

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Αθανάσιος Σιούτας	ΑΜ:	1100711	Έτος:	3ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

### Άσκηση 1

(α) Τι παρατηρείτε εάν αντί για  $T_s=0.02s$  ή  $0.04s$  θέσετε  $T_s=0.1s$  ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας

**Απάντηση:** Το σήμα μας έχει μέγιστη συχνότητα 9 Hz. Για περίοδο δειγματοληψίας  $T_s=0.1s$  έχουμε  $f_s=10Hz$  με αποτέλεσμα να μην ικανοποιείται το θεώρημα Nyquist ( $f_s \geq 2f_{max}$ ) άρα έχουμε απώλεια πληροφορίας και δεν μπορεί να γίνει σωστή ανακατασκευή του σήματος.

(β) Πώς επηρεάζει η συχνότητα δειγματοληψίας την ποιότητα ανακατασκευής του σήματος; Για κάθε συνάρτηση ανακατασκευής χρησιμοποιήστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, ανάμεσα στο αρχικό και το ανακατασκευασμένο σήμα, και την τυπική απόκλιση, ως μετρικές ποιότητας ανακατασκευής (δείτε στο m-file που σας δίνεται για τον ορισμό τους).

**Απάντηση:** Όσο η συχνότητα δειγματοληψίας δεν ικανοποιεί το θεώρημα Nyquist, παρατηρούνται φαινόμενα αναδίπλωσης και γενικότερα χανουμε απώλεια πληροφορίας με αποτέλεσμα το ανακατασκευασμένο σήμα να απέχει από το αρχικό.

$T_s$	$MSE_1, STD_1$	$MSE_2, STD_2$	$MSE_3, STD_3$
0.02s	4.37e-04, 0.0209	0.0064, 0.08	0.0523, 0.228
0.04s	0.0039, 0.0625	0.0869, 0.295	0.199, 0.447
0.1s	0.996, 0.998	0.955, 0.977	0.889, 0.943

Παρατηρούμε ότι η sinc για μικρά  $T_s$  έχει πολύ μεγάλη ακριβεία στην ανακατασκευή. Εκτός βέβαια από την  $T_s=0.1$  που ήταν αναμενόμενο να έχουμε απώλεια πληροφορίας καθώς δεν ικανοποιείται ο Nyquist (όπως και στις άλλες μεθόδους).

Ο τετραγωνικός έχει έντονα σφάλματα λόγω του περιορισμένου εύρους του και παρουσιάζει απότομες διακυμάνσεις.

Ο τριγωνικός έχει πιο ομαλές διακυμάνσεις αλλά και πάλι λόγω του εύρους του δεν είναι τόσο ακριβής όσο η sinc.

(γ) Σχολιάστε τον ρόλο της αρχικής φάσης του σήματος.

**Απάντηση:**

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Αθανάσιος Σιούτας	ΑΜ:	1100711	Έτος:	3ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

Η διαφορά στην αρχική φάση προσθέτει μια σταθερή μετατόπιση ( $\pi/4$ ) στα δείγματα του σήματος. Όμως, αυτό δεν επηρεάζει τη δειγματοληψία από την άποψη της ακρίβειας αν η συχνότητα δειγματοληψίας είναι επαρκής, δηλαδή αν ισχύει το κριτήριο Nyquist.

$T_s$	$MSE_1, STD_1$	$MSE_2, STD_2$	$MSE_3, STD_3$
0.1s	1.03, 1.007	0.955, 0.977	0.889, 0.943

Η φάση  $\varphi$  δεν επηρεάζει τη διαδικασία της ανακατασκευής εφόσον η δειγματοληψία είναι σωστή, αλλά διαμορφώνει τη σχετική θέση της κυματομορφής στο χρόνο.

