

ELETTROTECNICA

PARTE I: CONCETTI FONDAMENTALI

Michele Bonnin e Fernando Corinto

`michele.bonnin@polito.it` `fernando.corinto@polito.it`

Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni
Politecnico di Torino

A.A. 2016/2017

Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

Circuiti elementari

Connessione in serie e in parallelo

Partitori di tensione e di corrente

Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

Circuiti elementari

Connessione in serie e in parallelo

Partitori di tensione e di corrente

Perché siete qui?



Ingegneria dell'informazione

- ▶ Il corso si propone di:
 - ▶ esporre le leggi fondamentali che regolano il comportamento dei circuiti elettrici a parametri concentrati
 - ▶ fornire le tecniche di base che consentono di analizzare il comportamento dei circuiti elettrici resistivi, dinamici, lineari e a parametri concentrati, sia in regime generico che in regime sinusoidale.
- ▶ Corso di Laurea in Ingegneria Informatica – 18AULOA

Organizzazione del Corso

- ▶ Docenti: M. Bonnin
- ▶ Orario
 - ▶ Lunedì 16.00–19.00, aula 29B. Lezione
 - ▶ Mercoledì 13.00–14.30, aula 29B. Lezione
 - ▶ Mercoledì 14.30–16.00, aula 29B. Esercitazione squadra 1
 - ▶ Giovedì 10.00–11.30, aula 2D. Esercitazione squadra 2

Organizzazione del Corso

- ▶ Docenti: M. Bonnin
- ▶ Ricevimento: Sempre disponibile, previo appuntamento
- ▶ Contatti:
 - ▶ michele.bonnin@polito.it
 - ▶ 011 090 4089

Supporti didattici

- ▶ Programma dettagliato del corso disponibile su sito del corso (PORTALE DELLA DIDATTICA)
- ▶ Video lezioni
- ▶ Libri di testo
 1. R. Perfetti, "Circuiti elettrici", Zanichelli, Bologna, 2003.
 2. M. De Magistris e G. Miano "Circuiti", Springer, 2007
 3. M. Biey, M. Bonnin, F. Corinto "Esercitazioni di elettrotecnica", CLUT, 2013.
- ▶ Dispense delle lezioni.
- ▶ Le esercitazioni consistono nella soluzione, da parte degli studenti, di problemi d'analisi di circuiti elettrici sfruttando i metodi illustrati a lezione.
- ▶ Ulteriore materiale sarà eventualmente reso disponibile sul sito del corso

Norme d'esame

- ▶ Per accedere all'esame occorre prenotarsi. Il candidato deve presentarsi nell'aula indicata munito di un documento d'identità e statino.
- ▶ L'esame consiste in una prova scritta, vertente su tutto il programma svolto. Il voto finale terrà conto
 - ▶ Correttezza della soluzione fornita per i problemi della prova scritta
 - ▶ Capacità di presentare la soluzione dei problemi in modo chiaro e conciso
- ▶ È possibile ritirarsi solo durante lo svolgimento della prova scritta o al suo termine. A norma di legge chi si ritira è considerato respinto.
- ▶ Durante la prova scritta è possibile l'uso della calcolatrice; non è consentito l'uso di dispense, testi e appunti.
- ▶ La votazione ottenuta sarà comunque registrata sui verbali, anche nel caso che il candidato non si presenti alla data fissata.

Struttura della prova scritta (durata 2 ore)

- ▶ Prima parte: 8 problemi elementari (2 punti ciascuno, totale 16 punti). Lo studente deve fornire essenzialmente il risultato finale.
- ▶ Seconda parte: uno/due problemi con circuiti più complessi (totale 14 punti). Lo studente deve riportare tutti i passaggi essenziali della soluzione.
- ▶ **La prova scritta è superata con una votazione pari almeno a 18/30 e con almeno 7/16 punti nei problemi elementari.**

Durante il corso (indicativamente verso metà Dicembre) verranno assegnati dei problemi da risolvere usando il software PSPICE

Gli studenti potranno facoltativamente presentare, individualmente o a coppie, un breve report di una pagina riguardo la soluzione del problema. Il report riceverà una valutazione massima di due punti, da sommarsi al voto d'esame.

Prerequisiti

- ▶ Conoscenze di fisica:
 - ▶ potenza ed energia
 - ▶ elettromagnetismo di base.
- ▶ Conoscenze di analisi matematica e geometria:
 - ▶ algebra dei numeri complessi
 - ▶ calcolo matriciale
 - ▶ sistemi di equazioni algebriche lineari
 - ▶ equazioni differenziali ordinarie del primo ordine
 - ▶ trasformata di Laplace

Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

Circuiti elementari

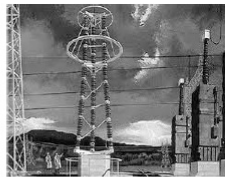
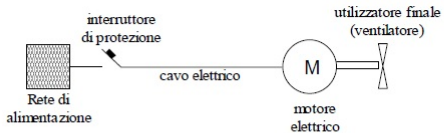
Connessione in serie e in parallelo

Partitori di tensione e di corrente

Sistemi elettrici

- ▶ I sistemi (o apparati) elettrici per l'energia o per l'informazione sono essenzialmente basati sull'elettricità, cioè l'insieme di quei fenomeni (macroscopici) che coinvolgono le cariche elettriche e le loro interazioni.
- ▶ Sistemi elettrici per l'informazione hanno come obiettivo il trattamento di segnali elettrici (l'interesse è per l'informazione e non per l'energia che trasportano).
- ▶ I sistemi elettrici per l'energia hanno invece l'obiettivo di trasportare l'energia proveniente da una certa fonte e destinata ad un certo utilizzo

Esempi di sistemi elettrici



Il fenomeno elettromagnetico

- ▶ Una struttura spaziale (sistema elettrico) contenente corpi diversi (ambiente eterogeneo) è sede di fenomeni elettromagnetici (e.m.) dovuti all'esistenza di cariche elettriche
- ▶ Per una caratterizzazione quantitativa del fenomeno e.m. occorre introdurre:
 - a) Grandezze fisiche appropriate
 - b) Relazioni costitutive dei materiali
 - c) Equazioni di Maxwell

Grandezze fisiche

Unità di misura del Sistema Internazionale (SI)

- ▶ $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ CAMPO ELETTRICO [V/m]: determinato da una distribuzione di cariche
- ▶ $\mathbf{D}(\mathbf{x}, t)$ INDUZIONE ELETTRICA [C/m²]: determinato dall'interazione di \mathbf{E} con un materiale elettrico
- ▶ $\mathbf{H}(\mathbf{x}, t)$ CAMPO MAGNETICO [A/m]: determinato da cariche in movimento
- ▶ $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ INDUZIONE MAGNETICA [T]: determinato dall'interazione di \mathbf{H} con un materiale magnetico
- ▶ $\mathbf{J}(\mathbf{x}, t)$ DENSITÀ DI CORRENTE DI CONDUZIONE [A/m²]: legata al moto delle cariche

Relazioni costitutive

Parametri che caratterizzano i materiali:

- ▶ ε costante dielettrica (o permittività) [F/m^2]
- ▶ μ permeabilità magnetica [H/m]
- ▶ γ conducibilità [Ω^{-1}/m]
- ▶ ρ densità spaziale di carica [C/m^3]
- ▶ Per materiali isotropi i parametri sono quantità scalari
- ▶ Se i materiali hanno le proprietà di linearità, permanenza ed omogeneità allora i parametri non dipendono dallo stato e.m., dal punto e dal tempo.
- ▶ Si considerano materiali descritti da COSTANTI SCALARI.

