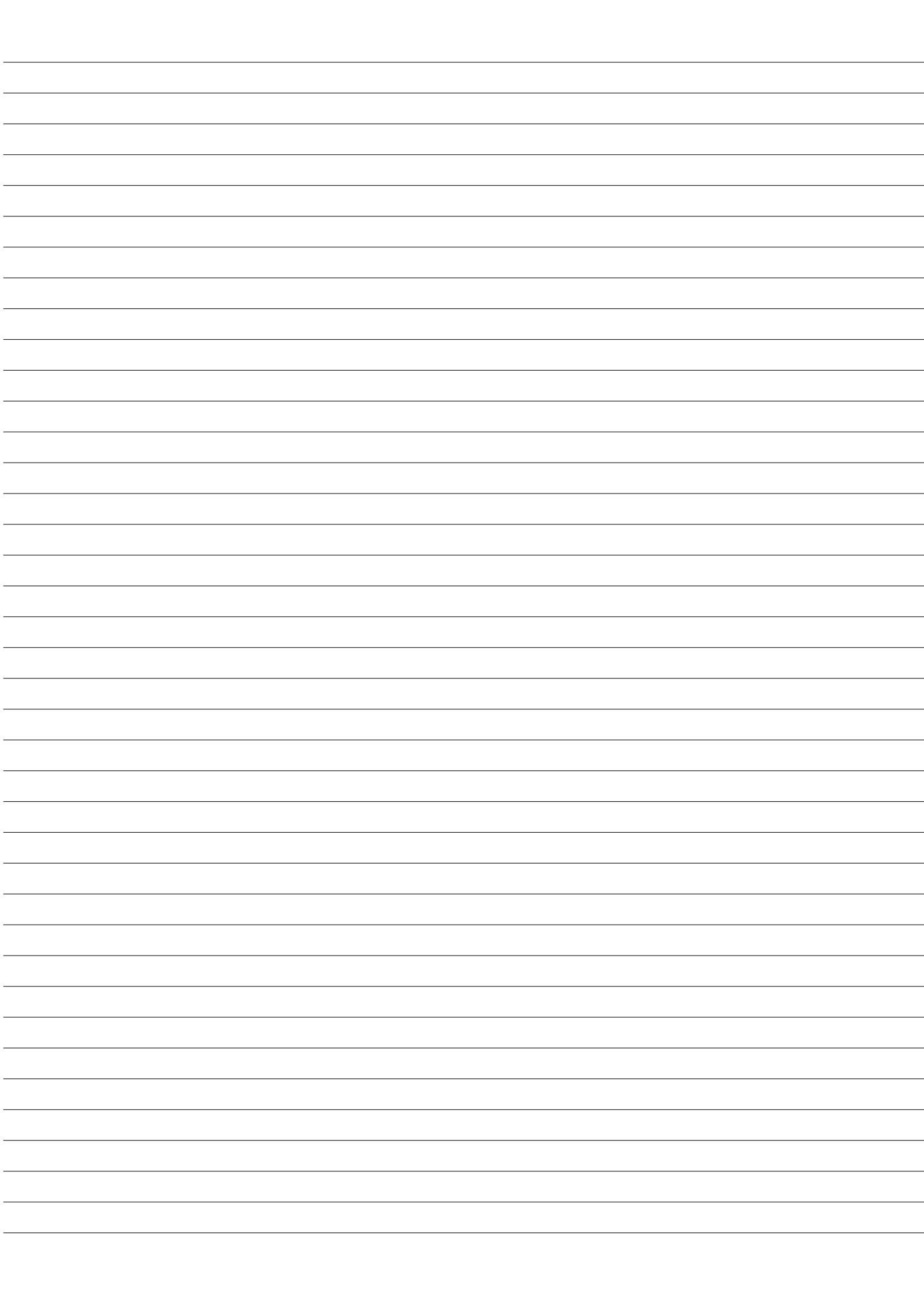


**Câu 1.** Giải gần đúng bài toán giá trị ban đầu của phương trình vi phân

$$\begin{cases} y' = 3y - z - 3x + 5 \\ z' = 2y - 2z + x + 3 \end{cases}, \quad \begin{cases} y(-2) = 2 \\ z(-2) = 2 \end{cases}$$

tại các điểm  $x_n = -2 + n \times 0.1$  với  $1 \leq n \leq 3$  bằng phương pháp Runge–Kutta RK4.

