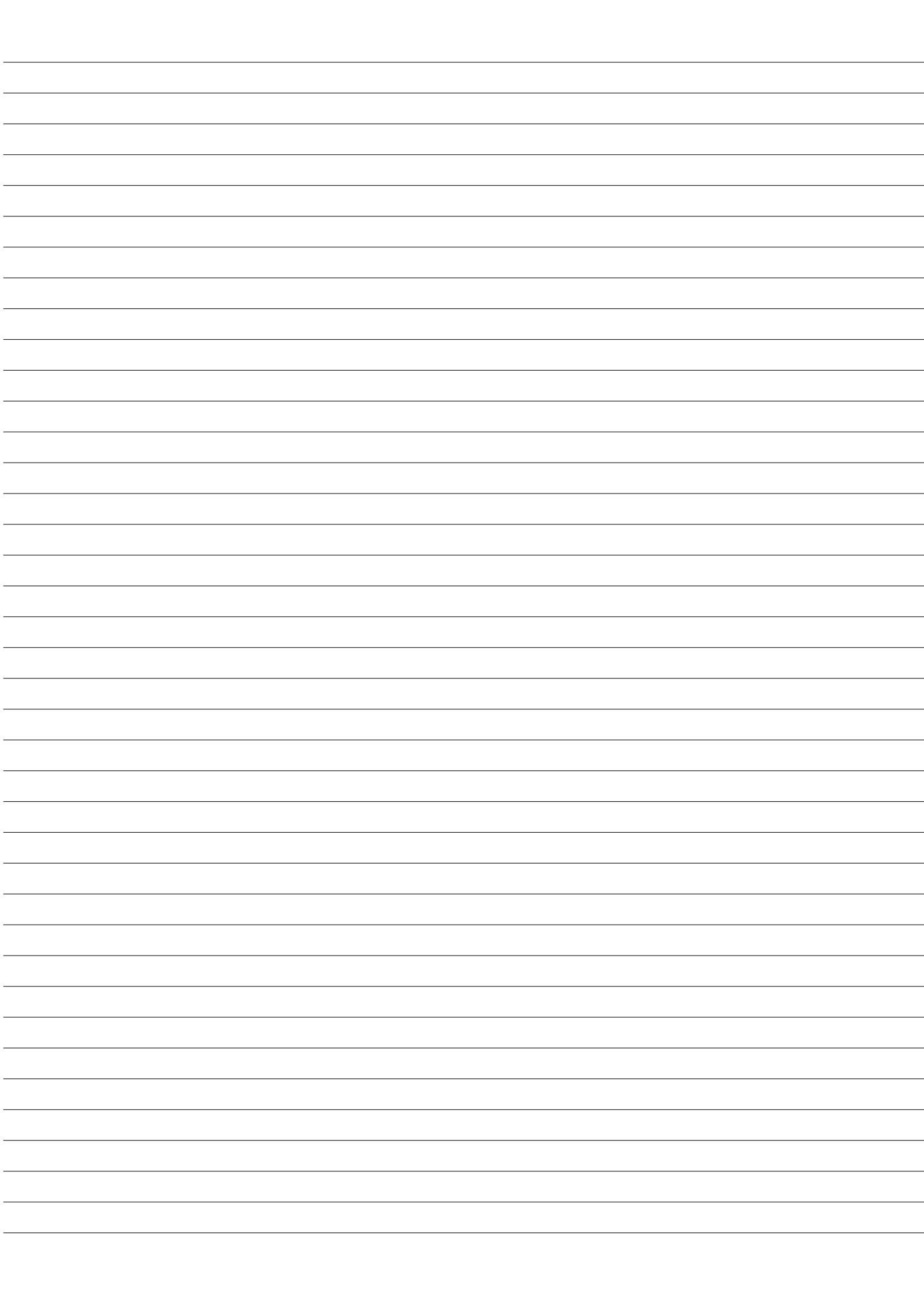


**Câu 1.** Xét phương trình  $x = \sqrt[3]{3 - \ln x}$  trên đoạn  $[1, 4]$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = 4$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 3 bước lặp.

**Câu 2.** Dùng công thức nội suy Newton tiến, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

$x$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$
$y$	7	$\frac{77}{8}$	11	$\frac{83}{8}$

**Câu 3.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x = 0.09x + 0.04y + 0.07z - 1 \\ y = -0.03x + 0.04y + 0.04z + 2 \\ z = -0.1x + 0.02y - 0.06z + 4 \end{cases}$$
. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = -4, y_0 = -1, z_0 = -5$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 4 bước lặp.

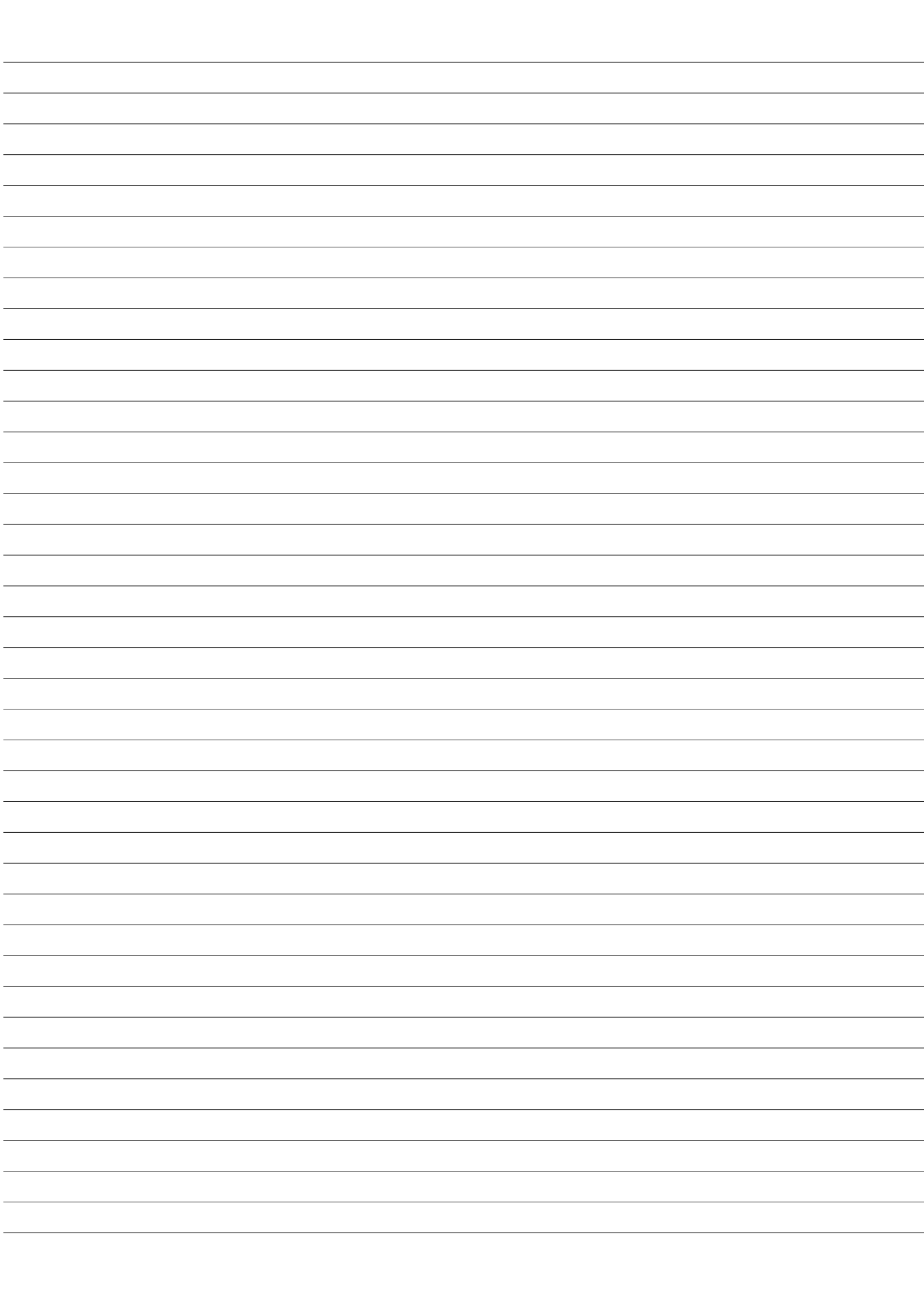


**Câu 1.** Xét phương trình  $x^5 - x - \frac{1}{5} = 0$  trên đoạn  $\left[-\frac{3}{2}, -\frac{4}{5}\right]$ . Bằng phương pháp Newton, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng trong 4 bước lặp.

