Adaptation optimisée des horaires des trains en présence de plages travaux

N. Dupin

Stage proposé par Francis Sourd

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

DIRECTION DE L'INNOVATION ET DE LA RECHERCHE / des idées d'avance SNCF

Sommaire

- Présentation du projet
- Description fonctionnelle
- Modélisations
- Implémentations et limites
- Prolongements

Présentation du projet

Problématique travaux

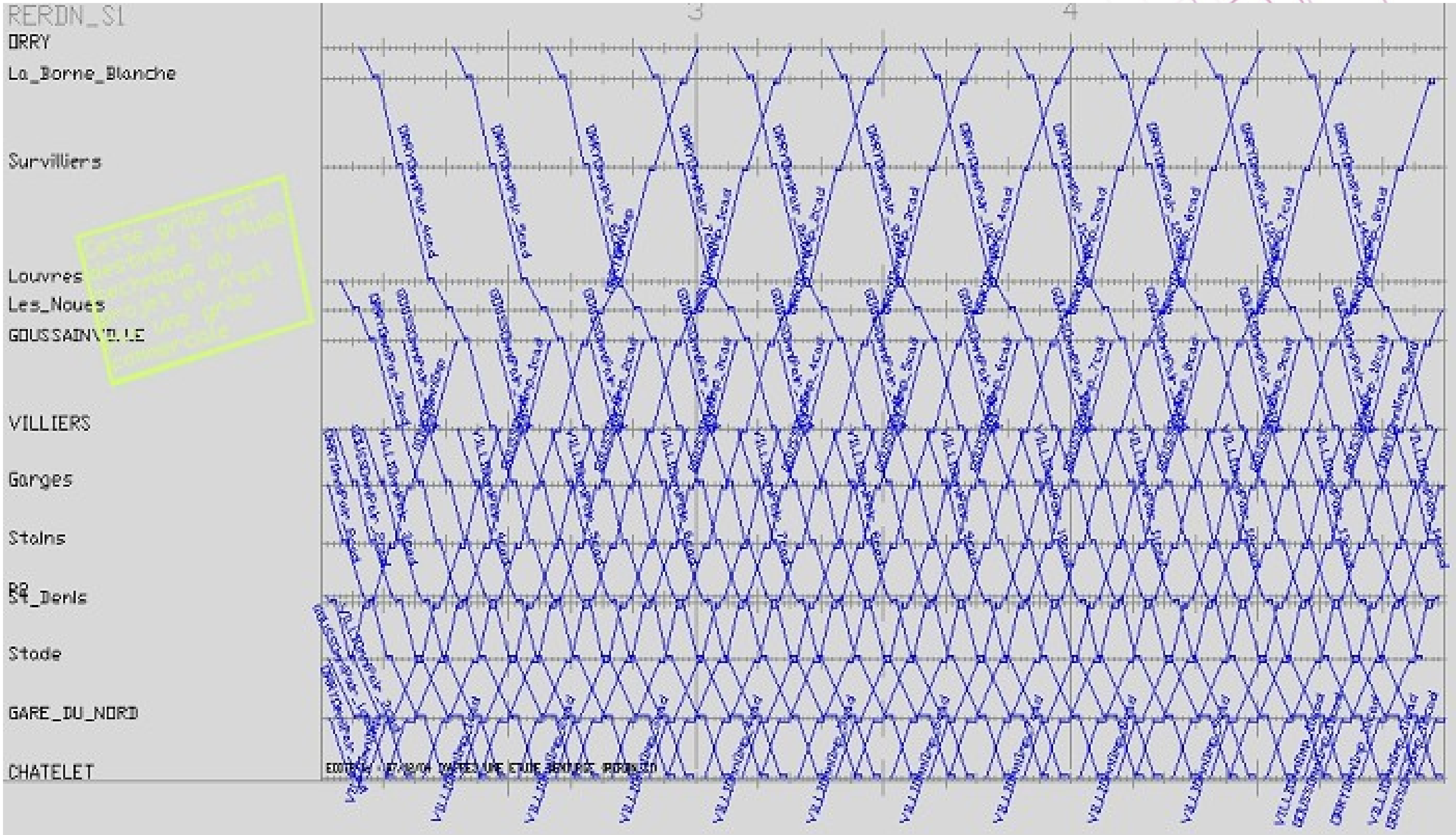
- Suite à un audit de EPFL Lausanne préconisant une gestion optimisées des allocations des plages travaux.

- Objectif: adapter les horaires avec une perturbation minimale pour permettre la présence de blancs-travaux.

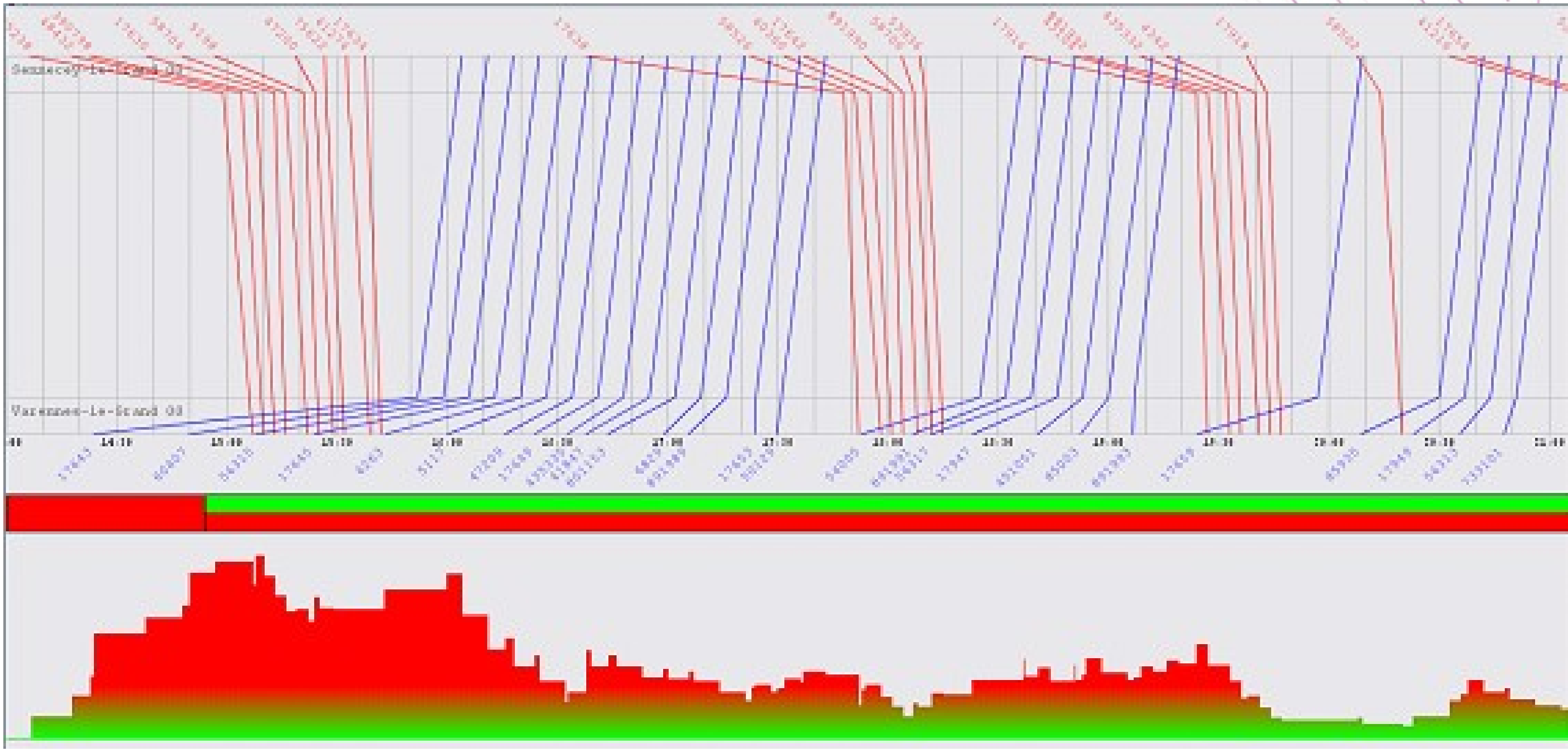
- Périodes d'indisposition des voies connues à l'avance, retraçage complet des sillons autorisés.

