ESAME DEL 29/06/2016 – Tempo: 120 minuti (A)

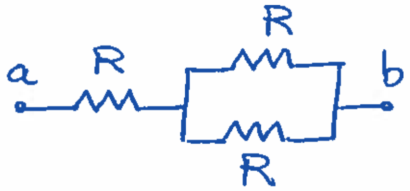
Cognome: SOLUZIONE	Nome:	Matricola:

REGOLE PER L'ESAME:

- IL COMPITO **NON** SARÀ CORRETTO SENZA AVER SVOLTO CORRETTAMENTE LA PARTE A1.
- RIPORTARE A PENNA I PASSAGGI ESSENZIALI NELLO SPAZIO DEDICATO AD OGNI PROBLEMA. **NON CONSEGNARE BRUTTA COPIA (se consegnata non verrà corretta!)**.
- Non è possibile usare appunti, dispense, libri, cellulari, ... Lo studente che non si attiene a ciò sarà allontanato dall'aula.
- chi ha frequentato DOPO l'a.a. 2007-2008 (incluso) DEVE svolgere TUTTI gli esercizi per sostenere Elettrotecnica o Elettrotecnica I e Elettrotecnica II insieme; chi ha frequentato PRIMA dell'a.a. 2006-2007 (incluso) PUÒ sostenere Elettrotecnica I o Elettrotecnica II separatamente. Chiedere al docente le parti da svolgere. In tal caso, la durata del compito è di un'ora per Elettrotecnica I o un'ora per Elettrotecnica II.

PARTE A1

1. Per realizzare un ipotetico dispositivo elettrico è richiesto un resistore con $R_{eq} = 1{,}5\,\Omega$. Sono però disponibili, in gran numero, solo resistori con $R = 1\,\Omega$. È possibile ottenere il resistore richiesto usando quelli disponibili? Si disegni la configurazione dei resistori che realizza la soluzione.

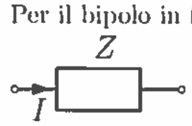


$$R_{ab} = R + R \| R = 1 + 1\|1 = 1 + \frac{1}{2} = 1{,}5\,\Omega$$

2. Qual è la trasformata di Laplace di $f(t) = \sin(2t)$ per $t \geq 0$?

$$\mathcal{L}[f(t)] = \frac{2}{s^2+4}$$

3. Per il bipolo in figura si determinino le potenze attiva e reattiva. Siano $I = (1+j)\,\mathrm{A}$, $Z = (1+2j)\,\Omega$.



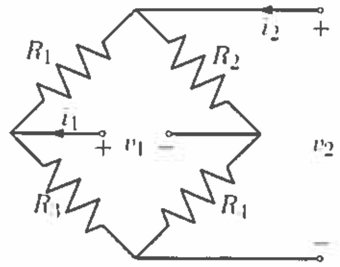
$$S = \frac{1}{2} V I^* = \frac{1}{2} Z |I|^2 = \frac{1}{2}(1+2j)\cdot 2 = (1+2j)\ \mathrm{VA}$$

$$P = \mathrm{Re}\{S\} = 1\ \mathrm{W}$$

$$Q = \mathrm{Im}\{S\} = 2\ \mathrm{VAR}$$

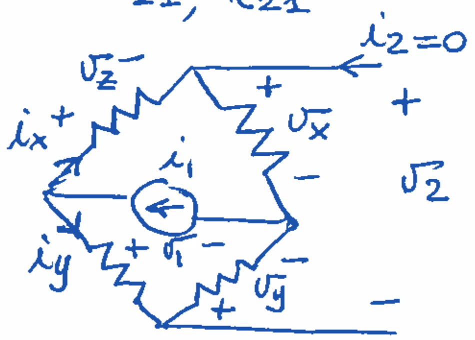
PARTE B

2. Per il doppio bipolo in figura, determinare i parametri della matrice delle resistenze a vuoto. Siano $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 2\Omega$.