**Câu 2.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x_1 - 0.22x_2 + 1.08x_3 + 0.04x_4 = -8 \\ 2.04x_1 - 6x_2 - 1.74x_3 + 0.9x_4 = 6 \\ 0.15x_1 - 0.3x_2 + 3x_3 + 0.51x_4 = -15 \\ -0.12x_1 + 0.69x_2 + 0.36x_3 + 3x_4 = -6 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ ban đầu  $x^{(0)} = (5, 1, 3, -3)^T$ , bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

**Câu 3.** Dùng công thức nội suy Lagrange, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

$x$	-4	-1	1	2
$y$	20	2	0	20

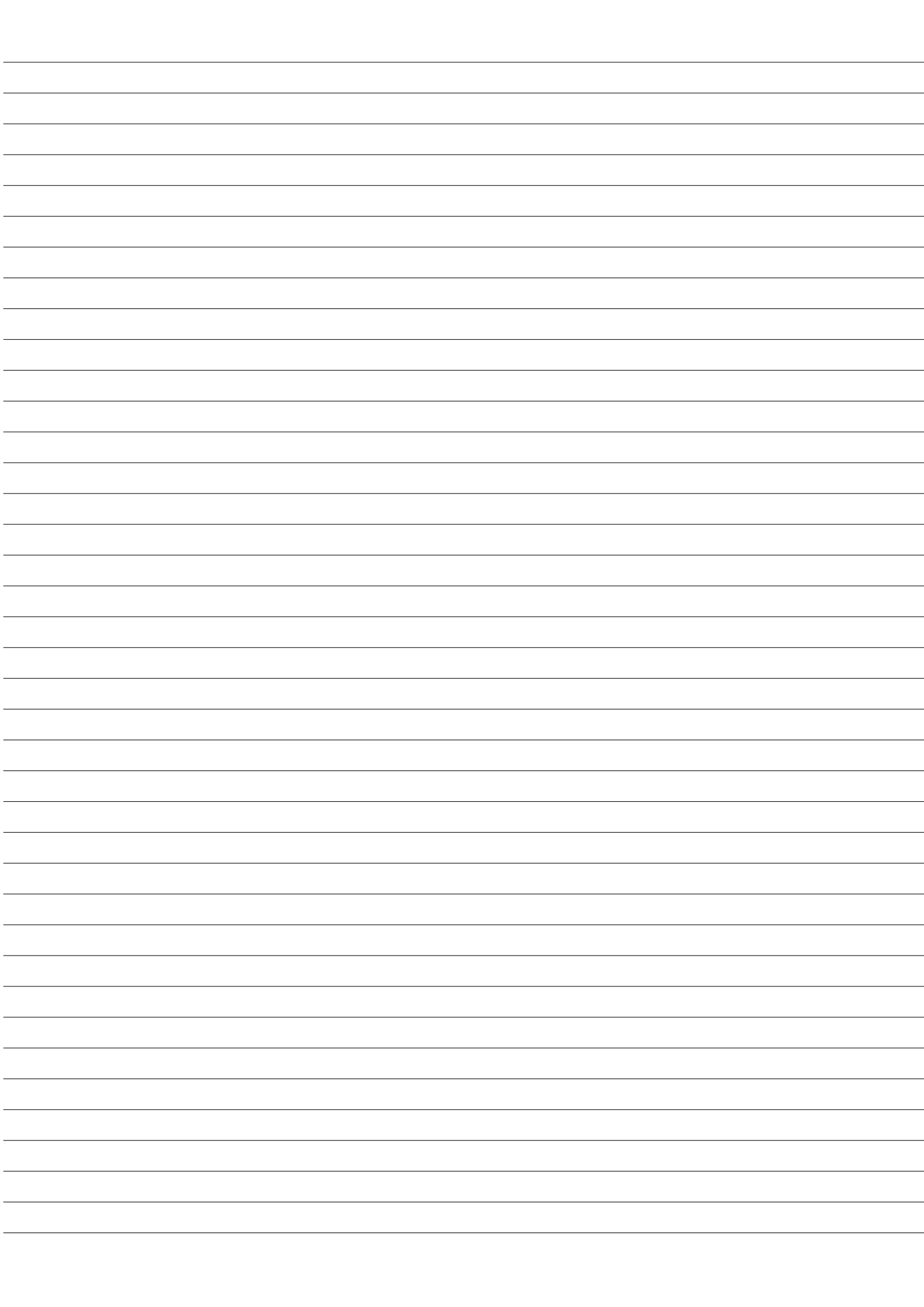


**Câu 1.** Xét phương trình  $x = e^{\frac{4x}{5}-1}$  trên đoạn  $\left[\frac{1}{5}, 1\right]$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = 1$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 5 bước lặp.

**Câu 2.** Dùng công thức nội suy Newton lùi, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

$x$	$-1$	$-\frac{1}{2}$	$0$	$\frac{1}{2}$
$y$	$4$	$\frac{9}{2}$	$4$	$1$

**Câu 3.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x_1 = -0.06x_1 + 0.01x_2 - 0.08x_3 - 4 \\ x_2 = 0.07x_1 + 0.07x_2 - 0.08x_3 - 5 \\ x_3 = -0.02x_1 + 0.03x_2 - 0.05x_3 + 1 \end{cases}$$
. Với xấp xỉ ban đầu  $x^{(0)} = (1, 0, 4)^T$ , bằng phương pháp Gauss–Seidel, tìm nghiệm gần đúng và đánh giá  $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_\infty$  sau 4 bước lặp.

