0 = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = 1$$

Perlu diingat : $\gamma_{-k} = \gamma_k$ karena

Kov (Z_t, Z_{t-k}) = Kov (Z_{t-k}, Z_t) = Kov (Z_t, Z_{t+k})

$\{\gamma_k, k = 0,1,2,...\}$ dinamakan fungsi autokovariansi dari proses stokastik, dan

$\{\rho_k, k = 0,1,2,...\}$ dinamakan fungsi autokorelasi (fak) dari proses stokastik.

Dari deret waktu stasioner $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$, kita dapat menaksir atau mengestimasi *mean* μ, fungsi autokovariansi $\{\gamma_k, k = 0,1,2,...\}$ dan fungsi autokorelasi $\{\rho_k, k = 0,1,2,...\}$ dengan menggunakan statistik :

$$\hat{\mu} = \bar{z} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} Z_t \tag{2.17}$$

$$\hat{\gamma}_k = C_k = \frac{1}{N}\sum_{t=k+1}^{N}(Z_t - \overline{Z})(Z_{t-k} - \overline{Z}) \text{ untuk } k = 0,1,2,\ldots \tag{2.18}$$

$$\hat{\rho}_k = r_k = \frac{C_k}{C_0} \tag{2.19}$$

Dalam praktek, untuk mendapatkan taksiran fungsi autokorelasi yang baik, diperlukan N $\geq$ 50 dan taksiran autokorelasi r_k cukup dihitung untuk k = 0,1,2,…,K dimana K $\leq$ N/4.

Pengukuran statistik lain yang membantu mengenali model deret waktu adalah fungsi autokorelasi parsial (fakp). Pengertian autokorelasi parsial dalam analisa deret waktu sama seperti dalam analisa regresi. Jika variabel tidak bebas Z_t diregresikan terhadap variabel bebas Z_{t-1}, Z_{t-2}, maka untuk mengetahui korelasi parsial antara Z_t dengan Z_{t-1}, kita terlebih dahulu harus mengasumsikan bahwa variabel Z_{t-2} tetap (dimasukkan sebagai *error*). Demikian pula untuk menghitung korelasi parsial antara Z_t dengan Z_{t-2}.

Selanjutnya fungsi autokorelasi parsial dinyatakan dengan :

$\{\phi_{kk}, k = 1,2,3,\ldots\}$ yakni himpunan autokorelasi parsial untuk berbagai *lag* k.

$$\phi_{11} = \rho_1$$

$$\phi_{22} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}$$

$$\phi_{33} = \frac{\rho_1^3 - 2\rho_1\rho_2 + \rho_1\rho_2^2 - \rho_1^2\rho_3 + \rho_3}{1 - 2\rho_1^2 + 2\rho_1^2\rho_2 - \rho_2^2}$$

Nilai estimasi $\hat{\phi}_{kk}$ diperoleh dengan mengganti ρ_i dengan r_i. Untuk *lag* yang lebih besar, dimana fungsi autokorelasi parsial menjadi kecil sekali (tidak signifikan berbeda dengan nol), variansi $\hat{\phi}_{kk}$ dapat didekati dengan rumus berikut :

$\text{var}(\hat{\phi}_{kk}) \approx 1/N.$

2.3.4. Klasifikasi Model Deret Waktu

Dalam model deret waktu dikenal adanya tiga model dasar yaitu :

1. Model Regresi Diri (*Auto-Regressive* = AR)

Secara umum proses *autoregressive* (AR) tingkat p mempunyai persamaan sebagai berikut :

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + ... + \phi_p Z_{t-p} + a_t \quad (2.20)$$

yaitu nilai sekarang dari proses dinyatakan sebagai jumlah tertimbang nilai-nilai yang lalu ditambah satu sesatan saat ini, a_t (*random shock*). Sesatan a_t menunjukkan kejadian-kejadian random yang tidak dapat dijelaskan oleh model tersebut. ϕ_i, i = 1,2,…,p adalah parameter-parameter *autoregressive* yang akan ditaksir. Persamaan (2.20) dapat juga ditulis sebagai :

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} - ... - \phi_p Z_{t-p} = a_t$$

$$\left(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - ... - \phi_p B^p\right) Z_t = a_t$$

$$\phi(B) Z_t = a_t$$

2. Model Rataan Bergerak (*Moving Average* = MA)

Bentuk umum proses *moving average* (MA) tingkat q adalah :

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - ... - \theta_q a_{t-q} \quad (2.21)$$

dimana a_t merupakan sesatan yang saling bebas dan θ_i, i = 1,2,…,q adalah parameter-parameter yang akan ditaksir. Dengan menggunakan *backshift operator* B, persamaan (2.21) dapat ditulis dengan :

$$Z_t = \left(1-\theta_1 B - \theta_2 B^2 - ... - \theta_q B^q\right)a_t$$

$$Z_t = \theta(B)a_t$$

$\theta(B) = 1-\theta_1 B - \theta_2 B^2 - ... - \theta_q B^q$ adalah operator *moving average* MA (q).

3. Model Regresi Diri – Rataan Bergerak (*Auto-Regresive Moving Average* = ARMA)

Sebagai perluasan dari proses *autoregressive* AR (p) dan *moving average* MA (q) adalah proses campuran *autoregressive moving average* ARMA (p,q). Model campuran ini berbentuk :

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + ... + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - ... - \theta_q a_{t-q} \tag{2.22}$$

artinya variabel tidak bebas Z_t tidak hanya tergantung pada nilai observasi sebelumnya, tapi juga tergantung pada nilai sesatan a_t sekarang dan sebelumnya.

Model campuran (2.22) biasa ditulis dengan :

$$\left(1-\phi_1 B - \phi_2 B^2 - ... - \phi_p B^p\right)Z_t = \left(1-\theta_1 B - \theta_2 B^2 - ... - \theta_q B^q\right)a_t$$

$$\phi(B)Z_t = \theta(B)a_t$$

$\phi(B)$ dan $\theta(B)$ adalah polinomial-polinomial berderajat p dan q dalam B.

Pada tahun 1976, George E. P. Box dan Gwilym M. Jenkins berhasil mengembangkan model deret waktu untuk data yang tidak stasioner dengan memperhatikan beberapa faktor yang ada dalam realita sebagai suatu fluktuasi random, seperti faktor *trend*, musiman dan siklus. Model Box-Jenkins ini selanjutnya dikenal dengan nama model ARIMA (*Auto-Regressive Integrated Moving Average*), atau biasa ditulis ARIMA (p,d,q). Model ini menyatakan bahwa untuk data-data yang tidak stasioner dapat diselesaikan dengan model *autoregressive* berderajat p, AR (p) dan *moving average* berderajat q, MA (q) setelah data tersebut didiferensiasi d periode (diambil selisih waktu d periode sebelumnya).

2.4. Persamaan Regresi – Deret Waktu

Secara ringkas, persamaan regresi – deret waktu (sesuai dengan namanya) adalah gabungan atau kombinasi antara persamaan regresi dengan persamaan deret waktu. Persamaan regresi ganda dengan dua variabel tidak bebas X_1 dan X_2 dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \varepsilon_t \qquad (2.23)$$

Persamaan tersebut mengandung sesatan atau penyimpangan yang menjelaskan varian Y_t yang tidak dapat dijelaskan oleh X_1 dan X_2. Penyimpangan ε_t dengan sendirinya merupakan data deret waktu. Karena penyimpangan ε_t berbentuk deret waktu maka penyimpangan tersebut dapat dianalisa dengan menggunakan model deret waktu seperti yang diuraikan pada sub bab 2.3. Model deret waktu atas sesatan ini akan membantu menjelaskan variansi yang tidak dijelaskan oleh X_1 dan X_2 dalam persamaan regresi.

Setelah model deret waktu diaplikasikan pada penyimpangan ε_t, maka persamaan (2.23) dapat ditulis ulang menjadi :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \phi^{-1}(B)\theta(B)\eta_t \qquad (2.24)$$

Persamaan ini seringkali disebut sebagai *transfer function model* atau MARIMA (*Multivariate Auto Regressive Integrated Moving Average*)

BAB 3

MODEL INVESTASI STOKASTIK

3.1. Teori Tingkat Bunga

Sudah sejak lama, tingkat bunga ditengarai sebagai salah satu masalah ekonomi makro yang kompleks dan rumit. Bergairah tidaknya perekonomian suatu negara sering sangat ditentukan oleh fluktuasi tingkat bunga di negara tersebut. Namun sekompleks apapun perilaku tingkat bunga, para ekonom telah berhasil mengidentifikasi variabel-variabel utama yang berkemungkinan besar menjadi penggerak utama perubahan tingkat bunga. Dari beberapa variabel yang telah berhasil diidentifikasi, tampaknya tidak ada yang lebih penting dari tingkat inflasi.