Equazioni di Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = - \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \quad \text{Legge di Faraday}$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{J}(\mathbf{x}, t) \quad \text{Legge di Ampere-Maxwell}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \rho$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \mu \mathbf{H}(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = \gamma \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$$

Approccio circuitale

Sotto opportune IPOTESI si ottiene una grande semplificazione nella trattazione del problema e.m. (TEORIA DEI CIRCUITI):

- ▶ Le grandezze vettoriali sono sostituite da grandezze elettriche scalari (V, I)
- ▶ Le equazioni di Maxwell sono sostituite dalle Leggi di Kirchhoff (relazioni topologiche)
- ▶ L'ambiente (sistema elettrico) sede del fenomeno e.m. è rappresentato da un elemento circuitale

I CIRCUITI ELETTRICI sono costituiti dall'interconnessione di semplici ELEMENTI CIRCUITALI descritti solo in termini di tensione e corrente.

Ipotesi della teoria dei circuiti

- ▶ L'approccio della teoria dei circuiti implica che si impongano limitazioni su:
 - ▶ frequenze di lavoro (campi e.m. lentamente variabili)
 - ▶ condizioni stazionarie e quasi-stazionarie
 - ▶ natura dei componenti (presenza in un componente di un solo fenomeno e.m. per volta, invarianza temporale delle sue caratteristiche, ecc.)
- ▶ le leggi ed i modelli che descrivono il funzionamento dei circuiti elettrici solo in termini di:
 - ▶ correnti elettriche nei terminali dei componenti
 - ▶ tensioni elettriche che si stabiliscono tra i terminali

Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

Circuiti elementari

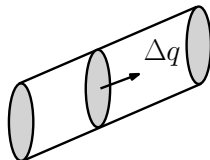
Connessione in serie e in parallelo

Partitori di tensione e di corrente

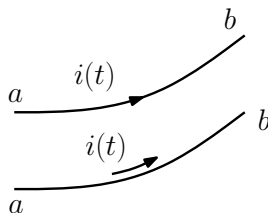
Corrente

► Intensità delle correnti elettriche

- La corrente elettrica è un movimento “ordinato” di cariche elettriche
- l'intensità di corrente attraverso una sezione del conduttore è indipendente dalla sezione scelta in condizioni stazionarie (conservazione della carica)
- la corrente si misura in ampere [A]



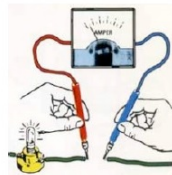
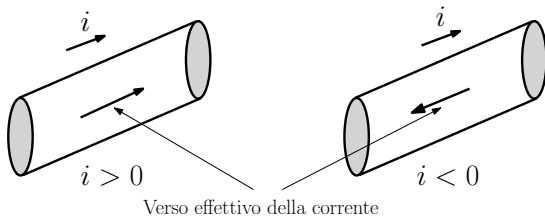
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} = i(t)$$



$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$$

Corrente

- La scelta del verso di riferimento è arbitraria e può essere fatta a priori



Tensione

► Tensione elettrica

- Il campo elettrico compie lavoro sulle cariche
- Immaginiamo una carica unitaria positiva che si muova dal punto a al punto b lungo una linea
- in condizioni stazionarie il lavoro non dipende dal percorso. La variazione di energia subita dalla carica è legata al potenziale (energia per unità di carica)
- la tensione si misura in volt [V]

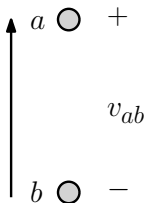


$$v_{a \rightarrow b} \Big|_{\gamma} = \int_{\gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{x}$$

$$V(\mathbf{x}) = \frac{W(\mathbf{x})}{q}$$

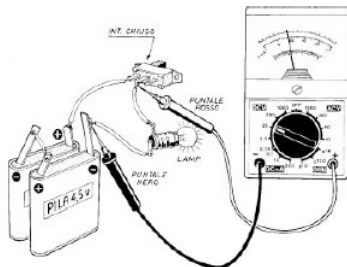
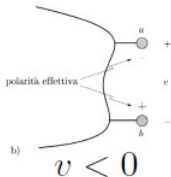
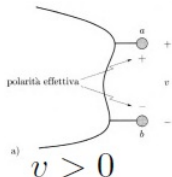
$$v_{a \rightarrow b} \Big|_{\gamma} = v_{ab} = V(a) - V(b)$$

Tensione



$$v_{ab} = V(a) - V(b) > 0 \Rightarrow V(a) > V(b)$$

- La scelta del verso di riferimento è arbitraria e può essere fatta a priori!



Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

Circuiti elementari

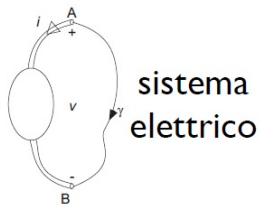
Connessione in serie e in parallelo

Partitori di tensione e di corrente

Elementi circuitali

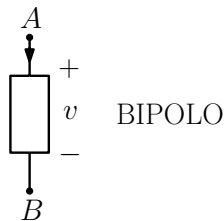
- Si definisce (nell'ambito del limite stazionario e quasi-stazionario) **BIPOLO** un elemento circuitale ideale a due terminali per il quale valgano le due condizioni:

- l'intensità di corrente di un terminale è in ogni istante pari a quella dell'altro terminale
- la tensione tra i due terminali è in ogni istante indipendente dal percorso scelto

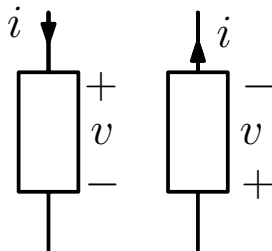


$$i_A \simeq i_B = i$$

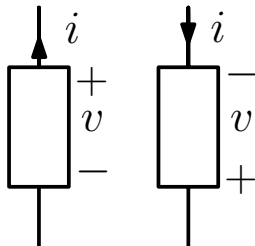
$$v_{ab}|_{\gamma} \simeq v_{ab}|_{\gamma'} = v$$