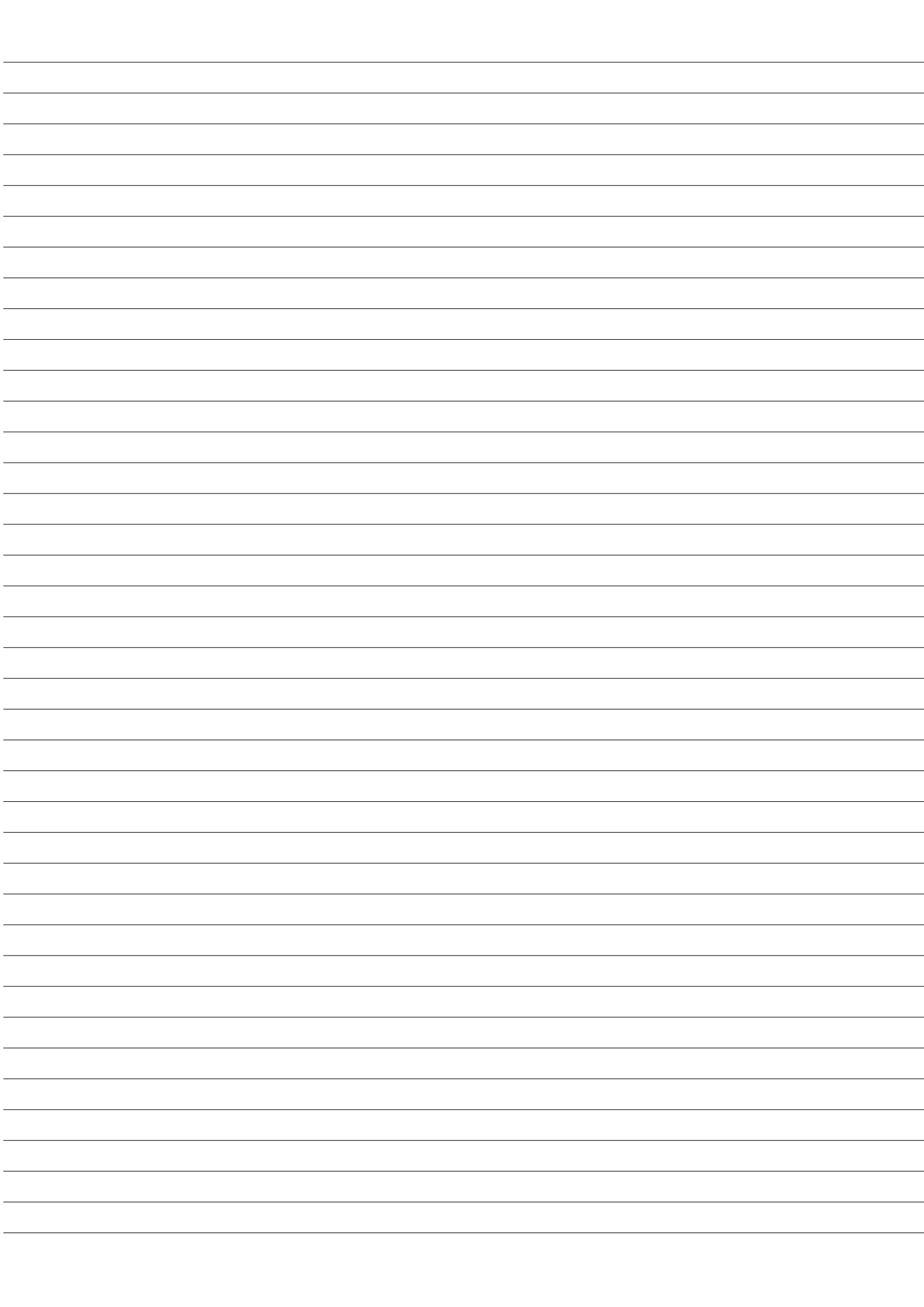


**Câu 1.** Dùng công thức nội suy Newton tiến, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

$x$	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$
$y$	7	12	19

**Câu 2.** Xét phương trình  $x = \ln(x + 10) - 6$  trên đoạn  $[-6, -3]$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = -1$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 5 bước lặp.

**Câu 3.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x = 0.07x + 0.04y - 0.11z + 5 \\ y = -0.14x - 0.07y + 0.03z - 5 \\ z = -0.21x - 0.13y - 0.11z + 2 \end{cases}$$
. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = 4, y_0 = 4, z_0 = 3$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 3 bước lặp.



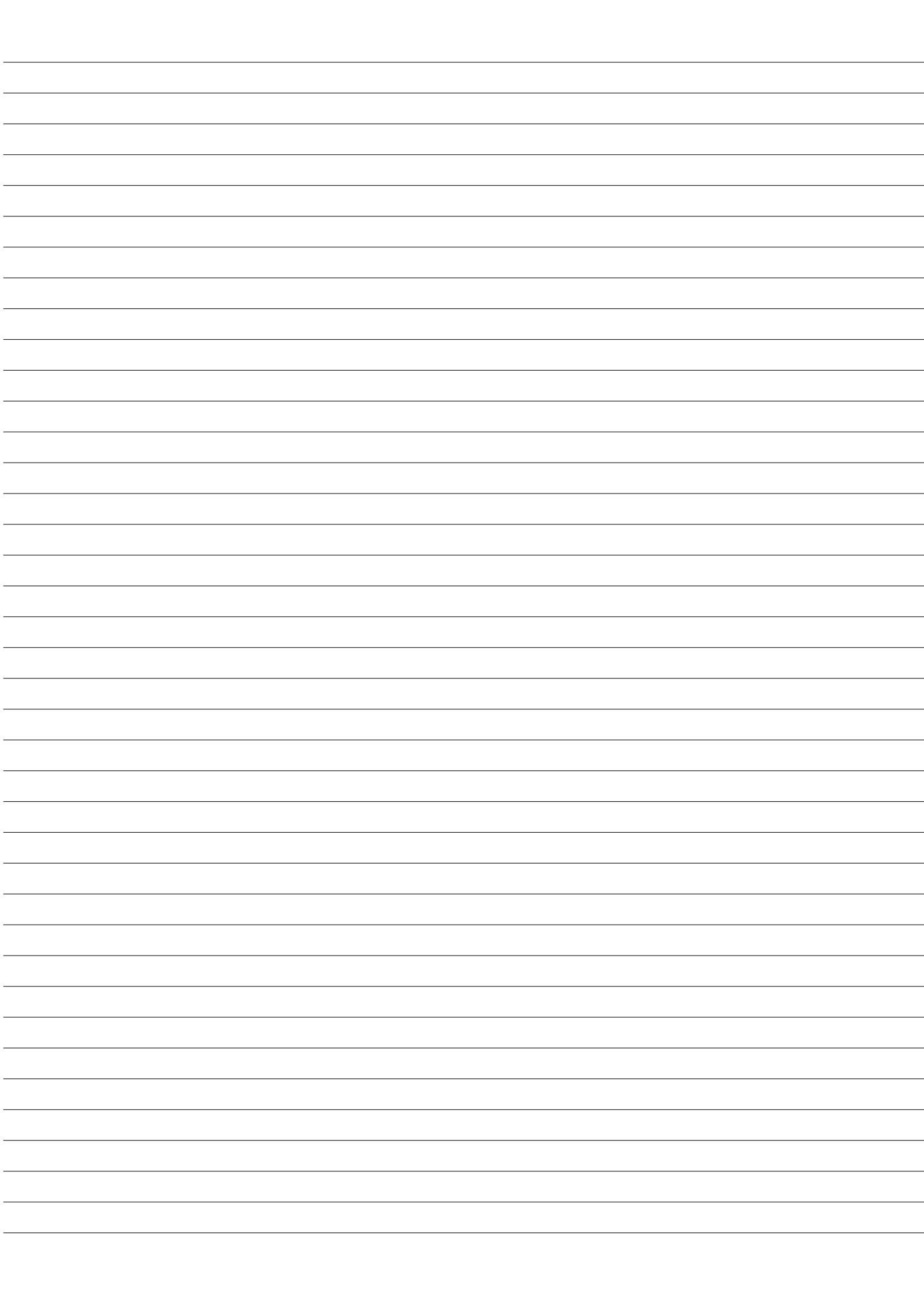


**Câu 1.** Dùng công thức nội suy Lagrange, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

$x$	$-1$	$0$	$1$	$3$
$y$	$0$	$-3$	$0$	$0$

**Câu 2.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x_1 - 0.19x_2 + 0.21x_3 + 0.14x_4 = 3 \\ -1.38x_1 - 6x_2 + 0.12x_3 - 1.5x_4 = 6 \\ 0.84x_1 - 0.42x_2 - 7x_3 - 3.99x_4 = 0 \\ 0.55x_1 - 2.45x_2 + 0.75x_3 - 5x_4 = -20 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ ban đầu  $x^{(0)} = (-1, -1, -2, -4)^T$ , bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

**Câu 3.** Xét phương trình  $x = \ln(x^2 + 3)$  trên đoạn  $[1, 3]$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = 1$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 4 bước lặp.

