

Câu 1. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x = -0.25x + 0.1y - 0.22z - 4.9 \\ y = -0.08x - 0.27y - 0.29z - 0.0 \\ z = 0.11x - 0.18y - 0.11z + 4.2 \end{cases}$$
 . Bằng phương

pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu $x_0 = -1.0, y_0 = -4.8, z_0 = 1.6$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 3 bước lặp.

Câu 2. Giải gần đúng phương trình vi phân $y' = -3y + -4x + 4$ với điều kiện ban đầu $y(2) = -2$ tại các điểm $2 + i \cdot 0.1$ với $i = 1, 2, \dots, 5$ bằng phương pháp Euler.

Câu 3. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc hai và đánh giá sai số.

x	-3.8	-2.7	-0.3	2.1	2.5
y	34.3	20.3	1.4	0.1	1.9

Câu 1. Giải gần đúng phương trình vi phân $y' = 2y + 2x + 3$ với điều kiện ban đầu $y(-5) = -2$ tại các điểm $-5 + i \cdot 0.1$ với $i = 1, 2, \dots, 5$ bằng phương pháp Euler.

Câu 2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} -4.8x - 0.96y - 1.92z = -14.4 \\ 0.28x + 1.4y + 0.7z = 0.0 \\ 0.84x + 4.2y + 8.4z = -25.2 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ ban

đầu $x_0 = 4.1$, $y_0 = 0.8$, $z_0 = 0.9$, bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 3. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất và đánh giá sai số.

x	-1.6	-1.0	0.4	2.2	3.6
y	-3.4	-0.9	2.1	6.4	10.5

Câu 1. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất và đánh giá sai số.

x	−3.6	−0.8	0.4	2.6	3.5
y	−10.9	−4.1	−0.9	4.3	7.2

Câu 2. Giải gần đúng phương trình vi phân $y' = 5y + -1x + -4$ với điều kiện ban đầu $y(-4) = -5$ tại các điểm $-4 + i \cdot 0.1$ với $i = 1, 2, \dots, 5$ bằng phương pháp RK4.

Câu 3. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x = 0.12x - 0.03y - 2.4 \\ y = 0.25x + 0.05y - 3.2 \end{cases}$. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu $x_0 = 4.4, y_0 = 2.8$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 5 bước lặp.

Câu 1. Giải gần đúng phương trình vi phân $y' = -5y + 1x + 3$ với điều kiện ban đầu $y(-3) = 3$ tại các điểm $-3 + i \cdot 0.1$ với $i = 1, 2, \dots, 5$ bằng phương pháp Euler.

Câu 2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x = -0.03x + 0.1y + 0.18z + 4.7 \\ y = 0.04x + 0.05y + 0.19z + 1.4 \\ z = -0.05x - 0.13y + 0.01z - 4.3 \end{cases}$$
 Với xấp xỉ

ban đầu $x_0 = -0.2, y_0 = -4.8, z_0 = 2.6$, bằng phương pháp Gauss–Seidel, tìm nghiệm gần đúng và đánh giá $\|X_k - X_{k-1}\|_\infty$ sau 3 bước lặp, trong đó $X_k = (x_k, y_k, z_k)$.

Câu 3. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất và đánh giá sai số.

x	-3.3	0.4	1.0	1.5
y	1.3	5.4	5.4	6.6

Câu 1. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 8.1x - 4.05y - 0.81z - 1.62t = 24.3 \\ -1.92x + 9.6y - 1.92z - 1.92t = 28.8 \\ 2.8x + 0.56y + 5.6z + 0.56t = -28.0 \\ 0.61x + 1.83y + 2.44z - 6.1t = 24.4 \end{cases} \text{ . Với}$$

xấp xỉ ban đầu $x_0 = 2.8, y_0 = -2.9, z_0 = 3.3, t_0 = -1.8$, bằng phương pháp Gauss-Seidel, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 2. Giải gần đúng phương trình vi phân $y' = -4y + -1x + 5$ với điều kiện ban đầu $y(1) = -3$ tại các điểm $1 + i \cdot 0.1$ với $i = 1, 2, \dots, 5$ bằng phương pháp Euler.