Perubahan yang terjadi pada tingkat inflasi atau bahkan sekedar ekspektasi kemungkinan tingkat inflasi di masa mendatang sudah memberikan pengaruh yang sangat nyata dan merupakan *leading cause of wide swings in interest rate*[1]. Singkatnya, ekspektasi menurunnya tingkat inflasi di masa mendatang akan menarik turun tingkat bunga dan sebaliknya, ekspektasi naiknya tingkat inflasi di masa mendatang akan segera memicu naiknya tingkat bunga. Sehingga tidak mengherankan jika Profesor Irving Fisher, seorang ekonom Amerika Serikat mengatakan bahwa *money interest rates could be seen as the sum of a real interest rate and a compensation for inflation, the decline in the purchasing power of the investment*[2].

---

[1] Lawrence J. Gitman dan Michael D. Joehnk, *Fundamentals of Investing 6th Edition*, HarperCollins Publishers, New York, 1996.
[2] Chris D. Daykin, et al., *Practical Risk Theory for Actuaries*, Chapman & Hall/CRC, New York, 1995.

Meskipun tingkat inflasi merupakan variabel utama yang mempengaruhi fluktuasi tingkat bunga, namun setidaknya lima variabel ekonomi berikut turut memberikan andil yang signifikan terhadap berubahnya tingkat bunga[3] :

1. Perubahan atas *money supply*.

   Peningkatan yang terjadi atas money supply akan mendorong penurunan tingkat bunga (ada lebih banyak dana yang tersedia untuk pinjaman) dan sebaliknya. Namun hal ini hanya berlaku hingga batas tertentu. Bila peningkatan money supply menjadi berlebihan maka hal ini akan memicu terjadinya inflasi yang akan segera diikuti oleh naiknya tingkat bunga.

2. Besarnya defisit anggaran pemerintah.

   Bila anggaran pemerintah mengalami defisit dan pemerintah harus melakukan pinjaman yang cukup besar untuk menutupi defisit anggaran tersebut, maka meningkatnya kebutuhan akan dana talangan ini akan memberikan tekanan naik pada tingkat bunga.

3. Kegiatan ekonomi dalam negeri

   Kegiatan bisnis membutuhkan kapital yang besar ketika perekonomian sedang mengalami ekspansi. Hal ini membuat kebutuhan dana meningkat dan sebagai konsekuensinya tingkat bunga akan cenderung meningkat. Pada saat resesi, ketika perekonomian berkontraksi, tingkat bunga secara tipikal akan cenderung menurun.

4. Kebijakan moneter bank sentral.

   Kebijakan-kebijakan yang dijalankan oleh otoritas moneter untuk mengendalikan inflasi sudah pasti berdampak terhadap fluktuasi tingkat bunga. Karena peregrakan

[3] Lawrence J. Gitman dan Michael D. Joehnk, *Fundamentals of Investing 6th Edition*, HarperCollins Publishers, New York, 1996.

tingkat bunga sangat dipengaruhi pergerakan tingkat inflasi, maka kebijakan apapun yang dijalankan oleh otoritas moneter yang mengakibatkan bergeraknya tingat inflasi, naik atau turun, secara langsung akan mengakibatkan bergeraknya tingkat bunga.

5. Tingkat bunga negara lain.

   Pada situasi global seperti saat ini dimana kegiatan investasi sudah dilakukan lintas batas (*cross border*) negara, maka tingkat bunga di negara lain akan memberi pengaruh langsung pada pergerakan tingkat bunga di dalam negeri. Jika tingkat bunga di luar negeri mengalami kenaikan, maka tingkat bunga di dalam negeri "harus" ikut naik. Kenaikan tingkat bunga ini harus dilakukan jika tidak ingin terjadi *capital flight* akibat tingkat bunga di luar negeri lebih menarik dibandingkan tingkat bunga di dalam negeri.

Pengamatan atas perilaku tingkat bunga seringkali dikaitkan dengan tingkat pengembalian (*return*) sekuritas pendapatan tetap (*fixed income securities*). Studi yang luas dan intensif atas perilaku tingkat bunga tidak mungkin terpisah dari istilah populer *term structure of interest rate* yang secara umum didefinisikan sebagai *relationship between the interest rates and time to maturity for any class of similar-risk securities*[4]. Upaya memberikan elaborasi atas *term structure of interest rate* telah melahirkan tiga teori besar mengenai perilaku tingkat bunga.

1. *Expectations Hypothesis.*

   Expectations Hypothesis mengatakan bahwa hubungan antara tingkat bunga saat ini dan tingkat bunga di masa yang akan datang dipengaruhi oleh ekspektasi tingkat inflasi di masa yang akan datang. Jika ekspektasi tingkat inflasi di masa yang akan

[4] Lawrence J. Gitman dan Michael D. Joehnk, *Fundamentals of Investing 6th Edition*, HarperCollins Publishers, New York, 1996.

datang menjadi lebih tinggi, maka tingkat bunga saat ini akan mengalami kenaikan sebagai kompensasinya dan sebaliknya.

2. *Liquidity Preference Theory.*

   Liquidity Preference Theory mengatakan bahwa tingkat bunga jangka pendek akan lebih rendah daripada tingkat bunga jangka panjang. Perilaku ini disebabkan oleh dua hal. Pertama, sebagian besar manusia lebih memilih "memegang" dana cair (*liquid*) saat ini dan oleh karena itu manusia akan meminta kompensasi lebih besar jika mereka harus melepaskan dana cair untuk diinvestasikan dalam jangka panjang. Kedua, risiko berinvestasi dalam jangka panjang lebih besar dibandingkan dengan risiko berinvestasi dalam janga pendek dan untuk itu kompensasi yang diberikan atas risiko yang lebih besar juga harus lebih besar.

3. *Market Segmentation Theory.*

   Market Segmentation Theory mengatakan bahwa penawaran dan permintaan uang telah tersegmentasi atas penawaran dan permintaan uang untuk kebutuhan jangka pendek dan kebutuhan jangka panjang. Jika penawaran uang dalam jangka pendek lebih besar daripada permintaannya, maka tingkat bunga jangka pendek akan mengalami penurunan dan sebaliknya. Hal yang sama berlaku pula untuk penawaran dan permintaan uang dalam jangka panjang. Jika penawaran uang dalam jangka panjang lebih besar daripada permintaannya, maka tingkat bunga jangka panjang akan mengalami penurunan dan sebaliknya.

3.2. Wilkie Model

Terminologi model investasi stokastik untuk pertama kalinya digunakan oleh Profesor Alasdair David Wilkie dalam makalahnya yang berjudul *A Stochastic Investment Model for Actuarial Use* yang dipublikasikan dalam *Transactions of the Faculty of Actuaries* Volume 39 tahun 1986. Agar terminologi model investasi stokastik tidak disalahtafsirkan maka penting dipahami independensi makna kata investasi dalam kata investasi stokastik dari kata portofolio investasi. Penafsiran yang keliru akan membawa kepada kerancuan yang berujung pada tidak dipahaminya konsep investasi stokastik secara benar. Seperti halnya kata cadangan (*reserve*) dalam terminologi aktuaria yang berkonotasi kewajiban (*liability*) tidak dapat ditafsirkan seperti kata cadangan (*reserve*) dalam terminologi pada umumnya yang berkonotasi keuntungan (*surplus*).

Setidaknya terdapat tiga perbedaan mendasar yang terkandung dalam makna kata investasi antara terminologi model investasi stokastik dan portofolio investasi. Perbedaan tersebut terletak pada konotasi, sifat dan tujuan. Dalam portofolio investasi, konotasi kata investasi mengacu pada wahana investasi yang digunakan, sedangkan pada investasi stokastik, konotasi kata investasi mengacu pada varibel, ukuran atau parameter investasi. Sifat portofolio investasi adalah deterministik karena tujuannya adalah mengestimasi tingkat pengembalian terbaik yang mungkin diperoleh dari sekumpulan (portfolio) wahana investasi. Sifat investasi stokastik, sesuai dengan namanya, adalah stokastik karena tujuannya adalah memprediksi perilaku suatu variabel investasi di masa yang akan datang dengan memperhatikan perilakunya di masa lalu.