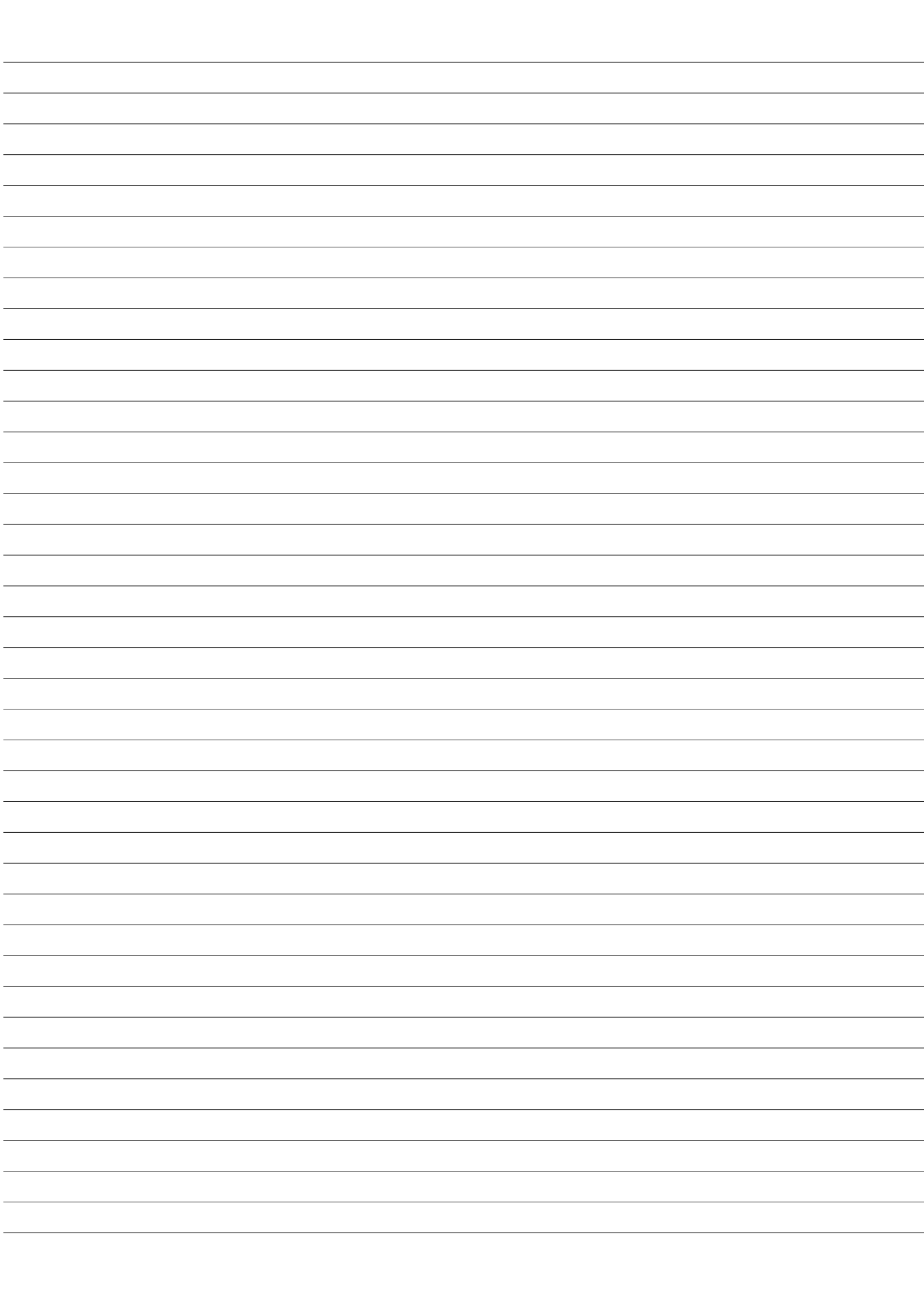


**Câu 1.** Dùng công thức nội suy Lagrange, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

$x$	-4	-3	-1	0
$y$	17	19	5	1

**Câu 2.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x_1 = -0.39x_1 + 0.29x_2 - 2 \\ x_2 = 0.42x_1 - 0.15x_2 + 2 \end{cases}$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x^{(0)} = (-2, 5)^T$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 5 bước lặp.

**Câu 3.** Xét phương trình  $x = \frac{e^x}{3}$  trên đoạn  $[0, 1]$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = 0$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 3 bước lặp.

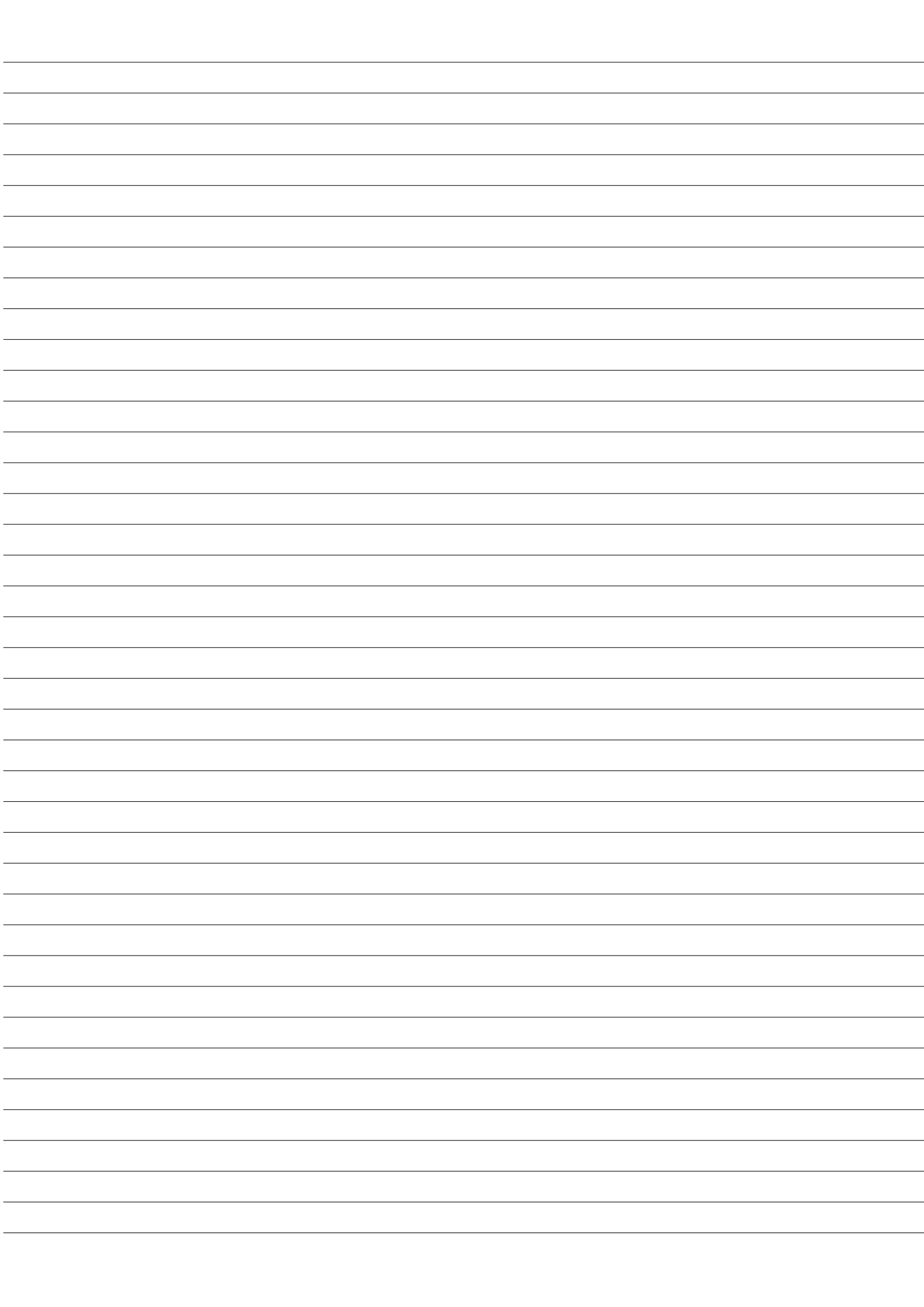


**Câu 1.** Xét phương trình  $x = e^{\frac{4x}{5}-1}$  trên đoạn  $\left[\frac{1}{5}, 1\right]$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = 1$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 5 bước lặp.

**Câu 2.** Dùng công thức nội suy Newton tiến, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

$x$	$-1$	$0$	$1$
$y$	$4$	$-5$	$-4$

**Câu 3.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} 6x + 2.16y - 0.36z = 0 \\ 0.48x + 8y - 3.68z = 8 \\ 0.32x - 4.56y + 8z = -8 \end{cases}$$
. Với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = 1, y_0 = 4, z_0 = -5$ , bằng phương pháp lặp Gauss–Seidel, tìm nghiệm gần đúng sau 4 bước lặp.

