

Математическое моделирование

Лабораторная работа № 1

Наталья Ларина

2026-02-18

Содержание (i)

Вводная часть

Теория: модель

Эксперимент: базовый

Эксперимент: параметрическое исследование

Итоги

1. Вводная часть



Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку

Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Исследовать влияние коэффициента роста α с помощью параметрического анализа

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Исследовать влияние коэффициента роста α с помощью параметрического анализа
- Оценить:

Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Исследовать влияние коэффициента роста α с помощью параметрического анализа
- Оценить:
 - ▶ характер изменения функции $u(t)$

Цель работы

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Исследовать влияние коэффициента роста α с помощью параметрического анализа
- Оценить:
 - ▶ характер изменения функции $u(t)$
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2

- Освоить модель экспоненциального роста и рассмотреть её математическую формулировку
- Найти аналитическое решение соответствующего дифференциального уравнения
- Исследовать влияние коэффициента роста α с помощью параметрического анализа
- Оценить:
 - ▶ характер изменения функции $u(t)$
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2
 - ▶ особенности вычислительного процесса

Задание

- Проанализировать модель экспоненциального роста

- Проанализировать модель экспоненциального роста
- Изучить её математическое описание

Задание

- Проанализировать модель экспоненциального роста
- Изучить её математическое описание
- Выполнить вычислительный эксперимент при различных значениях α

Задание

- Проанализировать модель экспоненциального роста
- Изучить её математическое описание
- Выполнить вычислительный эксперимент при различных значениях α
- Представить результаты в графической форме

2. Теория: модель



Экспоненциальная динамика описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u — моделируемая величина (численность, капитал и др.)

Экспоненциальная динамика описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – моделируемая величина (численность, капитал и др.)
- t – время

Экспоненциальная динамика описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – моделируемая величина (численность, капитал и др.)
- t – время
- α – коэффициент роста

Экспоненциальная динамика описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – моделируемая величина (численность, капитал и др.)
- t – время
- α – коэффициент роста
 - ▶ $\alpha > 0$ – увеличение

Экспоненциальная динамика описывается следующим уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – моделируемая величина (численность, капитал и др.)
- t – время
- α – коэффициент роста
 - ▶ $\alpha > 0$ – увеличение
 - ▶ $\alpha < 0$ – убывание

Общее решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные свойства модели:

- увеличение α приводит к ускорению роста

Общее решение:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Формула для времени удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Основные свойства модели:

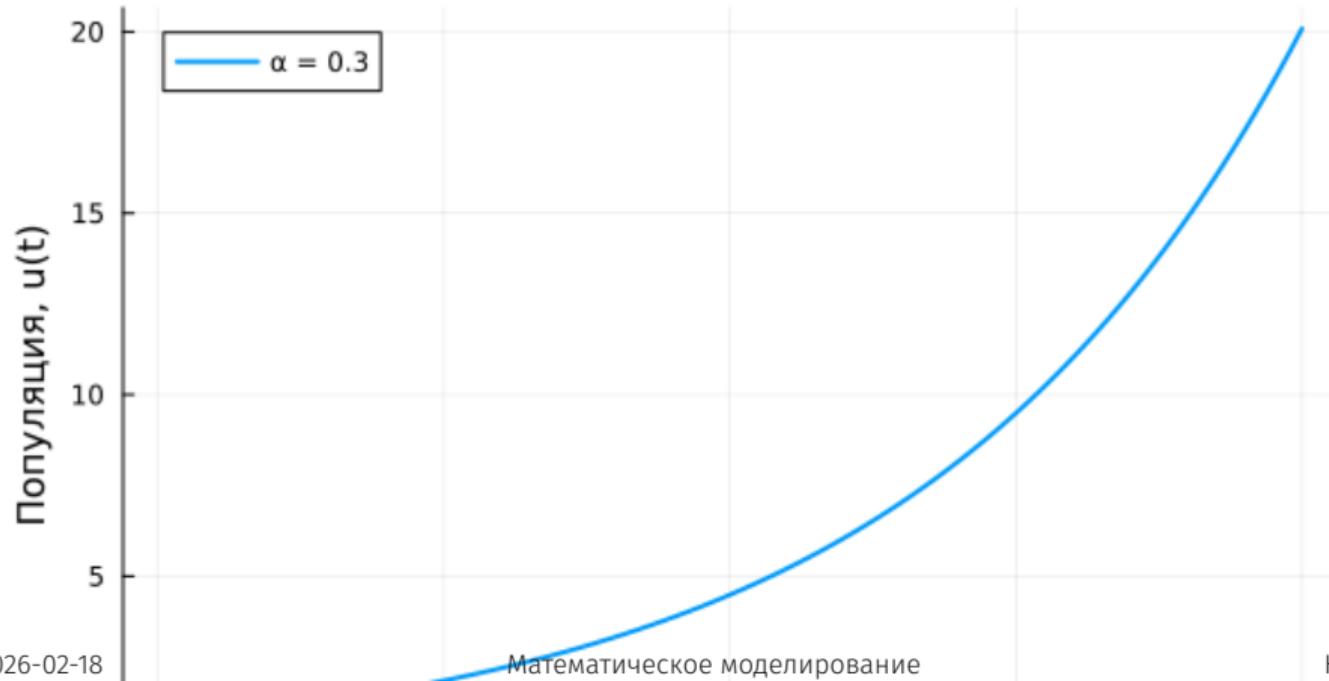
- увеличение α приводит к ускорению роста
- время удвоения становится меньше при возрастании α

3. Эксперимент: базовый



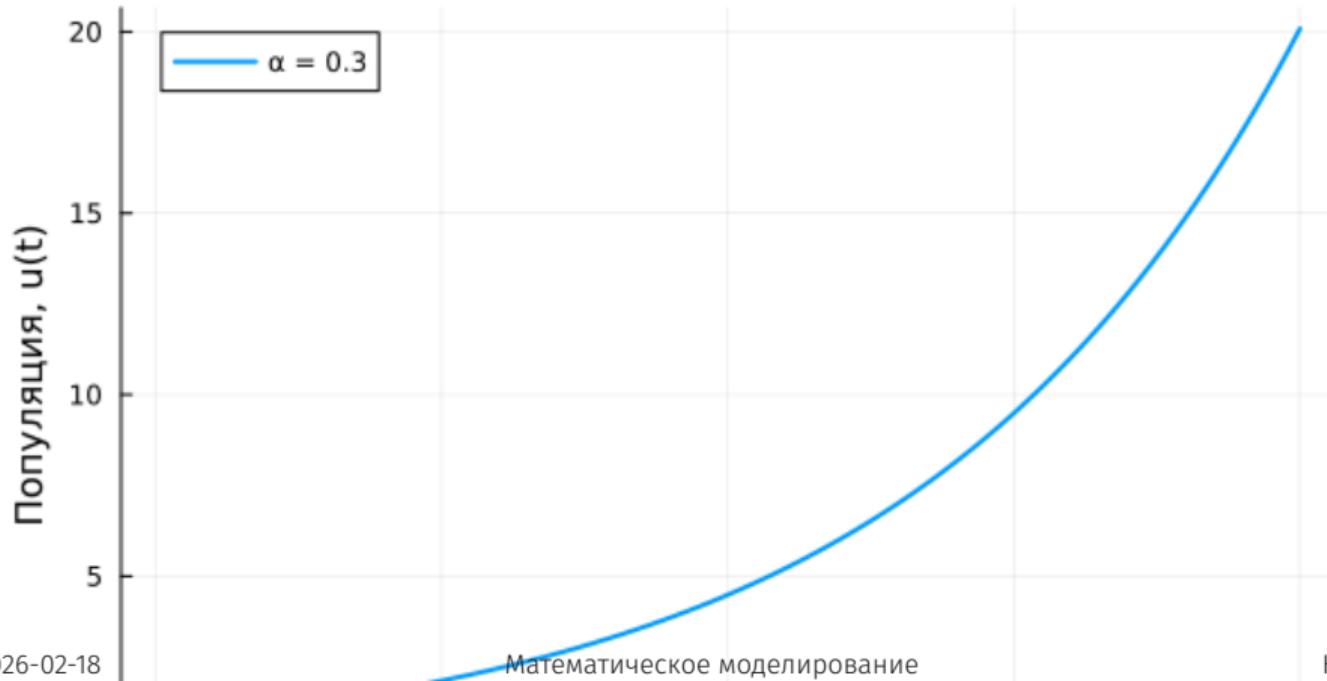
- Проанализировано поведение функции $u(t)$ на фиксированном промежутке времени

Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



- Проанализировано поведение функции $u(t)$ на фиксированном промежутке времени
- Наблюдается характерное ускорение роста

Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



4. Эксперимент: параметрическое исследование



Влияние α на рост

- Проведены расчёты для набора значений:



Влияние α на рост

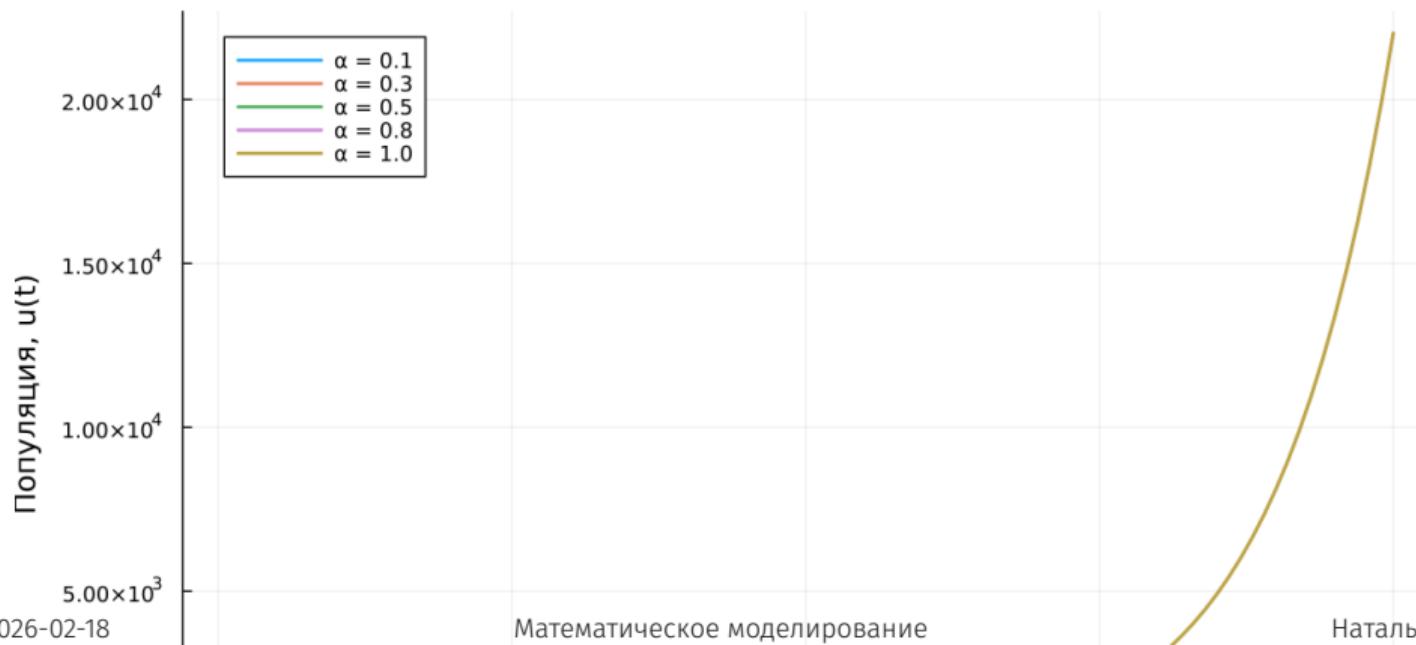
- Проведены расчёты для набора значений:
 - $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$



