

## Exercice 1

Soit un problème de classification à K classes dans un espace de dimension 1 qui vérifie :

$$P(\omega_i) = \frac{1}{K} \quad \text{et}$$

$$p(x|\omega_i) = 1 \quad 0 \leq x \leq \frac{Kr}{K-1}$$

$$p(x|\omega_i) = 1 \quad i \leq x \leq i+1 - \frac{Kr}{K-1}$$

$$p(x|\omega_i) = 0 \quad \text{sinon}$$

r est une constante réelle telle que  $0 < r < \frac{K-1}{K}$

1) on suppose K=3

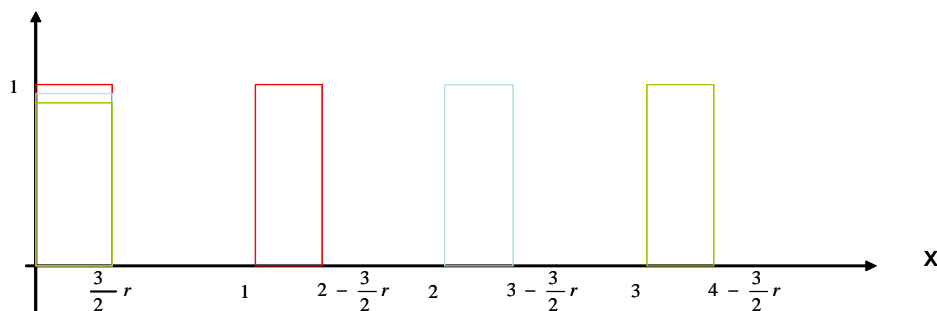
tracer et calculer p(x) et les  $P(\omega_i|x)$   $i=1, \dots, K$

2) tracer et calculer le risque conditionnel  $C^*(x)$

3) calculer le risque Bayésien en fonction de r

## Correction

$p(x|\omega_i)$



courbe rouge :  $i=1$

courbe bleue :  $i=2$

courbe verte :  $i=3$

1)

$$p(x) = 1 \quad 0 \leq x \leq \frac{K}{K-1}r$$

$$p(x) = \frac{1}{K} \quad i \leq x \leq i+1 - \frac{Kr}{K-1}$$

$$K = 3$$

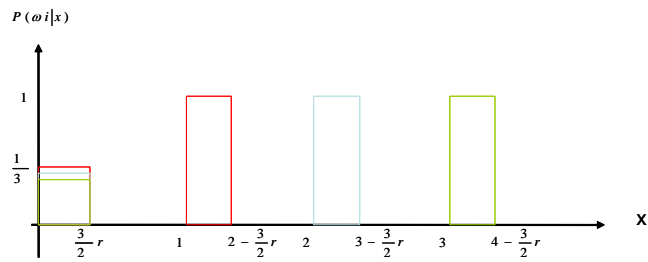
$$p(x) = 1 \quad 0 \leq x \leq \frac{3}{2}r$$

$$p(x) = \frac{1}{3} \quad i \leq x \leq i+1 - \frac{3r}{2}$$

$$P(\omega_i|x) = 1/3 \quad 0 \leq x \leq \frac{3}{2}r$$

$$P(\omega_i|x) = 1 \quad i \leq x \leq i+1 - \frac{3r}{2}$$

$$P(\omega_i|x) = 0 \quad \text{sinon}$$



2)

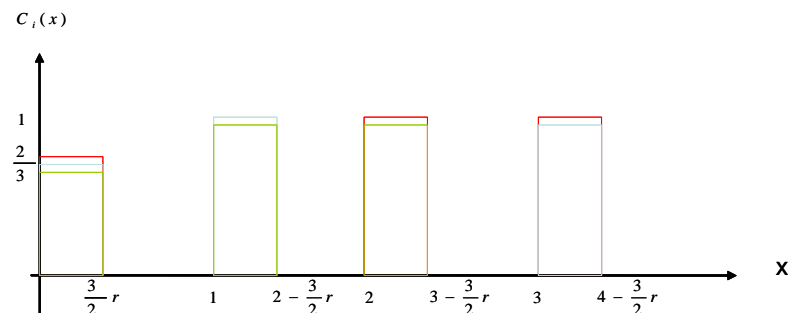
coût de classer une réalisation x dans la classe i

$$C_i(x) = \sum_{j \neq i} P(\omega_j|x)$$

$$C_i(x) = 2/3 \quad 0 \leq x \leq \frac{3}{2}r$$

$$C_i(x) = 1 \quad j \leq x \leq j+1 - \frac{3r}{2} \quad j \neq i$$

$$C_i(x) = 0 \quad \text{sinon}$$



risque conditionnel

$$C^*(x) = \min C_i(x)$$

$$C^*(x) = 2/3 \quad 0 \leq x \leq \frac{3}{2}r$$

$$C^*(x) = 0 \quad \text{sinon}$$

3)

risque Bayesien

$$C^* = \int C^*(x) p(x) dx = r$$