**Câu 2.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x' = -0.18x - 0.13y + 0.04z - 2 \\ y' = -0.24x + 0.24y + 0.19z - 2 \\ z' = -0.03x - 0.05y - 0.23z + 2 \end{cases}$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = 4, y_0 = -3, z_0 = -4$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 3 bước lặp.

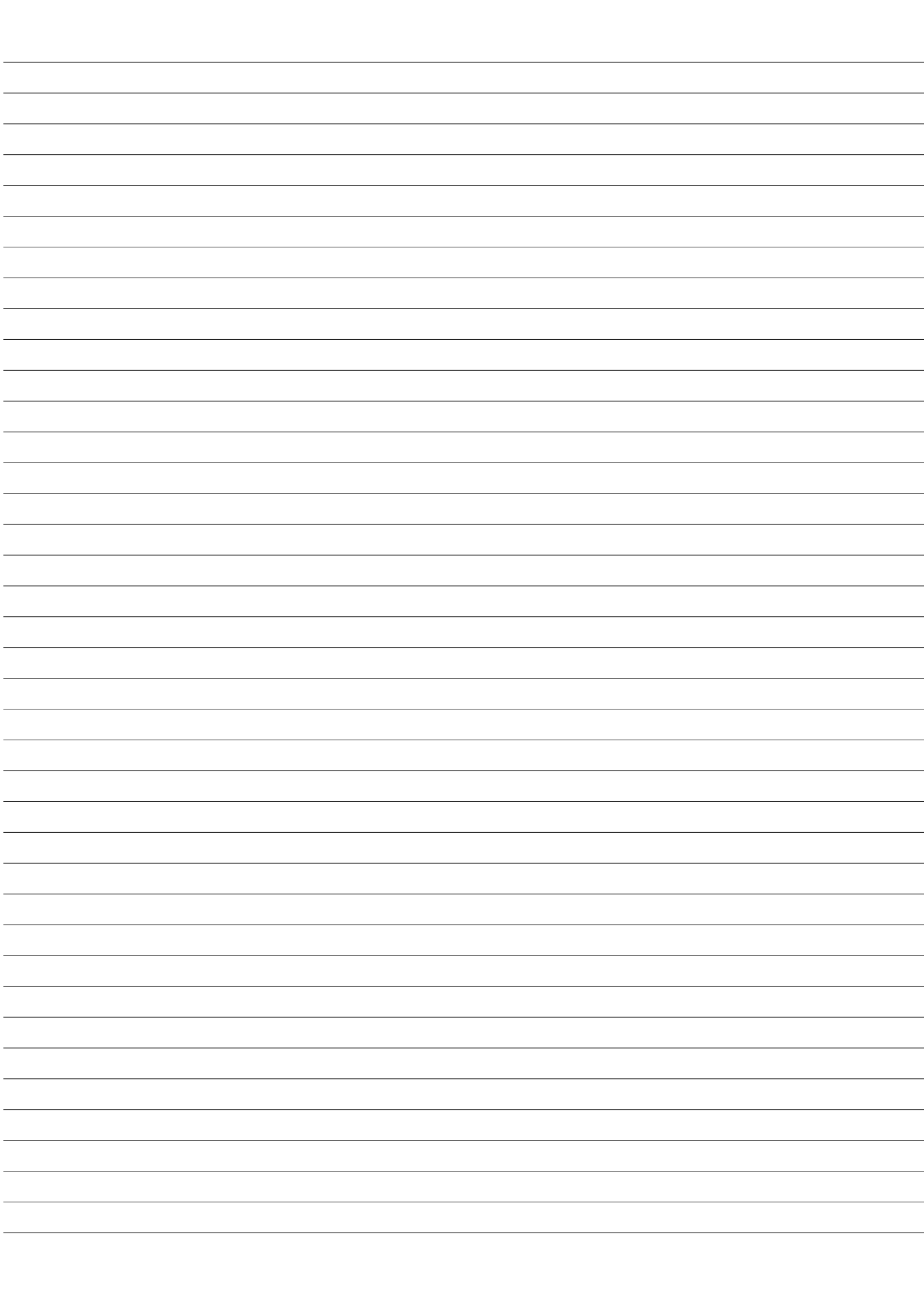


**Câu 1.** Giải gần đúng bài toán giá trị ban đầu của phương trình vi phân

$$\begin{cases} y' = -4y - 4z + 3x - 2 \\ z' = 4y - 2z + x - 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} y(2) = -4 \\ z(2) = -5 \end{cases}$$

tại các điểm  $x_n = 2 + n \times 0.15$  với  $1 \leq n \leq 5$  bằng phương pháp Runge–Kutta RK4.

**Câu 2.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x' = 0.02x - 0.38y + 0.11z \\ y' = -0.35x + 0.02y + 0.23z + 4 \\ z' = -0.05x + 0.18y - 0.46z - 2 \end{cases}$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x_0 = -2, y_0 = 4, z_0 = -4$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 4 bước lặp.