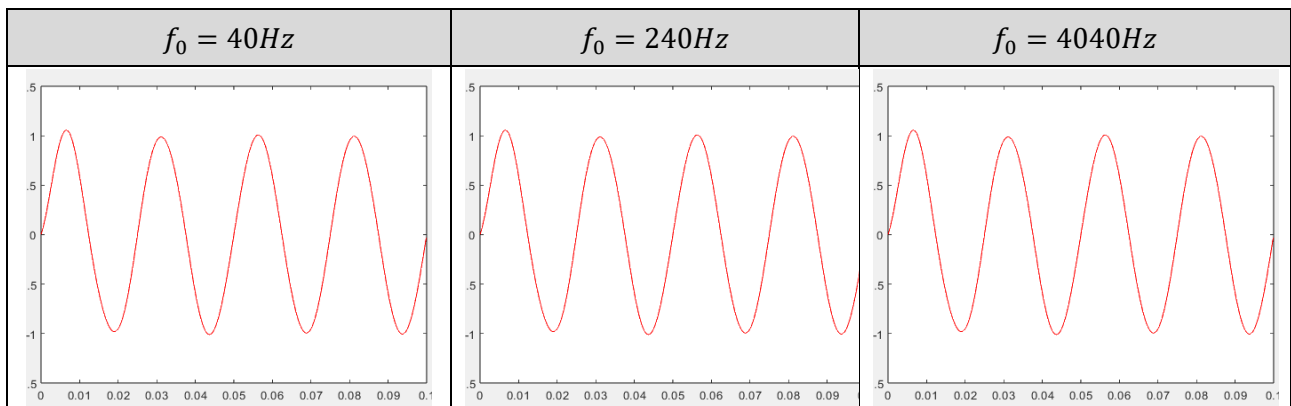
Με λίγα λόγια η αρχική φάση επηρεάζει την εμφάνιση του σήματος στο χρόνο.

Στο συγκεκριμένο στηγμιότυπο με  $T_s=0.1$  δεν γίνεται σωστή δειγματοληψία και η αρχική φάση  $\varphi$  μπορεί να προκαλέσει επιπλέον "μετατοπίσεις" στο παραμορφωμένο σήμα.

Παρατηρούμε ότι αλλάζει το σφάλμα στην sinc(αυξάνεται).

(δ) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με τα δικά σας γραφήματα.

**Απάντηση:**



# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Αθανάσιος Σιούτας	ΑΜ:	1100711	Έτος:	3ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

**Ερώτηση 5 (δ συνέχεια)** Τι παρατηρείτε στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις σας; Ποια η συχνότητα των ανακατασκευασμένων σημάτων; Εξηγήστε.

**Απάντηση:**

Παρατηρούμε ότι για  $f_0=40$  hz το σήμα δειγματοληπτείται σόστα καθώς εκπληρώνεται ο Nyquist.

Για τις επόμενες συχνότητες παρατηρηται aliasing και αν εφαρmosουμε τον τύπο  $f_{min}=|kfs-f_0|$

καταλήγουμε ότι και οι υπολοιπες συχνοτητες ανακατασκευής είναι 40hz για αυτό έχουμε και το ίδιο σχήμα.

### Ασκηση 2

(α) Αιτιολογήστε αν το σύστημα είναι αιτιατό ή όχι

**Απάντηση:**

Το σύστημα είναι αιτιατό καθώς εξαρτάται από ην παρούσα τιμή της εισόδου  $x[n]$  και παρελθούσες τιμές της εισόδου ( $x[n-1]$  , $x[n-2]$  ),δεν εξαρτάται από μελλοντικές τιμές.

(β.1) Υπολογίστε κρουστική απόκριση του συστήματος (μόνο θεωρητικά).

**Απάντηση:**

Η κρουστική απόκριση του συστήματος, βάση ορισμού, είναι η έξοδος του συστήματος όταν του δοθεί ένα σύντομο σήμα εισόδου, δηλαδή η συνάρτηση μοναδιαίου παλμού  $\delta[n]$ .Συνεπώς,

$$\underline{h[n]=21\delta[n]+\delta[n-1]-21\delta[n-2]}$$

(β.2) Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας θεωρητικά και χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *freqz()* της Matlab).