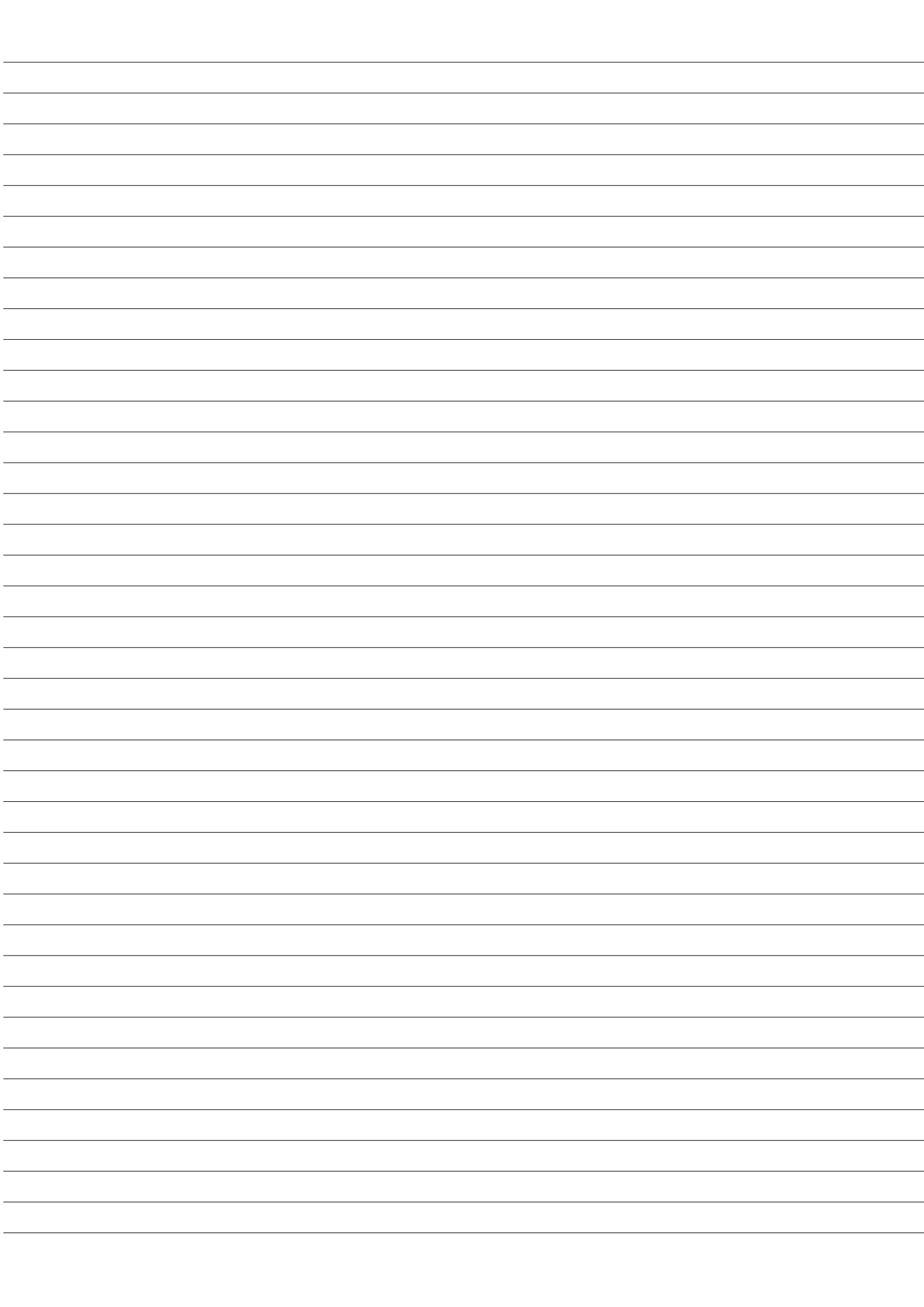


**Câu 1.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x_1 = 0.2x_1 + 0.01x_2 + 0.19x_3 - 5 \\ x_2 = 0.23x_1 + 0.06x_2 - 0.09x_3 - 1 \\ x_3 = -0.22x_1 - 0.03x_2 - 0.24x_3 + 4 \end{cases}$$
. Với xấp xỉ ban đầu  $x^{(0)} = (-4, -3, 3)^T$ , bằng phương pháp Gauss–Seidel, tìm nghiệm gần đúng và đánh giá  $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_\infty$  sau 4 bước lặp.

**Câu 2.** Xét phương trình  $x^4 - x - 1 = 0$  trên đoạn  $\left[-2, -\frac{1}{2}\right]$ . Bằng phương pháp Newton, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng trong 3 bước lặp.

**Câu 3.** Dùng công thức nội suy Newton tiến, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

$x$	$-\frac{3}{2}$	$-1$	$-\frac{1}{2}$	$0$
$y$	$8$	$0$	$-\frac{7}{2}$	$-4$



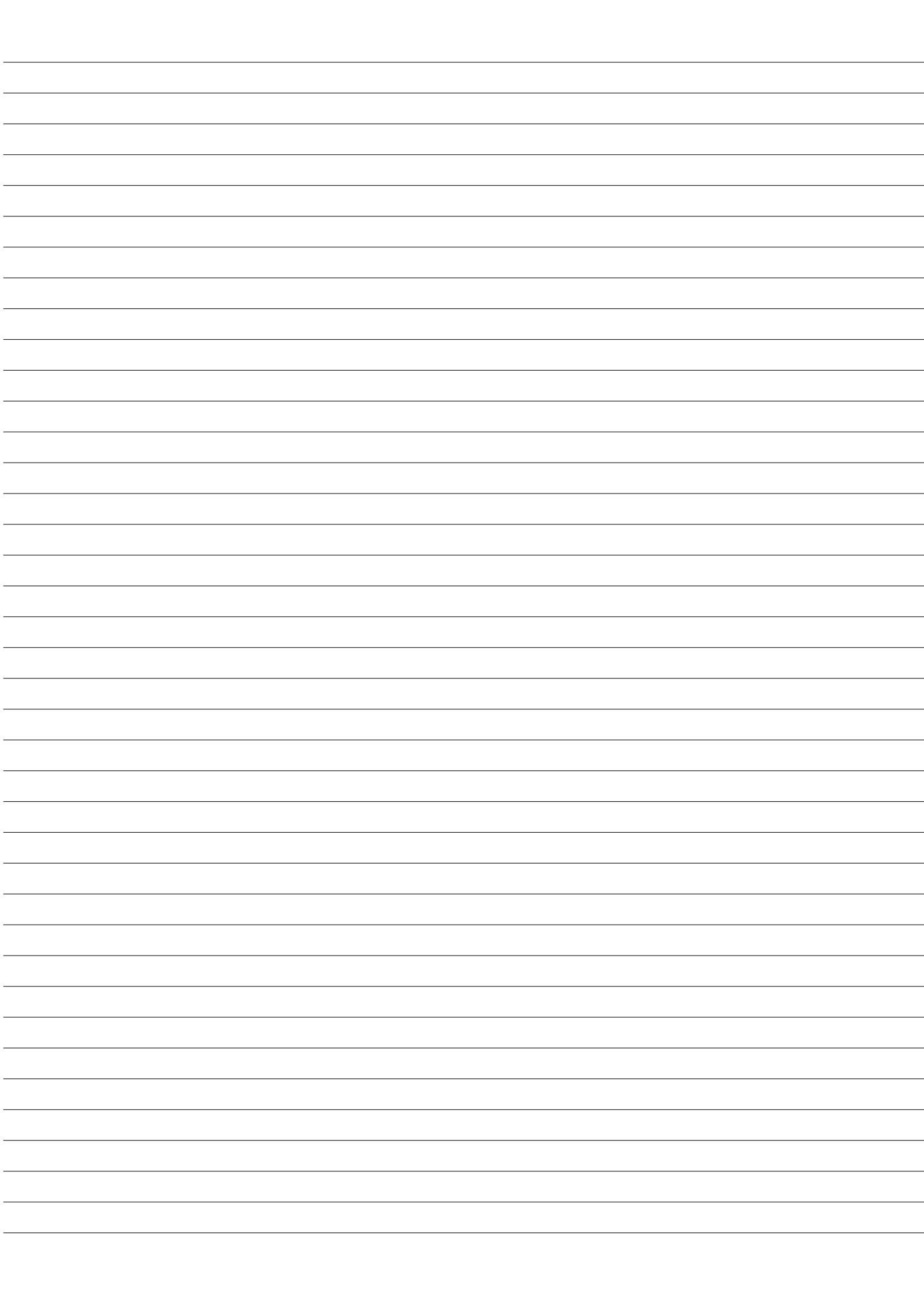


**Câu 1.** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} -x_1 + 0.17x_2 + 0.48x_3 = -3 \\ -0.15x_1 - x_2 - 0.31x_3 = 0 \\ -4.86x_1 - 2.07x_2 - 9x_3 = -27 \end{cases}$$
. Với xấp xỉ ban đầu  $x^{(0)} = (1, 2, -2)^T$ , bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

**Câu 2.** Dùng công thức nội suy Newton tiến, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

$x$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
$y$	2	1	1

**Câu 3.** Xét phương trình  $x = \sqrt[5]{x + \frac{1}{5}}$  trên đoạn  $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = 2$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 5 bước lặp.