Pembuatan model investasi stokastik oleh Profesor Wilkie ini dilatarbelakangi oleh dua alasan utama :

1. Kebutuhan aktuaris Inggris akan sebuah model stokastik yang dapat menggambarkan perilaku variabel-variabel investasi dalam jangka panjang.
2. Kebutuhan akan model yang di satu sisi secara kuat merepresentasikan perilaku variabel investasi di masa lalu, namun di sisi lain juga didasarkan pada asumsi-asumsi ekonomi dan investasi yang rasional sehingga menghasilkan simulasi perilaku variabel investasi di masa depan yang secara umum dianggap realistis.

Sebagian besar konsep-konsep dasar aktuaria dihasilkan pada saat instrumen investasi perusahaan asuransi dan dana pensiun masih sangat terbatas dan memberikan tingkat bunga tetap dengan tingkat inflasi jangka panjang yang hampir dapat dikatakan nihil. Dengan demikian, konsep aktuaria yang paling tepat digunakan pada saat itu adalah konsep aktuaria yang menggunakan asumsi tingkat bunga tetap.

Sejak pertengahan abad keduapuluh, perusahaan asuransi dan dana pensiun mulai melakukan perluasan investasinya seiring dengan hadirnya instrumen-instrumen investasi baru. Fenomena ini ditandai dengan tingkat inflasi yang mulai menjadi *continuing feature* yang besarnya dianggap signifikan dan tidak dapat diabaikan. Sebagai konsekuensinya, tingkat bunga juga mulai mengalami peningkatan secara substansial dengan fluktuasi yang tidak mudah diprediksi. Pada situasi seperti ini tidak mungkin lagi membicarakan investasi tanpa mempertimbangkan faktor-faktor ekonomi yang mempengaruhi hasil investasi. Sebagai contoh, saat ini tidak mungkin lagi meramalkan masa depan perusahaan asuransi tanpa mempertimbangkan faktor inflasi atas biaya pengelolaan perusahaan (*management expenses*).

Profesor Wilkie membangun model investasinya dengan menggunakan empat variabel berikut : Q(t) untuk *Retail Price Index* atau *Consumer Price Index*, D(t) untuk

Share Dividends, Y(t) untuk *Dividend Yield* (*Share Dividends* dibagi dengan *Price Index*) dan C(t) untuk *Yield on 2,5% Consols*.

Data yang digunakan adalah data Inggris dari tahun 1919 hingga tahun 1982. Penggerak utama (*driving force*) keempat variabel tersebut adalah tingkat inflasi dan untuk alasan inilah Wilkie Model dikatakan memiliki struktur riam (*cascade structure*), seperti dinyatakan oleh Profesor Wilkie : "*Although four separate variables are involved in the model, I did not find it necessary to use a full multivariate structure, in which each variable could affect each of the others. Instead I chose to use a "cascade" one, which can be shown diagrammatically below, where the arrows indicate the direction of influence*"[5]. Dalam membangun modelnya, Profesor Wilkie juga menggunakan *standard Box-Jenkins times-series methodology*[6].

Model investasi stokastik yang dibuat oleh Profesor Wilkie, salah satunya menggambarkan perilaku tingkat bunga di Inggris yang diwakili oleh variabel *Consols*. Karena *Consols* adalah obligasi pemerintah, maka karakteristiknya dapat dianggap sama dengan obligasi pemerintah negara lain seperti *T-Bills* di Amerika Serikat.

Model untuk C(t) adalah :

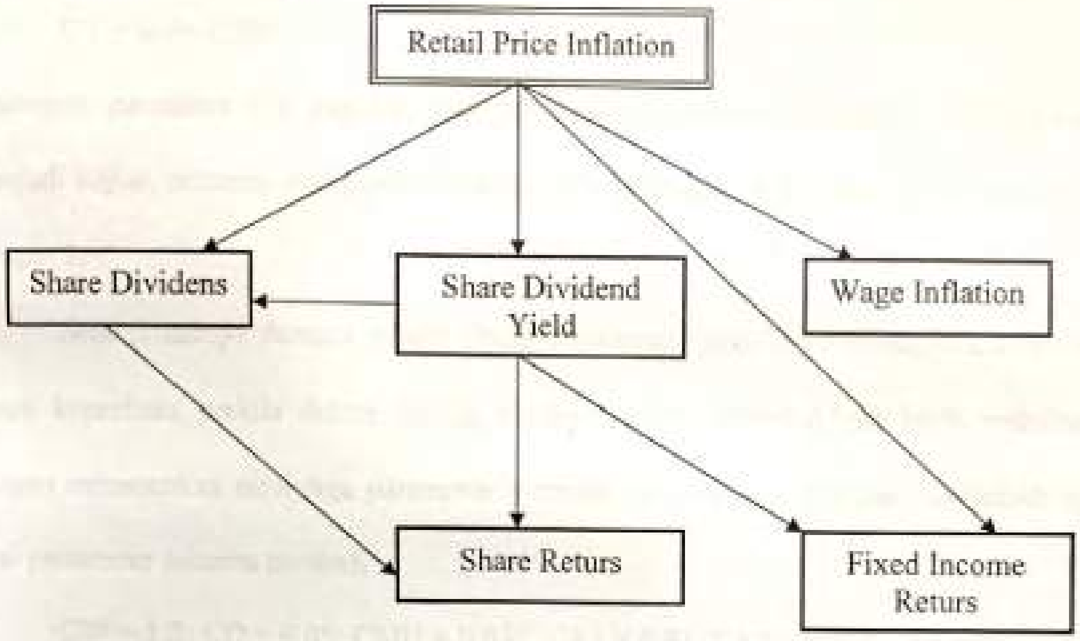
$$C(t) = CW\left(\frac{CD}{1-(1-CD)B}\right)\nabla \ln Q(t) + CN(t) \tag{3.1}$$

dimana $\ln CN(t) = \ln CMU + (CA1.B + CA2.B^2 + CA3.B^3)(\ln CN(t) - \ln CMU)$

$$+ CY.YE(t) + CSD.CZ(t)$$

[5] Prof. Alasdair David Wilkie, *A Stochastic Investment Model for Actuarial Use*, Transactions of the Faculty of Actuaries Volume 39, London 1986.
[6] Harry H. Panjer, *Financial Economics With Applications to Investments, Insurance and Pensions, The Actuarial Foundation*, Schaumburg, Illinois, 1998.

Gambar 3.1: *Cascade Structure for the Wilkie Model*[7]



Consols (iredeemable government bonds)[8] *Yield* diasumsikan terdiri dari bagian *real*, CN(t) ditambah bagian *allowance* sebagai antisipasi tingkat inflasi yang akan datang. Ekspektasi tingkat inflasi yang akan datang didasarkan pada tingkat inflasi saat ini dan tingkat inflasi dimasa lalu. Bagian *real* didefinisikan oleh model *autoregressive* orde 3, AR(3).

Notasi CD dalam kurung, serupa dengan notasi DD dalam model Share Dividends dengan nilai parameter yang berbeda. CD mewakili nilai saat ini dari ekspektasi tingkat inflasi dimasa yang akan datang (*curent value of expected future inflation*) dalam bentuk EWMA (*exponentially weighted moving average*) dari tingkat inflasi dimasa lalu.

[7] *Ibid.*, hal. 447
[8] Chris D. Daykin, et al., *Practical Risk Theory for Actuaries*, Chapman & Hall/CRC, 1995.

Nilai untuk parameter adalah :

CW = 1,0; CD = 0,045; CMU = 0,035; CA1 = 1,2; CA2 = -0,48; CA3 = 0,2;

CY = 0,06; CSD = 0,14.

Walaupun parameter CW dapat dihilangkan dari model karena bernilai 1, namun akan menjadi kajian menarik atas perilaku model bila parameter CW diberi nilai tidak sama dengan 1.

Seperti halnya dengan model *Share Dividends*, penelitian menunjukkan bahwa untuk keperluan praktis dalam jangka panjang, model dapat dibuat lebih sederhana dengan menetapkan nilai tiga parameter menjadi sama dengan nol dan mengubah tiga nilai parameter lainnya menjadi :

CW = 1,0; CD = 0,05; CMU = 0,035; CA1 = 0,91; CA2 = 0,0; CA3 = 0,0;

CY = 0,0; CSD = 0,165.

