

# Contraintes et modélisations PLNE de problèmes de production d'électricité

Nicolas DUPIN

<https://github.com/ndupin/ORteaching>  
<http://nicolasdupin2000.wixsite.com/research>

29 mars 2022

Cours distribué sous licence CC-BY-NC-SA

Issu et étendu d'enseignements donnés à l'université Paris-Saclay et à l'université de Lorraine

# Optimisation de production d'électricité

- ▶ Le sujet du jour : modélisation PLNE de problèmes de production d'électricité.
- ▶ But : illustrer la flexibilité de la modélisation PLNE à des situations d'applications industrielles
- ▶ Autre intérêt : questions intéressantes en tant que citoyen, un sujet dont on parle bcp dans l'actualité, rejoint des questions de société.
- ▶ On trouve bcp de raisonnement simplistes (pas forcément malhonnêtes?) à base de règle de trois, la réalité est plus complexe ...
- ▶ Intérêt "citoyen" à poser les contraintes de la production d'électricité, les tenants et les aboutissants peuvent guider/éclairer des choix de société.
- ▶ Démarche de Recherche Opérationnelle (RO) : offrir des techniques analytiques d'aide à la décision, démarche analytique d'optimisation sous contrainte. Poser les modèles et hypothèses analytiquement en toute transparence est plutôt dérangeant pour les postures idéologiques.

# Disclaimer

- ▶ Le contenu de ce cours est issu d'expériences passées à EDF, dans le département de RO, de 2010 à 2014 (stage M2 puis thèse), des travaux publiés dans des conférences/journaux à comité de lecture.
- ▶ Pas de conflit d'intérêt : je n'ai pas travaillé au profit d'EDF depuis, je ne suis lié à aucun des lobbys et industriels concernés par la production d'électricité.
- ▶ Optimisation Production EDF : une vision assez globale, avec anciennement un monopole (contraintes de sécurité du réseau FR à gérer), différents moyens de productions (hydraulique, thermique classique, nucléaire, ENR). Vision plus spécialisée pour des opérateurs gérant un unique type de moyen de production.
- ▶ Le contenu de ce cours n'engage absolument pas EDF.
- ▶ Démarche de RO : offrir des techniques analytiques d'aide à la décision, démarche analytique d'optimisation sous contrainte. Poser les modèles et hypothèses analytiquement en toute transparence est plutôt dérangeant pour les postures idéologiques.

# Problématique plus récentes

Le contexte R&D en 2010 était marqué par le passage à un marché ouvert à la concurrence et ses conséquences à venir, avec RTE gestionnaire du réseau, et EDF étant acteur ultra-majoritaire.

Quelques évolutions depuis ont fait émerger de nouvelles problématiques et de nouveaux enjeux numériques pour EDF :

- ▶ La concurrence des autres producteurs/opérateurs est plus forte (ENGIE, Direct Energie, petits producteurs éoliens et solaires comme Sun'R)
- ▶ La part des productions éoliennes et solaires a augmenté depuis.
- ▶ Meilleure réactivité par rapport à la demande, avec les smart grids et compteurs Linky.
- ▶ Développements des véhicules électriques : est ce que cela peut avoir un impact en terme de capacité de stockage et sur les courbes de consommations ?

⇒ Dans ce cours, des contraintes et problématiques assez génériques, qui n'ont pas évoluées.

# La production d'électricité, un sujet sensible ?

- ▶ La grande question : quelle proportion peuvent/doivent avoir le nucléaire/le thermique classique et les énergies renouvelables dans le mix électrique français.
- ▶ Optimisation sous contrainte, PLNE : poser les contraintes sur la faisabilité techniques de modes de production, en PLNE.
- ▶ Choix de la fonction objectif : guide parmi les répartitions possibles, la meilleure selon la direction d'optimisation souhaitée.
- ▶ Le vrai problème est multi-objectif : minimiser le coût financier de production, minimiser le risque de black-out, minimiser les émissions de gaz NOx, minimiser les déchets nucléaires ...
- ▶ Les résultats varieraient en fonction de la fonction objectif choisie, dans le domaine de ce qui est techniquement réalisable. Le loup peut se cacher dans des données d'entrée incomplètes ou fausses.
- ▶ Fonction objectif EDF : minimiser un coût financier, où des pénalisations sont apportées à des aspects non financiers (ex : gaz NOx, mais aussi long terme, valeur d'usage de l'eau ...).

# La production d'électricité, ce qui n'est pas sensible

- ▶ Formulation PLNE de contraintes techniques de production bien connues
- ▶ Résolutions : techniques algorithmiques permettant de résoudre des PLNE de grande taille dans des temps courts imposés.
- ▶ Mêmes techniques que d'autres domaines, ce qui compte, c'est d'avoir un PLNE difficile à résoudre.
- ▶ Challenge ROADEF : des contraintes définies (assez réalistes) et des jeux de données publics transformés pour en pas faire apparaître de connées sensibles
- ▶ RTE : bcp de données sont publiques (consommations d'électricité, prix sur le marché spot, répartition).
- ▶ Coût de productions sont sensibles : concurrence. Les données de coûts sont modifiées sur les données publiques ROADEF) (remarque : comme toute industrie)

⇒ De nombreuses publications sur les algorithmes d'optimisation de problèmes de production d'électricité.