Влияние α на рост

- Проведены расчёты для набора значений:
 - $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$
- При увеличении α темп роста системы значительно возрастает

Параметрическое исследование: влияние α на рост



Теоретическая формула:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Полученные численные данные соответствуют теоретической зависимости

Зависимость времени удвоения от α



Теоретическая формула:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

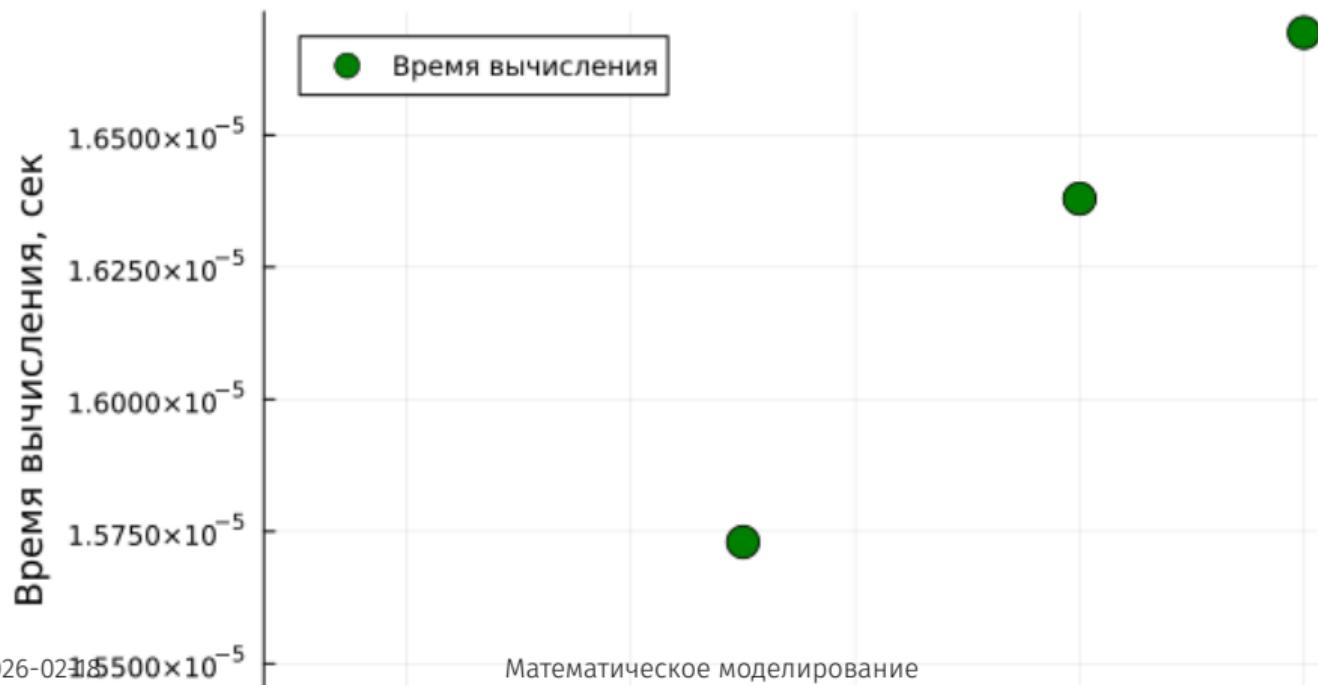
- Полученные численные данные соответствуют теоретической зависимости
- При увеличении α время удвоения сокращается