Bentuk yang telah disesuaikan ini menyatakan bahwa pengaruh inflasi pada *Consols Yield* tercermin dari penggunaan EWMA (*exponentially weighted moving average*) dari tingkat inflasi dimasa lalu sebagai penduga tingkat inflasi dimasa yang akan datang.

Sejak dipublikasikan pada tahun 1986, Wilkie Model telah memperoleh pengakuan yang luas dari berbagai kalangan, baik akademisi maupun praktisi. Hal ini terlihat dari hadirnya beberapa karya ilmiah yang dilandasi atau diilhami oleh Wilkie Model. Beberapa contoh karya ilmiah tersebut adalah :

1. *Actuarial Model Assumptions for Inflation, Equity Returns, and Interest Rates* karya Michael Sherris seorang Profesor Actuarial Studies dari Universitas New South Wales, Australia. Karya Profesor Sherris ini dipublikasikan dalam *Journal of Actuarial Studies*, Volume 5, Nomor 2, tahun 1997.

2. *Hedging and Reserving for Single-Premium Segregated Fund Contracts* karya Mary R. Hardy seorang Profesor Statistika pada Department of Statistics and Actuarial Science, Universitas Waterloo, Canada. Karya Profesor Hardy ini dipublikasikan dalam *North American Actuarial Journal*, Volume 4, Nomor 2 tahun 2000.
3. *A Stochastic Asset Model and Calibration for Long-Term Financial Planning Purposes* karya John Hibbert, Philip Mowbray dan Craig Turnbull. Mereka adalah praktisi pasar modal. Karya John Hibbert bersama rakan-rekannya ini dipublikasikan oleh Barrie & Hibbert Limited (anggota *The Securities and Futures Authority*) pada bulan Juni 2001.

Pada tahun 1995, Profesor Wilkie bahkan harus mempublikasikan makalahnya yang berjudul *More on A Stochastic Asset Model for Actuarial Use* sebagai tanggapan atas komentar dan kritik yang diberikan kepada Wilkie Model. Makalah ini diterbitkan oleh *British Actuarial Journal*, Volume 1, Part 5, tahun 1995.

3.3. Sherris' Paper

Meskipun hingga saat ini beberapa aktuaris telah berhasil membangun beberapa jenis model investasi stokastik untuk inflasi, tingkat pengembalian saham dan tingkat bunga, namun menurut pengamatan Michael Sherris, para aktuaris tersebut pada umumnya hanya menggunakan dua metodologi dalam pembuatan modelnya yakni model *autoregressive time series* (ARIMA) dan model *autoregressive conditional heteroscedasticity* (ARCH). Model ARCH lebih cocok digunakan bila terdapat *heteroscedasticity* pada data deret waktu tingkat inflasi dan tingkat bunga. Dalam kasus seperti ini kita akan menjumpai residual yang tidak normal dalam data empirisnya.

Sherris, melalui papernya, ingin mengetahui apakah *Australian univariate inflation and interest rate data are consistent with autoregressive time series and ARCH model assumptions*[9].

Pada model yang dibuat oleh Sherris, tingkat bunga ditransformasikan kedalam *force of interest*, F_t, dengan menggunakan fungsi transformasi :

$$F_t = \ln(1 + 90i_t / 36500) \qquad \textit{for 90 day bank bill yields.} \tag{3.2}$$

Untuk tingkat bunga bank 90 hari, terdapat *outlier* untuk bulan Juni tahun 1994 sebagai akibat kebijakan uang ketat yang diberlakukan pemerintah Australia secara dramatis. Sebagai akibatnya, Sherris merasa perlu untuk memodifikasi modelnya untuk mengakomodasi pengaruh *outlier* tersebut, menjadi :

$$F_t = \mu_t + \psi\Delta F_{t-1} + \beta D_t(2{,}94) + \varepsilon_t\sqrt{\upsilon_t} \tag{3.3}$$

dimana :

$\Delta F_t = \mu_F + \varepsilon_t\sqrt{\upsilon_t}$

$\upsilon_t = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2$

$D_t(2{,}94)$ = 1 *t denotes the quarter is June 1994.*

= 0 *otherwise.*

Model Sherris untuk tingkat bunga tampak lebih rumit dibandingkan dengan model yang dibuat untuk tingkat inflasi yang sangat sederhana. Hal ini tidak mengejutkan karena Sherris menyimpulkan berdasarkan penelitiannya atas perilaku tingkat bunga di Australia bahwa tingkat bunga di Australia tidak dapat dimodelkan secara sederhana dengan mengikuti proses autoregressive time series karena data historis tingkat bunga di

[9] Michael Sherris, *Actuarial Model Assumptions for Inflation, Equity Returns, and Interest Rates*, Journal of Actuarial Practice Vol. 5, No. 2, 1997

Australia tidak mendukung digunakannya asumsi-asumsi *autoregressive time series* maupun *autoregressive conditional heteroscedasticity*. Lebih lanjut Sherris menyatakan bahwa dibutuhkan model tersendiri untuk menggambarkan volatilitas data tingkat bunga sebagai prasyarat dihasilkannya model yang lebih baik.

BAB 4

PEMODELAN DAN ANALISA

4.1. Model Regresi

Setelah dilakukan pengolahan atas ketiga data indikator ekonomi makro Indonesia (Lampiran 1) dengan menggunakan analisis regresi, maka diperoleh model regresi linier ganda sebagai berikut (Lampiran 3) :

$$\mathbf{SBI = 23{,}897 + 3{,}014\ Inflasi - 0{,}01994\ IHSG} \quad (4.1)$$

Analisis :

Konstanta sebesar 23,897 menyatakan bahwa jika tidak ada Inflasi dan IHSG, maka SBI bernilai 23,897. Koefisien regresi Inflasi sebesar 3,014 menyatakan bahwa setiap penambahan (karena bertanda positif) 1 unit Inflasi akan meningkatkan nilai SBI sebesar 3,014 unit. Koefisien regresi IHSG sebesar -0,01994 menyatakan bahwa setiap pengurangan (karena bertanda negatif) 1 unit IHSG akan meningkatkan nilai SBI sebesar 0,01994. Model ini sejalan dengan perilaku ekonometrik variabel SBI dan Inflasi yang memiliki hubungan searah dimana kenaikan tingkat inflasi akan memicu kenaikan tingkat bunga dan sebaliknya penurunan tingkat inflasi akan mendorong penurunan tingkat bunga. Model ini juga sejalan dengan perilaku ekonometrik variabel SBI dan IHSG yang memiliki hubungan terbalik dimana kenaikan IHSG akan membuat tingkat bunga mengalami penurunan dan sebaliknya penurunan IHSG akan mendorong kenaikan tingkat bunga.

Rata-rata SBI (dengan jumlah data 156) adalah 17,8228 dengan standar deviasi 11,40712. Rata-rata Inflasi (dengan jumlah data 156) adalah 1,0040 dengan standar deviasi 1,75419. Rata-rata IHSG (dengan jumlah data 156) adalah 456,3234 dengan standar deviasi 117,10791. Besar hubungan antar variabel SBI dengan Inflasi yang dihitung dengan koefisien korelasi adalah 0,476, sedangkan variabel SBI dengan IHSG adalah -0,233. Secara teoritis, karena korelasi antara SBI dan Inflasi lebih besar, maka variabel Inflasi lebih berpengaruh terhadap SBI dibandingkan dengan variabel IHSG. Nilai korelasi yang tidak cukup besar antara variabel Inflasi dengan IHSG, yaitu -0,061 menunjukan tidak adanya multikolinieritas, atau korelasi diantara variabel bebas.

Tingkat signifikansi koefisien korelasi (diukur dari probabilitas) antara variabel SBI dan Inflasi menghasilkan angka 0,000 atau praktis 0. Karena nilai probabilitasnya berada di bawah 0,05, maka korelasi diantara variabel SBI dengan Inflasi adalah nyata. Tingkat signifikansi koefisien korelasi antara variabel SBI dan IHSG menghasilkan angka 0,002. Karena nilai probabilitasnya berada di bawah 0,05, maka korelasi diantara variabel SBI dengan IHSG juga nyata. Sedangkan korelasi diantara variabel Inflasi dengan IHSG adalah tidak nyata karena tingkat signifikansi koefisien korelasi antara variabel Inflasi dan IHSG menghasilkan angka 0,224 yang lebih besar dari 0,05.