$$v_1 = r_{11} i_1 + r_{12} i_2$$
$$v_2 = r_{21} i_1 + r_{22} i_2$$

- $r_{11};\ r_{21}$



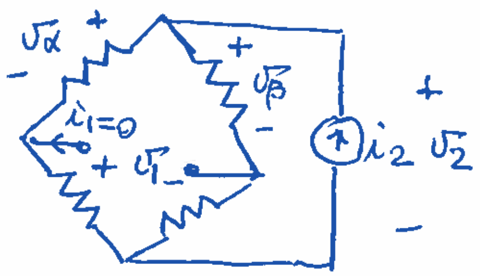
$$i_x = i_1 \cdot \frac{R_3+R_4}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \frac{i_1}{2}$$

$$i_y = i_1 \frac{R_1+R_2}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \frac{i_1}{2}$$

$$v_1 = (R_1+R_2)\,i_x \Rightarrow r_{11} = \frac{v_1}{i_1} = \frac{R_1+R_2}{2} = 3\,\Omega$$

$$v_2 = v_x - v_y = R_2 i_x - R_4 i_y = (R_2-R_4)\frac{i_1}{2} \Rightarrow r_{21} = \frac{v_2}{i_1} = \frac{R_2-R_4}{2} = 1\,\Omega$$

- $r_{12},\ r_{22}$



$$v_2 = (R_1+R_3)\|(R_2+R_4)\ i_2 \Rightarrow r_{22} = 3\,\Omega$$

$$v_\alpha = R_1 \frac{i_2}{2} \qquad v_\beta = R_2 \frac{i_2}{2}$$

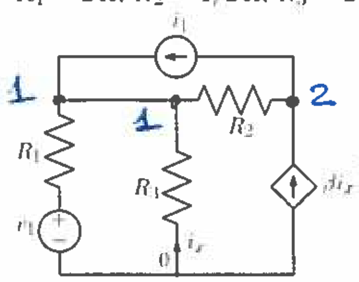
$$v_1 = v_\beta - v_\alpha = (R_2 - R_1)\frac{i_2}{2}$$

$$r_{12} = \frac{v_1}{i_2} = \frac{R_2-R_1}{2} = 1\,\Omega$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \Omega$$

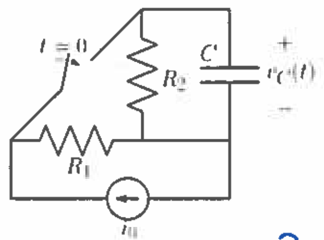
PARTE A2

1. Per il circuito indicato in figura, si determinino le tensioni nodali rispetto al riferimento. Siano $i_1 = 4$A, $v_1 = 8$V, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 1/2\Omega$, $R_3 = 2\Omega$, $\beta = 2$.



$$\begin{cases} \frac{e_1 - v_1}{R_1} + \frac{e_1}{R_3} + \frac{e_1 - e_2}{R_2} = i_1 \\ \frac{e_2 - e_1}{R_2} = \beta i_x - i_1 \\ i_x = -\frac{e_1}{R_3} \end{cases} \qquad \begin{cases} e_1 = 2V \\ e_2 = -1V \end{cases}$$

2. Nel circuito in figura l'interruttore è rimasto aperto per lungo tempo e si chiude a $t = 0$. Determinare $v_C(t)$. $C = 1\mu$F, $R_1 = 2$kΩ, $R_2 = 1$kΩ, $i_0 = 3$mA.



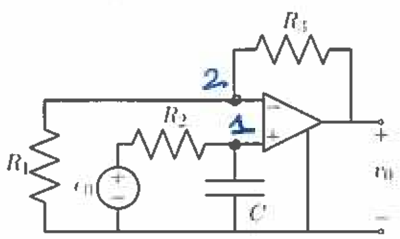
$v_C(0^-) = 0V$

$v_C(+\infty) = R_1 \| R_2 \cdot i_0 = 2V$

$\tau = R_{eq} \cdot C = R_1 \| R_2 \cdot C = \frac{2}{3} 10^3 \cdot 10^{-6} = \frac{2}{3}$ ms

$$v_C(t) = -2e^{-\frac{3}{2}t} + 2 = 2\left(1 - e^{-\frac{3}{2}t}\right) \text{ V, ms}$$