## Đáp án

14)

1 a)  $\Delta^0 y_i \equiv y_i, i = \overline{0, n}; \Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i, k = \overline{1, n}, i = \overline{0, n-k} . . . . . 0.5đ$

Bảng sai phân . . . . . 0.5đ

$k \backslash i$	0	1	2
0	7	12	19
1	5	7	
2	2		

b)  $P(x) = \sum_{k=0}^n \frac{\Delta^k y_0}{k!} \prod_{i=0}^{k-1} (t-i), t = \frac{x-x_0}{h}, x_0 = \frac{3}{2}, h = \frac{1}{2} . . . . . 0.5đ$

$P(x) = t(t-1) + 5t + 7. . . . . 0.25đ$

$P(x) = 4x^2 - 4x + 4. . . . . 0.25đ$

2 a)  $g(x) = \ln(x+10) - 6; -6 \leq -4.6137 \leq g(x) \leq -4.0541 \leq -3. . . . . 0.25đ$

$|g'(x)| \leq 0.25 = q < 1 \forall x \in [-6, -3]. . . . . 0.25$

$x_{n+1} = g(x_n), n = 0, 1, \dots . . . . . 0.25$

$|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|, n \geq 1. . . . . 0.25đ$

b) Bảng giá trị trong đó  $x_1, \varepsilon_n$  được **0.5đ** . . . . . **1đ**

$n$	$x_n$	$\varepsilon_n$
1	-3.8028	0.93426
2	-4.1759	0.12437
3	-4.238	0.020699
4	-4.2487	0.0035731
5	-4.2506	0.00062069

3 a)  $B = \begin{bmatrix} 0.07 & 0.04 & -0.11 \\ -0.14 & -0.07 & 0.03 \\ -0.21 & -0.13 & -0.11 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}, q = \|B\|_\infty = 0.45 < 1. . . . . 0.25đ$

$X_{k+1} = BX_k + g, \|X_k - X^*\|_\infty \leq \frac{q}{1-q} \|X_k - X_{k-1}\|_\infty. . . . . 0.5 + 0.25đ$

b) Bảng giá trị . . . . . **0.5 + 0.5đ**

$k$	$x_k$	$y_k$	$z_k$	$\varepsilon_k$
1	5.11	-5.75	0.31	7.9773
2	5.0936	-5.3036	1.6403	1.0884
3	4.964	-5.2926	1.4394	0.16439

22)

1 a)  $f(x) = x^5 - x - \frac{1}{5}; f' > 0, f'' < 0, f\left(-\frac{3}{2}\right) < 0, f\left(-\frac{4}{5}\right) > 0 \Rightarrow x_0 = -\frac{3}{2}. . . . . 0.25đ$

$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n = 0, 1, \dots . . . . . 0.25đ$

$|x_n - x^*| \leq \frac{M}{2m} |x_n - x_{n-1}|^2 = \varepsilon_n, n \geq 1. . . . . 0.25đ$

$|f''(x)| \leq M \forall x \in \left[-\frac{3}{2}, -\frac{4}{5}\right] \Rightarrow \text{chọn } M = 67.5.$

$m = \min \left\{ \left| f' \left( -\frac{3}{2} \right) \right|, \left| f' \left( -\frac{4}{5} \right) \right| \right\} = 1.048. . . . . 0.25đ$

b) Bảng giá trị trong đó  $x_1, \varepsilon_n$  được **0.5đ** . . . . . **1đ**

$n$	$x_n$	$\varepsilon_n$
1	-1.2411	2.1581
2	-1.0659	0.989
3	-0.97239	0.28152
4	-0.94445	0.025149

2 a)  $A = \begin{bmatrix} 2 & -0.22 & 1.08 & 0.04 \\ 2.04 & -6 & -1.74 & 0.9 \\ 0.15 & -0.3 & 3 & 0.51 \\ -0.12 & 0.69 & 0.36 & 3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -8 \\ 6 \\ -15 \\ -6 \end{bmatrix}$  . . . . . **0.25đ**

$b_{ij} = \begin{cases} -\frac{a_{ij}}{a_{ii}}, & \text{nếu } i \neq j \\ 0, & \text{nếu } i = j \end{cases}, \quad g_i = \frac{b_i}{a_{ii}}$  . . . . . **0.25đ**

$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.11 & -0.54 & -0.02 \\ 0.34 & 0 & -0.29 & 0.15 \\ -0.05 & 0.1 & 0 & -0.17 \\ 0.04 & -0.23 & -0.12 & 0 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ -5 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad q = \|B\|_{\infty} = 0.78 < 1$  . . . . . **0.25đ**

$x_i^{(k+1)} = \sum_{j < i} b_{ij} x_j^{(k+1)} + \sum_{j \geq i} b_{ij} x_j^{(k)} + g_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad k = 0, 1, \dots$  . . . . . **0.25đ**

b) Bảng giá trị . . . . . **0.5 + 0.5đ**

$k$	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	$x_4^{(k)}$
1	-5.45	-4.173	-4.6348	-0.70203
2	-1.9422	-0.42156	-4.8257	-1.4016
3	-1.4125	-0.29103	-4.7202	-1.4231

3 a)  $P(x) = \sum_{i=0}^n y_i L_i(x), \quad L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$  . . . . . **0.5 + 0.5đ**

b)  $L_0(x) = -\frac{(x-2)(x-1)(x+1)}{90} = -\frac{x^3}{90} + \frac{x^2}{45} + \frac{x}{90} - \frac{1}{45}$  . . . . . **0.5đ**

$L_1(x) = \frac{(x-2)(x-1)(x+4)}{18} = \frac{x^3}{18} + \frac{x^2}{18} - \frac{5x}{9} + \frac{4}{9}$

$L_2(x) = -\frac{(x-2)(x+1)(x+4)}{10} = -\frac{x^3}{10} - \frac{3x^2}{10} + \frac{3x}{5} + \frac{4}{5}$

$L_3(x) = \frac{(x-1)(x+1)(x+4)}{18} = \frac{x^3}{18} + \frac{2x^2}{9} - \frac{x}{18} - \frac{2}{9}$

$P(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 4$  . . . . . **0.5đ**

29)

1 a)  $g(x) = e^{\frac{4x}{5}-1}; \quad \frac{1}{5} \leq 0.43171 \leq g(x) \leq 0.81873 \leq 1$  . . . . . **0.25đ**

$|g'(x)| \leq 0.65498 = q < 1 \quad \forall x \in \left[\frac{1}{5}, 1\right]$  . . . . . **0.25**

$x_{n+1} = g(x_n), \quad n = 0, 1, \dots$  . . . . . **0.25**

$|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|, \quad n \geq 1$  . . . . . **0.25đ**

b) Bảng giá trị trong đó  $x_1, \varepsilon_n$  được **0.5đ** . . . . . **1đ**

$n$	$x_n$	$\varepsilon_n$
1	0.81873	0.34413
2	0.70821	0.20982
3	0.64828	0.11377
4	0.61793	0.057612
5	0.60311	0.028138

- 2 a)  $\Delta^0 y_i \equiv y_i, i = \overline{0, n}; \Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i, k = \overline{1, n}, i = \overline{0, n-k} . . . . . 0.5đ$

Bảng sai phân . . . . . 0.5đ

$k \backslash i$	0	1	2
0	4	-5	-4
1	-9	1	
2	10		

- b)  $P(x) = \sum_{k=0}^n \frac{\Delta^k y_0}{k!} \prod_{i=0}^{k-1} (t - i), t = \frac{x - x_0}{h}, x_0 = -1, h = 1 . . . . . 0.5đ$

$P(x) = 5t(t - 1) - 9t + 4 . . . . . 0.25đ$

$P(x) = 5x^2 - 4x - 5 . . . . . 0.25đ$

- 3 a)  $A = \begin{bmatrix} 6 & 2.16 & -0.36 \\ 0.48 & 8 & -3.68 \\ 0.32 & -4.56 & 8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ -8 \end{bmatrix} . . . . . 0.25đ$

$b_{ij} = \begin{cases} -\frac{a_{ij}}{a_{ii}}, & \text{nếu } i \neq j \\ 0, & \text{nếu } i = j \end{cases}, g_i = \frac{b_i}{a_{ii}} . . . . . 0.25đ$

$B = \begin{bmatrix} 0 & -0.36 & 0.06 \\ -0.06 & 0 & 0.46 \\ -0.04 & 0.57 & 0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.61 < 1 . . . . . 0.25đ$

$x_i^{(k+1)} = \sum_{j < i} b_{ij} x_j^{(k+1)} + \sum_{j \geq i} b_{ij} x_j^{(k)} + g_i, i = \overline{1, n}, k = 0, 1, \dots . . . . . 0.25đ$