Angka R *square* adalah 0,268. Hal ini berarti hanya 26,8% variabel SBI yang dapat dijelaskan oleh variabel Inflasi dan IHSG. Sedangkan sisanya (100% - 26,8% = 74,2%) dijelaskan oleh sebab-sebab yang lain. Hal ini tentunya tidak mengejutkan dan sudah diduga karena fluktuasi nilai variabel sekompleks SBI tidak mungkin hanya dipengaruhi oleh dua variabel Inflasi dan IHSG. *Standard error of estimation* adalah 9,82. Perhatikan pada analisis sebelumnya, bahwa standar deviasi SBI adalah 11,40712 yang lebih besar dari *standard error of estimation*. Karena nilai *standard error of* *estimation* lebih kecil dari standar deviasi SBI, maka model regresi lebih baik dalam bertindak sebagai prediktor SBI daripada rata-rata SBI itu sendiri.

Dari uji ANOVA atau F test, diperoleh F hitung adalah 28,062 dengan tingkat signifikansi 0,000. Karena probabilitas (0,000) jauh lebih kecil dari 0,05, maka model regresi bisa dipergunakan untuk memprediksi SBI. Atau dapat dikatakan, Inflasi dan IHSG secara bersama-sama berpengaruh terhadap SBI.

Untuk menguji keacakan sesatan a_t, kita akan menghitung

Akaike Information Criterion = N ln (jumlah kuadrat residual) + 2n

Schwarz Bayesian Criterion = N ln (jumlah kuadrat residual) + n ln N

dimana :

N : ukuran data

n : jumlah orde dan parameter

Uji AIC dan SBC menghasilkan nilai AIC sebesar 1.503,507802 dan nilai SBC sebesar 1.512,65737.

Kita akan menggunakan uji t untuk menguji signifikansi konstanta dan parameter variabel bebas.

Hipotesis untuk kasus ini adalah :

H_0 : koefisien regresi tidak signifikan.

H_1 : koefisien regresi signifikan.

Pengambilan keputusan dilakukan dengan cara membandingkan nilai statistik hitung dengan nilai statistik tabel. Jika nilai statistik t hitung lebih kecil dari nilai statistik t tabel, maka H_0 diterima dan jika nilai statistik t hitung lebih besar dari nilai statistik t tabel, maka H_0 ditolak. Dari tabel output terlihat bahwa nilai statistik t hitung untuk konstanta adalah 7,383, sedangkan nilai statistik t tabel dengan tingkat signifikansi (α) = 5% dan derajat bebas 154 (jumlah data – 2 atau 156 – 2) adalah 1,96.

Keputusan :

Karena nilai statistik t hitung lebih besar dari nilai statistik t tabel (7,383 > 1,96), maka H_0 ditolak atau dengan kata lain konstanta regresi adalah signifikan.

Untuk menguji signifikansi varibel bebas Inflasi dan IHSG, kita akan mengikuti langkah yang sama. Nilai statistik t hitung untuk parameter variabel Inflasi adalah 6,690 dan nilai statistik t tabel dengan tingkat signifikansi (α) = 5% dan derajat bebas 154 (jumlah data – 2 atau 156 – 2) adalah 1,96. Karena nilai statistik t hitung lebih besar dari nilai statistik t tabel (6,690 > 1,96), maka H_0 ditolak atau dengan kata lain parameter variabel Inflasi adalah signifikan.

Nilai statistik t hitung untuk parameter variabel IHSG adalah -2,955 dan nilai statistik t tabel dengan tingkat signifikansi (α) = 5% dan derajat bebas 154 (jumlah data – 2 atau 156 – 2) adalah 1,96. Karena nilai statistik t hitung dalam bentuk absolut lebih besar dari nilai statistik t tabel (| -2,955 | > 1,96), maka H_0 ditolak atau dengan kata lain parameter variabel IHSG adalah signifikan.

Signifikansi konstanta dan parameter variabel bebas dapat juga diuji berdasarkan nilai probabilitas. Jika nilai probabilitas lebih besar dari 0,05, maka H_0 diterima dan jika nilai probabilitas lebih kecil dari 0,05, maka H_0 ditolak.

Keputusan :

Terlihat pada kolom Sig. (*Significance*) nilai probabilitas konstanta dan parameter variabel Inflasi adalah 0,000, atau nilai probabilitasnya berada dibawah 0,05. Maka H_0 ditolak atau dengan kata lain konstanta regresi dan parameter variabel Inflasi adalah signifikan. Nilai probabilitas untuk parameter variabel IHSG adalah 0,004, atau nilai probabilitasnya masih berada dibawah 0,05. Maka H_0 ditolak atau dengan kata lain parameter variabel IHSG adalah signifikan.

Kesimpulannya, meskipun variabel Inflasi dan IHSG hanya dapat menerangkan 26,8% pergerakan nilai SBI, namun kedua variabel bebas Inflasi dan IHSG benar-benar berpengaruh secara signifikan terhadap SBI.

4.2. Model Deret Waktu

Untuk membangun model deret waktu yang baik, kita akan mengikuti tahapan-tahapan *identification, estimation* dan *diagnostic checking*[1]. Hal ini perlu dilakukan agar kita mendapatkan model deret waktu yang terbaik relatif terhadap data yang kita miliki saat ini.

Tahap 1 : *identification.*

Pada tahap ini kita akan memeriksa atau mengidentifikasi apakah data deret waktu SBI yang kita miliki sudah stasioner atau belum. Untuk memastikannya kita akan menggunakan uji stasioneritas sebagai alat identifikasi. Uji stasioneritas yang akan digunakan adalah uji *Augmented* Dickey-Fuller yang ditemukan oleh David A. Dickey dan Wayne A. Fuller. Sebelum uji stasioneritas dilakukan, ada baiknya kita terlebih dahulu menentukan taraf nyata dan interval kepercayaan untuk sampel autokorelasi, $\hat{\rho}_k$.
M. S. Bartlett menyatakan bahwa jika data deret waktu *purely random*, maka koefisien-koefisien sampel autokorelasinya akan mendekati distribusi normal dengan rata-rata nol dan variansi 1/N dimana N adalah ukuran sampel. Untuk data SBI yang berukuran 156

[1] Damodar N. Gujarati, *Basic Econometrics 3rd Edition*, McGraw-Hill Book Co., 1995.

(dengan variansi 1/156 dan standard deviasi $1/\sqrt{156}$ = 0,08006), interval kepercayaan 95%-nya untuk $\hat{\rho}_k$ akan bernilai ± 1,96(0,08006) = 0,1569. Jadi, jika $\hat{\rho}_k$ berada dalam interval (-0,1569, 0,1569), kita tidak dapat menolak hipotesis bahwa ρ_k sama dengan nol.

Untuk alasan teoritis dan praktis, tes Dickey-Fuller diaplikasikan pada persamaan regresi berikut ini :

$$\nabla Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t \tag{4.2}$$

$$\nabla Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + u_t \tag{4.3}$$

dimana t adalah variabel waktu atau trend. Dalam setiap kasus hipotesa nolnya adalah δ = 0, atau dengan kata lain mengindikasikan adanya *unit root*[2].

Persamaan regresi data SBI yang bersesuaian dengan persamaan (4.2) adalah (Lampiran 7) :

$$\nabla SBI_t = 0{,}578 - 0{,}03255\ SBI_t$$

dengan statistik t (=tau) untuk konstanta sebesar 1,334 dan statistik t (=tau) untuk koefisien SBI_t sebesar -1,591. Untuk keperluan pengujian stasioneritas, kita hanya tertarik dengan nilai t (=tau) untuk koefisien SBI_t. McKinnon sudah menghitung nilai kritis statistik τ untuk taraf nyata 1%, 5% dan 10% yakni masing-masing sebesar -3,5073, -2,8951, dan -2,5844. Karena dari hasil perhitungan kita memperoleh nilai statistik t (=tau) sebesar -1,591 yang dalam bentuk absolut lebih kecil dari nilai kritis statistik τ untuk taraf nyata 1%, 5% dan 10%, maka kita tidak dapat menolak hipotesa nol, δ = 0. Dengan kata lain data SBI menunjukkan adanya *unit root* atau tidak stasioner.

---

[2] Dalam ekonometri, deret waktu yang mempunyai *unit root* dikatakan sebagai ***random walk time series***. *Random walk* adalah salah satu contoh deret waktu yang tidak stasioner.