Câu 3. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất và đánh giá sai số.

x	-2.9	-2.4	1.2	1.3
y	7.3	5.8	-9.7	-10.0

Câu 1. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất (hai biến) và đánh giá sai số.

(x, y)	$(-4.8, -2.2)$	$(-3.3, -4.5)$	$(-3.0, 2.0)$	$(0.2, 3.1)$	$(2.6, 4.8)$
z	4.8	8.9	0.7	-0.2	-1.1

Câu 2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 9.0x + 0.9y + 2.7z = 18.0 \\ -0.85x - 8.5y - 3.4z = 25.5 \\ -0.44x + 0.11y + 1.1z = -1.1 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ ban

đầu $x_0 = -4.4, y_0 = -2.2, z_0 = 1.4$, bằng phương pháp Gauss-Seidel, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 3. Giải gần đúng phương trình vi phân $y' = -2y + -3x + 1$ với điều kiện ban đầu $y(-5) = -1$ tại các điểm $-5 + i \cdot 0.1$ với $i = 1, 2, \dots, 5$ bằng phương pháp Euler.

Câu 1. Giải gần đúng phương trình vi phân $y' = 3y + 2x + 1$ với điều kiện ban đầu $y(-1) = 5$ tại các điểm $-1 + i \cdot 0.1$ với $i = 1, 2, \dots, 5$ bằng phương pháp RK4.

Câu 2. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất (hai biến) và đánh giá sai số.

(x, y)	$(-2.9, 1.7)$	$(-2.7, -0.5)$	$(1.4, -0.7)$	$(2.9, 2.8)$	$(4.6, -1.7)$	$(4.9, -0.3)$
z	-7.3	-13.6	-2.8	12.4	3.2	8.4

Câu 3. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 1.4x_1 - 0.42x_2 + 0.14x_3 = -4.2 \\ 1.47x_1 - 4.9x_2 + 1.47x_3 = -4.9 \\ 1.3x_1 - 0.26x_2 - 2.6x_3 = 2.6 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ

ban đầu $x^{(0)} = (2.6, 2.6, -4.6)^T$, bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 1. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức lượng giác bậc nhất $P(x) = a + b \cos x + c \sin x$ và đánh giá sai số.

x	-4.8	-2.5	-1.4	-0.4	1.8
y	-2.4	1.7	3.2	2.1	-2.0

Câu 2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 5.0x_1 - 1.0x_2 - 2.5x_3 = -15.0 \\ 0.98x_1 + 4.9x_2 - 1.47x_3 = 19.6 \\ 4.15x_1 - 2.49x_2 - 8.3x_3 = -33.2 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ

ban đầu $x^{(0)} = (-0.1, 4.9, -0.8)^T$, bằng phương pháp Gauss–Seidel, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 3. Giải gần đúng phương trình vi phân $y' = -2y + -3x + -1$ với điều kiện ban đầu $y(1) = -3$ tại các điểm $1 + i \cdot 0.1$ với $i = 1, 2, \dots, 5$ bằng phương pháp RK4.

Câu 1. Giải gần đúng phương trình vi phân $y' = 4y + -2x + 1$ với điều kiện ban đầu $y(1) = -5$ tại các điểm $1 + i \cdot 0.1$ với $i = 1, 2, \dots, 5$ bằng phương pháp Euler.

Câu 2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} -8.5x + 2.55y + 3.4z = 42.5 \\ 3.88x + 9.7y - 1.94z = 19.4 \\ 1.41x + 1.88y - 4.7z = 18.8 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ ban

đầu $x_0 = 3.9, y_0 = -4.6, z_0 = -2.3$, bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 3. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất và đánh giá sai số.

x	-4.8	-3.8	0.6	1.8
y	0.3	-0.2	-3.4	-4.7

Câu 1. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất và đánh giá sai số.

x	-2.0	1.2	4.3	4.8
y	-8.4	8.6	23.2	25.6

Câu 2. Giải gần đúng phương trình vi phân $y' = 5y + -3x + -4$ với điều kiện ban đầu $y(3) = 1$ tại các điểm $3 + i \cdot 0.1$ với $i = 1, 2, \dots, 5$ bằng phương pháp Euler.