# Plan

Contexte industriel

Unit Commitment Problem, UCP, modélisation PLNE

Optimisation journalière de production thermique

Optimisation de plannings de maintenances de centrales nucléaires

Résultats numériques

Conclusions et Perspectives

# Plan

## Contexte industriel

Unit Commitment Problem, UCP, modélisation PLNE

Optimisation journalière de production thermique

Optimisation de plannings de maintenances de centrales nucléaires

Résultats numériques

Conclusions et Perspectives

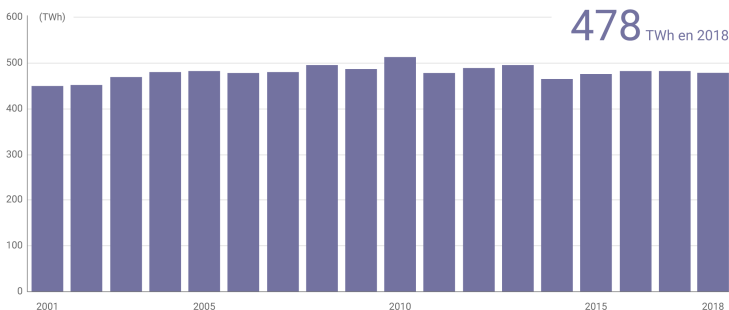


# Problème de gestion de production d'électricité

- ▶ L'électricité ne se stocke pas aux échelles de la production/consommation nationale.
- ▶ A tout instant, la production doit satisfaire la demande.
- ▶ Forte variabilités/saisonnalités de la demande. Estimations statistiques pour fournir les données d'entrée de l'optimisation de la gestion de production.
- ▶ Parc de production de différents types, différentes caractéristiques techniques, nécessitant des stratégies de long terme. (utilisation des centrales hydrauliques, rechargement du combustible nucléaire).  
Optimisation de décisions de production sur les demandes estimées statistiquement
- ▶ Différentes échelles de problèmes décisionnels.
- ▶ Impact crucial de la qualité de l'estimation statistique, en entrée de l'optimisation : une solution optimale sur une demande mal-estimée peut être très mauvaise au final !

# Variations de la consommation annuelle française

Évolution de la consommation brute d'électricité en France métropolitaine

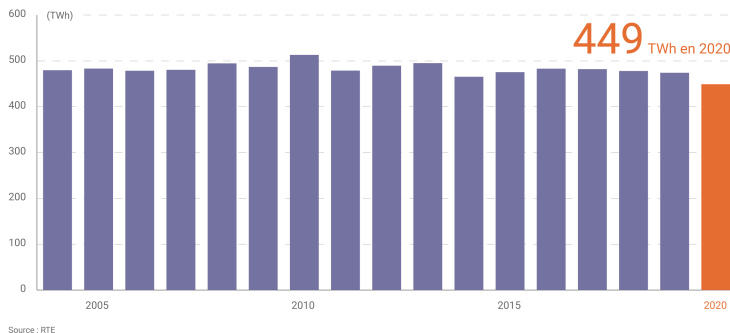


Source : RTE

Question : A votre avis, qu'est ce que ça donnerait pour 2020 avec le confinement du 15 mars au 15 mai, et un reconfinement en novembre ?

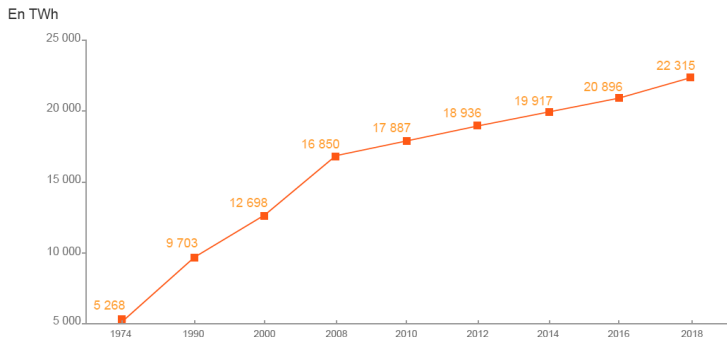
# Consommation annuelle : un impact CoViD avec les confinements ?