- Services intéressés: horairistes, CNO, INFRA

Graphiques espace-temps



SIOUCS



Description fonctionnelle

Données du problème

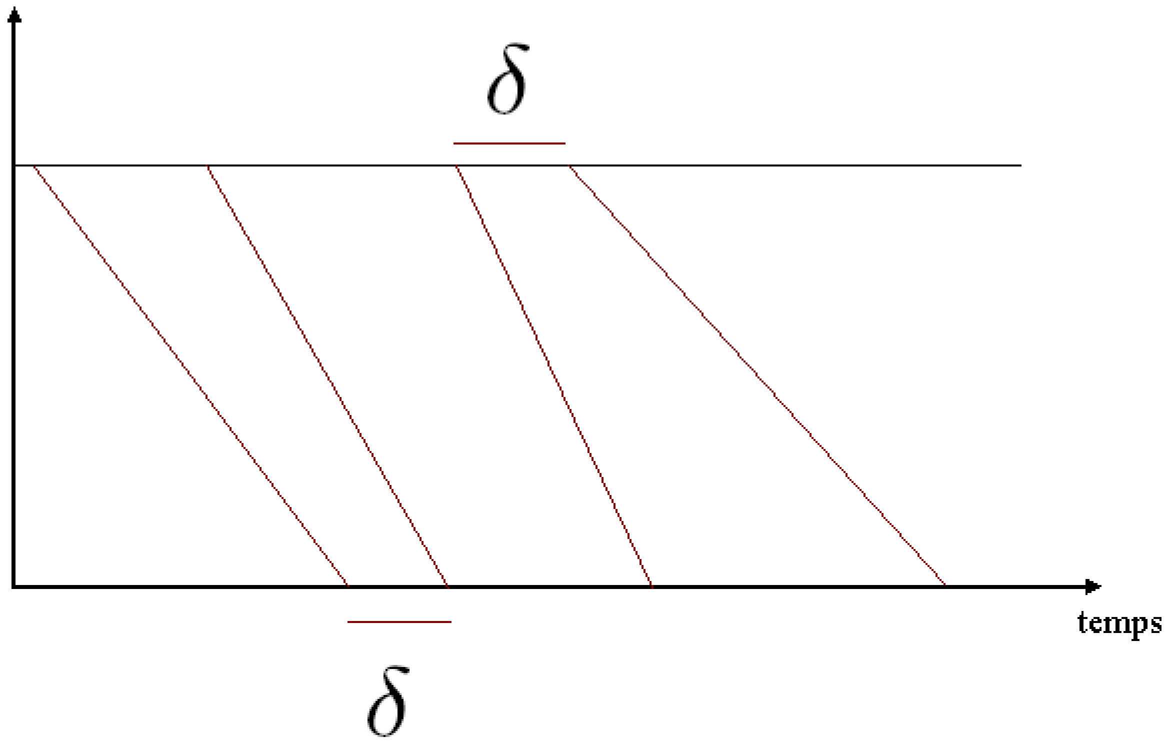
- Fiches des trains circulant sur le tronçon dans la plage horaire

- Types de travaux, plage horaire des travaux

- Données de l'infrastructures

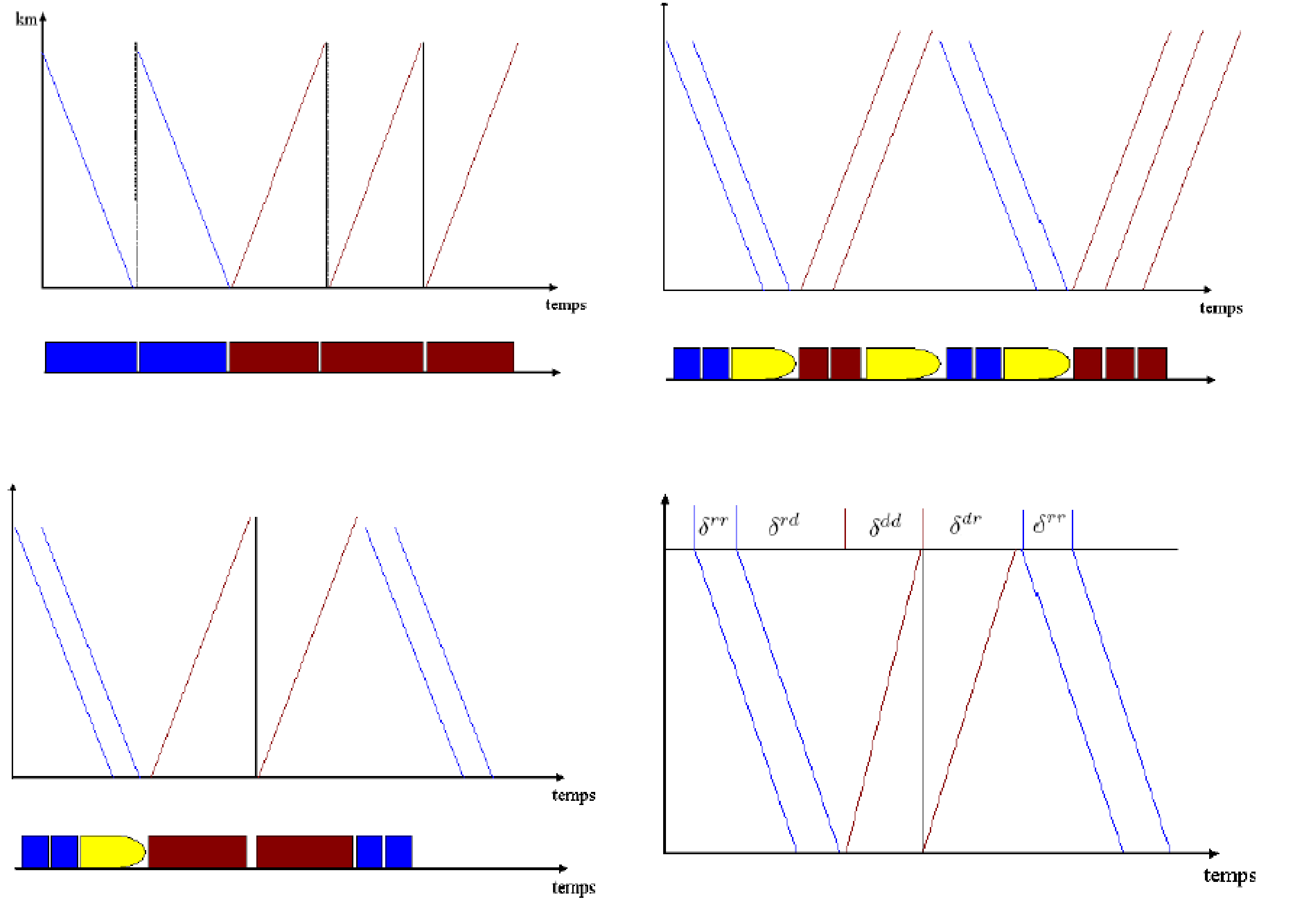
- Types d'algorithmes, suivant contraintes