Câu 3. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} -7.4x_1 + 3.7x_2 + 0.74x_3 = -29.6 \\ 1.26x_1 - 4.2x_2 - 1.68x_3 = 21.0 \\ -0.76x_1 - 0.76x_2 + 3.8x_3 = 0.0 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ

ban đầu $x^{(0)} = (3.1, 2.4, 4.8)^T$, bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Đáp án

10)

1 $q = \|B\|_{\infty} = 0.64$

$$X_{k+1} = BX_k + g, \|X_k - X^*\|_{\infty} \leq \frac{q}{1-q} \|X_k - X_{k-1}\|_{\infty}$$

k	x_k	y_k	z_k	ε_k
1	-5.48200	0.912000	4.77800	10.1547
2	-4.48946	-1.19330	2.90724	3.74276
3	-4.53656	-0.161752	3.60116	1.83386

2

3 $P(x) = a + bx + cx^2$

$$\begin{bmatrix} 5.00000 & -2.20000 & 32.4800 \\ -2.20000 & 32.4800 & -49.6960 \\ 32.4800 & -49.6960 & 320.176 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 58.0000 \\ -180.610 \\ 655.721 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 0.380797, b = -3.22673, c = 1.50853$$

$$P(x_k): 34.4256, 20.0902, 1.48458, 0.257309, 1.74232$$

$$\varepsilon = 0.341414$$

16)

1 $P(x) = a + bx$

$$\begin{bmatrix} 5.00000 & 2.10000 \\ 2.10000 & 32.7700 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.40000 \\ 78.5400 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -1.93880, b = 2.52095$$

$$P(x_k): -11.0142, -3.95556, -0.930419, 4.61567, 6.88452$$

$$\varepsilon = 0.483742$$

2

3 $q = \|B\|_{\infty} = 0.30$

$$X_{k+1} = BX_k + g, \|X_k - X^*\|_{\infty} \leq \frac{q}{1-q} \|X_k - X_{k-1}\|_{\infty}$$

k	x_k	y_k	ε_k
1	-1.95600	-1.96000	2.72400
2	-2.57592	-3.78700	0.783000
5	-2.58934	-4.05014	0.000480505

19)

$$1 \quad B = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.5 & 0.1 & 0.2 \\ 0.2 & 0.0 & 0.2 & 0.2 \\ -0.5 & -0.1 & 0.0 & -0.1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.4 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 3.0 \\ 3.0 \\ -5.0 \\ -4.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.80$$

k	x_k	y_k	z_k	t_k
1	1.52000	3.60400	-5.94040	-5.14296
2	3.17937	1.41920	-6.21731	-5.74323
3	1.93922	0.995738	-5.49486	-5.70530

2

$$3 \quad P(x) = a + bx$$

$$\begin{bmatrix} 4.00000 & -2.80000 \\ -2.80000 & 17.3000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.60000 \\ -59.7300 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -4.58644, b = -4.19491$$

$$P(x_k): 7.57881, 5.48136, -9.62034, -10.0398$$

$$\varepsilon = 0.432670$$

45)

1

$$2 \quad P(x) = a + bx + cy$$

$$\begin{bmatrix} 6.00000 & 8.20000 & 1.30000 \\ 8.20000 & 71.2400 & -5.73000 \\ 1.30000 & -5.73000 & 14.4500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.300000 \\ 145.810 \\ 23.1100 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -4.46775, b =$$

$$2.81164, c = 3.11618$$

$$P(x_k): -7.32400, -13.6173, -2.71277, 12.4113, 3.16829, 8.37444$$

$$\varepsilon = 0.101335$$

$$3 \quad B = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.3 & -0.1 \\ 0.3 & 0.0 & 0.3 \\ 0.5 & -0.1 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} -3.0 \\ 1.0 \\ -1.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.60$$

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$
1	-1.76000	0.400000	0.0400000
2	-2.88400	0.484000	-1.92000
3	-2.66280	-0.441200	-2.49040

47)