Convenzioni di riferimento



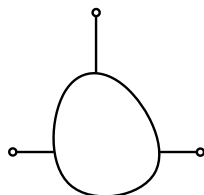
Convenzione
dell'utilizzatore



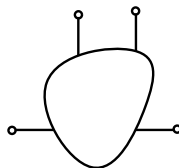
Convenzione
del generatore

Elementi circuitali

- ▶ Si definisce (nell'ambito del limite stazionario e quasistazionario) MULTI-POLO un elemento circuitale ideale con più di due terminali
 - ▶ la corrente in ogni terminale
 - ▶ la tensione tra coppie di due terminali



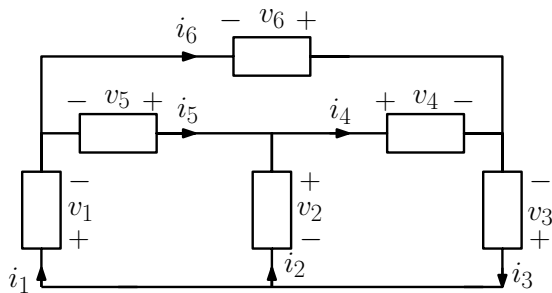
TRIPOL



QUADRIPOL

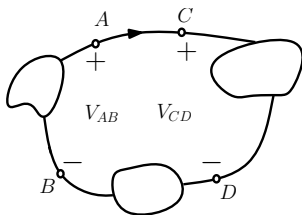
Circuito elettrico

Interconnessione di semplici elementi circuitali



Circuito elettrico a parametri concentrati

- ▶ Le variazioni di energia avvengono, ossia sono concentrate solo all'interno degli elementi circuitali.
- ▶ Le interconnessioni non compiono lavoro!



Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

Circuiti elementari

Connessione in serie e in parallelo

Partitori di tensione e di corrente

Limiti di validità del modello circuitale

- ▶ L'Elettrotecnica studia sistemi elettrici in condizioni stazionarie o quasi-stazionarie.
- ▶ Una stima grossolana della condizione consiste nella valutazione della lunghezza d'onda del campo elettromagnetico nel sistema che si sta considerando.
- ▶ Confrontando tale lunghezza d'onda con le dimensioni caratteristiche del sistema elettrico possiamo avere una stima dell'influenza della propagazione.
- ▶ Se la lunghezza d'onda caratteristica è molto più grande della dimensione lineare del sistema, gli effetti di propagazione possono essere trascurati.

Limiti di validità del modello circuitale

- ▶ f_{max} : estremo superiore delle bande di frequenza dei campi e.m. presenti, rappresentati nel dominio delle frequenze tramite Fourier (è una quantità nota)
- ▶ $t_c = (f_{max})^{-1}$: minimo intervallo di tempo apprezzabile (massima rapidità di variazione temporale dei campi e.m. presenti)
- ▶ l_c : dimensione geometrica massima della struttura (nota)
- ▶ c : velocità di propagazione del campo e.m. nella struttura (nel vuoto = velocità della luce) $\rightarrow \lambda_c = c t_c = \frac{c}{f_{max}}$
- ▶ l_c/c : tempo impiegato dal campo per propagarsi da un estremo all'altro della struttura

Limiti di validità del modello circuitale

$$\frac{l_c}{c} \ll t_c \Leftrightarrow \lambda_c \gg l_c$$

Condizione necessaria (ma non sufficiente) per la validità del modello circuitale



Le variazioni di energia avvengono solo all'interno degli elementi circuitali.
Le interconnessioni non compiono lavoro!

Limiti di validità del modello circuitale

- **Esempio: ricevitore FM** Consideriamo un segnale radio in FM (modulazione di frequenza), ad esempio alla frequenza di 100MHz ($f = 10^8\text{Hz}$). Il tempo caratteristico più piccolo di variazione di tale segnale è

$$t_c = \frac{1}{f} = 10^{-8}\text{s}$$

Assumendo $c = 3 \cdot 10^8\text{m/s}$, la lunghezza d'onda è

$$\lambda = 10^{-8} \cdot 3 \cdot 10^8 = 3\text{m}$$

Allora per il circuito ricevitore di una comune radio (che tipicamente ha le dimensioni al più $10 - 20\text{cm}$) si ha

$$\lambda_c \gg l_c$$

Limiti di validità del modello circuitale

- **Microprocessore** Consideriamo un microprocessore di un computer con frequenza di clock di 10GHz (10^{10}Hz). I segnali elaborati da tale processore hanno tempi caratteristici (ovvero il tipico tempo in cui i segnali digitali passano dal valore “basso” a quello “alto”) dell'ordine di $t_c = 1/f = 10^{-10}\text{s} = 0.1\text{ns}$. Pertanto si ha che la lunghezza d'onda è

$$\lambda = 10^{-10} \cdot 3 \cdot 10^8 = 3 \cdot 10^{-2}\text{m} = 3\text{cm}$$

Tenuto conto che le dimensioni tipiche dell'oggetto **sono confrontabili** con quelle della lunghezza d'onda, gli effetti dei ritardi introdotti dalla velocità finita di propagazione dei segnali elettrici sono importanti.

Limiti di validità del modello circuitale

- **Esempio: sistema di distribuzione dell'energia** Consideriamo un tipico sistema per la distribuzione dell'energia elettrica, costituito da una centrale di produzione, la rete di distribuzione ed i singoli utenti. La distribuzione dell'energia è realizzata in regime sinusoidale a 50Hz . La lunghezza d'onda di propagazione a queste frequenze, tenuto conto che $t_c = 1/f = 0,02\text{s}$ è $\lambda = 0,02 \cdot 3 \cdot 10^8 = 6 \cdot 10^6\text{m} = 6000\text{km}$. Dunque il sistema della distribuzione dell'energia elettrica può essere analizzato con il modello circuitale solo su base locale.

Per ogni circuito fisico esiste una frequenza caratteristica al di sopra della quale il modello circuitale non è più valido.

Analisi di un circuito

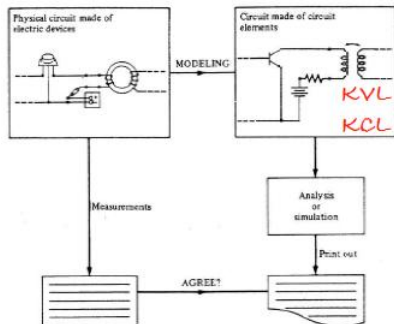


Figure 3.1 Illustration of the relation between physical circuits and circuits, between physical devices and circuit elements, and between laboratory measurements and circuit analysis.