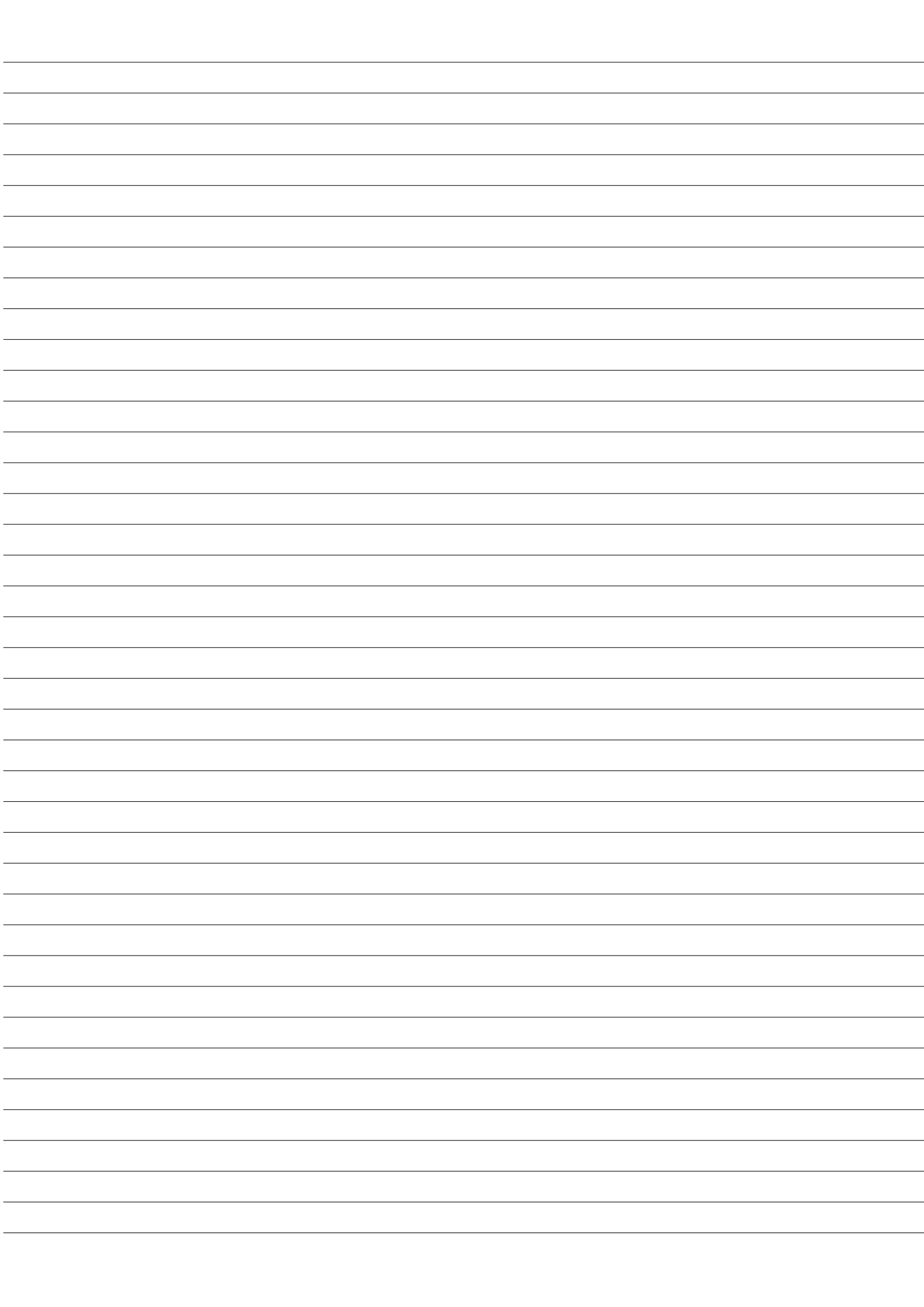


**Câu 1.** Giải gần đúng bài toán giá trị ban đầu của phương trình vi phân

$$\begin{cases} y' = 4y - 4z - 4x + 4 \\ z' = y - 4z + 3x - 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} y(-1) = -3 \\ z(-1) = -5 \end{cases}$$

tại các điểm  $x_n = -1 + n \times 0.25$  với  $1 \leq n \leq 5$  bằng phương pháp Runge–Kutta RK4.

**Câu 2.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x_1' = -0.05x_1 - 0.14x_2 + 0.16x_3 + 1 \\ x_2' = -0.17x_1 - 0.14x_2 + 0.03x_3 + 4 \\ x_3' = -0.03x_1 - 0.11x_2 + 0.08x_3 - 2 \end{cases}$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x^{(0)} = (-5, 0, 2)^T$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 3 bước lặp.