Ecarts de circulation



- On définit des écarts minimaux à respecter entre deux trains qui se suivent, donnée inhérente à l'infrastructure

Circulation sur voie unique



Fonctions de coût

- Fonction de pénalisation somme des pénalisations pour chaque train

- Fonctions de coût pour chaque train dépendant de l’écart par rapport à la programmation initiale: indépendance p/r autres horaires programmés.

- Coût d’annulation affecté à chaque train

- Ex: minimisation du retard global, minimisation du nombre d’annulation

Interversions / ordre initial

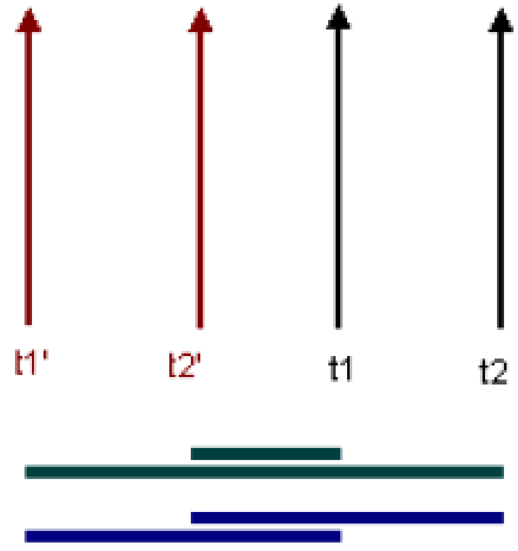


FIGURE 7.1 – Cas $t'_1 \leqslant t'_2 \leqslant t_1 \leqslant t_2$: cas d'égalité

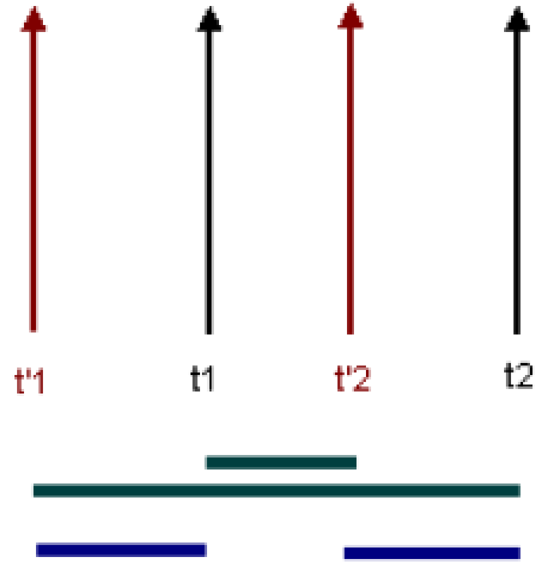


FIGURE 7.2 – Cas $t'_1 \leqslant t_1 \leqslant t'_2 \leqslant t_2$: cas d'inégalité stricte

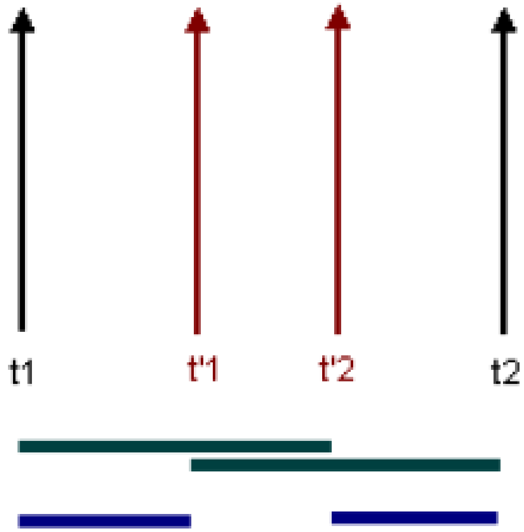
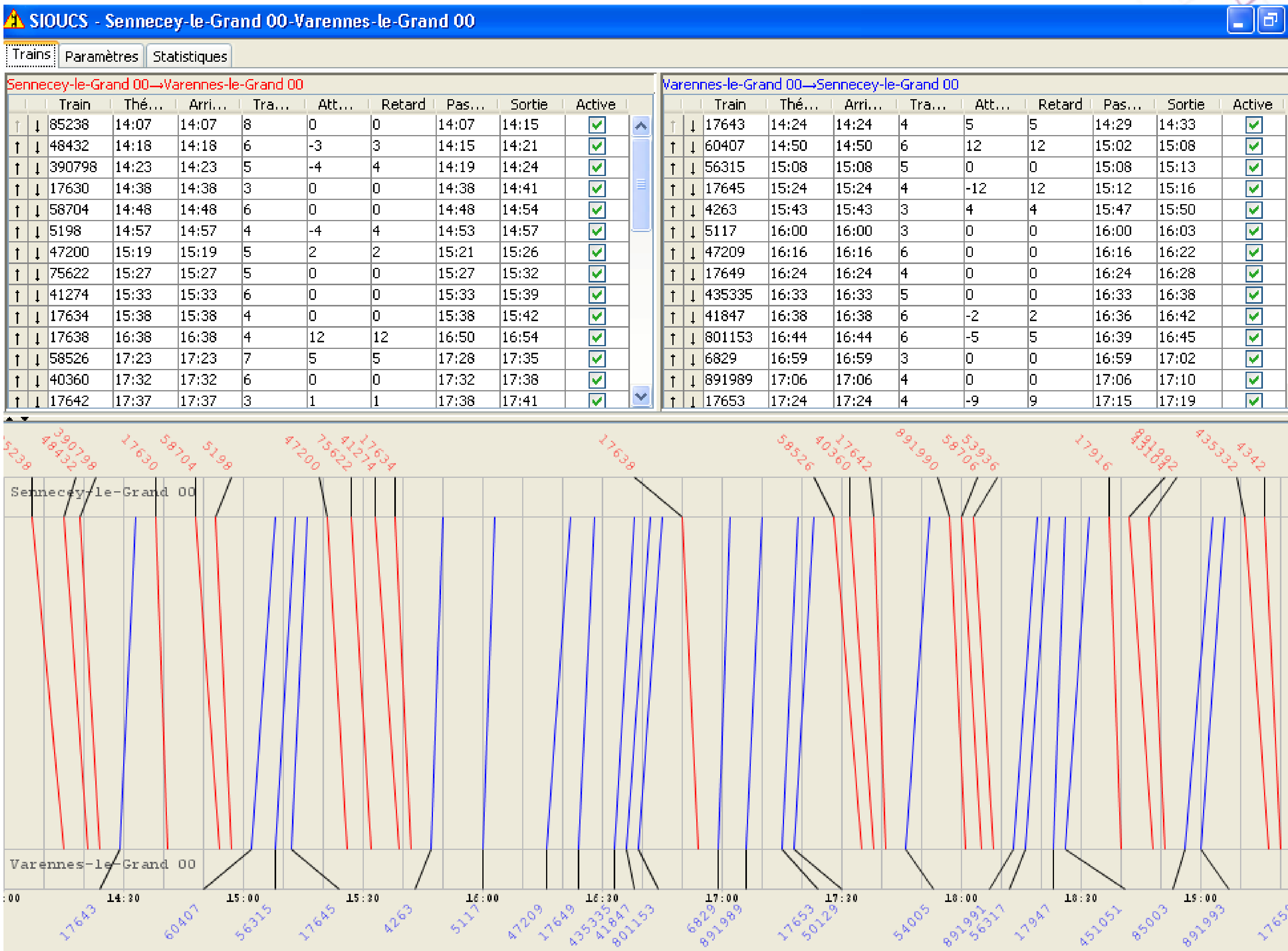


