

Câu 1. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x_1 = 0.12x_1 + 0.02x_2 + 0.01x_3 - 4.5 \\ x_2 = -0.15x_1 - 0.27x_2 + 0.17x_3 - 1.0 \\ x_3 = 0.29x_1 - 0.02x_2 + 0.15x_3 - 4.4 \end{cases}$$
 . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu $x^{(0)} = (1.8, -3.3, 2.3)^T$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 3 bước lặp.

Câu 2. Cho phương trình đạo hàm riêng

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 12x - 6y$$

trên miền $(0.9, 1.5) \times (0.1, 1.7)$, với điều kiện biên

$$u(0.9, y) = 1.458 - y^3, \quad u(1.5, y) = 6.75 - y^3, \quad u(x, 0.1) = 2x^3 - 0.001, \quad u(x, 1.7) = 2x^3 - 4.913$$

Giải gần đúng phương trình trên lưới thu được khi chia đều đoạn $[0.9, 1.5]$ và $[0.1, 1.7]$ lần lượt thành 3 và 4 đoạn.

Câu 3. Xét phương trình $x + \lg x = 2$ trên đoạn $[1, 4]$. Bằng phương pháp Newton, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng trong ba bước lặp.

Câu 4. Tìm $\max f = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4$ biết

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 &\leq 18 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\leq 24 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &\leq 12 \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, 4 \end{aligned}$$

Câu 5. Dùng công thức nội suy Newton lùi, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

x	-2	0	2	4
y	14	0	2	20

Câu 6. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức lượng giác bậc nhất $P(x) = a + b \cos x + c \sin x$ và đánh giá sai số.

x	-4.2	-2.6	-2.5	1.1	2.1
y	-3.1	-9.9	-9.5	1.2	-3.9

Câu 1. Xét phương trình $x + \lg x = 2$ trên đoạn $[1, 4]$. Bằng phương pháp Newton, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng trong ba bước lặp.

Câu 2. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất (hai biến) và đánh giá sai số.

(x, y)	$(-2.5, -1.9)$	$(1.5, 4.8)$	$(3.4, -3.1)$	$(4.6, -4.8)$
z	5.9	-12.4	4.2	8.2

Câu 3. Cho phương trình đạo hàm riêng

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 6$$

trên miền $(0.6, 1.0) \times (0.8, 2.4)$, với điều kiện biên

$$u(0.6, y) = 2y + 1.08, \quad u(1.0, y) = 2y + 3.0, \quad u(x, 0.8) = 3x^2 + 1.6, \quad u(x, 2.4) = 3x^2 + 4.8$$

Giải gần đúng phương trình trên lưới thu được khi chia đều đoạn $[0.6, 1.0]$ và $[0.8, 2.4]$ lần lượt thành 2 và 4 đoạn.

Câu 4. Tìm $\min f =$

$$\begin{array}{rclcl} & x_2 & - & 3x_4 & + & 2x_5 & & \text{biết} \\ & 3x_2 & + & x_3 & - & x_4 & + & 2x_5 & = & 7 \\ x_1 & - & 2x_2 & & + & 4x_4 & + & x_5 & = & 12 \\ & -4x_2 & & + & 3x_4 & + & 8x_5 & + & x_6 & = & 10 \\ & & & & & & & & & x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 6 \end{array}$$

Câu 5. Dùng công thức nội suy Newton lùi, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

x	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
y	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{1}{2}$	5

Câu 6. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x_1 = 0.05x_1 - 0.11x_2 - 0.14x_3 + 3.8 \\ x_2 = -0.12x_1 - 0.12x_2 - 0.02x_3 + 3.0 \\ x_3 = -0.13x_1 + 0.12x_2 - 0.06x_3 + 3.3 \end{cases}$. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu $x^{(0)} = (-1.1, -1.4, 0.6)^T$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 3 bước lặp.