France métropolitaine Évolution de la consommation brute d'électricité



$$(478 - 449)/478 = 6,06\%$$

# Variations de la consommation annuelle mondiale

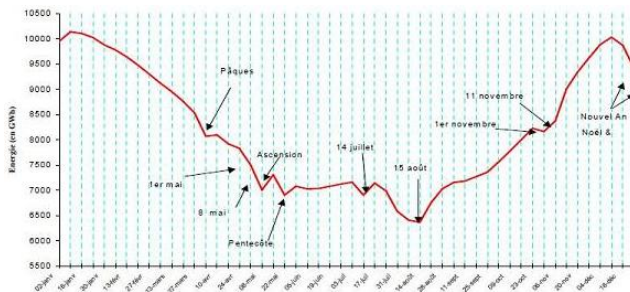


**Évolution de la consommation électrique finale  
dans le monde entre 1974 et 2018**

Source IEA - Electricity Information 2020

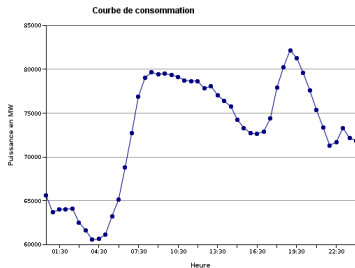
© EDF

# Variations annuelles de la consommation

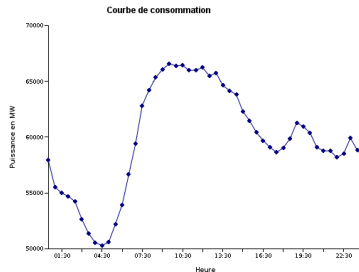


données RTE

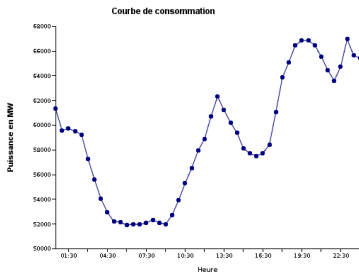
# Variations journalières de la consommation



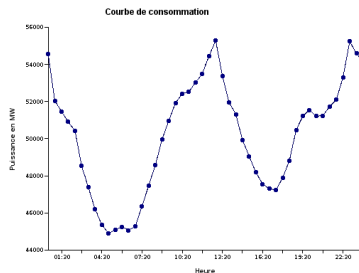
Working day in Winter



Working day in Summer



Weekend day in Winter



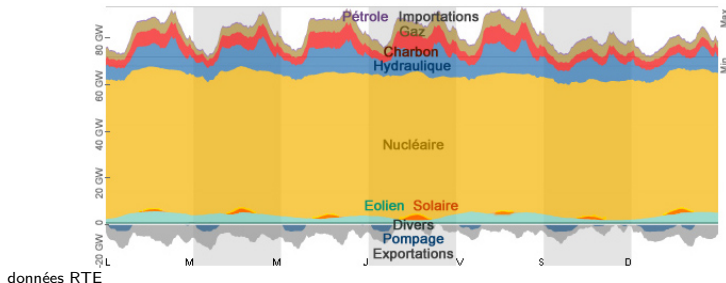
Weekend day in Summer

Source : RTE, sur 2010

# Parc de production

- ▶ Production nucléaires : La majorité de la production française. Production peu manœuvrable, production en grande quantité, coûts de productions marginaux inférieurs à ceux de la production thermique. Peu émettrice de  $CO_2$ , mais déchets nucléaires, questions de sécurité nucléaire et de démantèlement des centrales en fin de vie (coût et sécurité).
- ▶ Productions hydraulique : peu chère, très manœuvrable, mais en quantité limitée. Impact non nul : joue sur le niveau des lacs et flux de rivières, impacts pour les poissons.
- ▶ Production thermiques (combustible charbon, Fuel, gaz) : plus manœuvrables que les centrales nucléaires, mais coût de production supérieur. Impact écologique en  $CO_2$  et gaz à effets de serres, ou polluants types  $NO_x$  pour centrales charbons.
- ▶ Production solaire/éolienne : production soumise à des incertitudes. Impact écologique non nul pour l'éolien : nuisance sonores, question de l'impact pour oiseaux migrateurs, courants marins pour éoliennes sous-marines. Nécessitent des batteries et composants polluants avec pb de recyclages

# Répartition de la production à l'échelle semainière



⇒ Difficulté majeure du problème : fournir des plans de productions respectant les contraintes de manoeuvrabilité pour égaliser production et demande à chaque instant

⇒ Fonction objectif peut définir une répartition optimale suivant les critères définis, en respectant les contraintes

⇒ De grands enjeux à avoir plus de stockage, tant financièrement que pour la gestion opérationnelle.



# Stockage d'énergie

- ▶ Les parcs d'éoliennes sont souvent couplés à des batteries (ou au réseau électrique qui joue le même rôle), pour la gestion de la production intermittente à l'échelle locale.
- ▶ A l'échelle de la production nationale française et de ses fluctuations, les batteries/condensateurs ne peuvent jouer ce rôle pour l'instant. Un impact non négligeable des parcs de véhicules électriques à l'avenir ?
- ▶ Production hydraulique de deux types : production "au fil de l'eau" constante et barrages hydro-électriques, manoeuvrable quand les niveaux de lacs sont assez hauts.
- ▶ Pompage hydraulique : on peut pomper de l'eau sur une phase où on "stocke" de l'énergie, production  $>$  demande, augmente l'énergie potentielle de l'eau, qu'on peut récupérer en actionnant un barrage.
- ▶ L'hydraulique est le meilleur moyen de stockage à grande échelle. Tous les sites français sont équipés, pas de possibilité d'être étendu à l'avenir

# "Lissage" de la consommation par EDF

Avec le mix électrique traditionnel français, avec une majorité de production nucléaire (70-80% en 2010, ça a un peu baissé depuis), l'idéal économiquement serait d'avoir des courbes de productions et demandes constantes, pour une production nucléaire.

