

ĐỀ THI MÔN HÀM BIẾN PHỨC VÀ ỨNG DỤNG (KSTN 2014-2015)
(Thời gian 90 phút, sinh viên không sử dụng tài liệu)

- Câu 1** (2đ) a) Tìm hàm giải tích $f(z)$ (nếu có) biết phần ảo của nó là $V(x, y) = e^y \sinh x$.
b) Tính $\int_{\Gamma} (\operatorname{Im} z^2 + z \cos z^2) dz$ với Γ là parabola $y = x^2$ nối từ điểm gốc tọa độ O đến $\sqrt{\pi} + \pi i$.

- Câu 2** a) Tính $\oint_{\Gamma} \left(\frac{e^z \sin z}{(z-1)^2} + (z-1)^4 e^{\pi/(z-1)} \right) dz$ với Γ là đường cong kín tâm O gốc tọa độ, bán kính là 2.
b) Tính $\oint_{\Gamma} \frac{\tanh(z+1)}{e^z \sin z} dz$, với Γ là đường cong kín tâm O gốc tọa độ, bán kính là 1.

- Câu 3** Tính $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{x/2}}{(1+e^x)} dx$ bằng cách sử dụng tính tích phân dọc theo đường bao hình chữ nhật với các đỉnh là $(-L, 0)$, $-L+2\pi i$, $L+2\pi i$ và $(L, 0)$.

- Câu 4** a) Tính $\int_0^{\pi} \frac{1}{(9+4\cos\theta)^2} d\theta$
b) Tính giá trị chính của tích phân Cauchy

$$P. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos \pi x}{x(x^4-1)} dx$$

- Câu 5** a) Dùng biến đổi Fourier để giải phương trình vi phân sau $y'' + 6y' + 5y = \delta(t)e^{-t}$ biết $\mathfrak{F}\{\delta(t)\} = 1$ và $\mathfrak{F}\{H(t)e^{-at}\} = \frac{1}{a+i\omega}$, biết $\mathfrak{F}\{e^{-a|x|}\} = \frac{2a}{a^2+\omega^2}$, với $a>0$.

- b) Tìm tích phân Fourier của $f(x) = xe^{-|x|}$ và tìm chính xác tích phân đó hội tụ tới đâu.

Ghi chú: Sinh viên KHÔNG được sử dụng bất kì tài liệu nào.