Câu 1. Cho phương trình đạo hàm riêng

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 12y$$

trên miền $(0.9, 3.9) \times (0.1, 1.6)$, với điều kiện biên

$$u(0.9, y) = 2y^3 - 2.7, \quad u(3.9, y) = 2y^3 - 11.7, \quad u(x, 0.1) = 0.002 - 3x, \quad u(x, 1.6) = 8.192 - 3x$$

Giải gần đúng phương trình trên lưới thu được khi chia đều đoạn $[0.9, 3.9]$ và $[0.1, 1.6]$ lần lượt thành 3 và 3 đoạn.

Câu 2. Tìm $\min f = 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 5x_5 + x_6$ biết

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_5 &= 152 \\ 4x_2 + 2x_3 + 3x_5 + x_6 &= 60 \\ 3x_2 + x_4 + x_5 &= 36 \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

Câu 3. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc hai và đánh giá sai số.

x	-4.3	-3.2	2.7	3.0	3.1
y	73.8	39.9	40.9	48.4	51.4

Câu 4. Dùng công thức nội suy Lagrange, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

x	-2	2	3	4
y	8	12	13	2

Câu 5. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 5.2x_1 - 0.52x_2 - 2.08x_3 = 5.2 \\ 1.35x_1 + 4.5x_2 + 0.45x_3 = 4.5 \\ -0.55x_1 - 2.2x_2 + 5.5x_3 = -11.0 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ ban đầu $x^{(0)} = (-1.1, 2.6, -1.8)^T$, bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 6. Xét phương trình $x = \frac{e^x}{3}$ trên đoạn $[0, 1]$. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với $x_0 = 1.0$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau ba bước lặp.

Câu 1. Cho phương trình đạo hàm riêng

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 0$$

trên miền $(0.4, 0.7) \times (0.4, 0.8)$, với điều kiện biên

$$u(0.4, y) = 2y - 0.4, \quad u(0.7, y) = 2y - 0.7, \quad u(x, 0.4) = 0.8 - x, \quad u(x, 0.8) = 1.6 - x$$

Giải gần đúng phương trình trên lưới thu được khi chia đều đoạn $[0.4, 0.7]$ và $[0.4, 0.8]$ lần lượt thành 3 và 4 đoạn.

Câu 2. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất và đánh giá sai số.

x	-2.4	-0.2	0.8	2.9	4.1
y	-12.4	-3.5	0.7	8.9	14.0

Câu 3. Xét phương trình $4x - 5 \ln x = 5$ trên đoạn $[0.2, 1]$. Bằng phương pháp Newton, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng trong ba bước lặp.

Câu 4. Tìm $\max f = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$ biết

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 4x_3 &\leq 12 \\ 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 &\leq 18 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Câu 5. Dùng công thức nội suy Newton lùi, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

x	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
y	$-\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{23}{2}$

Câu 6. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 5.6x + 2.8y - 1.68z = 0.0 \\ 1.89x + 6.3y - 0.63z = 18.9 \\ -2.32x - 1.16y + 5.8z = 17.4 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ ban đầu $x_0 = 4.5, y_0 = 0.8, z_0 = -3.2$, bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 1. Dùng công thức nội suy Newton tiến, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

x	0	$\frac{3}{2}$	3
y	1	$-\frac{5}{4}$	-17

Câu 2. Cho phương trình đạo hàm riêng

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 6y$$

trên miền $(0.9, 1.3) \times (0.7, 1.5)$, với điều kiện biên

$$u(0.9, y) = y^3 - 2.7, \quad u(1.3, y) = y^3 - 3.9, \quad u(x, 0.7) = 0.343 - 3x, \quad u(x, 1.5) = 3.375 - 3x$$

Giải gần đúng phương trình trên lưới thu được khi chia đều đoạn $[0.9, 1.3]$ và $[0.7, 1.5]$ lần lượt thành 2 và 4 đoạn.

Câu 3. Tìm $\min f = 3x_1 - x_2 + 2x_3$ biết

$$2x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 10$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 \geq 4$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Câu 4. Xét phương trình $x^4 - x - 1 = 0$ trên đoạn $[-2, -0.5]$. Bằng phương pháp Newton, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng trong ba bước lặp.