- b) Bảng giá trị . . . . . 0.5 + 0.5đ

$k$	$x_k$	$y_k$	$z_k$
1	-1.74	-1.1956	-1.6119
2	0.3337	0.23851	-0.8774
3	-0.13851	0.60471	-0.64978
4	-0.25668	0.7165	-0.58133

45)

- 1 a)  $g(x) = \sqrt[3]{3 - \ln x}; 1 \leq 1.1729 \leq g(x) \leq 1.4422 \leq 4 . . . . . 0.25đ$

$|g'(x)| \leq 0.16025 = q < 1 \forall x \in [1, 4] . . . . . 0.25$

$x_{n+1} = g(x_n), n = 0, 1, \dots . . . . . 0.25$

$|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1 - q} |x_n - x_{n-1}|, n \geq 1 . . . . . 0.25đ$

- b) Bảng giá trị trong đó  $x_1, \varepsilon_n$  được 0.5đ . . . . . 1đ

$n$	$x_n$	$\varepsilon_n$
1	1.1729	0.53949
2	1.4162	0.046426
3	1.3842	0.006115

- 2 a)  $\Delta^0 y_i \equiv y_i, i = \overline{0, n}; \Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i, k = \overline{1, n}, i = \overline{0, n-k} . . . . . 0.5đ$   
 Bảng sai phân . . . . . 0.5đ

$k \backslash i$	0	1	2	3
0	7	$\frac{77}{8}$	11	$\frac{83}{8}$
1	$\frac{21}{8}$	$\frac{11}{8}$	$-\frac{5}{8}$	
2	$-\frac{5}{4}$	-2		
3	$-\frac{4}{3}$			

b)  $P(x) = \sum_{k=0}^n \frac{\Delta^k y_0}{k!} \prod_{i=0}^{k-1} (t - i), t = \frac{x - x_0}{h}, x_0 = 1, h = \frac{1}{2} . . . . . 0.5đ$

$P(x) = -\frac{t(t-2)(t-1)}{8} - \frac{5t(t-1)}{8} + \frac{21t}{8} + 7. . . . . 0.25đ$

$P(x) = -x^3 + 2x^2 + 5x + 1 . . . . . 0.25đ$

3 a)  $B = \begin{bmatrix} 0.09 & 0.04 & 0.07 \\ -0.03 & 0.04 & 0.04 \\ -0.1 & 0.02 & -0.06 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.2 < 1 . . . . . 0.25đ$

$X_{k+1} = BX_k + g, \|X_k - X^*\|_{\infty} \leq \frac{q}{1-q} \|X_k - X_{k-1}\|_{\infty} . . . . . 0.5 + 0.25đ$

b) Bảng giá trị . . . . . 0.5 + 0.5đ

$k$	$x_k$	$y_k$	$z_k$	$\varepsilon_k$
1	-1.75	1.88	4.68	2.42
2	-0.7547	2.3149	3.9318	0.24883
3	-0.7001	2.2725	3.8859	0.01365
4	-0.7001	2.2673	3.8823	0.0012928

56)

1 a)  $P(x) = \sum_{i=0}^n y_i L_i(x), L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} . . . . . 0.5 + 0.5đ$

b)  $L_0(x) = -\frac{x(x-3)(x-1)}{8} = -\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} - \frac{3x}{8} . . . . . 0.5đ$

$L_1(x) = \frac{(x-3)(x-1)(x+1)}{3} = \frac{x^3}{3} - x^2 - \frac{x}{3} + 1$

$L_2(x) = -\frac{x(x-3)(x+1)}{4} = -\frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{2} + \frac{3x}{4}$

$L_3(x) = \frac{x(x-1)(x+1)}{24} = \frac{x^3}{24} - \frac{x}{24}$

$P(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3. . . . . 0.5đ$

2 a)  $A = \begin{bmatrix} 1 & -0.19 & 0.21 & 0.14 \\ -1.38 & -6 & 0.12 & -1.5 \\ 0.84 & -0.42 & -7 & -3.99 \\ 0.55 & -2.45 & 0.75 & -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \\ -20 \end{bmatrix} . . . . . 0.25đ$

$$b_{ij} = \begin{cases} -\frac{a_{ij}}{a_{ii}}, & \text{nếu } i \neq j \\ 0, & \text{nếu } i = j \end{cases}, \quad g_i = \frac{b_i}{a_{ii}}. \dots\dots\dots 0.25đ$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.19 & -0.21 & -0.14 \\ -0.23 & 0 & 0.02 & -0.25 \\ 0.12 & -0.06 & 0 & -0.57 \\ 0.11 & -0.49 & 0.15 & 0 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad q = \|B\|_{\infty} = 0.75 < 1. \dots\dots\dots 0.25đ$$

$$x_i^{(k+1)} = \sum_{j < i} b_{ij} x_j^{(k+1)} + \sum_{j \geq i} b_{ij} x_j^{(k)} + g_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad k = 0, 1, \dots\dots\dots 0.25đ$$

b) Bảng giá trị  $\dots\dots\dots 0.5 + 0.5đ$

$k$	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	$x_4^{(k)}$
1	3.79	-0.9117	2.7895	5.2821
2	1.5015	-2.6101	-2.674	5.043
3	2.3596	-2.8569	-2.4199	5.2965

3 a)  $g(x) = \ln(x^2 + 3)$ ;  $1 \leq 1.3863 \leq g(x) \leq 2.4849 \leq 3. \dots\dots\dots 0.25đ$

$$|g'(x)| \leq 0.57734 = q < 1 \quad \forall x \in [1, 3]. \dots\dots\dots 0.25$$

$$x_{n+1} = g(x_n), \quad n = 0, 1, \dots\dots\dots 0.25$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|, \quad n \geq 1. \dots\dots\dots 0.25đ$$

b) Bảng giá trị trong đó  $x_1, \varepsilon_n$  được **0.5đ**  $\dots\dots\dots 1đ$

$n$	$x_n$	$\varepsilon_n$
1	1.3863	0.52767
2	1.5937	0.28328
3	1.712	0.16157
4	1.7802	0.093161

57)

1 a)  $g(x) = e^{\frac{4x}{5}-1}$ ;  $\frac{1}{5} \leq 0.43171 \leq g(x) \leq 0.81873 \leq 1. \dots\dots\dots 0.25đ$

$$|g'(x)| \leq 0.65498 = q < 1 \quad \forall x \in \left[\frac{1}{5}, 1\right]. \dots\dots\dots 0.25$$

$$x_{n+1} = g(x_n), \quad n = 0, 1, \dots\dots\dots 0.25$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|, \quad n \geq 1. \dots\dots\dots 0.25đ$$

b) Bảng giá trị trong đó  $x_1, \varepsilon_n$  được **0.5đ**  $\dots\dots\dots 1đ$

$n$	$x_n$	$\varepsilon_n$
1	0.81873	0.34413
2	0.70821	0.20982
3	0.64828	0.11377
4	0.61793	0.057612
5	0.60311	0.028138

2 a)  $\Delta^0 y_i \equiv y_i, \quad i = \overline{0, n}; \quad \Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i, \quad k = \overline{1, n}, \quad i = \overline{0, n-k}. \dots\dots\dots 0.5đ$

Bảng sai phân  $\dots\dots\dots 0.5đ$

$k \backslash i$	0	1	2	3
0	4	$\frac{9}{2}$	4	1
1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-3	
2	-1	$-\frac{5}{2}$		
3	$-\frac{3}{2}$			

b)  $P(x) = \sum_{k=0}^n \frac{\Delta^k y_{n-k}}{k!} \prod_{i=0}^{k-1} (t+i), \quad t = \frac{x-x_n}{h}, \quad x_n = \frac{1}{2}, h = \frac{1}{2} \dots \dots \dots 0.5đ$

$P(x) = -\frac{t(t+1)(t+2)}{4} - \frac{5t(t+1)}{4} - 3t + 1. \dots \dots \dots 0.25đ$

$P(x) = -2x^3 - 5x^2 - 3x + 4. \dots \dots \dots 0.25đ$

3 a)  $B = \begin{bmatrix} -0.06 & 0.01 & -0.08 \\ 0.07 & 0.07 & -0.08 \\ -0.02 & 0.03 & -0.05 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad q = \|B\|_{\infty} = 0.22 < 1 \dots \dots \dots 0.5đ$