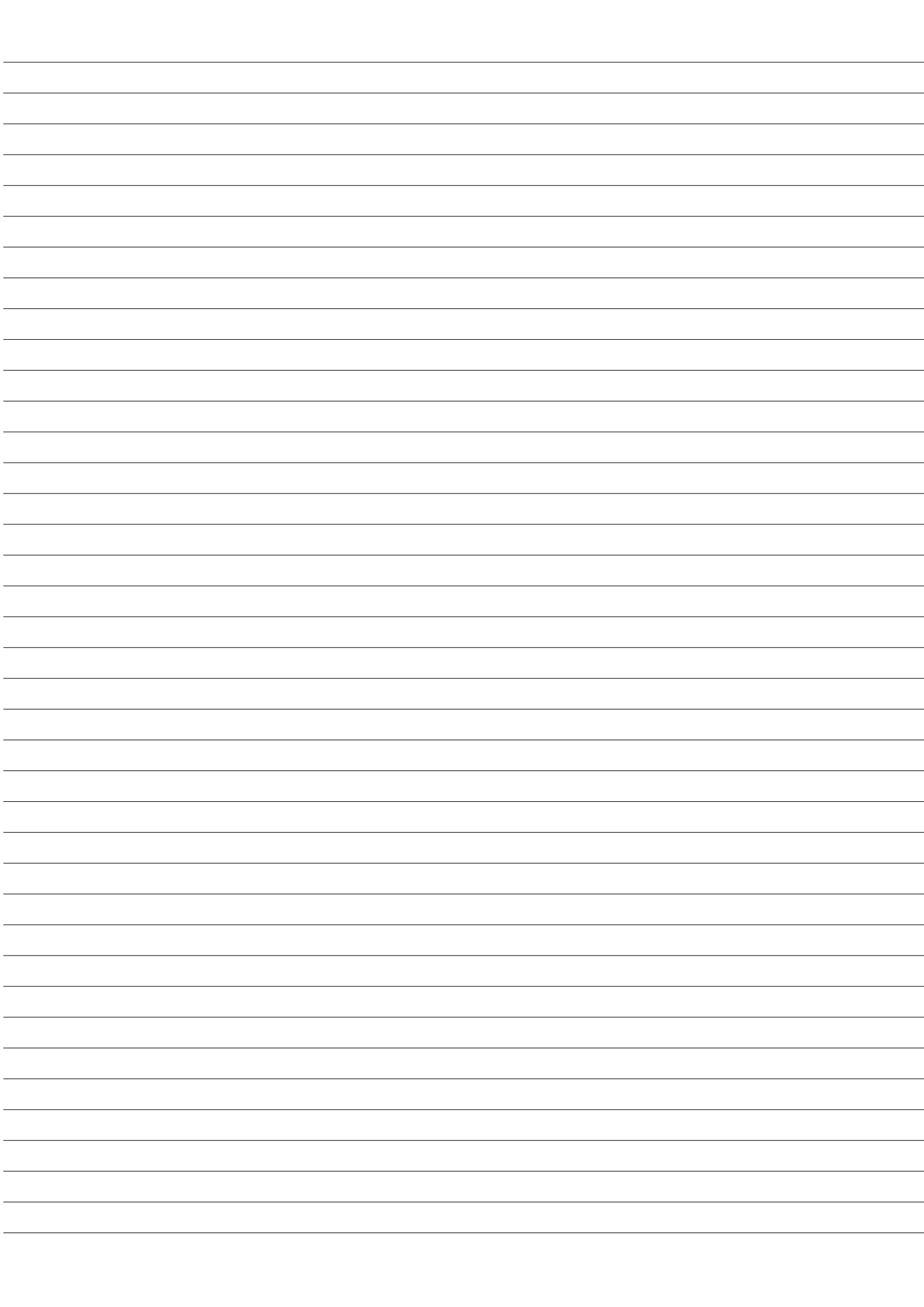


**Câu 1.** Giải gần đúng bài toán giá trị ban đầu của phương trình vi phân

$$\begin{cases} y' = -5y - z - 5x - 3 \\ z' = y - 2z + 5x + 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} y(-3) = 3 \\ z(-3) = -3 \end{cases}$$

tại các điểm  $x_n = -3 + n \times 0.3$  với  $1 \leq n \leq 4$  bằng phương pháp Runge–Kutta RK4.

**Câu 2.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} x_1' = -0.28x_1 + 0.09x_2 + 0.01x_3 - 5 \\ x_2' = 0.03x_1 - 0.23x_2 + 0.06x_3 + 5 \\ x_3' = 0.03x_1 + 0.15x_2 + 0.01x_3 - 1 \end{cases}$ . Bằng phương pháp lặp điểm bất động, với xấp xỉ ban đầu  $x^{(0)} = (-3, 3, -1)^T$ , tìm nghiệm gần đúng và sai số tương ứng sau 4 bước lặp.