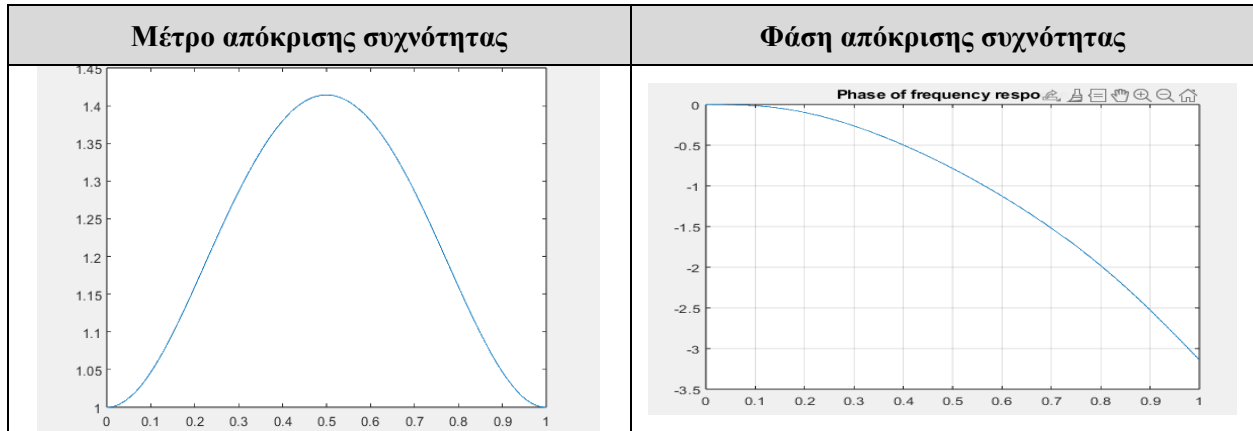
**Απάντηση:**

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Αθανάσιος Σιούτας	ΑΜ:	1100711	Έτος:	3ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

Θεωρητικά εφαρμόζοντας DTFT και στα 2 μέλη παίρνουμε :  $H(e^{j\omega}) = Y(e^{j\omega})/X(e^{j\omega}) = 1/2 + e^{-j\omega} - 1/2e^{-2j\omega}$



(δ) Ποιες συχνότητες του σήματος εισόδου διατηρεί το παραπάνω σύστημα;

**Απάντηση:**

Το σύστημα διατηρεί τις συχνοτητές στο εύρος (0,1) και τις ενισχυει κιολας. Αλλα θα μπορούσαμε να πουμε ότι λειτουργει το συστημα σαν ενισχυτης.

(δ) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *filter()*, υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος για την είσοδο  $x[n]$  (μόνο για τα πρώτα 100 δείγματα). Ποιες οι διαφορές;

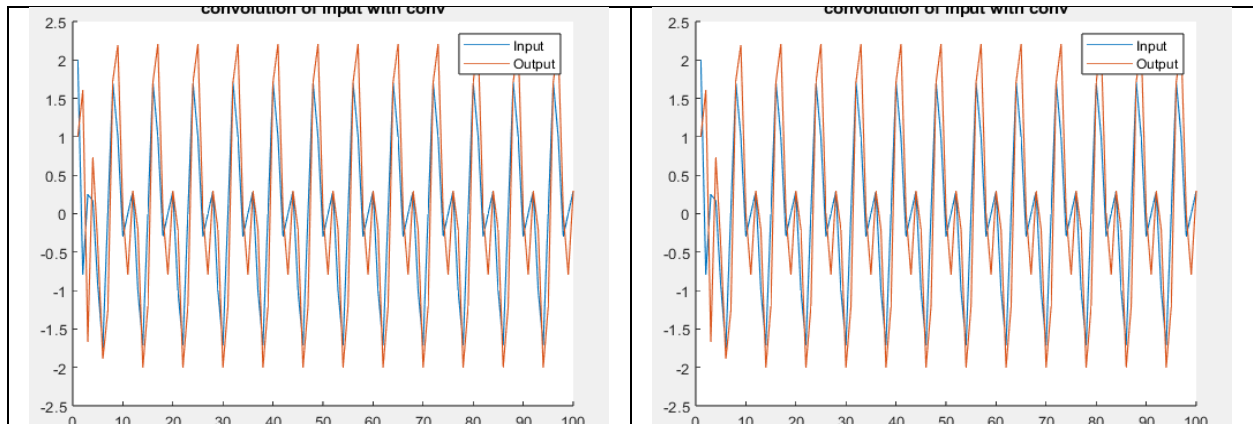
**Απάντηση:**

Έξοδος για <i>conv()</i>	Έξοδος για <i>filter()</i>
--------------------------	----------------------------