Persamaan regresi data SBI yang bersesuaian dengan persamaan (4.3) adalah (Lampiran 7) :

$$\nabla SBI_t = 0,483 + 0,001489\ t - 0,03380\ SBI_t$$

dengan statistik t (=tau) untuk konstanta sebesar 0,872, statistik t (=tau) untuk koefisien t sebesar 0,278 dan statistik t (=tau) untuk koefisien SBI_t sebesar -1,609. McKinnon juga sudah menghitung nilai kritis statistik τ untuk taraf nyata 1%, 5% dan 10% yakni masing-masing sebesar -4,0673, -3,4620, dan -3,1570. Karena dari hasil perhitungan kita memperoleh nilai statistik t (=tau) sebesar -1,609 yang dalam bentuk absolut lebih kecil dari nilai kritis statistik τ untuk taraf nyata 1%, 5% dan 10%, maka kita sekali lagi tidak dapat menolak hipotesa nol, $\delta = 0$. Dengan kata lain data SBI menunjukkan adanya *unit root* atau tidak stasioner.

Karena data asli SBI terbukti tidak stasioner, maka kita harus melakukan diferensi derajat pertama kepada data asli SBI. Data yang sudah didiferensi kita beri nama SBI(1) dan akan kita uji dengan uji *Augmented* Dickey-Fuller apakah data ini sudah stasioner.

Persamaan regresi data SBI yang bersesuaian dengan persamaan (4.2) adalah (Lampiran 7) :

$$\nabla SBI(1)_t = -0,003705 - 0,463\ SBI(1)_t$$

dengan statistik t (=tau) untuk konstanta sebesar -0,019 dan statistik t (=tau) untuk koefisien SBI_t sebesar -6,763. Seperti sudah dijelaskan, untuk keperluan pengujian stasioneritas ini, kita hanya tertarik dengan nilai t (=tau) untuk koefisien $SBI(1)_t$. McKinnon sekali lagi sudah menghitung nilai kritis statistik τ untuk taraf nyata 1%, 5% dan 10% yakni masing-masing sebesar -3,5082, -2,8955, dan -2,5846. Karena dari hasil perhitungan kita memperoleh nilai statistik t (=tau) sebesar -6,763 yang dalam bentuk absolut lebih besar dari nilai kritis statistik τ untuk taraf nyata 1%, 5% dan 10%, maka kita sekarang dapat menolak hipotesa nol, $\delta = 0$. Dengan kata lain data SBI(1) tidak menunjukkan adanya *unit root* atau dapat dikatakan stasioner.

Penelitian mengenai stasioneritas juga dapat dilakukan dengan mengamati *correlogram* dan *partial correlogram* dari data deret waktu. Nilai-nilai autokorelasi dari data stasioner akan turun secara cepat menuju nol sesudah *time lag* kedua atau ketiga. Sedangkan untuk data yang tidak stasioner, nilai-nilai tersebut berbeda nyata dari nol untuk beberapa periode waktu atau membentuk diagonal dari kiri ke kanan. Deret waktu yang tidak stasioner juga dapat dikenali dari fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsialnya yang seringkali mempunyai $\hat{\phi}_{11} \approx r_1 \approx 1$. Dari *correlogram* dan *partial correlogram* data asli SBI (Lampiran 4) kita dapat melihat bahwa data asli SBI memang data yang tidak stasioner.

Tahap 2 : *estimation*

Jika data sudah stasioner, orde model secara umum dapat ditentukan dengan melihat fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsialnya. Meskipun tidak ada cara yang tepat untuk menentukan orde model, namun panduan berikut ini akan sangat membantu.

1. Jika sampel autokorelasi menurun secara eksponensial menuju nol dan sampel autokorelasi parsialnya mempunyai puncak pada *lag-lag* 1,2,…,p dan terputus setelah *lag* p, maka berlaku proses *autoregressive* AR (p) dimana orde p ditentukan oleh jumlah autokorelasi parsial yang secara signifikan berbeda dengan nol.
2. Jika sampel autokorelasi memiliki puncak pada *lag-lag* 1,2,…,q dan terputus pada *lag* q, sementara sampel autokorelasi parsialnya menurun secara eksponensial menuju

nol, maka berlaku proses *moving average* MA (q) dimana orde q ditentukan oleh jumlah autokorelasi yang secara signifikan berbeda dengan nol.

3. Jika sampel autokorelasi memiliki puncak pada *lag-lag* 1,2,…,q dan terputus setelah *lag* q dan sampel autokorelasi parsialnya memiliki puncak pada *lag-lag* 1,2,…,p dan terputus setelah *lag* p, maka yang digunakan adalah operasi *moving average* atau *autoregressive*. Jika sampel autokorelasinya terputus lebih tiba-tiba dibandingkan sampel autokorelasi parsialnya, maka yang digunakan adalah operasi *moving average* dan begitu pula sebaliknya. Jika keduanya sama-sama terputus dengan tiba-tiba, maka dilakukan pemilihan diantara dua operasi yang dianggap terbaik.
4. Jika pada sampel autokorelasi dan sampel autokorelasi parsial tidak terdapat puncak-puncak pada semua *lag*, maka kedua operasi *autoregressive* maupun *moving average* tidak digunakan.
5. Jika sampel autokorelasi dan sampel autokorelasi parsial sama-sama menurun cukup cepat, maka digunakan operasi *autoregressive* dan *moving average* secara bersama-sama.

Dari *correlogram* data SBI(1) (Lampiran 5) kita dapat melihat bahwa fungsi autokorelasi parsialnya mengikuti proses *autoregressive* orde 1, AR (1) karena fungsi autokorelasi parsial SBI(1) hanya mempunyai satu puncak yang secara signifikan tidak sama dengan nol. Jika melihat pada fungsi autokorelasinya, kita akan menjumpai pola yang tidak umum dimana terdapat puncak pada *lag* pertama dan kedua yang mengindikasikan kemungkinan terjadinya proses *moving average* orde 2, MA (2). Namun demikian puncak muncul kembali pada *lag* ke 13, 14 dan 15. Oleh karena itu dalam mengestimasi parameter model deret waktu untuk data SBI(1), akan dicobakan empat model *Auto-Regressive Integrated Moving Average*, yakni ARIMA (1,1,0), ARIMA (1,1,1), ARIMA (1,1,2) dan ARIMA (1,1,5).

Setelah dilakukan penghitungan, maka diperoleh model-model *Auto-Regressive Integrated Moving Average* sebagai berikut :

ARIMA (1,1,0) :

$$\mathbf{SBI(1)_t = 0{,}53287728\ SBI(1)_{t-1} - 0{,}00953295} \quad (4.4)$$

dimana $SBI(1)_t = SBI_t - SBI_{t-1}$

ARIMA (1,1,1) :

$$\mathbf{SBI(1)_t = 0{,}59218886\ SBI(1)_{t-1} - 0{,}01048305 - 0{,}08295464\ \boldsymbol{a}_{t-1}} \quad (4.5)$$

dimana $SBI(1)_t = SBI_t - SBI_{t-1}$

ARIMA (1,1,2) :

$$\mathbf{SBI(1)_t = 0{,}52152840\ SBI(1)_{t-1} - 0{,}00968405 - 0{,}02880774\ \boldsymbol{a}_{t-1} + 0{,}08976850\ \boldsymbol{a}_{t-2}} \quad (4.6)$$

dimana $SBI(1)_t = SBI_t - SBI_{t-1}$

ARIMA (1,1,5) :

$$\mathbf{SBI(1)_t = 0{,}53724141\ SBI(1)_{t-1} - 0{,}00327559 - 0{,}03927456\ \boldsymbol{a}_{t-1} + 0{,}1429334\ \boldsymbol{a}_{t-2} + 0{,}07608351\ \boldsymbol{a}_{t-3} - 0{,}10603501\ \boldsymbol{a}_{t-4} - 0{,}19538688\ \boldsymbol{a}_{t-5}} \quad (4.7)$$

dimana $SBI(1)_t = SBI_t - SBI_{t-1}$

Hasil perhitungan lengkap dan plot grafik dapat dilihat pada Lampiran 8, Lampiran 9, Lampiran 10, dan Lampiran 11.

Tahap 3 : *diagnostic checking*

Untuk mengetahui model manakah yang terbaik dari keempat model yang telah dibuat, kita akan mengujinya dengan dua jenis uji kecocokan model. Uji kecocokan model yang akan digunakan adalah uji Ljung-Box *Q-statistics* dan *Akaike Information Criterion* (AIC) dan *Schwarz Bayesian Criterion* (SBC)[3]. Dalam setiap pengujian, yang kita lakukan pada dasarnya adalah mengamati dan menguji keacakan atau kerandoman dari sesatan a_t.