FIGURE 7.3 – Cas $t_1 \leqslant t'_1 \leqslant t'_2 \leqslant t_2$: cas d'inégalité stricte

- Il est optimal de chercher des solutions dans le même ordre que l'ordre initial dans la minimisation du retard global.

Sorties



Sennecey-le-Grand 00→Varennes-le-Grand 00

Train	Thé…	Arri…	Tra…	Att…	Retard	Pas…	Sortie	Active
85238	14:07	14:07	8	0	0	14:07	14:15	☑
48432	14:18	14:18	6	-3	3	14:15	14:21	☑
390798	14:23	14:23	5	-4	4	14:19	14:24	☑
17630	14:38	14:38	3	0	0	14:38	14:41	☑
58704	14:48	14:48	6	0	0	14:48	14:54	☑
5198	14:57	14:57	4	-4	4	14:53	14:57	☑
47200	15:19	15:19	5	2	2	15:21	15:26	☑
75622	15:27	15:27	5	0	0	15:27	15:32	☑
41274	15:33	15:33	6	0	0	15:33	15:39	☑
17634	15:38	15:38	4	0	0	15:38	15:42	☑
17638	16:38	16:38	4	12	12	16:50	16:54	☑
58526	17:23	17:23	7	5	5	17:28	17:35	☑
40360	17:32	17:32	6	0	0	17:32	17:38	☑
17642	17:37	17:37	3	1	1	17:38	17:41	☑

Varennes-le-Grand 00→Sennecey-le-Grand 00

Train	Thé…	Arri…	Tra…	Att…	Retard	Pas…	Sortie	Active
17643	14:24	14:24	4	5	5	14:29	14:33	☑
60407	14:50	14:50	6	12	12	15:02	15:08	☑
56315	15:08	15:08	5	0	0	15:08	15:13	☑
17645	15:24	15:24	4	-12	12	15:12	15:16	☑
4263	15:43	15:43	3	4	4	15:47	15:50	☑
5117	16:00	16:00	3	0	0	16:00	16:03	☑
47209	16:16	16:16	6	0	0	16:16	16:22	☑
17649	16:24	16:24	4	0	0	16:24	16:28	☑
435335	16:33	16:33	5	0	0	16:33	16:38	☑
41847	16:38	16:38	6	-2	2	16:36	16:42	☑
801153	16:44	16:44	6	-5	5	16:39	16:45	☑
6829	16:59	16:59	3	0	0	16:59	17:02	☑
891989	17:06	17:06	4	0	0	17:06	17:10	☑
17653	17:24	17:24	4	-9	9	17:15	17:19	☑

Modélisation en programmation dynamique

Sur une voie:
Cas des vitesses égales

Variables de programmation dynamiques:

Coût minimal en faisant circuler les i premiers trains sur les t premiers instants.

$$M_{it}$$

→ Horaires programmés dans le même ordre que la programmation initiale

→ espace mémoire en NT, complexité temporelle en O(NT)

Equations de programmation dynamique

$$\forall i \in [\![1, N]\!], \;\; M_{i0} = A$$

$$\forall j \in [\![1, T]\!], \;\; M_{0t} = A$$

Cas 1 : T_i ne peut pas circuler à τ_t

$$M_{it} = \min\left\{M_{i-1,t}, \;\; M_{i,t-1}\right\}$$

Cas 2 : T_i peut circuler à τ_t

$$M_{it} = \min\left\{M_{i-1,t}, \;\; M_{i,t-1}, \;\; M_{i-1,t-\delta\wedge 0} - a_i + c_{it}\right\}$$

Sur une voie: Cas général

Variables de programmation dynamiques:

Coût minimal en faisant circuler les i premiers trains sur les t premiers instants, en faisant circuler le i ème train.