## Đáp án

18)

1 a)  $Y = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}, f(x, Y) = \begin{bmatrix} -4y - 4z + 3x - 2 \\ 4y - 2z + x - 1 \end{bmatrix}, x_0 = 2, Y_0 = \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix} \dots \dots \dots 0.25đ$

$k_1 = h_n f(x_n, Y_n) \dots \dots \dots 0.25đ$

$k_2 = h_n f\left(x_n + \frac{h_n}{2}, Y_n + \frac{k_1}{2}\right)$

$k_3 = h_n f\left(x_n + \frac{h_n}{2}, Y_n + \frac{k_2}{2}\right)$

$k_4 = h_n f(x_n + h_n, Y_n + k_3)$

$Y_{n+1} = Y_n + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}, \quad n = 0, 1, \dots \dots \dots 0.5đ$

b) Bảng giá trị trong đó  $y_1, z_1$  được **0.5đ**  $\dots \dots \dots 0.5 + 0.5đ$

$n$	$x_n$	$y_n$	$z_n$
1	2.15	0.468819	-4.3008
2	2.3	2.23279	-2.20929
3	2.45	2.29611	-0.231896
4	2.6	1.64943	1.0569
5	2.75	0.939047	1.65865

2 a)  $B = \begin{bmatrix} 0.02 & -0.38 & 0.11 \\ -0.35 & 0.02 & 0.23 \\ -0.05 & 0.18 & -0.46 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad q = \|B\|_\infty = 0.69 < 1 \dots \dots \dots 0.25đ$

$X_{k+1} = BX_k + g, \quad \|X_k - X^*\|_\infty \leq \frac{q}{1-q} \|X_k - X_{k-1}\|_\infty \dots \dots \dots 0.5 + 0.25đ$

b) Bảng giá trị  $\dots \dots \dots 0.5 + 0.5đ$

$k$	$x_k$	$y_k$	$z_k$	$\varepsilon_k$
1	-2.0	3.86	0.66	10.372
2	-1.4342	4.929	-1.5088	4.8273
3	-2.0677	4.2535	-0.34702	2.5859
4	-1.6959	4.7289	-0.97135	1.3896

31)

1 a)  $Y = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}, f(x, Y) = \begin{bmatrix} 4y - 4z - 4x + 4 \\ y - 4z + 3x - 4 \end{bmatrix}, x_0 = -1, Y_0 = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix} \dots \dots \dots 0.25đ$

$k_1 = h_n f(x_n, Y_n) \dots \dots \dots 0.25đ$

$k_2 = h_n f\left(x_n + \frac{h_n}{2}, Y_n + \frac{k_1}{2}\right)$

$k_3 = h_n f\left(x_n + \frac{h_n}{2}, Y_n + \frac{k_2}{2}\right)$

$k_4 = h_n f(x_n + h_n, Y_n + k_3)$

$Y_{n+1} = Y_n + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}, \quad n = 0, 1, \dots \dots \dots 0.5đ$

b) Bảng giá trị trong đó  $y_1, z_1$  được **0.5đ**  $\dots \dots \dots 0.5 + 0.5đ$

$n$	$x_n$	$y_n$	$z_n$
1	-0.75	2.09115	-2.92643
2	-0.5	12.0919	-0.849431
3	-0.25	34.4779	2.60934
4	0	86.5627	9.92927
5	0.25	209.247	26.6578

2 a)  $B = \begin{bmatrix} -0.05 & -0.14 & 0.16 \\ -0.17 & -0.14 & 0.03 \\ -0.03 & -0.11 & 0.08 \end{bmatrix}$ ,  $g = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ ,  $q = \|B\|_\infty = 0.35 < 1$  . . . . . **0.25đ**

$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + g$ ,  $\|x^{(k)} - x^*\|_\infty \leq \frac{q}{1-q} \|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_\infty$  . . . . . **0.5 + 0.25đ**

b) Bảng giá trị . . . . . **0.5 + 0.5đ**

$k$	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	$\varepsilon_k$
1	1.57	4.91	-1.69	3.5377
2	-0.0363	2.995	-2.7224	1.0312
3	0.14693	3.5052	-2.5462	0.27472

36)

1 a)  $Y = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}$ ,  $f(x, Y) = \begin{bmatrix} -5y - z - 5x - 3 \\ y - 2z + 5x + 1 \end{bmatrix}$ ,  $x_0 = -3$ ,  $Y_0 = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$  . . . . . **0.25đ**