Le stockage ne permet pas un tel lissage, mais d'autres mécanismes pour atténuer les fluctuations (coûteuses financièrement)

- ▶ à l'échelle journalière : tarifs blanc/bleu, pour inciter à consommer en dehors des périodes de pointes, par exemple la nuit (lave-linge, lave vaisselle, recharge voiture électrique)
- ▶ à l'échelle annuelle : Contrats EJP (Effacement Jours Pointe), pour des gros consommateurs (industries) qui bénéficient d'un prix plus bas, en contrepartie de pouvoir avoir la possibilité d'avoir une coupure sur des journées définies (où la production globale pourrait être trop faible, en hiver principalement)

# "Lissage" de production éolienne

Cas d'étude avec forte part de production éolienne : Danemark

Question : comment peuvent ils avoir une part d'éolienne aussi forte avec les contraintes de stabilité du réseau électrique ?

Facteurs géographiques : carte des vents, bcp de côtes avec différentes orientations.

Optimisation de design de parcs éoliens en mer, un facteur d'optimisation peut être d'avoir une production plus stable en jouant sur les orientations des éoliennes, permet d'atténuer la partie aléatoire de l'éolien.

Illustre spécificités nationales : géographie danoise favorable à l'éolien, un atout français est la part d'hydraulique et le stockage associé (idem Nouvelle Zélande), le Canada a aussi ses spécificités avec l'hydraulique (gel).

Pour les détracteurs : dépendance aux pays limitrophes ayant d'autres mix électriques via les marchés, pour garantir les services systèmes sur les périodes critiques pour l'éolien.

# Marchés d'échanges

- ▶ Les marchés de l'énergie ont été libéralisés, similairement aux marchés financiers. On échange alors des blocs d'énergie à des échéances définies, avec des prix assez volatiles.
- ▶ Marché spot : prix spots établis sur le marché de l'électricité par les bourses le jour pour le lendemain, permet des ajustements journaliers "de dernière minute", en cas de défaillance (production trop faibles, aléas de production ou de consommation).
- ▶ Prix négatifs : cela peut arriver si un/plusieurs producteur(s) a/ont une production trop élevée non manoeuvrable, prêt à payer un autre acteur pour absorber son surplus de production (production plus manoeuvrables) et satisfaire aux contraintes de sécurité du réseau.
- ▶ Cas FR-GB : avec 1h de décalage horaire, les pics de consommations sont décalés, les marchés permettent de lisser les productions des deux pays.

# La question du transport de l'électricité

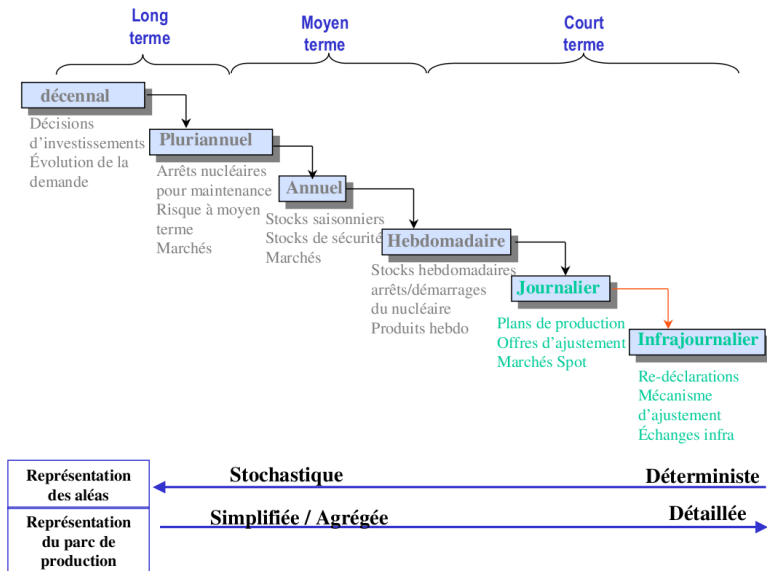
- ▶ Le transport induit des pertes énergétiques (effet Joule)
- ▶ De telles pertes sont considérées numériquement dans les modèles.
- ▶ Pas explicitement de contraintes de transport dans les modèles PLNE : considéré dans la demande à produire ou couverte dans les réserves et la manoeuvrabilité imposée ?
- ▶ Mathématiquement dans les modèles de la suite, on reste proche du problème d'équilibre global consommation/production comme si le transport n'intervenait pas.
- ▶ En pratique, on voit que le transport est non négligeable :
  - ▶ Pourquoi ne pas installer des grands panneaux solaires dans le Sahara et transporter l'électricité jusqu'en Europe ?
  - ▶ Effet décalage horaire : pourquoi ne pas lisser la production avec des échanges France-Chine (par exemple) avec des journées/nuits décalées ?