Câu 5. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 7.1x_1 + 2.13x_2 - 0.71x_3 - 2.13x_4 = 7.1 \\ 0.35x_1 + 3.5x_2 - 1.4x_3 + 1.05x_4 = 14.0 \\ 0.46x_1 + 0.23x_2 + 2.3x_3 - 0.69x_4 = 2.3 \\ -1.58x_1 - 1.58x_2 - 0.79x_3 + 7.9x_4 = -31.6 \end{cases}$$
 Với xấp xỉ ban đầu

$x^{(0)} = (-4.8, 4.1, 3.1, -5.0)^T$, bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 6. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức lượng giác bậc nhất $P(x) = a + b \cos x + c \sin x$ và đánh giá sai số.

x	-3.7	-2.8	-1.8	-0.3	1.3	1.4
y	6.1	1.8	0.30	4.2	9.6	9.8

Chú ý: (1) Tài liệu được sử dụng: (a) vở chép tay, (b) tờ mã lệnh. (2) Sinh viên chọn làm 5 / 6 câu

Câu 1. Tìm $\max f = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$ biết

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 4x_3 &\leq 12 \\ 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 &\leq 18 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Câu 2. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất (hai biến) và đánh giá sai số.

(x, y)	$(-4.3, 0.8)$	$(-2.5, 4.4)$	$(2.8, -1.5)$	$(3.5, 0.7)$	$(3.8, -0.3)$
z	12.8	-1.4	-1.5	-10.3	-7.5

Câu 3. Dùng công thức nội suy Newton tiến, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

x	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
y	$-\frac{83}{8}$	$-\frac{37}{8}$	$-\frac{15}{8}$	$\frac{127}{8}$

Câu 4. Cho phương trình đạo hàm riêng

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -2$$

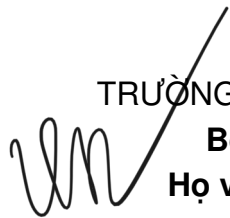
trên miền $(0.4, 1.2) \times (0.3, 0.6)$, với điều kiện biên

$$u(0.4, y) = 2y^2 - 0.48, \quad u(1.2, y) = 2y^2 - 4.32, \quad u(x, 0.3) = 0.18 - 3x^2, \quad u(x, 0.6) = 0.72 - 3x^2$$

Giải gần đúng phương trình trên lưới thu được khi chia đều đoạn $[0.4, 1.2]$ và $[0.3, 0.6]$ lần lượt thành 4 và 3 đoạn.

Câu 5. Xét phương trình $x = -\sqrt{e^x + 2}$ trên đoạn $[-5, 0]$. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với $x_0 = -1.5$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau ba bước lặp.

Câu 6. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} -3.9x - 1.95y - 0.39z = -3.9 \\ 1.76x + 8.8y + 4.4z = 8.8 \\ -1.0x - 0.5y + 2.5z = -7.5 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ ban đầu $x_0 = 0.0, y_0 = 2.1, z_0 = 4.1$, bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.



Câu 1. Tìm $\max f = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3$ biết

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 4x_3 &\leq 12 \\ 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 &\leq 18 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Câu 2. Xét phương trình $x = \frac{\cos x}{1.5}$ trên đoạn $[0, \frac{\pi}{2}]$. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với $x_0 = 0.7$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau ba bước lặp.

Câu 3. Dùng công thức nội suy Newton lùi, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

x	-3	-1	1
y	13	3	9

Câu 4. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x_1 = -0.16x_1 - 0.01x_2 + 0.13x_3 + 1.4 \\ x_2 = 0.22x_1 - 0.11x_2 - 0.05x_3 + 1.7 \\ x_3 = 0.1x_1 + 0.2x_2 - 0.43x_3 + 2.3 \end{cases}$. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu $x^{(0)} = (2.0, -0.1, 3.5)^T$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 3 bước lặp.

Câu 5. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất (hai biến) và đánh giá sai số.