$k_1 = h_n f(x_n, Y_n)$  . . . . . **0.25đ**

$k_2 = h_n f\left(x_n + \frac{h_n}{2}, Y_n + \frac{k_1}{2}\right)$

$k_3 = h_n f\left(x_n + \frac{h_n}{2}, Y_n + \frac{k_2}{2}\right)$

$k_4 = h_n f(x_n + h_n, Y_n + k_3)$

$Y_{n+1} = Y_n + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$ ,  $n = 0, 1, \dots$  . . . . . **0.5đ**

b) Bảng giá trị trong đó  $y_1, z_1$  được **0.5đ** . . . . . **0.5 + 0.5đ**

$n$	$x_n$	$y_n$	$z_n$
1	-2.7	2.96794	-3.94481
2	-2.4	2.79028	-4.14847
3	-2.1	2.50798	-3.97571
4	-1.8	2.16488	-3.6146

2 a)  $B = \begin{bmatrix} -0.28 & 0.09 & 0.01 \\ 0.03 & -0.23 & 0.06 \\ 0.03 & 0.15 & 0.01 \end{bmatrix}$ ,  $g = \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ ,  $q = \|B\|_\infty = 0.38 < 1$  . . . . . **0.25đ**

$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + g$ ,  $\|x^{(k)} - x^*\|_\infty \leq \frac{q}{1-q} \|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_\infty$  . . . . . **0.5 + 0.25đ**

b) Bảng giá trị . . . . . **0.5 + 0.5đ**

$k$	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	$\varepsilon_k$
1	-3.9	4.16	-0.65	0.71097
2	-3.5401	3.8872	-0.4995	0.22058
3	-3.6639	3.9698	-0.52812	0.075889
4	-3.6221	3.9453	-0.51973	0.025628

39)

- 1 a)  $Y = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}, f(x, Y) = \begin{bmatrix} 3y - z - 3x + 5 \\ 2y - 2z + x + 3 \end{bmatrix}, x_0 = -2, Y_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \dots \dots \dots 0.25đ$
- $k_1 = h_n f(x_n, Y_n) \dots \dots \dots 0.25đ$
- $k_2 = h_n f\left(x_n + \frac{h_n}{2}, Y_n + \frac{k_1}{2}\right)$
- $k_3 = h_n f\left(x_n + \frac{h_n}{2}, Y_n + \frac{k_2}{2}\right)$
- $k_4 = h_n f(x_n + h_n, Y_n + k_3)$
- $Y_{n+1} = Y_n + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}, \quad n = 0, 1, \dots \dots \dots 0.5đ$
- b) Bảng giá trị trong đó  $y_1, z_1$  được **0.5đ**  $\dots \dots \dots 0.5 + 0.5đ$

$n$	$x_n$	$y_n$	$z_n$
1	-1.9	3.72174	2.24958
2	-1.8	5.96424	2.82198
3	-1.7	8.86952	3.7658

- 2 a)  $B = \begin{bmatrix} -0.18 & -0.13 & 0.04 \\ -0.24 & 0.24 & 0.19 \\ -0.03 & -0.05 & -0.23 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad q = \|B\|_\infty = 0.67 < 1 \dots \dots \dots 0.25đ$
- $X_{k+1} = BX_k + g, \quad \|X_k - X^*\|_\infty \leq \frac{q}{1-q} \|X_k - X_{k-1}\|_\infty \dots \dots \dots 0.5 + 0.25đ$
- b) Bảng giá trị  $\dots \dots \dots 0.5 + 0.5đ$

$k$	$x_k$	$y_k$	$z_k$	$\varepsilon_k$
1	-2.49	-4.44	2.95	14.111
2	-0.8566	-1.9075	1.6182	5.1417
3	-1.5331	-1.9448	1.7489	1.3735