Determinare tensioni e correnti in un circuito elettrico di cui sono assegnate:

- ▶ la topologia (o interconnessioni)
- ▶ le relazioni (costitutive o caratteristiche) che descrivono gli elementi circuitali in termini di ($i - v$)

Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

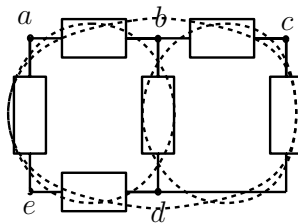
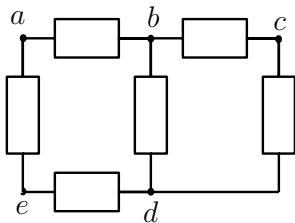
Circuiti elementari

Connessione in serie e in parallelo

Partitori di tensione e di corrente

Leggi di Kirchhoff

- ▶ **NODO**: punto in cui sono connessi due o più terminali
- ▶ **SEQUENZA CHIUSA DI NODI**: sequenza di nodi che forma un percorso chiuso (ovvero percorso per il quale partendo da un nodo vi si ritorna e tutti gli altri nodi della sequenza sono toccati solo una volta)
- ▶ **MAGLIA**: Percorso chiuso lungo il circuito che non contiene altri elementi al suo interno

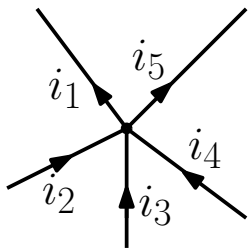


Legge di Kirchhoff per le correnti (LKC)

La somma algebrica delle intensità di corrente in un qualsiasi nodo è uguale a zero, istante per istante (principio di conservazione della carica).

- Con somma algebrica si intende: le intensità di corrente con versi di riferimento uscenti (entranti) dal nodo intervengono con il proprio segno, quelle con versi di riferimento entranti (uscenti) con segno opposto.

Legge di Kirchhoff per le correnti



$$\sum_{k=1}^5 (\pm) i_k = 0$$

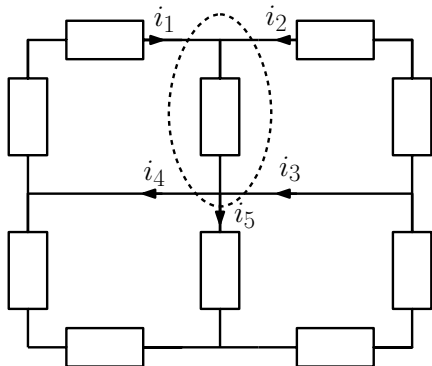
$$i_1 - i_2 - i_3 - i_4 + i_5 = 0$$

$$-i_1 + i_2 + i_3 + i_4 - i_5 = 0$$

\Downarrow

$$i_1 + i_5 = i_2 + i_3 + i_4$$

Legge di Kirchhoff per le correnti

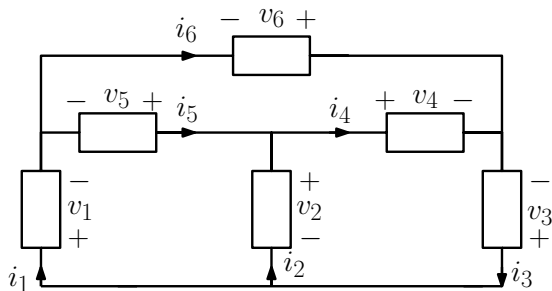


$$-i_1 - i_2 - i_3 + i_4 + i_5 = 0$$

- ▶ La somma algebrica delle correnti che attraversano una superficie chiusa è uguale a zero, istante per istante.
- ▶ I versi di riferimento sono scelti arbitrariamente.
- ▶ I versi effettivi sono noti solo dopo aver calcolato i valori numerici.

Legge di Kirchhoff per le correnti

► Esempio



$$i_1 = 2\text{A}, i_2 = 3\text{A}, i_4 = -5\text{A}.$$

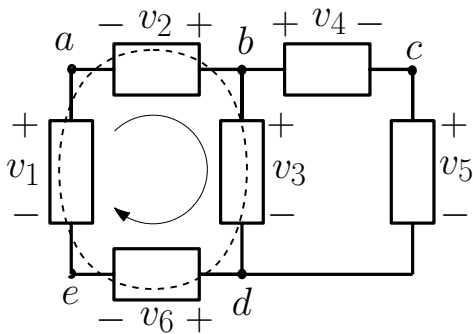
Legge di Kirchhoff per le tensioni (LKT)

La somma algebrica delle tensioni lungo una sequenza chiusa di nodi è uguale a zero, istante per istante (principio di conservazione dell'energia).

- ▶ Con somma algebrica si intende: le tensioni che hanno versi di riferimento concordi con il verso di percorrenza scelto per la maglia intervengono con il proprio segno nella somma, quelle con versi discordi sono sommate con segno opposto.
- ▶ La scelta del verso di percorrenza è arbitraria

La somma algebrica delle tensioni lungo una maglia è uguale a zero, istante per istante (principio di conservazione dell'energia).

Legge di Kirchhoff per le tensioni



$$\sum_k (\pm) v_k = 0$$

$$v_1 + v_2 - v_3 - v_6 = 0$$

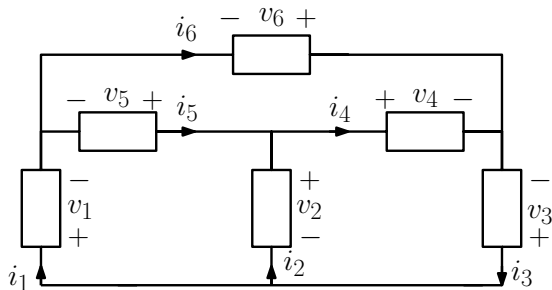
$$-v_1 - v_2 + v_3 + v_6 = 0$$

\Downarrow

$$v_1 + v_2 = v_3 + v_6$$

Legge di Kirchhoff per le tensioni

► Esempio



$$v_1 = 4V, v_3 = -2V, v_5 = -8V$$

Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

Circuiti elementari

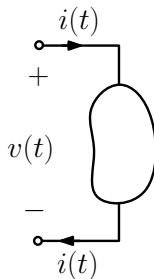
Connessione in serie e in parallelo

Partitori di tensione e di corrente

Potenza elettrica

- ▶ Si definisce **potenza (istantanea) assorbita** da un bipolo (convenzione degli utilizzatori) l'energia assorbita nell'unità di tempo.
- ▶ La potenza istantanea si misura in [W]=[Joule/s].
- ▶ l'energia assorbita viene trasformata in vari modi (principio di conservazione dell'energia).

$$p(t) = \frac{dW}{dt} = \frac{v(t)dq}{dt} = v(t)i(t)$$

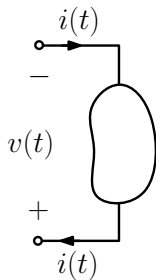


Potenza elettrica

- ▶ Potenza assorbita da un bipolo (convenzione dei generatori)

$$p(t) = -v(t) i(t)$$

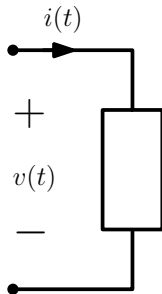
- ▶ Se $p(t) > 0$ allora l'energia è effettivamente assorbita dal bipolo.
- ▶ Se $p(t) < 0$ allora l'energia è effettivamente erogata dal bipolo.