(x, y)	$(-3.3, -1.4)$	$(-3.0, 2.5)$	$(-2.2, -0.4)$	$(1.0, 0.5)$	$(1.6, -1.8)$
z	17.8	14.4	13.0	-0.6	-1.6

Câu 6. Cho phương trình đạo hàm riêng

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -18x - 12y$$

trên miền $(0.8, 2.3) \times (0.2, 2.2)$, với điều kiện biên

$$u(0.8, y) = -2y^3 - 1.536, \quad u(2.3, y) = -2y^3 - 36.501, \quad u(x, 0.2) = -3x^3 - 0.016, \quad u(x, 2.2) = -3x^3 -$$

Giải gần đúng phương trình trên lưới thu được khi chia đều đoạn $[0.8, 2.3]$ và $[0.2, 2.2]$ lần lượt thành 3 và 4 đoạn.



Câu 1. Dùng công thức nội suy Lagrange, tìm đa thức nội suy của hàm số có giá trị cho trong bảng

x	-4	-3	-2	-1
y	-6	5	6	3

Câu 2. Xét phương trình $x = \sqrt[3]{3 - \ln x}$ trên đoạn $[1, 4]$. Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với $x_0 = 2.7$, tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau ba bước lặp.

Câu 3. Bằng phương pháp bình phương tối thiểu, tìm xấp xỉ của hàm số có giá trị trong bảng sau bởi đa thức bậc nhất và đánh giá sai số.

x	-5.0	-1.5	-0.2	0.0	0.9	2.8
y	6.8	-0.3	-2.9	-3.1	-5.0	-9.5

Câu 4. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} -3.9x + 1.17y - 1.17z = -15.6 \\ 3.52x + 8.8y - 1.76z = -17.6 \\ -0.97x + 2.91y + 9.7z = -29.1 \end{cases}$$
 . Với xấp xỉ ban đầu $x_0 = 0.5, y_0 =$

$1.6, z_0 = -1.3$, bằng phương pháp lặp điểm bất động, tìm nghiệm gần đúng sau 3 bước lặp.

Câu 5. Cho phương trình đạo hàm riêng

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 6 - 6y$$

trên miền $(0.6, 1.0) \times (0.6, 1.0)$, với điều kiện biên

$$u(0.6, y) = 1.08 - y^3, \quad u(1.0, y) = 3.0 - y^3, \quad u(x, 0.6) = 3x^2 - 0.216, \quad u(x, 1.0) = 3x^2 - 1.0$$

Giải gần đúng phương trình trên lưới thu được khi chia đều đoạn $[0.6, 1.0]$ và $[0.6, 1.0]$ lần lượt thành 4 và 2 đoạn.

Câu 6. Tìm $\min f = 12x_1 + 8x_2 + x_3$ biết

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 &= 10 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 &= 8 \\ 4x_1 + 4x_2 + x_3 &= 8 \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, 4 \end{aligned}$$

Đáp án

10)

1 $\max f = 15$ tại $x = (0, 0, 3)^T$

2 $4.08216E - 17 \leq g(x) \leq 0.666667, q = 0.666667$

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|$$

3

$k \backslash j$	0	1	2
0	13	3	9
1	-10	6	
2	16		

n	x_n	ε_n
0	0.7	
1	0.509895	0.380210
2	0.581864	0.143938
3	0.556960	0.0498080

$$t = \frac{x-1}{2}$$

$$P(x) = 8t(t+1) + 6t + 9 = 2x^2 + 3x + 4$$

4 $q = \|B\|_\infty = 0.73$

$$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + g, \|x^{(k)} - x^*\|_\infty \leq \frac{q}{1-q} \|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_\infty$$

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	ε_k
1	1.53600	1.97600	0.975000	6.82685
2	1.26123	1.77181	2.42955	3.93267
3	1.49633	1.66109	1.73578	1.87575

5 $P(x) = a + bx + cy$

$$\begin{bmatrix} 5.00000 & -5.90000 & -0.600000 \\ -5.90000 & 28.2900 & -4.38000 \\ -0.600000 & -4.38000 & 11.8600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43.0000 \\ -133.700 \\ 8.46000 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 3.77582, b = -4.02894, c = -0.583581$$

$$P(x_k): 17.8883, 14.4037, 12.8729, -0.544912, -1.62004$$

$$\varepsilon = 0.165537$$

6

11)