$$M_{it}$$

→ Horaires programmés dans le même ordre que la programmation initiale

→ espace mémoire en NT, complexité temporelle en $O(N^2T)$

Equations de programmation dynamique

$$\forall i \in [\![1, N]\!], \;\; M_{i,1} = A + (c_{i,1} - a_i)$$

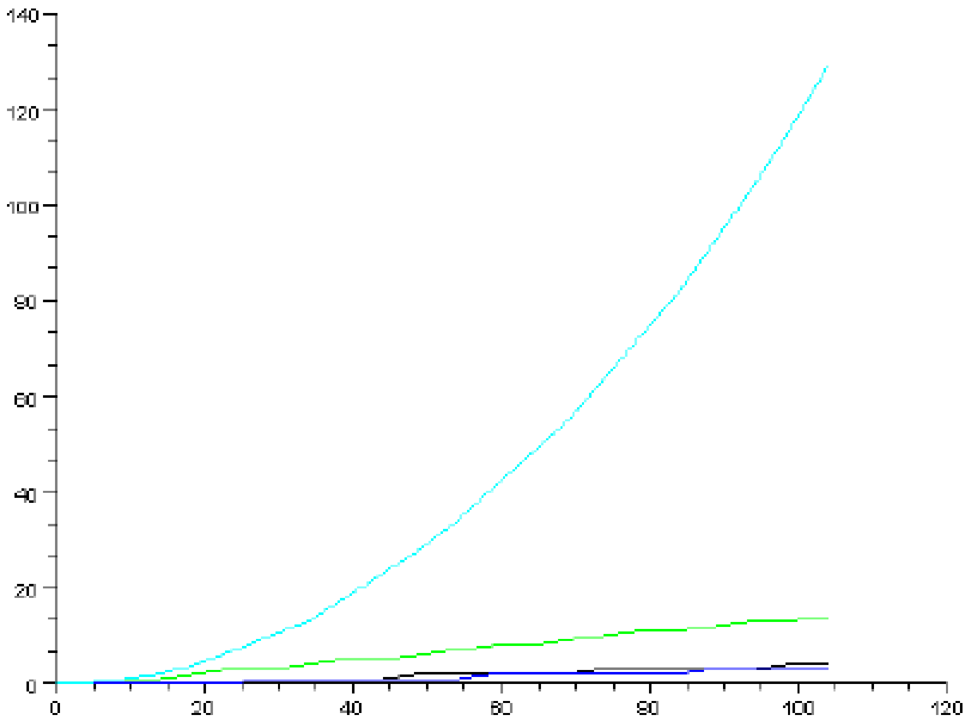
CAS 1 : T_i ne peut pas circuler à τ_t

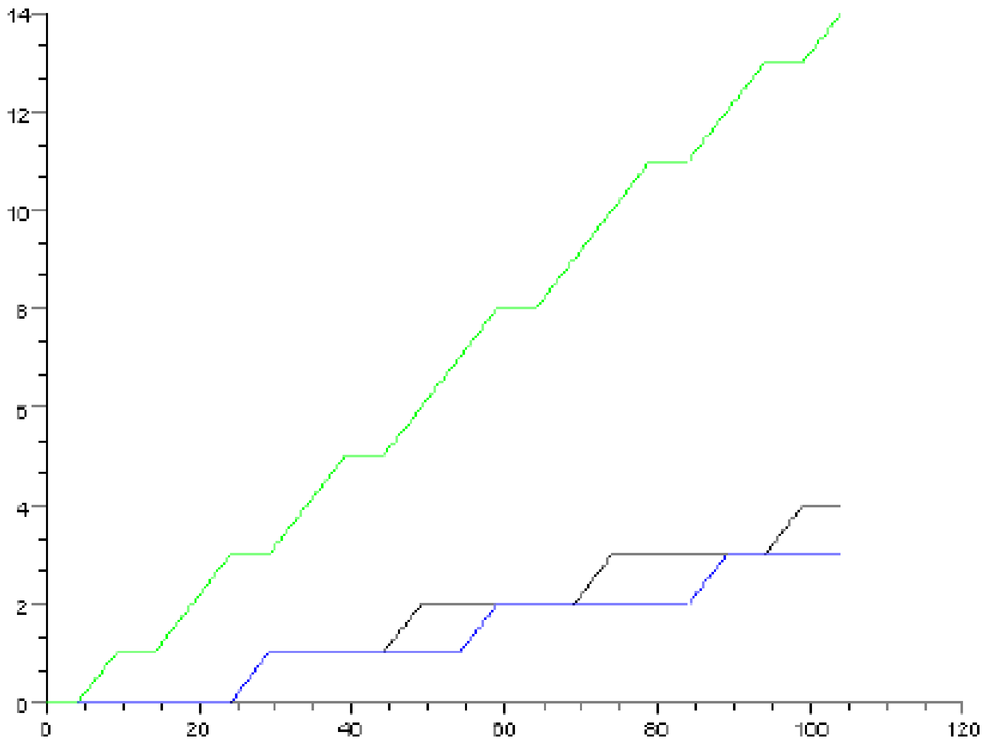
$$M_{it} = M_{i,t-1}$$

CAS 2 : T_i peut circuler à τ_t

$$M_{it} = \min \left\{ M_{i,t-1}, \;\; c_{i,t} - a_i + \min_{i' < i} M_{i',t-\delta_{i'i}} \right\}$$