Ljung-Box *Q-statistics*

Untuk menguji keacakan sesatan a_t, kita akan membuat hipotesis :

H_0 : semua koefisien autokorelasi a_t untuk k nilai pertama tidak berbeda nyata dari nol.

H_1 : tidak demikian

dengan

$$Q = N(N+2)\sum_{k=1}^{K}\left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{N-k}\right) \qquad (4.8)$$

dimana :

N : ukuran data

K : banyaknya *lag* yang diamati

Jika nilai Q yang diperoleh dengan menggunakan persamaan (4.8) lebih besar dari nilai distribusi χ^2 , maka setidaknya satu nilai dari $\hat{\rho}_k$ berbeda secara signifikan dari nol yang berarti sesatan a_t bukan *white noise* dan kita akan menolak hipotesis H_0. Jika *Q-statistics* digunakan untuk menguji kecocokan model ARIMA (p,d,q) maka derajat bebas

---

[3] Walter Enders, *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, Inc., 1995.

yang digunakan untuk distribusi χ^2 adalah K-p-q dan jika konstanta digunakan dalam model, maka derajat bebas yang digunakan untuk distribusi χ^2 adalah K-p-q-1.

Akaike Information Criterion (AIC) dan *Schwartz Bayesian Criterion* (SBC).

Untuk menguji keacakan sesatan a_t, kita akan menghitung

AIC = N ln (jumlah kuadrat residual) + 2n

SBC = N ln (jumlah kuadrat residual) + n ln N

dimana :

N : ukuran data

n : jumlah orde dan parameter (p + q + konstanta)

Idealnya nilai AIC dan SBC adalah sekecil mungkin (kedua besaran AIC dan SBC dapat bernilai negatif). Menurut uji AIC dan SBC sebuah model A dikatakan lebih baik dari model B jika model A memiliki nilai AIC atau SBC yang lebih kecil dari model B.

Dari hasil pengujian terhadap keempat model tampak bahwa semua model lulus uji kecocokan model *Q-statistics* Ljung-Box. Lebih lanjut karena AIC dan SBC menyatakan bahwa semakin kecil nilai AIC dan SBC akan semakin baik modelnya, maka kita memutuskan model ARIMA (1,1,0) sebagai model yang terbaik.

Tabel 4.1. Uji Kecocokan Model

Model	AIC	SBC	*Q-statistics**	df	$\chi^2_{0,05}$
ARIMA (1,1,0)	722,91	728,99	23,205	23	35,173
ARIMA (1,1,1)	724,53	733,66	24,851	22	33,924
ARIMA (1,1,2)	725,84	738,02	24,851	21	32,671
ARIMA (1,1,5)	724,04	745,35	17,324	18	28,869

* : dihitung pada *lag* ke 25

4.3. Model Regresi – Deret Waktu

Sesuai dengan namanya, model regresi – deret waktu menggabungkan regresi dan deret waktu dalam satu model. Hasil perhitungan lengkap dan plot grafik dapat dilihat pada Lampiran 12 dan Lampiran 13. Karena model yang terbaik berdasarkan uji yang dilakukan pada sub bab 4.2. adalah model ARIMA (1,1,0), maka untuk model campuran, kita akan menggunakan model ARIMA (1,1,0) dengan tambahan variabel bebas Inflasi dan IHSG. Model yang kita peroleh adalah :

$$\begin{aligned} \mathbf{SBI(1)_t} &= -\mathbf{0{,}00839179} + \mathbf{0{,}14245346\ Inflasi} - \mathbf{0{,}00083572\ IHSG} \\ &\quad + \mathbf{0{,}53946493\ SBI(1)_{t-1}} \end{aligned} \tag{4.9}$$

dimana $SBI(1)_t = SBI_t - SBI_{t-1}$

dengan perbandingan hasil uji kecocokan model sebagai berikut :

Tabel 4.2. Perbandingan Model ARIMA (1,1,0) dengan Model Campuran

Model	AIC	SBC	*Q-statistics**	df	$\chi^2_{0,05}$
ARIMA (1,1,0)	722,91	728,99	23,205	23	35,173
MIXED (1,1,0)	724,38	733,55	24,348	21	32,671

* : dihitung pada *lag* ke 25

Dari perbandingan hasil uji kecocokan model terlihat bahwa meskipun menurut uji *Q-statistics* Ljung-Box, model masih dapat dikatakan baik, namun penambahan variabel bebas Inflasi dan IHSG membuat nilai AIC dan SBC meningkat. Ini berarti penambahan dua variabel Inflasi dan IHSG tidak membuat model menjadi lebih baik namun bahkan membuat model menjadi lebih "buruk". Dengan kata lain penambahan variabel bebas pada model ARIMA memberi pengaruh "negatif". Kita akan melihat apakah pada model ARIMA yang "kurang baik", penambahan variabel bebas juga memberikan pengaruh yang sama atau sebaliknya. Model ARIMA yang "kurang baik" yang kita pilih adalah model ARIMA (1,1,2). Setelah ditambahkan dua variabel bebas Inflasi dan IHSG pada model ARIMA (1,1,2), kita memperoleh model berikut :

$$\begin{aligned}\mathbf{SBI(1)_t} &= -\mathbf{0{,}00715366} + \mathbf{0{,}12880258\ Inflasi} - \mathbf{0{,}00151165\ IHSG} \\ &\quad + \mathbf{0{,}50669058\ SBI(1)_{t-1}} + \mathbf{0{,}00789943}\ \boldsymbol{a_{t-1}} + \mathbf{0{,}06838614}\ \boldsymbol{a_{t-2}} \qquad (4.10)\end{aligned}$$

dimana $SBI(1)_t = SBI_t - SBI_{t-1}$

dengan perbandingan hasil uji kecocokan model sebagai berikut :

Tabel 4.3. Perbandingan Model ARIMA (1,1,2) dengan Model Campuran.

Model	AIC	SBC	*Q-statistics**	df	$\chi^2_{0,05}$
ARIMA (1,1,2)	725,84	738,02	24,851	21	32,671
MIXED (1,1,2)	727,98	746,24	26,169	19	30,144

* : dihitung pada *lag* ke 25

Dari perbandingan hasil uji kecocokan model terlihat bahwa meskipun menurut uji *Q-statistics* Ljung-Box, model juga masih dapat dikatakan baik, namun penambahan variabel bebas Inflasi dan IHSG membuat nilai AIC dan SBC meningkat. Ini membuktikan bahwa penambahan variabel bebas tidak membuat model yang "kurang baik" menjadi lebih baik namun bahkan membuat model yang sudah "kurang baik" menjadi lebih "buruk" lagi. Dengan kata lain penambahan variabel bebas pada model ARIMA memberi pengaruh "negatif" pada semua model ARIMA.

Terjadinya hal ini mungkin disebabkan karena hubungan antara variabel SBI dengan variabel Inflasi dan IHSG tidak begitu kuat, seperti telah kita saksikan pada pemodelan regresi yang dibahas pada sub bab 4.1. Jika variabel bebasnya diganti dengan variabel yang mempunyai hubungan lebih kuat dengan variabel tidak bebas atau jika jumlah variabel bebas yang mempunyai hubungan lebih kuat dengan variabel tidak bebas ditambah, bisa saja model campuran regresi – deret waktu dapat berperilaku lebih baik dibandingkan dengan model ARIMA.

BAB 5

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Keseluruhan Karya Akhir ini dapat disimpulkan dalam pokok-pokok pikiran berikut ini :

1. Prediksi atas perilaku variabel ekonomi dan investasi dimasa yang akan datang dapat dilakukan dengan mengamati perilaku variabel tersebut dimasa lalu dan membangun model matematika yang dapat merepresentasikan perilaku tersebut. Model matematika tersebut dapat berbentuk deterministik atau stokastik atau kombinasi deterministik dan stokastik. Wilkie Model adalah salah satu model stokastik yang mampu merepresentasikan perilaku sejumlah variabel investasi dalam rentang waktu tertentu.
2. Dengan metode yang dikembangkan oleh Box dan Jenkins, kita dapat memilih secara tentatif model deret waktu yang terbaik dari beberapa model yang mungkin. Pemilihan model ini dilakukan dalam tiga tahap yang terdiri dari :
   - Tahap Identifikasi; pada tahap ini kestasioneran data diuji dan model dibentuk secara umum dengan menggunakan plot data asli, plot estimasi fungsi autokorelasi dan plot estimasi fungsi autokorelasi parsial.
   - Tahap Estimasi; pada tahap ini dilakukan pendugaan atau estimasi parameter atas model-model yang dicobakan.
   - Tahap Pemeriksaan; pada tahap ini signifikansi parameter dan kecukupan model diuji untuk menentukan model terbaik relatif terhadap data yang tersedia.