Potenza elettrica

► Convenzioni

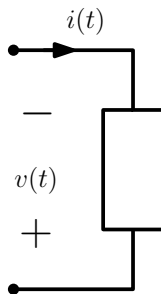
Convenzione degli
utilizzatori



$$p_a(t) = v(t)i(t)$$

$$p_e(t) = -v(t)i(t)$$

Convenzione dei
generatori

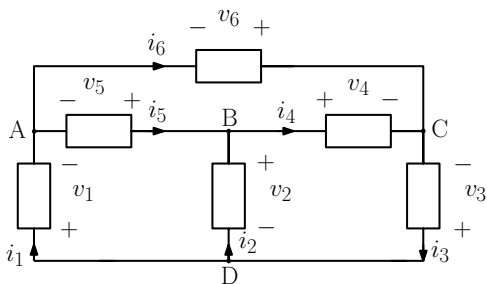


$$p_a(t) = -v(t)i(t)$$

$$p_e(t) = v(t)i(t)$$

Potenza elettrica

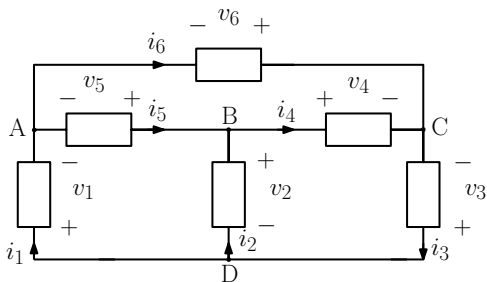
Esempio: $i_1 = 2A$, $i_2 = 3A$, $i_4 = -5A$
 $v_1 = 4V$, $v_3 = -2V$, $v_5 = -8V$



- ▶ LKC nodo B $i_4 - i_2 - i_5 = 0 \Rightarrow i_5 = -8A$
- ▶ LKC nodo D $i_1 + i_2 - i_3 = 0 \Rightarrow i_3 = 5A$
- ▶ LKC nodo C $i_3 - i_4 - i_6 = 0 \Rightarrow i_6 = 10A$
- ▶ LKT maglia A-B-D-A
 $v_5 - v_2 - v_1 = 0 \Rightarrow v_2 = -12V$
- ▶ LKT maglia A-C-D-A
 $v_6 + v_3 - v_1 = 0 \Rightarrow v_6 = 6V$
- ▶ LKT maglia B-C-D-B
 $v_2 - v_4 + v_3 = 0 \Rightarrow v_4 = -14V$

Potenza elettrica

Esempio: $i_1 = 2A$, $i_2 = 3A$, $i_3 = 5A$,
 $i_4 = -5A$, $i_5 = -8A$, $i_6 = 10A$ $v_1 = 4V$,
 $v_2 = -12V$, $v_3 = -2V$, $v_4 = -14V$,
 $v_5 = -8V$, $v_6 = 6V$



► Potenze dissipate

$$p_1 = v_1 i_1 = 8W$$

$$p_4 = v_4 i_4 = 70W$$

► Potenze generate

$$p_2 = v_2 i_2 = -36W$$

$$p_3 = v_3 i_3 = -10W$$

$$p_5 = v_5 i_5 = 64W$$

$$p_6 = v_6 i_6 = 60W$$

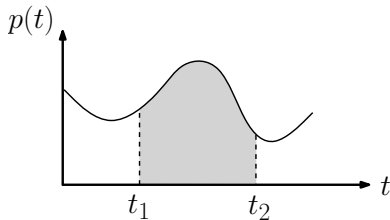
Potenza generata = Potenza dissipata

$$p_1 + p_4 = p_2 + p_3 + p_5 + p_6$$

Energia elettrica e passività

- Energia elettrica assorbita da un bipolo in un intervallo (t_1, t_2)

$$w(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} v(t) i(t) dt$$



- Un bipolo si dice passivo se

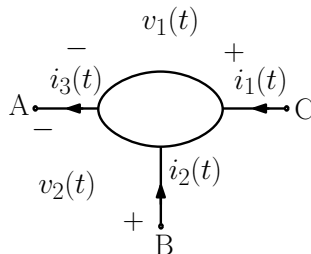
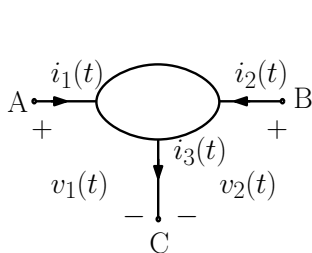
$$w(t) = \int_{-\infty}^t v(s) i(s) ds \geq 0 \quad \forall t$$

- Un **bipolo passivo** non può erogare più energia elettrica di quanta, in precedenza, ne abbia assorbita.
- Un bipolo si dice **attivo** se non è passivo.
- Un bipolo è **strettamente passivo** se $w(t) > 0 \quad \forall t$

Potenza elettrica

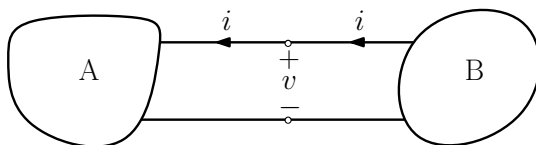
- Potenza elettrica assorbita da un tripolo

$$p(t) = v_1(t) i_1(t) + v_2(t) i_2(t)$$



Potenza elettrica

- Conservazione della potenza istantanea



$$p_A(t) = v(t) i(t) \quad p_B(t) = -v(t) i(t)$$

$$p_A(t) + p_B(t) = 0$$

La somma algebrica delle potenze istantanee assorbite da tutti gli elementi di un circuito è nulla in ogni istante

$$\sum_k p_k(t) = 0$$

(Dimostrazione nelle prossime lezioni)

Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

Circuiti elementari

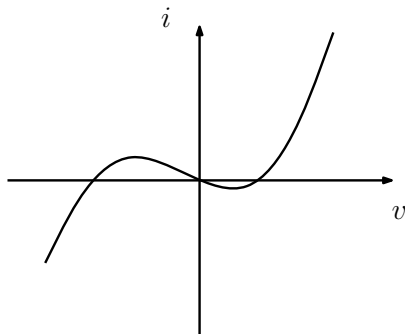
Connessione in serie e in parallelo

Partitori di tensione e di corrente

Classificazione dei bipoli

- ▶ Il comportamento elettrico del bipolo è descritto da una relazione matematica $f(i, v) = 0$ detta **relazione costitutiva**.
- ▶ Il grafico di $f(i, v) = 0$ nel piano (i, v) è detto **curva caratteristica**.
- ▶ Classificazioni dei bipoli

- ▶ Lineari vs non lineari
- ▶ dinamici vs a-dinamici (o resistivi)
- ▶ attivi vs passivi
- ▶ tempo invarianti vs tempo varianti



Bipoli a-dinamici lineari

- ▶ a-dinamici implica che il legame tra la tensione e la corrente è di tipo algebrico.
- ▶ $f(v(t), i(t)) = 0 \Rightarrow a v(t) + b i(t) + c = 0$
- ▶ a, b, c costanti nel tempo
 - ▶ Resistore $c = 0$
 - ▶ Generatore di tensione $b = 0$
 - ▶ Generatore di corrente $a = 0$

Resistori lineari

$v(t) = R i(t)$ Legge di Ohm

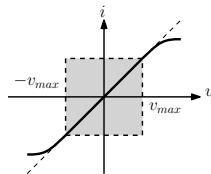
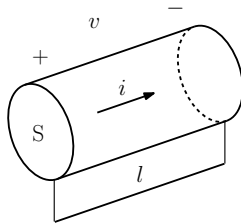
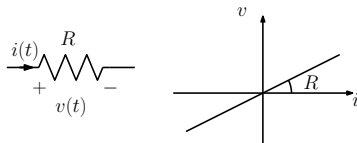
$R > 0$ è la resistenza

$$[R] = [\Omega] \text{ (Ohm)} \quad \Omega = \frac{V}{A}$$

$$R = \frac{\rho}{S} l$$

ρ è la resistività del materiale

Il resistore lineare è un elemento **ideale** in quanto approssima un resistore **reale** in opportune condizioni di funzionamento

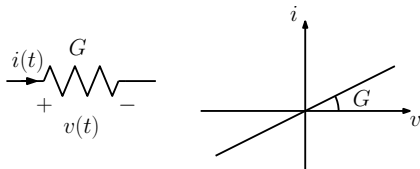


Resistori lineari

$i(t) = G v(t)$ Legge di Ohm

$G = \frac{1}{R} > 0$ è la conduttanza

$[G] = [S]$ (Siemens) $S = \frac{A}{V} = \Omega^{-1}$

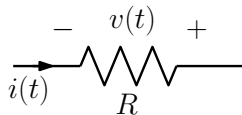


- Il resistore è un bipolo passivo

$$p(t) = v(t) i(t) = R i^2(t) = G v^2(t) > 0, \quad \forall t \Rightarrow w(t) > 0, \quad \forall t$$

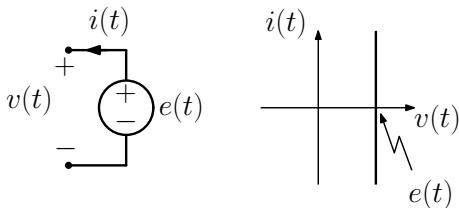
- La legge di Ohm secondo la convenzione dei generatori è

$$v(t) = -R i(t) \quad i(t) = -G v(t)$$

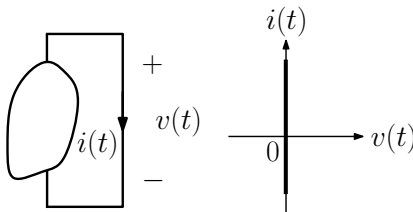


Generatori indipendenti

- **Generatore ideale di tensione:** $v(t) = e(t)$ per ogni $i(t)$.

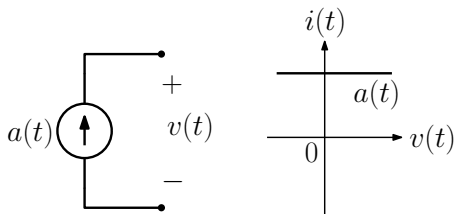


- **Corto circuito:** $v(t) = 0$ per ogni $i(t) \Rightarrow R = 0$

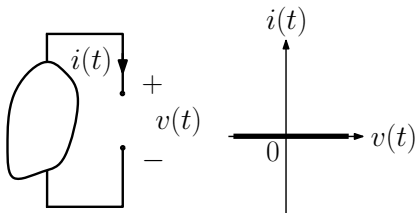


Generatori indipendenti

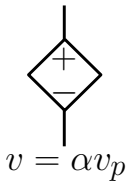
- **Generatore ideale di corrente:** $i(t) = a(t)$ per ogni $v(t)$.



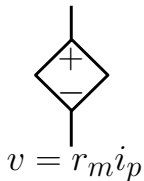
- **Circuito aperto:** $i(t) = 0$ per ogni $v(t) \Rightarrow R = +\infty$



Generatori dipendenti (pilotati)



- Generatore ideale di tensione dipendente da tensione



- Generatore ideale di tensione dipendente da corrente

Generatori dipendenti (pilotati)



$$i = g_m v_p$$

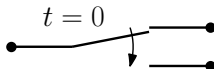
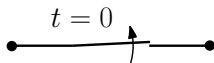
- ▶ Generatore ideale di corrente dipendente da tensione



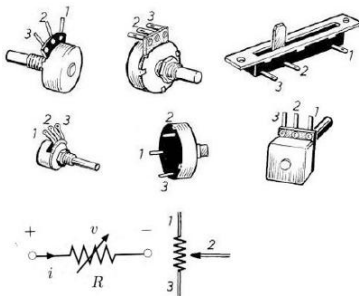
$$i = \beta i_p$$

- ▶ Generatore ideale di corrente dipendente da corrente

Resistori variabili e interruttori



Interruttori



**Resistori variabili nel tempo
(potenziometri)**

Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

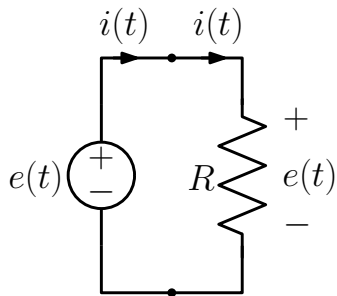
Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