# Gestion de production électrique à court terme

Processus avant RTE, avec EDF en monopole sur la production française :

- ▶ Des plannings de production sont calculés la veille pour le lendemain, suivant l'estimation des demandes : optimisation de la répartition de la production sur les différents moyens de production d'EDF.
- ▶ Réactions en temps réels et ajustements pour égaliser production et demande (aléas de demandes, aussi de production).
- ▶ La fréquence du réseau doit être maintenue autour de 50 Hz
- ▶ Réserve primaire : entre 15 et 30 secondes pour s'activer lors d'un déséquilibre du réseau (automatique)
- ▶ Réserve secondaire : activée pour résoudre la dérive de la fréquence à 50 Hz, entre 30s et 15min pour s'activer
- ▶ Réserve tertiaire : dans un délai de 15min, pouvoir modifier les plans de production des unités. Hydraulique plus réactive, thermique classique peut suppléer dans un délai plus important pour reconstituer/ne pas assécher les stocks hydrauliques.

# Processus décisionnels à EDF



# La séparation RTE-EDF

- ▶ la création de RTE est l'analogue de RFF pour la SNCF : directive européenne interdisant de tels monopoles d'état, nécessitant de séparer des activités de gestionnaire de réseau et d'opérateur, pour la mise en concurrence d'opérateurs.
- ▶ RTE est gestionnaire du réseau, doit gérer les services systèmes (ajustements et réserves), fait appel aux opérateurs dont EDF pour couverture journalière
- ▶ Production journalière : EDF, comme tout opérateur propose à RTE des niveaux de productions et de services systèmes la veille pour le lendemain
- ▶ En pratique, EDF opérateur ultra majoritaire et le plus à même d'ajuster sa production et services systèmes, fournit principalement les possibilités d'ajustements/services système pour la gestion temps réel.
- ▶ En terme de PLNE, peu de différences avec les processus d'avant RTE, juste des processus opérationnels et des valeurs numériques différentes.
- ▶ Planification de maintenances nucléaires/stratégies hydrauliques : optimisation fait partie de la gestion propre d'EDF, pas d'impact des séparations EDF et RTE pour les modèles PLNE.



# Processus décisionnels à Air France

A noter, cette décomposition en différents problèmes d'optimisation à différentes échelles de temps est aussi utilisée à Air France. Du plus long terme au plus court terme :

- ▶ Décisions d'ouvrir une ligne et volumes d'avions en fonction de prévisions de demandes, et avec la disponibilité des appareils.
- ▶ Affectation d'appareils sur les lignes ouvertes et créneaux horaires, contraintes sur les appareils moyen/long courrier.
- ▶ Affectation d'un équipage sur les vols/appareils, en fonction de contraintes de qualification et contraintes réglementaires de repos.
- ▶ Revenue Management : optimisation du prix d'un billet au cours du temps en fonction du taux de remplissage et de la demande.

# RO et données

- ▶ Cas EDF : les mêmes types de problèmes d'optimisation depuis des années, données journalières disponibles, générées automatiquement.
- ▶ Beaucoup de données sont également publiques, sur le site de RTE, ou les prix du marché spot.
- ▶ Challenge EURO/ROADEF 2010 : données publiques générées pour être représentatives, en offusquant les données les plus sensibles (notamment les coûts de production)
- ▶ En général, récupérer des données peut être difficile et chronophage, nécessaire sur un nouveau problème spécifique, plusieurs sources de données, plusieurs acteurs à interroger, ...
- ▶ Relation de confiance primordiale, certains opérationnels peuvent être réticents à fournir des données, de peur de subir les conséquences d'un mauvais modèle d'optimisation

# Plan

Contexte industriel

Unit Commitment Problem, UCP, modélisation PLNE

Optimisation journalière de production thermique

Optimisation de plannings de maintenances de centrales nucléaires

Résultats numériques

Conclusions et Perspectives

# Unit Commitment Problem, UCP

UCP : Planifier la production d'électricité pour les différentes unités  $u \in \mathcal{U}$  de production à tout instant  $t \in \mathcal{T}$ , en satisfaisant les demandes en électricité et en minimisant les coûts de production.

Fonction de coût : coûts de productions proportionnel à la production  $C_{prop}^u$  et coûts fixes de fonctionnement  $C_{fix}^u$  pour tout  $u \in \mathcal{U}$ .