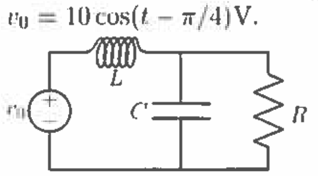
3. Per il circuito in figura, determinare in forma simbolica la funzione di trasferimento $H(s) = \frac{V_0(s)}{E_0(s)}$.



$$\begin{cases} (E_1 - E_0)G_2 + E_1 sC = 0 \\ E_2 G_1 + (E_2 - E_0)G_3 = 0 \\ E_1 = E_2 \end{cases}$$

$$H = \frac{V_0}{E_0} = \frac{G_2}{G_3} \frac{G_1 + G_3}{G_2 + sC} = \frac{R_1 + R_3}{R_1(1 + sCR_2)}$$

4. Per il circuito in figura, determinare la potenza complessa relativa al generatore. Siano $L = 1$H, $C = 1F$, $R = 1\Omega$, $v_0 = 10\cos(t - \pi/4)$V.



$Z = Z_L + R \| Z_C = j + 1 \| (-j) = \frac{1+j}{2}$

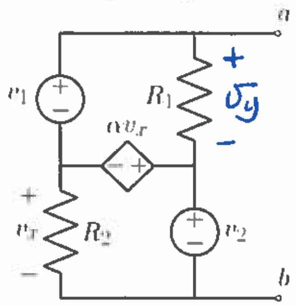
$S = \frac{1}{2} \frac{|V_0|^2}{Z^*} = \frac{1}{2} \frac{100}{\frac{1-j}{2}} = (50 + j50)$ VA

P = 50 W

Q = 50 VAR

PARTE B

1. Per il bipolo in figura, determinare l'equivalente Thevenin ai terminali $a - b$. Siano $v_1 = 5$V, $v_2 = 20$V, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $\alpha = 1/2$.



• $v_{Th} = v_2 + v_y$

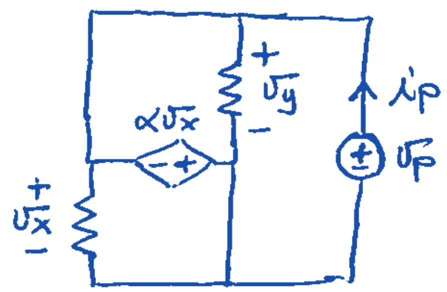
K.V.L $\quad v_y + \alpha v_x - v_1 = 0$

K.V.L. $\quad -\alpha v_x + v_2 - v_x = 0$

$$\begin{cases} v_x = \frac{v_2}{\alpha + 1} \\ v_y = v_1 - \frac{\alpha}{\alpha+1} v_2 \end{cases}$$

$$v_{Th} = v_2 + v_1 - \frac{\alpha}{\alpha+1} v_2 = \frac{1}{\alpha+1} v_2 + v_1 = \frac{55}{3} V$$

• R_{th}

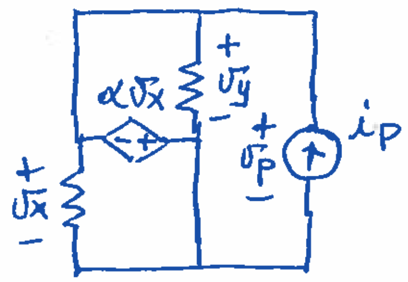


$v_p = v_y \Rightarrow v_p = 0$

$v_y + \alpha v_x = 0 \Rightarrow v_y = 0$

$\alpha v_x + v_x = 0 \Rightarrow v_x = 0$

Impossibile



$v_y = v_p \qquad v_p = 0$

$v_y + \alpha v_x = 0 \qquad v_y = 0$

$\alpha v_x + v_x = 0 \qquad v_x = 0$

$$R_{Th} = \frac{v_p}{i_p} = 0\ \Omega$$