Comparaison des algorithmes: Temps de calcul

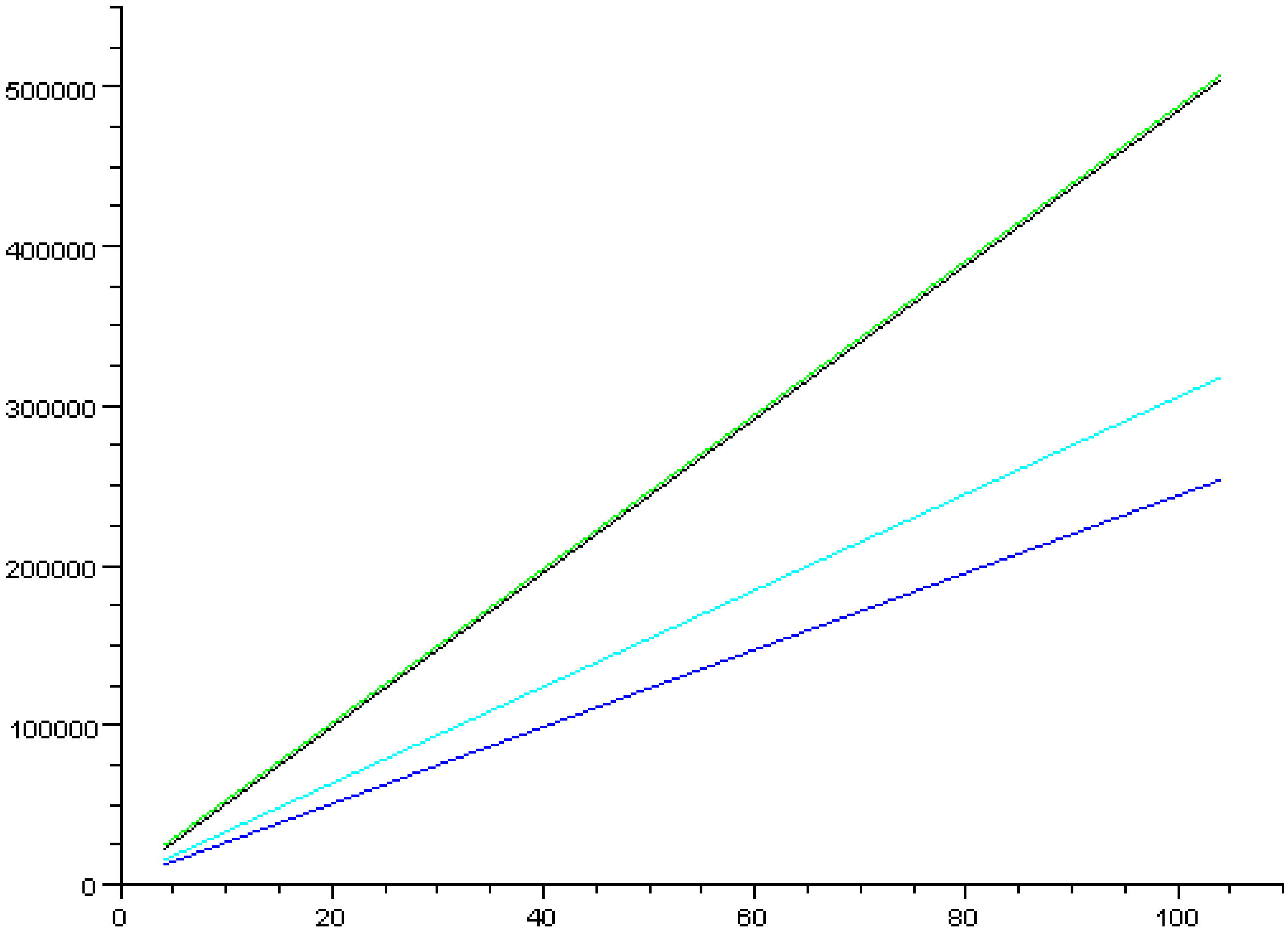




Algo 1 Algo 3

Algo 2 Algo 4

Comparaison des algorithmes: Espace mémoire



Voie unique: Cas des vitesses égales

Variables de programmation dynamiques:

Coût minimal en faisant circuler les i premiers trains directs et les j premiers trains retour, sur les t premiers instants, sachant que le dernier train circulait dans le sens s

$$M^{s}_{i,j,t}$$

→ Horaires programmés dans le même ordre que la programmation initiale

→ espace mémoire en NN'T, complexité temporelle en O(NN'T)

Equations de programmation dynamique

$$\forall i \in [\![1, N]\!], \forall t \in [\![1, T]\!], \;\; M^r_{i0t} = A$$

$$\forall t \in [\![1, T]\!], \forall j \in [\![1, N']\!], \;\; M^d_{0jt} = A$$

$$\forall s \in \{d, r\}, \forall i \in [\![1, N]\!], \forall j \in [\![1, N']\!], \;\; M^s_{ij0} = A$$

$$M^d_{i0t} = \min\left\{M^d_{i-1,0,t}, \;\; M^d_{i,0,t-1}, \;\; M^d_{i-1,0,0\wedge t-\delta^{dd}} - a_i + c_{it}\right\}$$
$$M^r_{0it} = \min\left\{M^r_{0,i-1,t}, \;\; M^r_{0,i,t-1}, \;\; M^r_{0,i-1,0\wedge t-\delta^{rr}} - a'_i + c'_{it}\right\}$$

$$M^d_{ijt} = \min\left\{M^d_{i-1,j,t}, \;\; M^d_{i,j-1,t}, \;\; M^d_{i,j,t-1}, \;\; M^d_{i-1,j,0\wedge t-\delta^{dd}} - a_i + c_{it}, \;\; M^r_{i-1,j,0\wedge t-\delta^{rd}} - a_i + c_{it}\right\}$$
$$M^r_{ijt} = \min\left\{M^r_{i-1,j,t}, \;\; M^r_{i,j-1,t}, \;\; M^r_{i,j,t-1}, \;\; M^d_{i,j-1,0\wedge t-\delta^{dr}} - a'_j + c'_{jt}, \;\; M^r_{i,j-1,0\wedge t-\delta^{rr}} - a'_j + c'_{jt}\right\}$$

Voie unique: Cas général sur les vitesses

Variables de programmation dynamiques:

Coût minimal en faisant circuler les i premiers trains directs et les j premiers trains retour, sur les t premiers instants, sachant que le dernier train circulait dans le sens s, et c'était i ou j.

$$M^{s}_{i,j,t}$$

→ Horaires programmés dans le même ordre que la programmation initiale

→ espace mémoire en NN'T, complexité temporelle en (N+N')NN'T

Equations de programmation dynamique

$$\forall i \in [\![1, N]\!],\ \ \forall j \in [\![1, N']\!],\ \ M^d_{i,j,1} = A + (c_{i,1} - a_i)$$

$$\forall i \in [\![1, N]\!],\ \ \forall j \in [\![1, N']\!],\ \ M^r_{i,j,1} = A + (c'_{j,1} - a'_j)$$

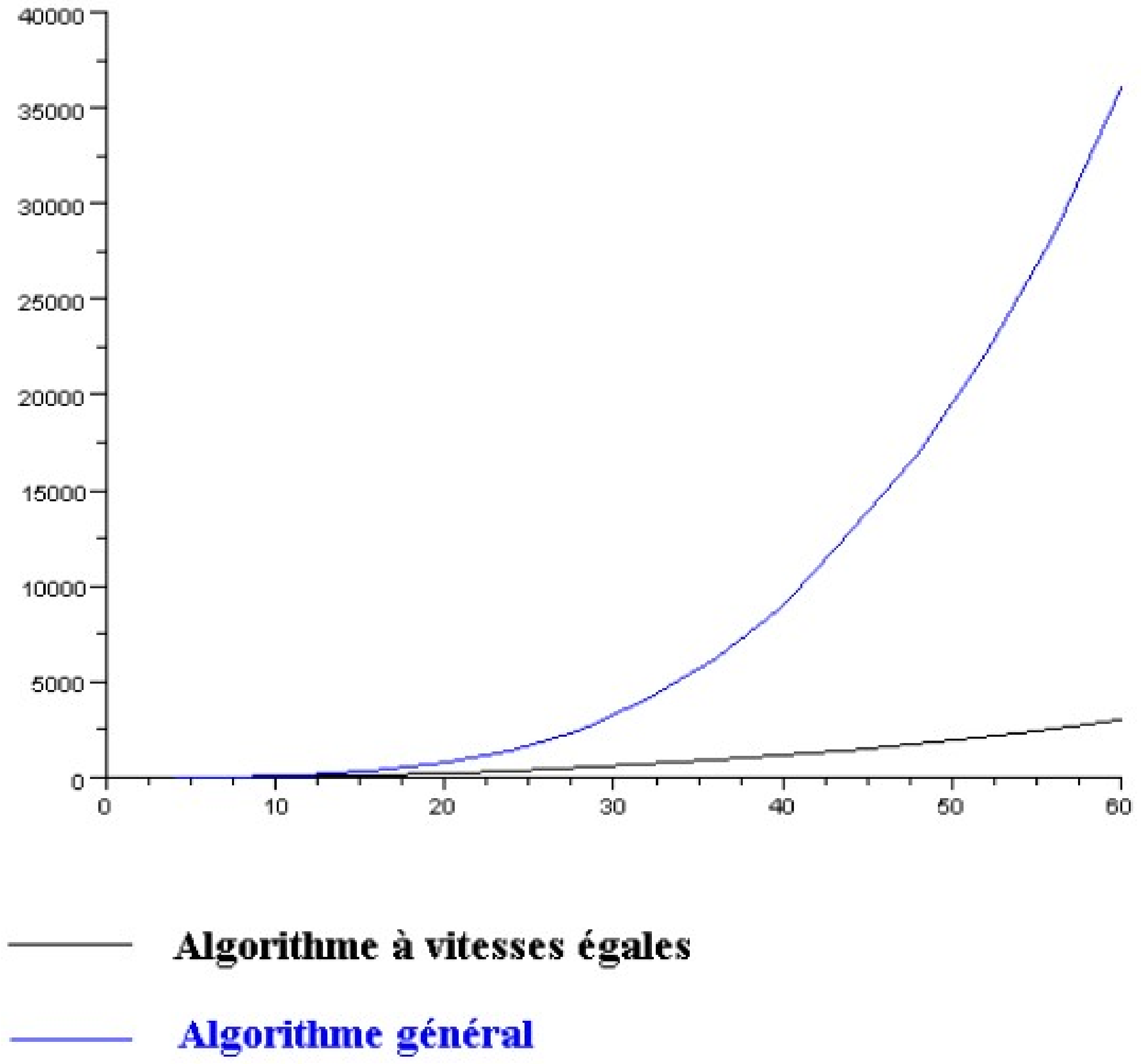
$$M^d_{ijt} = \min\left\{M^d_{i,j-1,t},\ \ M^d_{i,j,t-1}, (c_{i,t} - a_i) + m\right\}$$