Contrainte de demande : à tout instant  $t \in \mathcal{T}$ , la demande en puissance  $D_t$  (connue) doit être égale à la production totale à  $t$  sur toutes les unités  $u \in \mathcal{U}$ .

Contrainte de production : pour toute unité  $u \in \mathcal{U}$ , la production est soit nulle si l'unité est hors fonctionnement, soit entre  $Pmin_t^u$  et  $Pmax_t^u$  à l'instant  $t$ .

$\Rightarrow$  modèle simple de production d'électricité, à raffiner suivant cas d'étude

# Formulation PLNE de l'UCP

Variables de décision :

- ▶  $P_t^u \geq 0$  : puissance générée par l'unité  $u$  à la période  $t$ .
- ▶  $x_t^u \in \{0, 1\}$  : variables de "set-up",  $x_t^u = 1$  si  $u$  en fonctionnement à  $t$ .

$$\min \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in T} C_{prop}^u P_t^u + \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in T} C_{fix}^u x_t^u$$

s.t :

$$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, \sum_{u \in \mathcal{U}} P_t^u = D_t \quad (1)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, x_t^u \cdot Pmin_t^u \leq P_t^u \quad (2)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, P_t^u \leq x_t^u \cdot Pmax_t^u \quad (3)$$

# Contrainte de temps minimaux de fonctionnement et d'arrêt

En pratique, il y a une inertie à démarrer ou arrêter des centrales électriques.

Contrainte de temps minimaux de fonctionnement : toute unité  $u \in \mathcal{U}$  admet un temps minimal en fonctionnement  $L_u$ ,

Contrainte de temps minimaux d'arrêt : toute unité  $u \in \mathcal{U}$  admet un temps minimal hors fonctionnement lors d'un arrêt  $I_u$ .

En pratique, les démarrages à chaud et à froid doivent être distingués ...

Comment peut on formuler ces contraintes en PLNE ?

# Temps minimal de fonctionnement et d'arrêt

Les contraintes de temps minimal de fonctionnement peuvent s'écrire :

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, x_t^u = 1 \text{ ET } x_{t-1}^u = 0 \implies \forall \tau \in \llbracket t+1; t+L^u-1 \rrbracket, x_\tau^u = 1 \quad (4)$$

Linéarisation :

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall \tau \in \llbracket t+1; t+L^u-1 \rrbracket, x_t^u - x_{t-1}^u \leq x_\tau^u \quad (5)$$

De même pour le temps minimal en arrêt :

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, x_t^u = 0 \text{ ET } x_{t-1}^u = 1 \implies \forall \tau \in \llbracket t+1; t+I^u-1 \rrbracket, x_\tau^u = 0 \quad (6)$$

Linéarisation :

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall \tau \in \llbracket t+1; t+I^u-1 \rrbracket, x_{t-1}^u - x_t^u \leq 1 - x_\tau^u \quad (7)$$

# Ajout de coûts de démarrage

A chaque démarrage, un coût de démarrage  $C_{start}^u$  doit être pris en compte.

On introduit des variables de démarrage ("start-up" )  $y_t^u \in \{0, 1\}$ .

La nouvelle fonction de coût s'écrit alors :

$$\min \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in T} C_{prop}^u P_t^u + \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in T} C_{fix}^u x_t^u + \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in T} C_{start}^u y_t^u \quad (8)$$

On a en fait  $y_t^u = \max(0, x_t^u - x_{t-1}^u) \in \{0, 1\}$ , l'ajout des variables  $y_t^u$  est nécessaire pour avoir une formulation linéaire. Avec  $y_t^u \geq 0$ , il n'y a qu'à ajouter les contraintes :

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, x_t^u - x_{t-1}^u \leq y_t^u \quad (9)$$



# Temps min d'arrêt et de fonctionnement avec variables de démarrage

- Takriti et al (2005) : les contraintes de temps min d'arrêt et de fonctionnement peuvent être écrites avec les variables de set-up et de start-up  $x_t^u, y_t^u$  :

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad \sum_{t'=t-L^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_t^u \quad (10)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \quad \sum_{t'=t-l^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_{t-l^u}^u \quad (11)$$

- Résultats théoriques et pratiques de formulations : il est plus efficace de résoudre le problème avec (10),(11) plutôt que (5),(7).
- Illustre que de multiples formulations PLNE peuvent être écrites pour un pb donné, avec une incidence sur l'efficacité pratique.

# Formulation mixte en nombres entiers

$$\min \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in T} C_{prop}^u P_t^u + \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in T} C_{fix}^u x_t^u + \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in T} C_{start}^u y_t^u$$

s.t :

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, x_t^u - x_{t-1}^u \leq y_t^u \quad (12)$$

$$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, \sum_{u \in \mathcal{U}} P_t^u = D_t \quad (13)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, x_t^u \cdot Pmin_t^u \leq P_t^u \quad (14)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, P_t^u \leq x_t^u \cdot Pmax_t^u \quad (15)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \sum_{t'=t-L^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_t^u \quad (16)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \sum_{t'=t-l^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_{t-l^u}^u \quad (17)$$

# Ajout de coûts de d'arrêt

On considère à présent des coûts pour chaque arrêt  $C_{end}^u$ .