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

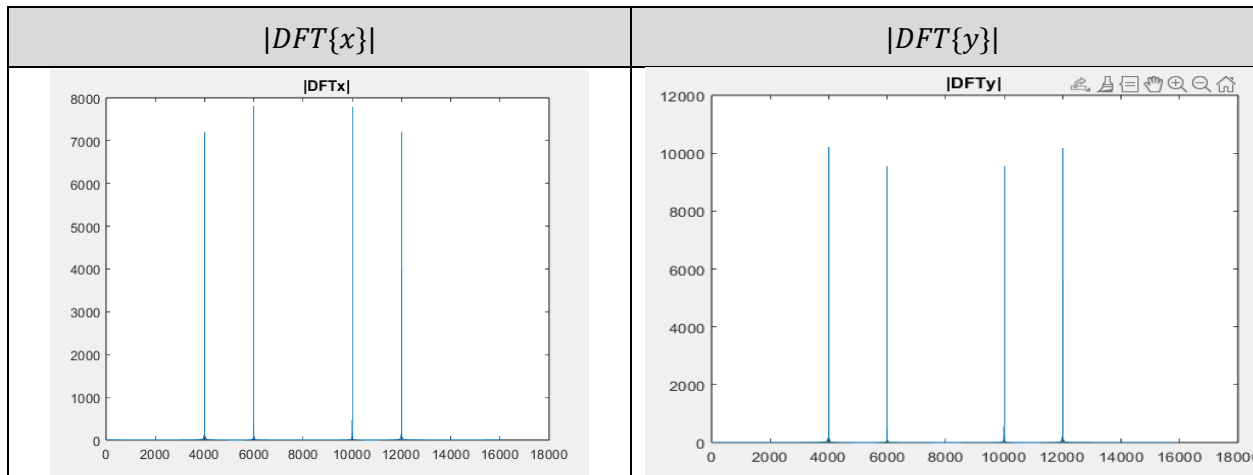
Ον/μο:	Αθανάσιος Σιούτας	ΑΜ:	1100711	Έτος:	3ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----



Στα 100 δείγματα δεν βλέπουμε κάποια διαφορά.

(ε) Σχεδιάστε το  $\text{abs}(\text{fftshift}(\text{fft}(x)))$  και  $\text{abs}(\text{fftshift}(\text{fft}(y)))$ .

Απάντηση:



(στ)

Στην δεύτερη περίπτωση η είσοδοι δεν είναι δυναμεις του 2 και δεν μπορεί ο αλγοριθμος FFT να λειτουργήσει σωστα(δεν υπάρχει συμμετρία για δουλέψει σωστα το διαιρεί και βασιλεύει) και παρατηρούμε χειρότερους χρόνους.

Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος	Μήκος σήματος	Μέσος χρόνος
$2^6$	$0.0057/10^4$	$2^6-1$	$0.0065/10^4$
$2^7$	$0.0056/10^4$	$2^7-1$	$0.0278/10^4$

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Αθανάσιος Σιούτας	ΑΜ:	1100711	Έτος:	3ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

$2^8$	$0.0082/10^4$	$2^8-1$	$0.0212/10^4$
$2^9$	$0.0111/10^4$	$2^9-1$	$0.0625/10^4$
$2^{10}$	$0.0188/10^4$	$2^{10}-1$	$0.0850/10^4$
$2^{11}$	$0.0326/10^4$	$2^{11}-1$	$0.3701/10^4$
$2^{12}$	$0.0680/10^4$	$2^{12}-1$	$0.1818/10^4$
$2^{13}$	$0.1545/10^4$	$2^{13}-1$	$1.3732/10^4$
$2^{14}$	$0.3933/10^4$	$2^{14}-1$	$4.1186/10^4$
$2^{15}$	$0.7637/10^4$	$2^{15}-1$	$9.2951/10^4$

### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ο κώδικας όλων των Ασκήσεων 1 – 2.

1)

```
Ts = 0.005;
```

```
f0 = 4040;
```

```
initial_phase = 0;
```

```
%initial_phase = pi/4;
```

```
n = 0:1/Ts; %discrete samples
```

```
%x = sin(2*pi*f0*n*Ts+initial_phase);
```

```
x = sin(2*pi*f0*n*Ts+initial_phase);
```

```
%plot(n,x)
```

```
dt = 0.0001;
```

```
t = 0:dt:1; %continuous time
```

```
x_cont=sin(2*pi*f0*t'+initial_phase);
```

```
% Initialize Arrays
```

```
sinc_array = zeros(length(t),length(n));
```

```
triangular_array = sinc_array;
```

```
rec_array = sinc_array;
```

```
% indx:(t/Ts-n)
```

```
indx = t'*ones(1,length(n))/Ts-ones(length(t),1)*n;
```

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Αθανάσιος Σιούτας	ΑΜ:	1100711	Έτος:	3ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

% Sinc

```
sinc_array = sinc(indx);
```

% Triangular

```
triangular_array(abs(indx)>1)=0; %x in [-1, 1], so delete the rest
```

```
triangular_array(abs(indx)<1) = 1 - abs(indx(abs(indx)<1));
```

% Rectangular

```
rec_array(abs(indx)<1/2) = 1;
```

```
rec_array(indx == 1/2) = 1;
```

```
rec_array(abs(indx)>1/2) = 0;
```