$$\text{Avec } m = \min\left\{A, \min\left\{M^d_{i',j,t-\delta^{dd}_{i',i}} \middle| i' < i, \delta^{dd}_{i',i} > t\right\}, \min\left\{M^r_{i-1,j',t-\delta^{rd}_{j',i}} \middle| j' \leqslant j, \delta^{rd}_{j',i} > t\right\}\right\}$$

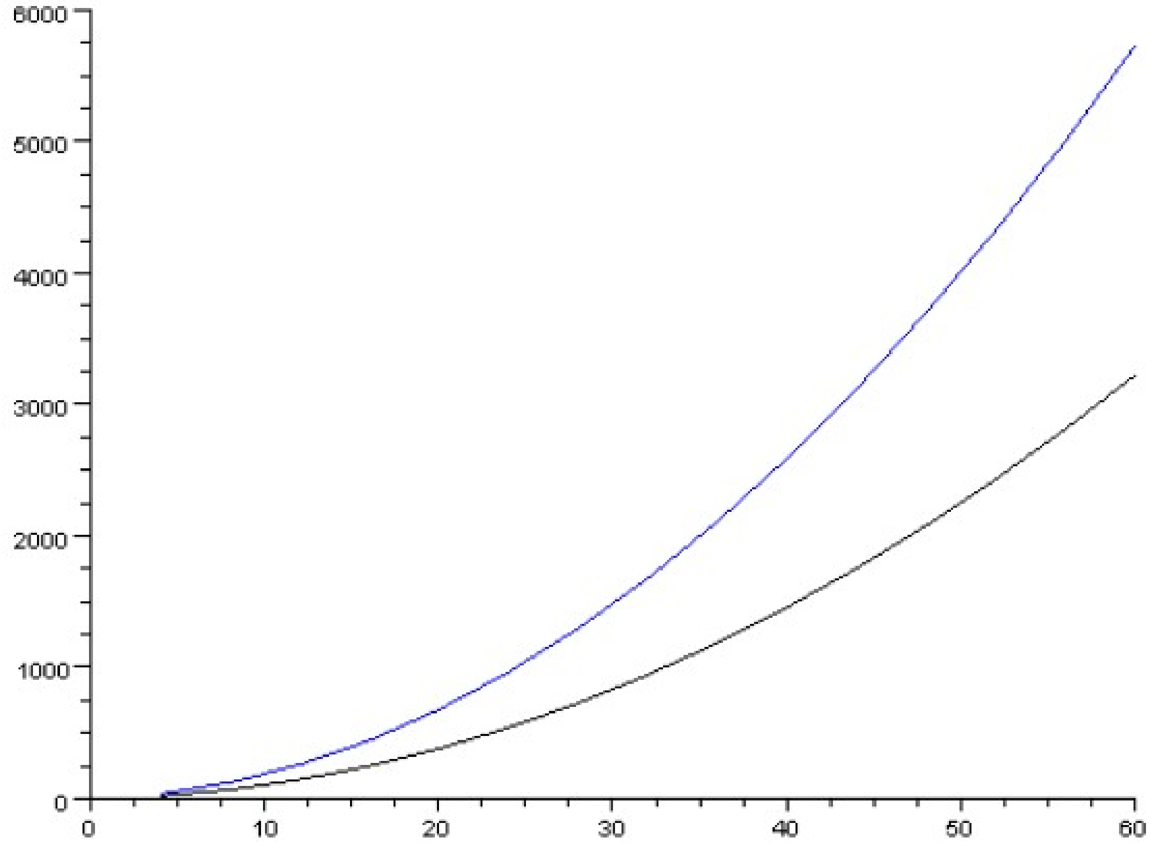
$$M^r_{ijt} = \min\left\{M^r_{i-1,j,t},\ \ M^r_{i,j,t-1}, (c_{i,t} - a_i) + m\right\}$$

$$\text{Avec } m = \min\left\{A, \min\left\{M^d_{i',j-1,t-\delta^{dr}_{i',j}} \middle| i' \leqslant i, \delta^{dr}_{i',j} > t\right\}, \min\left\{M^r_{i,j',t-\delta^{rr}_{j',j}} \middle| j' < j, \delta^{rr}_{j',j} > t\right\}\right\}$$

