Contrôle SI 221 2017

Corrigé ACP

V = Matrice des variances covariances $= \dfrac{{}^tXX}{N}$

$$
X = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array}
\begin{array}{ccc} C_1 & C_2 & C_3 \end{array}
$$

$$
X = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}
$$

où N est la longueur du vecteur associé à chacune des caractéristiques (C_1 = service C_2 = qualité C_3 = prix)

Q1 : $\mathbb{E}(C_1) = -3+3 = 0$ $\mathbb{E}(C_2) = 0$ $\mathbb{E}(C_3) = 0$

Q2 $V = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & -3 & \frac{1}{2} \\ -3 & 5 & -2 \\ \frac{1}{2} & -2 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ admet pour valeur propre $\lambda_3 = 0$

$\iff \det(V - 0 \times I) = 0$

$\boxed{Vx = \lambda x \ (?)}$

$$
\det(V) = \frac{5}{2}\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -2 & \frac{3}{2} \end{vmatrix} - (-3)\begin{vmatrix} -3 & -2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{vmatrix} + \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ \frac{1}{2} & -2 \end{vmatrix}
$$

$$
= \frac{5}{2} \times \left(\frac{15}{2} - 4\right) + 3\left(\frac{-9}{2} + 1\right) + \frac{1}{2}\left(6 - \frac{5}{2}\right)
$$

$$
= \frac{5}{2} \times \frac{7}{2} - \frac{21}{2} + \frac{7}{4} = \frac{42}{4} - \frac{21}{2} = 0
$$

ou $\boxed{C_2 = -C_1 - C_3}$

$\Rightarrow$ Noyau $\ker(V) \neq \emptyset$

$\boxed{C_1 + C_2 + C_3 = 0}$

$\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ vecteur propre

$\boxed{\lambda_3 = 0}$

$\lambda_1 = \dfrac{30{,}5}{4}$ λ_2 ? on sait que $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \text{trace}(V)$

ou on remarque que $V \times \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = 0 = \lambda_3 \times \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

$\iff \dfrac{30{,}5}{4} + \lambda_2 + 0 = \dfrac{5}{2} + 5 + \dfrac{3}{2} = 9$

$\lambda_2 = 9 - \dfrac{30{,}5}{4} = \dfrac{5{,}5}{4} = \dfrac{11}{8} = 1{,}375$

Celui donné par v_1 vecteur propre associé à λ_1

Q3 Pourcentages d'inertie axe 1 : $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} = \dfrac{30{,}5/4}{9} = \dfrac{30{,}5}{36} = 0{,}85$

axe 2 : $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} = \dfrac{5{,}5}{36} = 0{,}15$ axe 3 : $\dfrac{0}{9} = 0$

on retient l'axe 1 et l'axe 2 : ce plan a une part d'inertie de 100 %

Il y a une forte anti-corrélation entre le si lice et la qualité car $t_{R} = 955 - 0{,}7Q + 0{,}5P$

la 1e composante prend en compte ce lien alors que la 2e fait intervenir le prix

These directions are for planning purposes only. You may find that construction projects, traffic, weather, or other events may cause conditions to differ from the map results, and you should plan your route accordingly. You must obey all signs or notices regarding your route.

Q3 – Nouvelles coordonnées dans (V_1, V_2)

$\text{abs}R1 = 0{,}5 \times (-2) - 0{,}8 \times 3 + 0{,}3 \times (-1)$

$x_{V_1} \times x_{R_1} + y_{V_1} \times y_{R_1} + z_{V_1} \times z_{R_1}$

pour passer d'un espace $(e_1, e_2) \rightarrow (x_1, x_2)$ à l'autre $(e_3, e_4)(x'_1, x'_2)$

$x'_1 = x_1 e_{3x} + x_2 e_{3y}$

$x'_2 = x_1 e_{4x} + x_2 e_{4y}$

$= -1 - 2{,}4 - 0{,}3$

$= -3{,}4 - 0{,}3 = -3{,}7$

$R1 \begin{pmatrix} -3{,}7 \\ -0{,}22 \end{pmatrix}$

$\text{ord}R1 = 0{,}65 \times (-2) + 0{,}11 \times 3 - 0{,}75 \times (-1)$

$= -1{,}3 + 0{,}33 + 0{,}75$

$= -1{,}30 + 1{,}08 = -0{,}22$

$\text{abs}R2 = 0{,}5 \times (-1) - 0{,}8 \times 1 + 0 \times 0{,}3$

$= -0{,}5 - 0{,}8 = -1{,}3$

$R2 \begin{pmatrix} -1{,}3 \\ -0{,}54 \end{pmatrix}$

$\text{ord}R2 = 0{,}65 \times (-1) + 0{,}11 \times 1 + 0 \times$

$= -0{,}65 + 0{,}11 = -0{,}54$

$R3 \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 1{,}94 \end{pmatrix}$

$\text{abs}R3 = 0{,}5 \times 2 - 0{,}8 \times (-1) + 0{,}3 \times (-1)$

$= 1 + 0{,}8 - 0{,}3$

$= 1{,}8 - 0{,}3 = 1{,}5$

$\text{ord}R3 = 0{,}65 \times 2 + 0{,}11(-1) - 0{,}75(-1)$

$= 1{,}3 - 0{,}11 + 0{,}75$

$= 2{,}05 - 0{,}11 = 1{,}94$

$R4 \begin{pmatrix} 3{,}5 \\ -1{,}18 \end{pmatrix}$

$\text{abs}R4 = 0{,}5 - 0{,}8 \times (-3) + 0{,}3 \times 2$

$= 0{,}5 + 2{,}4 + 0{,}6$

$= 1{,}1 + 2{,}4 = 3{,}5$