$x_i^{(k+1)} = \sum_{j<i} b_{ij}x_j^{(k+1)} + \sum_{j \geq i} b_{ij}x_j^{(k)} + g_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad k = 0, 1, \dots \dots \dots 0.5đ$

b) Bảng giá trị  $\dots \dots \dots 0.5 + 0.5đ$

$k$	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	$\varepsilon_k$
1	-4.38	-5.6266	0.7188	5.6266
2	-3.851	-5.7209	0.86945	0.52903
3	-3.8957	-5.7427	0.86216	0.044737
4	-3.8927	-5.7434	0.86244	0.0030497

77)

1 a)  $B = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.01 & 0.19 \\ 0.23 & 0.06 & -0.09 \\ -0.22 & -0.03 & -0.24 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad q = \|B\|_{\infty} = 0.49 < 1 \dots \dots \dots 0.5đ$

$x_i^{(k+1)} = \sum_{j<i} b_{ij}x_j^{(k+1)} + \sum_{j \geq i} b_{ij}x_j^{(k)} + g_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad k = 0, 1, \dots \dots \dots 0.5đ$

b) Bảng giá trị  $\dots \dots \dots 0.5 + 0.5đ$

$k$	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	$\varepsilon_k$
1	-5.26	-2.6598	4.517	1.517
2	-5.2204	-2.7668	4.1474	0.36959
3	-5.2837	-2.7545	4.2497	0.10227
4	-5.2769	-2.7614	4.2238	0.025853

2 a)  $f(x) = x^4 - x - 1; \quad f' < 0, f'' > 0, f(-2) > 0, f\left(-\frac{1}{2}\right) < 0 \Rightarrow x_0 = -2. \dots \dots \dots 0.25đ$

$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 0, 1, \dots \dots \dots 0.25đ$

$|x_n - x^*| \leq \frac{M}{2m} |x_n - x_{n-1}|^2 = \varepsilon_n, \quad n \geq 1. \dots \dots \dots 0.25đ$

$|f''(x)| \leq M \forall x \in \left[-2, -\frac{1}{2}\right] \Rightarrow \text{chọn } M = 48.0.$

$m = \min \left\{ |f'(-2)|, \left| f'\left(-\frac{1}{2}\right) \right| \right\} = 1.5. \dots \dots \dots 0.25đ$



b) Bảng giá trị trong đó  $x_1, \varepsilon_n$  được **0.5đ** . . . . . **1đ**

$n$	$x_n$	$\varepsilon_n$
1	-1.4848	4.2461
2	-1.1056	2.3016
3	-0.85585	0.9978

3 a)  $\Delta^0 y_i \equiv y_i, i = \overline{0, n}; \Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i, k = \overline{1, n}, i = \overline{0, n-k}$  . . . . . **0.5đ**

Bảng sai phân . . . . . **0.5đ**

$k \backslash i$	0	1	2	3
0	8	0	$-\frac{7}{2}$	-4
1	-8	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{2}$	
2	$\frac{9}{2}$	3		
3	$-\frac{3}{2}$			

b)  $P(x) = \sum_{k=0}^n \frac{\Delta^k y_0}{k!} \prod_{i=0}^{k-1} (t-i), t = \frac{x-x_0}{h}, x_0 = -\frac{3}{2}, h = \frac{1}{2}$  . . . . . **0.5đ**

$P(x) = -\frac{t(t-2)(t-1)}{4} + \frac{9t(t-1)}{4} - 8t + 8$  . . . . . **0.25đ**

$P(x) = -2x^3 + 3x^2 + x - 4$  . . . . . **0.25đ**

84)

1 a)  $P(x) = \sum_{i=0}^n y_i L_i(x), L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x-x_j}{x_i-x_j}$  . . . . . **0.5 + 0.5đ**

b)  $L_0(x) = -\frac{x(x+1)(x+3)}{12} = -\frac{x^3}{12} - \frac{x^2}{3} - \frac{x}{4}$  . . . . . **0.5đ**

$$L_1(x) = \frac{x(x+1)(x+4)}{6} = \frac{x^3}{6} + \frac{5x^2}{6} + \frac{2x}{3}$$

$$L_2(x) = -\frac{x(x+3)(x+4)}{6} = -\frac{x^3}{6} - \frac{7x^2}{6} - 2x$$

$$L_3(x) = \frac{(x+1)(x+3)(x+4)}{12} = \frac{x^3}{12} + \frac{2x^2}{3} + \frac{19x}{12} + 1$$

$P(x) = x^3 + 5x^2 + 1$  . . . . . **0.5đ**

2 a)  $B = \begin{bmatrix} -0.39 & 0.29 \\ 0.42 & -0.15 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.68 < 1$  . . . . . **0.25đ**

$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + g, \|x^{(k)} - x^*\|_{\infty} \leq \frac{q}{1-q} \|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_{\infty}$  . . . . . **0.5 + 0.25đ**

b) Bảng giá trị . . . . . **0.5 + 0.5đ**

$k$	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$\varepsilon_k$
1	0.23	0.41	9.7538
2	-1.9708	2.0351	4.6767
3	-0.64121	0.867	2.8254
4	-1.4985	1.6006	1.8217
5	-0.9514	1.1305	1.1626

- 3 a)  $g(x) = \frac{e^x}{3}; \quad 0 \leq 0.33333 \leq g(x) \leq 0.90609 \leq 1$  . . . . . 0.25đ
- $|g'(x)| \leq 0.90609 = q < 1 \quad \forall x \in [0, 1]$  . . . . . 0.25
- $x_{n+1} = g(x_n), n = 0, 1, \dots$  . . . . . 0.25
- $|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|, n \geq 1$  . . . . . 0.25đ
- b) Bảng giá trị trong đó  $x_1, \varepsilon_n$  được 0.5đ . . . . . 1đ

$n$	$x_n$	$\varepsilon_n$
1	0.33333	3.2163
2	0.4652	1.2724
3	0.53078	0.63274

88)

- 1 a)  $A = \begin{bmatrix} -1 & 0.17 & 0.48 \\ -0.15 & -1 & -0.31 \\ -4.86 & -2.07 & -9 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ -27 \end{bmatrix}$  . . . . . 0.25đ
- $b_{ij} = \begin{cases} -\frac{a_{ij}}{a_{ii}}, & \text{nếu } i \neq j \\ 0, & \text{nếu } i = j \end{cases}, \quad g_i = \frac{b_i}{a_{ii}}$  . . . . . 0.25đ
- $B = \begin{bmatrix} 0 & 0.17 & 0.48 \\ -0.15 & 0 & -0.31 \\ -0.54 & -0.23 & 0 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad q = \|B\|_\infty = 0.77 < 1$  . . . . . 0.25đ
- $x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + g$  . . . . . 0.25đ
- b) Bảng giá trị . . . . . 0.5 + 0.5đ

$k$	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$
1	2.38	0.47	2.0
2	4.0399	-0.977	1.6067
3	3.6051	-1.1041	1.0432

- 2 a)  $\Delta^0 y_i \equiv y_i, i = \overline{0, n}; \quad \Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i, k = \overline{1, n}, i = \overline{0, n-k}$  . . . . . 0.5đ
- Bảng sai phân . . . . . 0.5đ

$k \backslash i$	0	1	2
0	2	1	1
1	-1	0	
2	1		

- b)  $P(x) = \sum_{k=0}^n \frac{\Delta^k y_0}{k!} \prod_{i=0}^{k-1} (t - i), \quad t = \frac{x - x_0}{h}, \quad x_0 = -\frac{1}{2}, h = \frac{1}{2}$  . . . . . 0.5đ
- $P(x) = \frac{t(t-1)}{2} - t + 2$  . . . . . 0.25đ
- $P(x) = 2x^2 - x + 1$  . . . . . 0.25đ
- 3 a)  $g(x) = \sqrt[5]{x + \frac{1}{5}}; \quad \frac{1}{2} \leq 0.93115 \leq g(x) \leq 1.1708 \leq 2$  . . . . . 0.25đ
- $|g'(x)| \leq 0.26604 = q < 1 \quad \forall x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$  . . . . . 0.25
- $x_{n+1} = g(x_n), n = 0, 1, \dots$  . . . . . 0.25
- $|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|, n \geq 1$  . . . . . 0.25đ

b) Bảng giá trị trong đó  $x_1, \varepsilon_n$  được **0.5đ** . . . . . **1đ**

$n$	$x_n$	$\varepsilon_n$
1	1.1708	0.30056
2	1.0651	0.038311
3	1.0482	0.0061462
4	1.0453	0.0010239
5	1.0449	0.00017166