On introduit des variables d'arrêts ("start-up" )  $z_t^u \in \{0, 1\}$ ,  $z_t^u = 1$  ssi  $u$  est éteinte à l'instant  $t$ , ie  $x_t^u = 0$  et  $x_{t-1}^u = 1$

On a  $z_{u,t} = \max(0, x_{t-1}^u - x_t^u)$ . En fait, on a la relation linéaire suivante

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, y_t^u = z_t^u + x_t^u - x_{t-1}^u \quad (18)$$

Preuve : on énumère les quatre cas possibles sur les valeurs de  $x_t^u, x_{t-1}^u$  on calcule les valeurs induites pour  $y_t^u, z_t^u$ , et on remarque qu'on a bien l'égalité

N.B : variables  $x, y, z$  aussi utilisées dans problèmes de type "lot-sizing", ordonnancement de production et stockage autorisé

# Formulation PLNE

$$\min_{x,y,P \geq 0} \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in T} C_{prop}^u P_t^u + C_{fix}^u x_t^u + C_{start}^u y_t^u + C_{end}^u (y_{u,t} - x_{u,t} + x_{u,t-1})$$

s.t :

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, x_t^u - x_{t-1}^u \leq y_t^u$$

$$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, \sum_{u \in \mathcal{U}} P_t^u = D_t$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, x_t^u \cdot Pmin_t^u \leq P_t^u$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, P_t^u \leq x_t^u \cdot Pmax_t^u$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \sum_{t'=t-L^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_t^u$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \sum_{t'=t-I^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_{t-I^u}^u$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, x_t^u, y_t^u \in \{0, 1\}$$

# Contraintes spécifiques

De multiple cas d'études se basent sur la structure UCP avec des contraintes additionnelles suivant les contraintes de fonctionnements, et les pas de temps de discrétisation :

- ▶ Fonction objectif suivant d'autres modèles (non linéaires)
- ▶ Gradients de puissance bornés
- ▶ Hydraulique : fonctionnement couplés le long d'un fleuve, contraintes de débit et délais dus au débits
- ▶ Unités nucléaire : temps maximal à fonctionnement à puissance non maximale (modulation de puissance)
- ▶ Gaz : contraintes de débits.
- ▶ Participations aux services systèmes
- ▶ Maintenances imposant un arrêt de la production.
- ▶ Pannes limitant la production d'unités.

# Prise en compte d'aléas dans un modèle UCP

En pratique, on peut considérer des aléas dans l'optimisation, pour ne pas baser l'optimisation sur un scénario nominal avantageux et avoir une mauvaise décision en pratique après réalisation de certains aléas.

Pire : le planning peut ne plus être réalisable

Aléas sur les demandes et les niveaux de consommation (ajustés aux différentes échelles de l'optimisation énergétique)

Aléas sur les capacités de production, ex : pannes.

Les décisions de mise en fonctionnement/arrêt sont impactantes et ne peuvent pas être réorganisées facilement avec inertie des temps minimums d'arrêt et de fonctionnement.

On cherche à avoir de la manoeuvrabilité, pour pouvoir réagir à des aléas

# UCP et programmation stochastique à 2 niveaux

Modèle : plusieurs scénarios discrets en nombre  $S$  sont élaborés pour être représentatifs de la réalité, chaque scénario  $s$  a une probabilité  $\pi_s$  d'apparition.

Les décisions de set-up et de start-up  $x, y$  doivent être communes à tous les scénarios

Les puissances peuvent être recalculées/adaptées pour chaque scénario, on a des variables de puissance pour chaque scénario.

Contrainte de demande : à tout instant  $t \in \mathcal{T}$ , la demande en puissance  $D_{t,s}$  doit être égale à la production totale à  $t$  sur toutes les unités  $u \in \mathcal{U}$  pour le scénario  $s$ .

Contrainte de production : pour toute unité  $u \in \mathcal{U}$ , la production est soit nulle si l'unité est hors fonctionnement, soit entre  $Pmin_{t,s}^u$  et  $Pmax_{t,s}^u$  à l'instant  $t$  pour le scénario  $s$ .

On minimise l'espérance du coût de production, et étant réalisable sur tous les scénarios

# Formulation PLNE

$$\min_{x,y,P \geq 0} \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \pi_s C_{prop}^u P_{t,s}^u + \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in \mathcal{T}} C_{fix}^u x_t^u + \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in \mathcal{T}} C_{start}^u y_t^u$$

s.t :

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, x_t^u - x_{t-1}^u \leq y_t^u \quad (19)$$

$$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, \forall s \in \mathcal{S}, \sum_{u \in \mathcal{U}} P_{t,s}^u = D_{t,s} \quad (20)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall s \in \mathcal{S}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, x_t^u \cdot Pmin_{t,s}^u \leq P_{t,s}^u \quad (21)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall s \in \mathcal{S}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, P_{t,s}^u \leq x_t^u \cdot Pmax_{t,s}^u \quad (22)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \sum_{t'=t-L^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_t^u \quad (23)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \sum_{t'=t-l^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_{t-l^u}^u \quad (24)$$



# UCP et programmation robuste à 2 niveaux

Modèle : plusieurs scénarios discrets en nombre  $S$  sont élaborés pour être représentatifs de la réalité.