1 $q = \|B\|_\infty = 0.59$

$$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + g, \|x^{(k)} - x^*\|_\infty \leq \frac{q}{1-q} \|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_\infty$$

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	ε_k
1	-4.32700	0.0120000	-3.46700	8.81690
2	-5.05367	-0.943580	-6.17512	3.89705
3	-5.18706	-1.03695	-6.77296	0.860307

2

3

$$f' > 0, f'' < 0, f(1) = -1.00000, f(4) = 2.60206 \Rightarrow x_0 = 1.$$

$$M = 0.434294, m = 1.10857.$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{M}{2m} |x_n - x_{n-1}|^2$$

$$4 \max f = 36 \text{ tại } x = (0, 0, 12, 0)^T$$

$k \backslash i$	0	1	2	3
0	14	0	2	20
5 1	-14	2	18	
2	16	16		
3	0			

$$t = \frac{x-4}{2}$$

$$P(x) = 8t(t+1) + 18t + 20 = 2x^2 - 3x$$

$$6 \begin{bmatrix} 5.00000 & -2.19954 & 1.51202 \\ -2.19954 & 2.07706 & 0.462350 \\ 1.51202 & 0.462350 & 2.92294 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25.2188 \\ 20.1321 \\ 5.79251 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -3.86413, b = 4.88654, c = 3.20769$$

$$P(x_k): -3.46407, -9.70492, -9.69867, 1.21109, -3.56218$$

$$\varepsilon = 0.569758$$

15)

$k \backslash i$	0	1	2
0	1	-5/4	-17
1 1	-9/4	-63/4	
2	-27/2		

$$t = \frac{2x}{3}$$

$$P(x) = -\frac{27t(t-1)}{4} - \frac{9t}{4} + 1 = -3x^2 + 3x + 1$$

2

$$3 \min f = 5 \text{ tại } x = (1, 0, 1)^T \text{ hoặc } x = (0, 1, 3)^T$$

$$4 f' < 0, f'' > 0, f(-2) = 17.0000, f(-0.5) = -0.437500 \Rightarrow x_0 = -2.$$

$$M = 48.0000, m = 1.50000.$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{M}{2m} |x_n - x_{n-1}|^2$$

$$5 B = \begin{bmatrix} 0.0 & -0.3 & 0.1 & 0.3 \\ -0.1 & 0.0 & 0.4 & -0.3 \\ -0.2 & -0.1 & 0.0 & 0.3 \\ 0.2 & 0.2 & 0.1 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 4.0 \\ 1.0 \\ -4.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_\infty = 0.80$$

n	x_n	ε_n
0	1	
1	1.69721	0.0952167
2	1.75538	0.000662864
3	1.75558	7.83779E-9

n	x_n	ε_n
0	-2	
1	-1.48485	4.24610
2	-1.10557	2.30158
3	-0.855849	0.997803

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	$x_4^{(k)}$
1	-1.42000	7.22000	0.0500000	-3.83000
2	-2.31000	5.31100	-0.587000	-2.83500
3	-1.50250	4.84670	0.0804000	-3.45850

$$6 \begin{bmatrix} 6.00000 & -0.624722 & 0.874488 \\ -0.624722 & 2.67179 & 0.230463 \\ 0.874488 & 0.230463 & 3.32821 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31.8125 \\ 1.30705 \\ 19.9930 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 4.74476, b = 1.19514, c = 4.67770$$

$$P(x_k): 6.20957, 2.05169, -0.0821460, 4.50417, 9.57169, 9.55753$$

$$\varepsilon = 0.607993$$

36)

