TP4 - correction

Exercice 1

```r
echantillon <- rnorm(30, 10, 2)
```

L'estimateur de l'espérance par excellence est la moyenne d'échantillon. Son expression est :

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Sa réalisation sur notre échantillon est :

```r
xbar <- mean(echantillon)
xbar
```

```
## [1] 10.48635
```

L'estimateur de la variance est la variance d'échantillon. Son expression est :

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2$$

Sa réalisation est :

```r
S2 <- sum( (echantillon-xbar)**2 )/30
S2
```

```
## [1] 3.057217
```

On peut montrer que cet estimateur est biaisé. Son espérance ne vaut pas la valeur du paramètre recherché, mais :

$$\mathbb{E}(S^2) = \frac{n-1}{n}\sigma^2$$

On peut corriger cet estimateur :

$$S_c^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2$$

Sa réalisation est :

```r
Sc2 <- sum( (echantillon-xbar)**2 )/29
Sc2
```

```
## [1] 3.162639
```

On peut montrer que :

$$\mathbb{E}(S_c^2) = \sigma^2$$

Cet estimateur de la variance n'est pas biaisé. Il est préférable au précédent.

Construisons l'intervalle de confiance pour l'espérance au niveau $1 - \alpha = 0.95$.

```r
#1-alpha = 0.95
alpha <- 0.05
niveau <- 1-alpha/2 # = 0.975
```

```r
BI <- xbar - sqrt(Sc2)*qt(0.975, 29)/sqrt(30)
BS <- xbar + sqrt(Sc2)*qt(0.975, 29)/sqrt(30)
```