Les décisions de set-up et de start-up  $x, y$  doivent être communes à tous les scénarios

Les puissances peuvent être recalculées/adaptées pour chaque scénario, on a des variables de puissance pour chaque scénario.

On minimise le du coût de production, en étant réalisable sur tous les scénarios, sur le pire cas pouvant arriver. (mesure averse au risque)

# Formulation Programmation mathématique

$$\min_{x,y,P \geq 0} \max_{s \in \mathcal{S}} \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in \mathcal{T}} C_{prop}^u P_{t,s}^u + \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in \mathcal{T}} C_{fix}^u x_t^u + \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in \mathcal{T}} C_{start}^u y_t^u$$

s.t :

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, x_t^u - x_{t-1}^u \leq y_t^u \quad (25)$$

$$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, \forall s \in \mathcal{S}, \sum_{u \in \mathcal{U}} P_{t,s}^u = D_{t,s} \quad (26)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall s \in \mathcal{S}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, x_t^u \cdot Pmin_{t,s}^u \leq P_{t,s}^u \quad (27)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall s \in \mathcal{S}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, P_{t,s}^u \leq x_t^u \cdot Pmax_{t,s}^u \quad (28)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \sum_{t'=t-L^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_t^u \quad (29)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \sum_{t'=t-l^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_{t-l^u}^u \quad (30)$$

# Linéarisation PLNE

$$\min_{x,y,P,C \geq 0} C^{rob} + \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in \mathcal{T}} C_{fix}^u x_t^u + \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in \mathcal{T}} C_{start}^u y_t^u$$

s.t :

$$\forall s \in \mathcal{S}, \sum_{u \in \mathcal{U}} \sum_{t \in \mathcal{T}} C_{prop}^u P_{t,s}^u \leq C^{rob} \quad (31)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, x_t^u - x_{t-1}^u \leq y_t^u \quad (32)$$

$$\forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, \forall s \in \mathcal{S}, \sum_{u \in \mathcal{U}} P_{t,s}^u = D_{t,s} \quad (33)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall s \in \mathcal{S}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, x_t^u \cdot Pmin_{t,s}^u \leq P_{t,s}^u \quad (34)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall s \in \mathcal{S}, \forall t \in \llbracket 0, T \rrbracket, P_{t,s}^u \leq x_t^u \cdot Pmax_{t,s}^u \quad (35)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \sum_{t'=t-L^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_t^u \quad (36)$$

$$\forall u \in \mathcal{U}, \forall t \in \mathcal{T}, \sum_{t'=t-l^u+1}^t y_{t'}^u \leq x_{t-l^u}^u \quad (37)$$

# Références

Takriti, S., Krasenbrink, B., & Wu, L. S. Y. (2000). Incorporating fuel constraints and electricity spot prices into the stochastic unit commitment problem. *Operations Research*, 48(2), 268-280.

Lee, J., Leung, J., & Margot, F. (2004). Min-up/min-down polytopes. *Discrete Optimization*, 1(1), 77-85.

Rajan, D. & S. Takriti. Minimum up/down polytopes of the unit commitment problem with start-up costs" IBM Res. Rep 23628 (2005) : 1-14.

Goez, J., Luedtke, J., Rajan, D., & Kalagnanam, J. (2008). Stochastic unit commitment problem. IBM report RC24713 (W0812-119).

Carrión, M., & Arroyo, J. M. (2006). A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem. *IEEE Transactions on power systems*, 21(3), 1371-1378.

# Plan

Contexte industriel

Unit Commitment Problem, UCP, modélisation PLNE

Optimisation journalière de production thermique

Optimisation de plannings de maintenances de centrales nucléaires

Résultats numériques

Conclusions et Perspectives

# Plan

Contexte industriel

Unit Commitment Problem, UCP, modélisation PLNE

Optimisation journalière de production thermique

Optimisation de plannings de maintenances de centrales nucléaires

Résultats numériques

Conclusions et Perspectives

# Plan

Contexte industriel

Unit Commitment Problem, UCP, modélisation PLNE

Optimisation journalière de production thermique

Optimisation de plannings de maintenances de centrales nucléaires

Résultats numériques

Conclusions et Perspectives

# Plan

Contexte industriel

Unit Commitment Problem, UCP, modélisation PLNE

Optimisation journalière de production thermique

Optimisation de plannings de maintenances de centrales nucléaires

Résultats numériques

Conclusions et Perspectives



DES QUESTIONS ?