Circuiti elementari

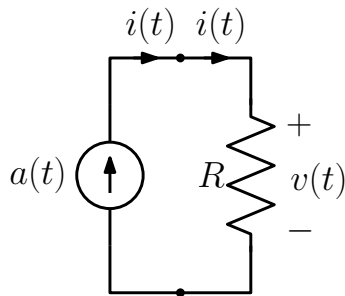
Connessione in serie e in parallelo

Partitori di tensione e di corrente

Circuiti elementari



$$i(t) = \frac{e(t)}{R}$$



$$v(t) = R a(t)$$

Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

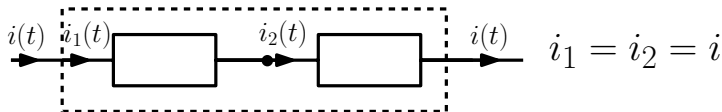
Circuiti elementari

Connessione in serie e in parallelo

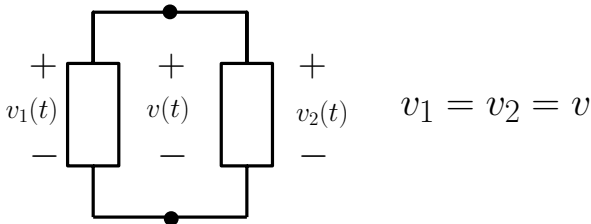
Partitori di tensione e di corrente

Connessione di bipoli

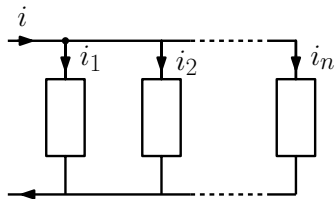
- ▶ Due bipoli si dicono **connessi in serie** se hanno un terminale in comune (ovvero sono attraversati dalla stessa corrente i).



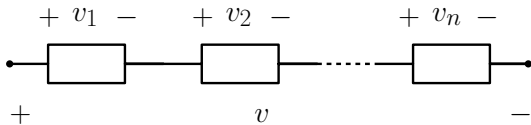
- ▶ Due bipoli si dicono **connessi in parallelo** se hanno due terminali in comune (ovvero hanno in comune la stessa tensione v).



Connessione di bipoli

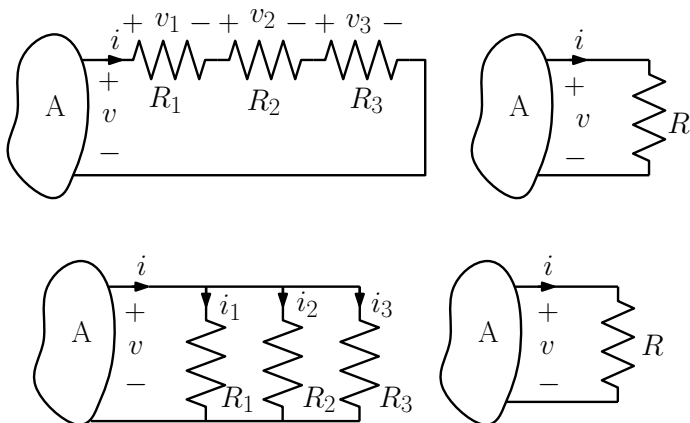


$$i = \sum_{k=1}^n i_k$$



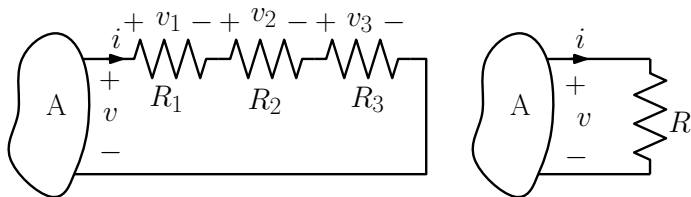
$$v = \sum_{k=1}^n v_k$$

Connessione di resistori



Due bipoli sono EQUIVALENTI (esternamente) se hanno la stessa relazione tensione-corrente.

Connessione di resistori: serie



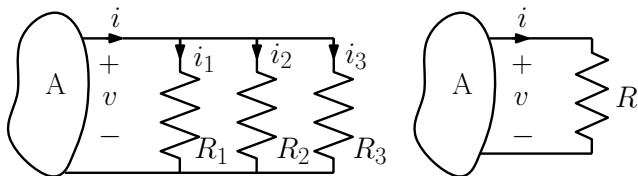
Usando la KVL e la legge di Ohm:

$$v = v_1 + v_2 + v_3 = (R_1 + R_2 + R_3)i \qquad v = Ri$$

Resistenza equivalente di n resistenze in serie

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

Connessione di resistori: parallelo



Usando la KCL e la legge di Ohm:

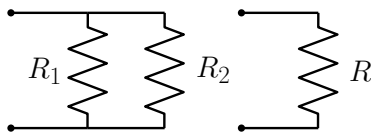
$$i = i_1 + i_2 + i_3 = v \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \quad i = \frac{v}{R}$$

Resistenza equivalente di n resistenze in parallelo

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Connessione di resistori: parallelo

- ▶ Notazione: indichiamo n resistenze in parallelo con $R_1 || R_2 || \dots || R_n$
- ▶ Caso particolare: due resistenze in parallelo

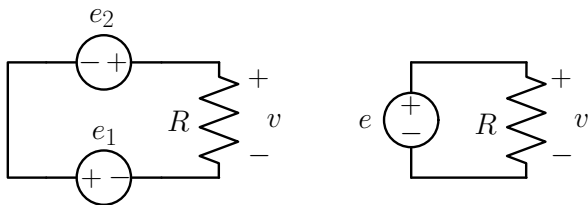


Resistenza equivalente di due resistenze in parallelo

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \Rightarrow R = R_1 || R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Generatori di tensione in serie

- ▶ Due bipoli sono **equivalenti** (esternamente) se hanno la stessa relazione tensione–corrente.