3. Hasil analisa model atas data SBI menunjukkan bahwa model yang direpresentasikan oleh persamaan deret waktu *Auto-Regressive Integrated Moving Average* atau ARIMA adalah model terbaik yang dapat menjelaskan perilaku data SBI dimasa lalu dibandingkan dengan persamaan regresi – deret waktu. Perbandingan nilai AIC dan SBC residual untuk semua model mengatakan hal yang sama.

Tabel 5.1. Perbandingan Model Regresi, Deret Waktu dan Regresi – Deret Waktu.

Model	AIC	SBC
Regresi Linier Berganda	1.503,51	1.512,66
ARIMA (1,1,0)	722,91	728,99
ARIMA (1,1,1)	724,53	733,66
ARIMA (1,1,2)	725,84	738,02
ARIMA (1,1,5)	724,04	745,35
MIXED (1,1,0)	724,38	733,55
MIXED (1,1,2)	727,98	746,24

Hal ini sekaligus membuktikan "hipotesa" Profesor Alasdair David Wilkie yang memilih membangun modelnya dengan menggunakan persamaan deret waktu *Auto-Regressive Integrated Moving Average* atau ARIMA dan bukannya menggunakan persamaan regresi – deret waktu.

4. Wilkie Model dikatakan sebagai model yang baik karena setidaknya memiliki kelebihan-kelebihan berikut :

- Sederhana. Model investasi stokastik yang dibangun oleh Profesor Wilkie adalah model yang memenuhi prinsip *parsimony* (efektif dan efisien dalam jumlah parameter yang digunakan). Dengan dipenuhinya prinsip *parsimony*, Wilkie Model menjadi salah satu model yang mampu menjelaskan konsep yang dikandungnya dengan lebih mudah dan tidak rumit tanpa harus kehilangan kekuatan antar parameter yang menjadi pilar utama struktur model.

- Mudah dipelajari. Wilkie Model adalah model yang relatif mudah dipelajari karena dibangun dengan menggunakan metodologi yang telah teruji dalam ranah statistika yakni metodologi *time series* yang ditemukan oleh George E. P. Box dan Gwilym M. Jenkins.
- Mudah disesuaikan. Wilkie Model adalah model yang mudah disesuaikan dengan keadaan atau kondisi data terbaru tanpa harus membongkar keseluruhan bangunan model sebelum penyesuaian dapat dilakukan.

5. Kelemahan utama, jika boleh dikatakan sebagai kelemahan, dari Wilkie Model adalah sifatnya yang lokal. Karena Wilkie Model dibangun dengan menggunakan data variabel investasi negara Inggris, maka Wilkie Model menjadi tidak sepenuhnya *compatible* dengan data variabel investasi milik negara lain.
6. Saat ini model investasi stokastik sudah dipergunakan secara luas oleh aktuaris dan analis investasi dalam semua perhitungan aktuaria dan investasi yang menggunakan tingkat bunga sebagai variabel utamanya. Perhitungan premi, cadangan dan biaya operasional perusahaan asuransi tidak mungkin mengabaikan manfaat yang dapat diperoleh dari adanya model investasi stokastik ini. Kemungkinan penggunaan model investasi stokastik dalam bidang-bidang lain, tentu saja masih sangat terbuka.

5.2. Saran

Karya Akhir ini akan ditutup dengan sedikit sumbang saran berikut ini :

1. Model regresi – deret waktu mungkin dapat diperbaiki dengan menambah jumlah variabel bebas sebagai prediktor bagi variabel tidak bebas yang akan diamati. Namun demikian, langkah ini bukan tanpa risiko karena pemilihan dan penambahan jumlah variabel bebas secara tidak cermat dan tidak hati-hati akan memunculkan masalah multikolinieritas dan heteroskedastisitas yang pada akhirnya mengurangi kebaikan model secara keseluruhan.
2. Peneliti lain yang berminat menguji validitas model yang dibangun dengan metodologi ARIMA dapat membangun model dengan menggunakan metodologi lain seperti metode *Vector Auto-Regressive* yang ditemukan oleh Christopher A. Sims atau metode *Auto-Regressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) dan *Generalized Auto-Regressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH) yang ditemukan oleh T. Bollerslev. Terlepas dari berbagai kritik yang melekat pada metode VAR, ARCH dan GARCH, ketiga metode tersebut memiliki kesederhanaan yang sama dengan metode ARIMA.
3. Untuk menguji "kekuatan" model dalam jangka waktu tertentu (pendek ataupun panjang), penelitian dengan metode simulasi akan sangat bermanfaat. Dengan pengujian menggunakan metode simulasi, akan dapat diketahui kelebihan dan kekurangan model dibandingkan dengan *benchmark* tertentu (misalnya tingkat bunga 9 % yang ditetapkan oleh Departemen Keuangan Republik Indonesia).

DAFTAR PUSTAKA

Achdijat K., Didi. : *Teori dan Praktek Pendanaan Program Pensiun*, Gunadarma, Jakarta, 1995.

Armstrong, Karen : *Sejarah Tuhan*, terjemahan, Mizan, Bandung, 2001.

Booth, Peter J., et al. : *Modern Actuarial Theory and Practice*, Chapman & Hall/CRC, New York, 1999.

Daykin, Chris D., et al. : *Practical Risk Theory for Actuaries*, Chapman & Hall/CRC, New York, 1995.

Draper, Norman R., Harry Smith. : *Applied Regression Analysis 2nd Edition*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1981.

Enders, Walter : *Applied Econometric Time Series 1st Edition*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995.

Gitman, Lawrence J., Michael D. Joehnk : *Fundamentals of Investing 6th Edition*, HarperCollins Publishers, New York, 1996.

Greene, William H. : *Econometric Analysis 4th Edition*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 2000.

Gujarati, Damodar N. : *Basic Econometrics 3rd Edition*, McGraw-Hill, Inc., Singapore, 1995.

Hardy, Mary R., : *Hedging and Reserving for Single-Premium Segregated Fund Contracts*, North American Actuarial Journal, Volume 4, Nomor 2, 2000.

Hibbert, John., et al. : *A Stochastic Asset Model and Calibration for Long-Term Financial Planning Purposes*, Barrie & Hibbert Limited, 2001.

Hillier, Frederick S., Gerald J. Lieberman : *Introduction to Operation Research 5th Edition*, McGraw-Hill, Inc., New York, 1990.

Hogue, John : *The Millennium Book of Prophecy*, HarperCollins Publisher, Inc., San Francisco, 1994.

Kartajaya, Hermawan., et al. : *MarkPlus on Strategy*, Gramedia Pustaka Utama, Jakarta, 2002.

Larsen, Richard J., Morris L. Marx : *An Introduction to Mathematical Statistics and Its Application 3rd Edition*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 2001.

Lipsey, Richard G., Paul N. Courant : *Economics 11th Edition*, HarperCollins Publisher, Inc., San Francisco, 1996.

Panjer, Harry H., et al. : *Financial Economics : With Applications to Investments, Insurance and Pensions*, The Actuarial Foundations, Schaumburg, Illinois, 1998.

Pindyck, Robert S., Daniel L. Rubinfeld : *Econometric Models and Economic Forecasts 3rd Edition*, McGraw-Hill, Inc., Singapore, 1991.

Sherris, Michael : *Actuarial Model Assumptions for Inflation, Equity Returns, and Interest Rates*, Journal of Actuarial Studies Volume 5, Nomor 2, 1997.

Soejoeti, Zanzawi : *Analisis Runtun Waktu*, Karunika, Jakarta, 1987.

Spiegel, Murray R. : *Theory and Problems of Statistics*, McGraw-Hill, New York, 1988.

Wilkie, Alasdair David : *A Stochastic Investment Model for Actuarial Use*, Transaction of the Faculty of Actuaries, Volume 39, London, 1986.

Wilkie, Alasdair David : *More on A Stochastic Asset Model for Actuarial Use*, British Actuarial Journal, Volume 1, Part V, London, 1995.