1

$$2 \min f = 292 \text{ tại } x = (104, 12, 6, 0, 0, 0)^T, \text{ hoặc } x = (32, 0, 30, 36, 0, 0)^T$$

$$3 P(x) = a + bx + cx^2$$

$$\begin{bmatrix} 5.00000 & 1.30000 & 54.6300 \\ 1.30000 & 54.6300 & -35.8010 \\ 54.6300 & -35.8010 & 673.234 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 254.400 \\ -30.0500 \\ 3000.85 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 2.43268, b = 2.26261, c = 4.38029$$

$$P(x_k): 73.6950, 40.0465, 40.4740, 48.6431, 51.5413$$

$$\varepsilon = 0.541307$$

$$4 L_0(x) = -\frac{(x-4)(x-3)(x-2)}{120} = -\frac{x^3}{120} + \frac{x^2}{5} - \frac{13x}{60} + \frac{1}{5}$$

$$L_1(x) = \frac{x^3}{8} - \frac{5x^2}{8} - \frac{x}{4} + 3$$

$$L_2(x) = -\frac{x^3}{5} + \frac{4x^2}{5} + \frac{4x}{5} - \frac{16}{5}$$

$$L_3(x) = \frac{x^3}{12} - \frac{x^2}{4} - \frac{x}{3} + 1$$

$$P(x) = -x^3 + 3x^2 + 5x - 2$$

$$5 B = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.4 \\ -0.3 & 0.0 & -0.1 \\ 0.1 & 0.4 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ -2.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.50$$

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$
1	0.540000	1.51000	-1.07000
2	0.723000	0.945000	-1.34200
3	0.557700	0.917300	-1.54970

$$6 0.333333 \leq g(x) \leq 0.906094, q = 0.906094$$

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|$$

n	x_n	ε_n
0	1.0	
1	0.906094	0.906094
2	0.824879	0.783637
3	0.760535	0.620852

44)

$$1 f' > 0, f'' < 0, f(1) = -1.00000, f(4) = 2.60206 \Rightarrow x_0 = 1.$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$M = 0.434294, m = 1.10857.$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{M}{2m} |x_n - x_{n-1}|^2$$

n	x_n	ε_n
0	1	
1	1.69721	0.0952167
2	1.75538	0.000662864
3	1.75558	7.83779E-9

2 $P(x) = a + bx + cy$

$$\begin{bmatrix} 4.00000 & 7.00000 & -5.00000 \\ 7.00000 & 41.2200 & -20.6700 \\ -5.00000 & -20.6700 & 59.3000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.90000 \\ 18.6500 \\ -123.110 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -0.264102, b = -0.672454, c = -2.33272$$

$P(x_k): 5.84920, -12.4698, 4.68098, 7.83965$

$\varepsilon = 0.607163$

3

4 $\min f = -11$ tại $x = (0, 4, 0, 5, 0, 11)^T$

$k \backslash i$	0	1	2	3
0	$-5/2$	-2	$-1/2$	5
5 1	$1/2$	$3/2$	$11/2$	
2	1	4		
3	3			

$$t = 2(x - 1)$$

$$P(x) = \frac{t(t+1)(t+2)}{2} + 2t(t+1) + \frac{11t}{2} + 5 = 4x^3 + 2x^2 + x - 2$$

6 $q = \|B\|_{\infty} = 0.31$

$$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + g, \|x^{(k)} - x^*\|_{\infty} \leq \frac{q}{1-q} \|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_{\infty}$$

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	ε_k
1	3.81500	3.28800	3.23900	2.20819
2	3.17561	2.08286	3.00427	0.541440
3	3.30907	2.30890	2.95686	0.101553

52)

1 $\max f = 15$ tại $x = (0, 0, 3)^T$

2 $P(x) = a + bx + cy$

$$\begin{bmatrix} 5.00000 & 3.30000 & 4.10000 \\ 3.30000 & 59.2700 & -17.3300 \\ 4.10000 & -17.3300 & 22.8300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.90000 \\ -120.290 \\ 1.37000 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 2.50162, b = -2.93378, c = -2.61625$$