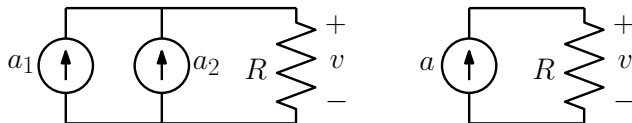
- ▶ Applicando la KVL: $e_1 + e_2 = v$; usando la legge di Ohm:

$$i = \frac{v}{R} = \frac{e_1 + e_2}{R}$$

- ▶ Usando la legge di Ohm: $i = \frac{e}{R}$

$$e = e_1 + e_2 + \dots + e_n$$

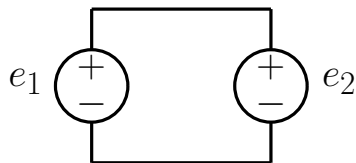
Generatori di corrente in parallelo



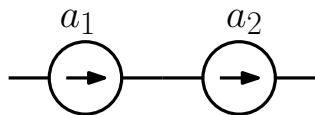
- ▶ Applicando la KCL $i = a_1 + a_2$; usando la legge di Ohm $v = R(a_1 + a_2)$
- ▶ Usando la legge di Ohm $v = R a$

$$a = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

Generatori in serie e in parallelo

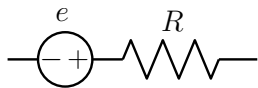


$$\text{KVL: } e_1 - e_2 = 0$$

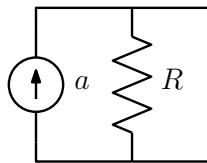


$$\text{KCL: } a_1 = a_2$$

Bipoli equivalenti: generatori reali



- Circuito equivalente per un generatore reale di tensione



- Circuito equivalente per un generatore reale di corrente

Indice

Presentazione del corso

Introduzione all'analisi dei circuiti

Grandezze elettriche fondamentali

Circuiti a parametri concentrati

Limiti di validità del modello circuitale

Vincoli imposti dalle interconnessioni e leggi di Kirchhoff

Potenza elettrica

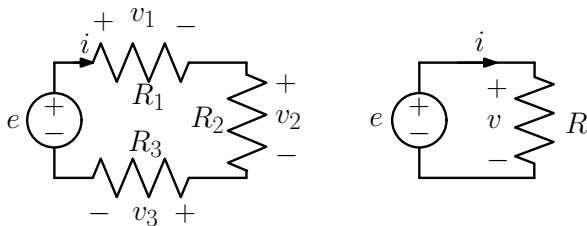
Classificazione dei bipoli in base alla loro relazione costitutiva $i - v$

Circuiti elementari

Connessione in serie e in parallelo

Partitori di tensione e di corrente

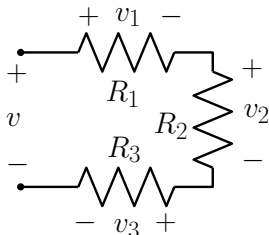
Regola del partitore di tensione



1. Resistenza equivalente: $R = R_1 + R_2 + R_3$
2. KVL $v = e$
3. Legge di Ohm $i = \frac{v}{R} = \frac{e}{R_1 + R_2 + R_3}$
4. $v_1 = R_1 i = e \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$

Regola del partitore di tensione

- È applicabile quando si hanno due o più elementi in serie ed è nota la tensione ai capi della serie

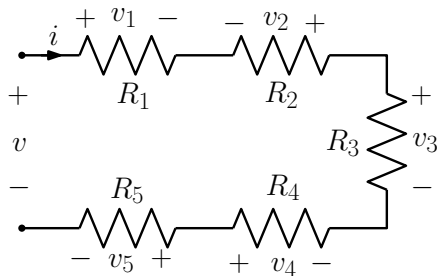


La tensione ai capi di ciascuno dei resistori in un circuito in serie è direttamente proporzionale al rapporto tra la sua resistenza e la resistenza totale della serie

$$v_k = v \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \dots + R_n}$$

Regola del partitore di tensione

- Regola per i segni



$$i = \frac{v}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$

$$v_1 = v \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$

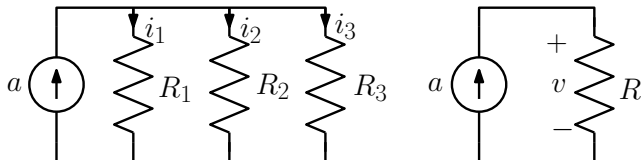
$$v_3 = v \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$

$$v_5 = v \frac{R_5}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$

$$v_2 = -v \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$

$$v_4 = -v \frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$

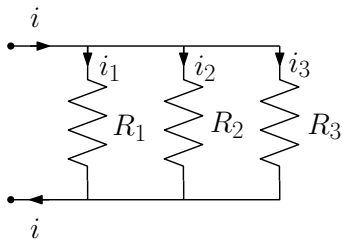
Partitore di corrente



1. Conduttanza equivalente: $G = G_1 + G_2 + G_3$
2. Legge di Ohm $v = R a = \frac{a}{G} = \frac{a}{G_1 + G_2 + G_3}$
3. $i_1 = G_1 v = a \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3}$

Regola del partitore di corrente

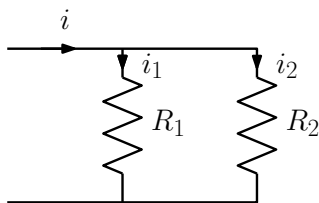
- È applicabile quando si hanno due o più elementi in parallelo ed è nota la corrente entrante (uscente) dal nodo



La corrente in ciascun ramo di un circuito in parallelo è direttamente proporzionale al rapporto tra la conduttanza del ramo e la conduttanza totale del circuito

$$i_k = i \frac{G_k}{G_1 + G_2 + \dots + G_n}$$

Regola del partitore di corrente



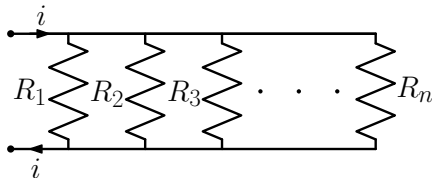
$$\blacktriangleright i_1 = i \frac{G_1}{G_1 + G_2} = i \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = i \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} = i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Nel caso di tre resistori

$$i_1 = i \frac{R_2 || R_3}{R_1 + R_2 || R_3}$$

Regola del partitore di corrente

Il discorso può essere generalizzato a n resistenze tutte in parallelo

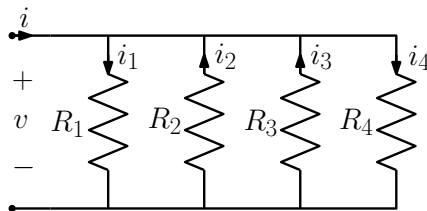


Formula pratica per il partitore di corrente

$$i_k = i \frac{\overbrace{R_1 || \dots || R_n}^{\text{tutti i resistori escluso } R_k}}{R_k + \underbrace{R_1 || \dots || R_n}_{\text{tutti i resistori escluso } R_k}}$$

Regola del partitore di corrente

- Regola per i segni



$$v = R_1 || R_2 || R_3 || R_4 i$$

$$i_1 = i \frac{R_2 || R_3 || R_4}{R_1 + R_2 || R_3 || R_4}$$

$$i_2 = -i \frac{R_1 || R_3 || R_4}{R_2 + R_1 || R_3 || R_4}$$

$$i_3 = -i \frac{R_1 || R_2 || R_4}{R_3 + R_1 || R_2 || R_4}$$

$$i_4 = i \frac{R_1 || R_2 || R_3}{R_4 + R_1 || R_2 || R_3}$$