% Reconstructed Signals

```
x_analog1 = sum((ones(length(t),1)*x).*sinc_array,2); % Sinc Reconstruction
```

```
x_analog2 = sum((ones(length(t),1)*x).*triangular_array,2); %Triangular Reconstruction
```

```
x_analog3 = sum((ones(length(t),1)*x).*rec_array,2); % Rectangular Reconstruction
```

% Residual Signals

```
r1=x_cont-x_analog1;
```

```
r2=x_cont-x_analog2;
```

```
r3=x_cont-x_analog3;
```

% Plot Reconstructed Signals

```
figure;
```

```
plot(t(1:1000),x_cont(1:1000),'b--','LineWidth',2); % Plot original analog signal
```

```
%hold on;
```

```
figure;
```

```
plot(n(1:dt/Ts*1000)*Ts,x(1:dt/Ts*1000),'bx','MarkerSize',14); % Plot Sample Points
```

```
figure;
```

```
plot(t(1:1000),x_analog1(1:1000),'r'); % Plot sinc reconsruction
```

```
figure;
```

```
plot(t(1:1000),x_analog2(1:1000),'y'); % Plot triangular reconstruction
```

```
figure;
```

```
plot(t(1:1000),x_analog3(1:1000),'g'); % Plot rectangular reconstruction
```

```
%hold off;
```

```
%legend('Analog','Samples','Sinc','Triangular','Rectangular');
```

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Αθανάσιος Σιούτας	ΑΜ:	1100711	Έτος:	3ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

```
% Plot Error of Reconstruction
figure;
hold on;
plot(t(1:100),x_cont(1:100)-x_analog1(1:100)); % Plot sinc Error
plot(t(1:100),x_cont(1:100)-x_analog2(1:100)); % Plot triangular Error
plot(t(1:100),x_cont(1:100)-x_analog3(1:100)); % Plot rectangular Error
hold off;
legend('Sinc','Triangular','Rectangular');
```

```
% Plot of Distributions of residuals
```

```
figure;
hist(r1,200); % Histogram of r1
legend('Sinc Residual');
figure;
hist(r2,200); % Histogram of r2
legend('Triangular Residual');
figure;
hist(r3,200); % Histogram of r3
legend('Rectangular Residual');
```

```
MSE = [mean(r1.^2) mean(r2.^2) mean(r3.^2) ];
STD = [std(r1) std(r2) std(r3) ];
```

```
2)
```

```
h = [1/2, 1, -1/2];
```

```
[H, w] = freqz(h, 1, 1024);
```

```
figure;
plot(w/pi, (abs(H)));
title('Magnitude of frequency response');
```

```
figure;
```



# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Αθανάσιος Σιούτας	ΑΜ:	1100711	Έτος:	3ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

```
plot(w/pi, angle(H));  
  
title('Phase of frequency response');  
  
grid on;  
  
  
n = 0:16000;  
x = cos(pi*n/4) - sin(pi*n/2) + (-1/2).^n;  
  
  
y = conv(h, x);  
  
figure;  
  
hold on;  
  
plot(x(1:100));  
  
plot(y(1:100));  
  
hold off;  
  
legend('Input', 'Output');  
  
title('convolution of input with conv');  
  
  
y2 = filter(h, 1, x);  
  
figure;  
  
hold on;  
  
plot(x(1:100));  
  
plot(y2(1:100));  
  
hold off;  
  
legend('Input', 'Output');  
  
title('convolution of input with filter');  
  
  
x_fourier = abs(fftshift(fft(x)));
```

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Αθανάσιος Σιούτας	ΑΜ:	1100711	Έτος:	3ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

```
y_fourier = abs(fftshift(fft(y)));
```

```
figure;
```

```
plot(x_fourier);
```

```
title('|DFT{x}|');
```

```
figure;
```

```
plot(y_fourier);
```

```
title('|DFT{y}|');
```

```
for h = 6:15
```

```
    n=2^h;
```

```
    yrand = rand(n, 1);
```

```
    tic
```

```
    for i = 1:10000
```

```
        fft(yrand);
```

```
    end
```

```
    toc
```

```
end
```

```
for h = 6:15
```

```
    n=2^h-1;
```

```
    yrand = rand(n, 1);
```

```
    tic
```

```
    for i = 1:10000
```

```
        fft(yrand);
```

```
    end
```

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Αθανάσιος Σιούτας	ΑΜ:	1100711	Έτος:	3ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

toc

end