1

$$2 \quad B = \begin{bmatrix} 0.0 & -0.2 & -0.4 \\ -0.2 & 0.0 & -0.5 \\ -0.1 & -0.5 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 3.0 \\ 0.0 \\ -3.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.70$$

k	x_k	y_k	z_k
1	2.48000	-1.27000	-3.81000
2	4.77800	1.40900	-2.61300
3	3.76340	0.350900	-4.18230

$$3 \quad P(x) = a + bx$$

$$\begin{bmatrix} 5.00000 & 3.60000 \\ 3.60000 & 21.5200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.7000 \\ 59.0600 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 1.09603, b = 2.56107$$

$$P(x_k): -3.00169, -1.46505, 2.12046, 6.73039, 10.3159$$

$$\varepsilon = 0.788289$$

65)

$$1 \quad P(x) = a + bx + cy$$

$$\begin{bmatrix} 5.00000 & -8.30000 & 3.20000 \\ -8.30000 & 49.7300 & 32.5100 \\ 3.20000 & 32.5100 & 61.7400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.1000 \\ -57.4100 \\ -55.1100 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 4.08770, b = 0.380990, c = -1.30510$$

$$P(x_k): 5.13017, 8.70337, 0.334543, 0.118105, -1.18618$$

$$\varepsilon = 0.624379$$

$$2 \quad B = \begin{bmatrix} 0.0 & -0.1 & -0.3 \\ -0.1 & 0.0 & -0.4 \\ 0.4 & -0.1 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 2.0 \\ -3.0 \\ -1.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.50$$

k	x_k	y_k	z_k
1	1.80000	-3.74000	0.0940000
2	2.34580	-3.27218	0.265538
3	2.24756	-3.33097	0.232120

3

75)

1

2 $q = \|B\|_{\infty} = 0.31$

k	x_k	y_k	z_k	ε_k
1	4.69400	1.84176	-4.74813	7.34813
2	3.88869	0.745491	-4.63883	1.09627
3	3.82290	0.708813	-4.62968	0.0657938

3 $P(x) = a + bx$

$$\begin{bmatrix} 4.00000 & -0.400000 \\ -0.400000 & 14.3000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18.7000 \\ 13.1700 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 4.78047, b = 1.05470$$

$P(x_k)$: 1.29996, 5.20235, 5.83517, 6.36252

$\varepsilon = 0.533700$

86)

1

2 $B = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.3 & 0.4 \\ -0.4 & 0.0 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} -5.0 \\ 2.0 \\ -4.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.70$

k	x_k	y_k	z_k
1	-7.30000	-0.0200000	-4.67000
2	-6.87400	3.98600	-6.19800
3	-6.28340	3.51000	-4.46780

3 $P(x) = a + bx$

$$\begin{bmatrix} 4.00000 & -6.20000 \\ -6.20000 & 41.0800 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8.00000 \\ -11.1800 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -3.16139, b = -0.749285$$

$P(x_k)$: 0.435176, -0.314109, -3.61096, -4.51011

$\varepsilon = 0.334453$

87)

1 $P(x) = a + bx$

$$\begin{bmatrix} 4.00000 & 8.30000 \\ 8.30000 & 46.9700 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49.0000 \\ 249.760 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 1.92051, b = 4.97807$$

$$P(x_k): -8.03562, 7.89419, 23.3262, 25.8152$$

$$\varepsilon = 0.832579$$

2

$$3 \quad B = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.5 & 0.1 \\ 0.3 & 0.0 & -0.4 \\ 0.2 & 0.2 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 4.0 \\ -5.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.70$$

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$
1	5.68000	-5.99000	1.10000
2	1.11500	-3.73600	-0.0620000
3	2.12580	-4.64070	-0.524200

90)

$$1 \quad \begin{bmatrix} 5.00000 & 0.150181 & -0.00332798 \\ 0.150181 & 1.57835 & -0.180807 \\ -0.00332798 & -0.180807 & 3.42165 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.60156 \\ 1.36265 \\ -9.32492 \end{bmatrix} \Rightarrow a =$$

$$0.503307, b = 0.506381, c = -2.69802$$

$$P(x_k): -2.14006, 1.71232, 3.24814, 2.02037, -2.23921$$

$$\varepsilon = 0.364877$$

$$2 \quad B = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.2 & 0.5 \\ -0.2 & 0.0 & 0.3 \\ 0.5 & -0.3 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} -3.0 \\ 4.0 \\ 4.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.80$$

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$
1	-2.42000	4.24400	1.51680
2	-1.39280	4.73360	1.88352
3	-1.11152	4.78736	2.00803

3