$P(x_k): 13.0239, -1.67544, -1.78858, -9.59798, -7.86186$

$\varepsilon = 0.912710$

$k \backslash i$	0	1	2	3
0	$-83/8$	$-37/8$	$-15/8$	$127/8$
3 1	$23/4$	$11/4$	$71/4$	
2	-3	15		
3	18			

$$t = \frac{2x+3}{2}$$

$$P(x) = 3t(t-2)(t-1) - \frac{3t(t-1)}{2} + \frac{23t}{4} -$$

$$\frac{83}{8} = 3x^3 + 3x^2 + 2x - 4$$

4

$$5 \quad -1.73205 \leq g(x) \leq -1.41659, q = 0.288675$$

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|$$

n	x_n	ε_n
0	-1.5	
1	-1.49102	0.00364580
2	-1.49169	0.000274015
3	-1.49164	0.0000207060

$$6 \quad B = \begin{bmatrix} 0.0 & -0.5 & -0.1 \\ -0.2 & 0.0 & -0.5 \\ 0.4 & 0.2 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ -3.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.70$$

k	x_k	y_k	z_k
1	-0.460000	-1.05000	-2.58000
2	1.78300	2.38200	-3.39400
3	0.148400	2.34040	-1.81040

85)

$$1 \quad L_0(x) = -\frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{6} = -\frac{x^3}{6} - x^2 - \frac{11x}{6} - 1$$

$$L_1(x) = \frac{x^3}{2} + \frac{7x^2}{2} + 7x + 4$$

$$L_2(x) = -\frac{x^3}{2} - 4x^2 - \frac{19x}{2} - 6$$

$$L_3(x) = \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2} + \frac{13x}{3} + 4$$

$$P(x) = x^3 + 4x^2 + 2x + 2$$

$$2 \quad 1.17294 \leq g(x) \leq 1.44225, q = 0.160250$$

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{q}{1-q} |x_n - x_{n-1}|$$

n	x_n	ε_n
0	2.7	
1	1.26134	0.274541
2	1.40404	0.0272323
3	1.38568	0.00350418

$$3 \quad P(x) = a + bx$$

$$\begin{bmatrix} 6.00000 & -3.00000 \\ -3.00000 & 35.9400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14.0000 \\ -64.0700 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -3.36513, b = -2.06359$$

$$P(x_k): 6.95282, -0.269744, -2.95241, -3.36513, -5.22236, -9.14318$$

$$\varepsilon = 0.523521$$

$$4 \quad B = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.3 & -0.3 \\ -0.4 & 0.0 & 0.2 \\ 0.1 & -0.3 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 4.0 \\ -2.0 \\ -3.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_{\infty} = 0.60$$

k	x_k	y_k	z_k
1	4.87000	-2.46000	-3.43000
2	4.29100	-4.63400	-1.77500
3	3.14230	-4.07140	-1.18070

5

6 $\min f = \frac{68}{5}$ tại $x = \left(0, \frac{7}{5}, \frac{12}{5}, 0\right)^T$

94)

1

2 $P(x) = a + bx$

$$\begin{bmatrix} 5.00000 & 5.20000 \\ 5.20000 & 31.6600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.70000 \\ 114.230 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -2.66809, b = 4.04624$$

 $P(x_k): -12.3791, -3.47734, 0.568901, 9.06601, 13.9215$
 $\varepsilon = 0.227727$

3 $f' < 0, f'' > 0, f(0.2) = 3.84719, f(1) = -1.00000 \Rightarrow x_0 = 0.2.$
 $M = 125.000, m = 1.00000.$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$|x_n - x^*| \leq \frac{M}{2m} |x_n - x_{n-1}|^2$$

n	x_n	ε_n
0	0.2	
1	0.383200	2.09763
2	0.530060	1.34799
3	0.584187	0.183109

4 $\max f = 15$ tại $x = (0, 0, 3)^T$

5

$k \backslash i$	0	1	2
0	-1/2	7/2	23/2
1	4	8	
2	4		

$$t = \frac{2x - 3}{2}$$

$$P(x) = 2t(t + 1) + 8t + \frac{23}{2} = 2x^2 + 4x + 1$$

6 $B = \begin{bmatrix} 0.0 & -0.5 & 0.3 \\ -0.3 & 0.0 & 0.1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.0 \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 3.0 \\ 3.0 \end{bmatrix}, q = \|B\|_\infty = 0.80$

k	x_k	y_k	z_k
1	-1.36000	1.33000	4.96000
2	0.823000	3.90400	2.72200
3	-1.13540	3.02530	4.11000