

Fiche TP4 : Intervalles de confiance et tests d'hypothèses

Exercice 1. (a) À l'aide de la fonction `rnorm`, simulez un échantillon de taille $n = 30$ de loi normale et de paramètres $\mu = 10, \sigma^2 = 4$. Attention, il faut donner l'écart-type et non la variance en argument de cette fonction.

(b) Nous allons maintenant oublier ces paramètres et tenter de les estimer à l'aide de cet échantillon.

(a) Quel est l'estimateur de l'espérance par excellence ? Donnez-en l'expression générale.

(b) Calculez la réalisation de cet estimateur sur l'échantillon simulé précédemment. Qu'observez-vous ?

(c) Quel est l'estimateur de la variance par excellence ? Donnez-en l'expression générale.

(d) Calculez la réalisation de cet estimateur sur l'échantillon simulé précédemment. Qu'observez-vous ?

(e) On peut corriger cet estimateur en le multipliant par $\frac{n}{n-1}$. Calculez la réalisation de ce nouvel estimateur sur l'échantillon simulé précédemment. Qu'observez-vous ?

(c) Intéressons-nous aux intervalles de confiance pour ces estimateurs.

(a) Donnez l'expression des bornes de l'intervalle de confiance pour μ au niveau α .

(b) Calculez les réalisations de cet intervalle de confiance pour l'échantillon simulé précédemment, en prenant à chaque fois $\alpha = 10\%, 5\%, 1\%$. Qu'observez-vous ?

(c) Par rapport à cet intervalle, où se trouve votre estimation de μ ? Où se trouve μ ?

(d) Faites de même pour σ^2 .

(d) Pouvez-vous expliquer le lien entre intervalles de confiance et tests statistiques ?

Exercice 2. Reprendre soigneusement les exemples du cours sur les tests, et vérifier les résultats numériques avec R.

Vous pourrez utiliser R pour les calculs de quantiles (cf. TP1) ou utiliser directement la fonction `t.test` pour un test de Student.

N'oubliez pas, lorsque cela est possible, d'évaluer le risque associé à votre décision. Si nécessaire, la commande `power.t.test` permet d'évaluer la puissance d'un test de Student.

Exercice 3. On extrait un échantillon de 10 comprimés d'un lot de 30 000 comprimés censés peser 0.83 g chacun.

On suppose que le poids d'un comprimé suit une loi normale.

On obtient les mesures suivantes, en g :

0.81 0.84 0.83 0.80 0.85 0.86 0.85 0.83 0.84 0.80

(a) On souhaite tester la conformité de l'échantillon avec le cahier des charges.

Décrire la procédure utilisée.

(b) Le lot est-il conforme au niveau de confiance 95% ? au niveau de confiance 99% ? On procèdera de trois façons différentes (de la façon décrite dans le cours en se plaçant sous H_0 , avec un intervalle de confiance, avec la p -valeur)

Exercice 4. Un lot de bijoux est testé par les douanes. On mesure le titre en carats de l'or de ces bijoux.

La loi impose un titre de 18 carats. Les mesures en carats sont regroupées dans le tableau suivant :

[17;17.4[[17.4;17.8[[17.8;18.2[[18.2;18.6[[18.6;19]
6	8	12	2	2

(a) Décrire cet échantillon et choisir une représentation graphique appropriée.

(b) Le bijoutier est-il en infraction au seuil $\alpha = 5\%$?