Зависимость времени удвоения от α



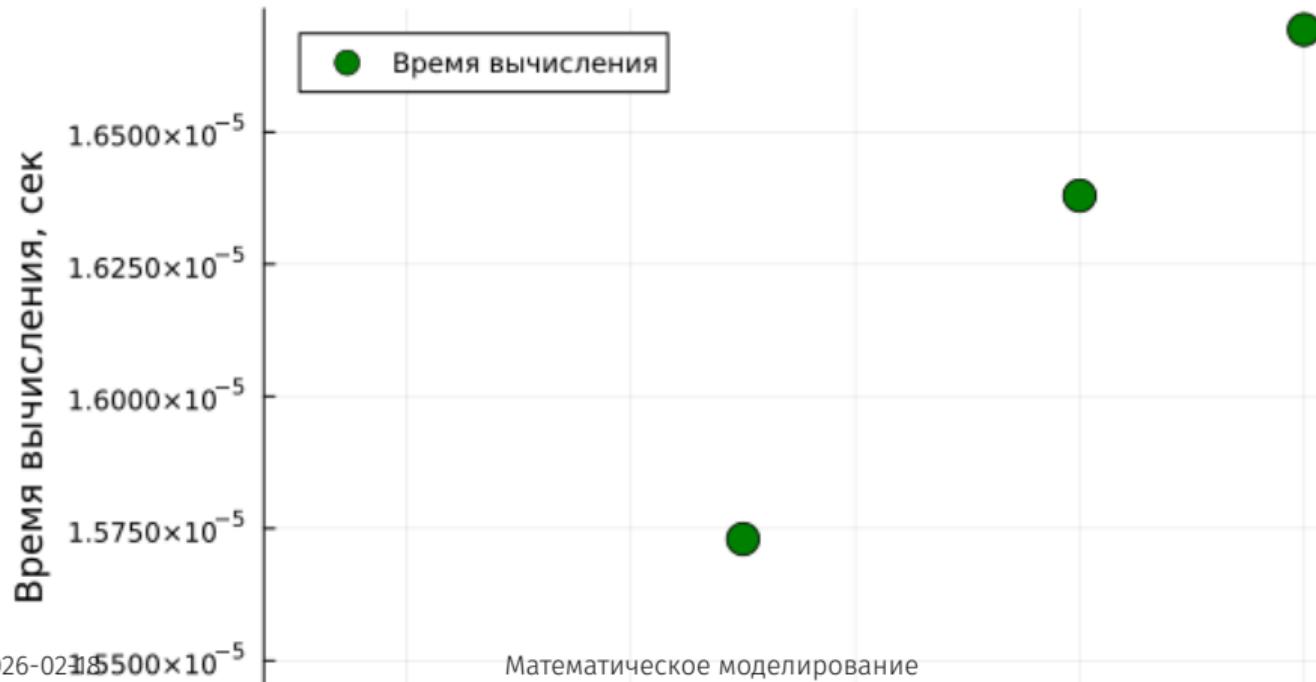
- Проанализирована зависимость длительности расчётов от α

Зависимость времени вычисления от α



- Проанализирована зависимость длительности расчётов от α
- Существенных изменений не выявлено

Зависимость времени вычисления от α



5. Итоги

- Результаты вычислительных экспериментов подтвердили теоретические положения

- Результаты вычислительных экспериментов подтвердили теоретические положения
- При увеличении α :

- Результаты вычислительных экспериментов подтвердили теоретические положения
- При увеличении α :
 - ▶ рост становится более интенсивным

- Результаты вычислительных экспериментов подтвердили теоретические положения
- При увеличении α :
 - ▶ рост становится более интенсивным
 - ▶ время удвоения уменьшается

- Результаты вычислительных экспериментов подтвердили теоретические положения
- При увеличении α :
 - ▶ рост становится более интенсивным
 - ▶ время удвоения уменьшается
 - ▶ вычислительные затраты увеличиваются незначительно