Comparaison des algorithmes: Temps de calcul



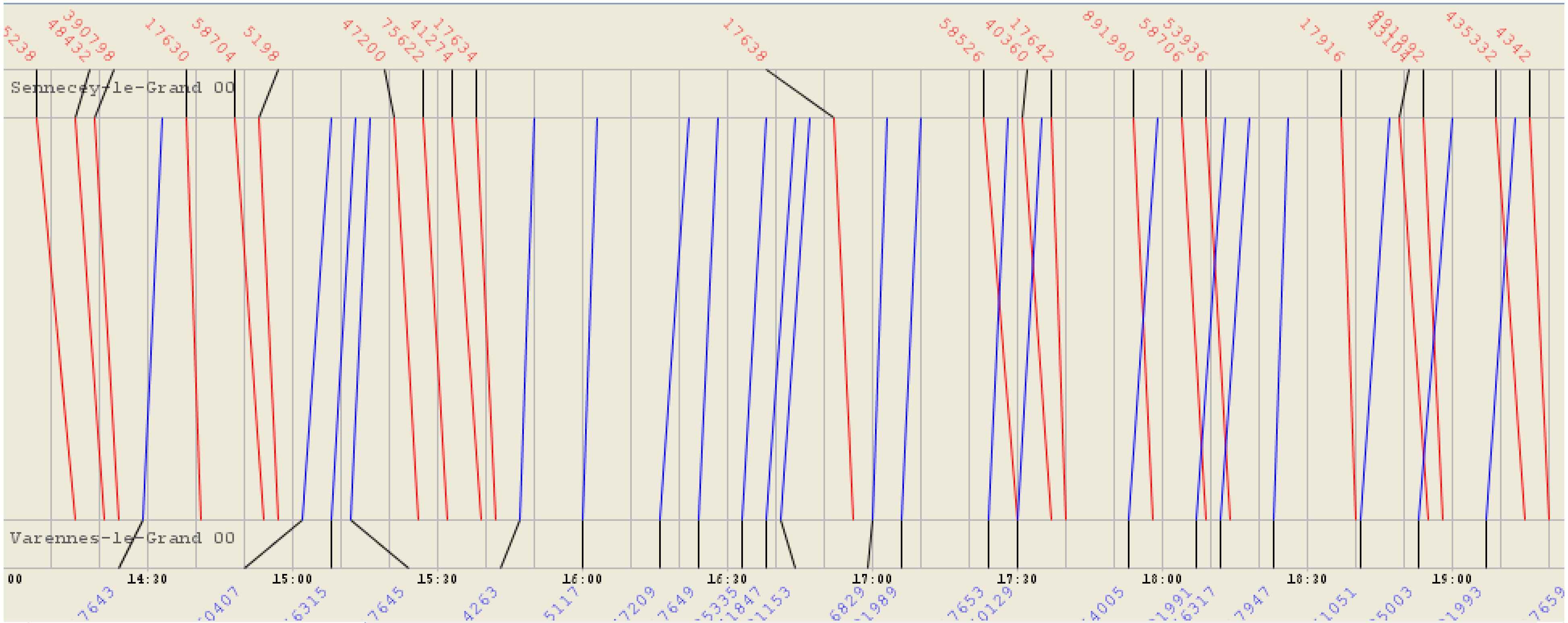
Comparaison des algorithmes: Espace mémoire



Problèmes de jonctions

1 voie en IPCS

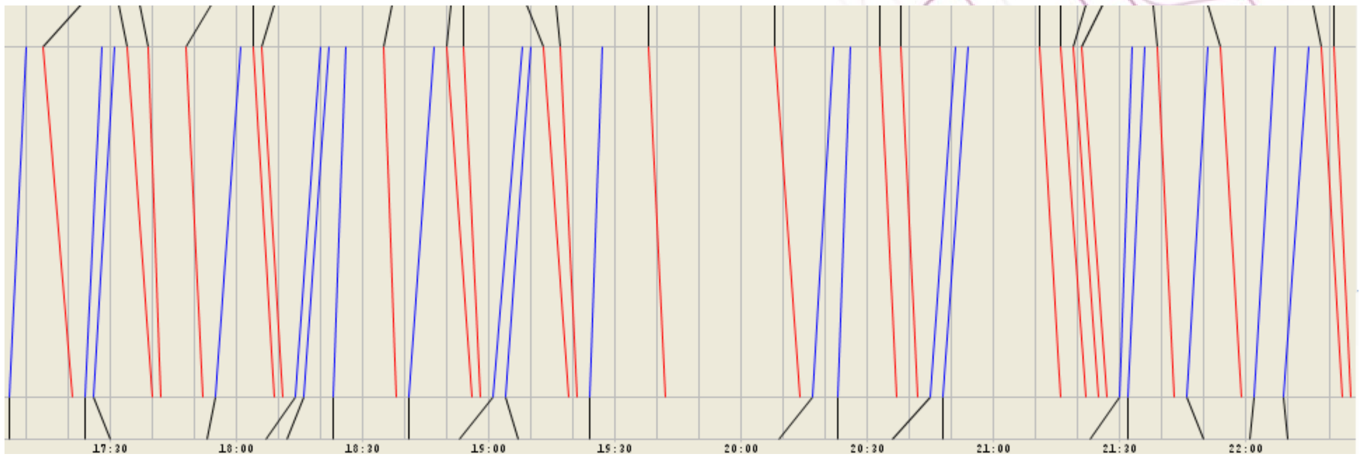
rétablissement 2 voies



Implémentations et limites

Comparaison des modèles de vitesse

Sennecey-Varenne de 14h à 23h:

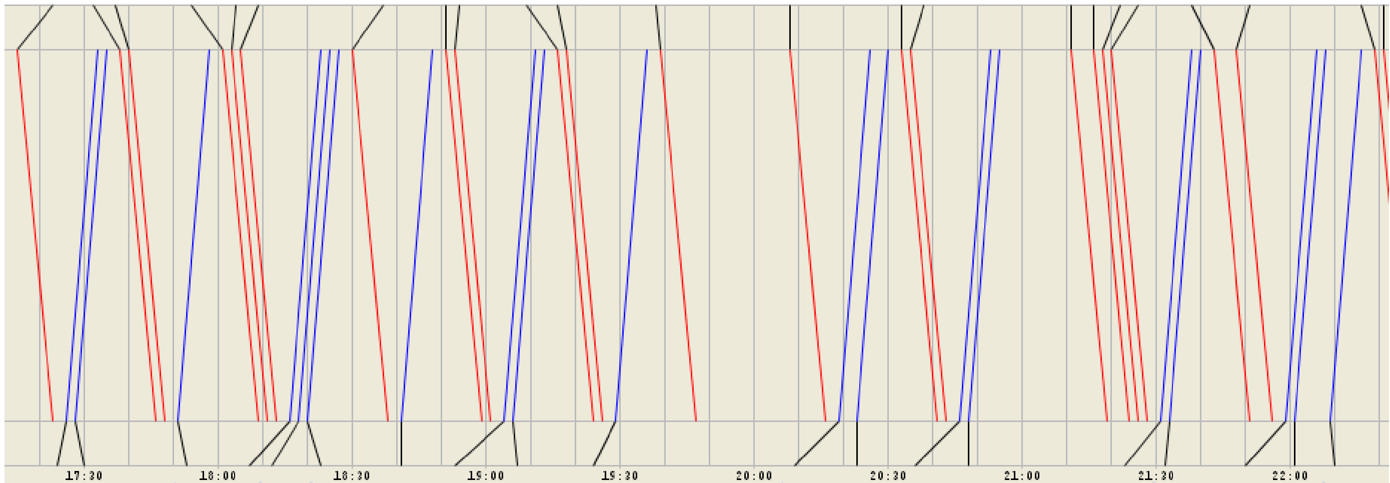


<u>Algorithme général:</u>

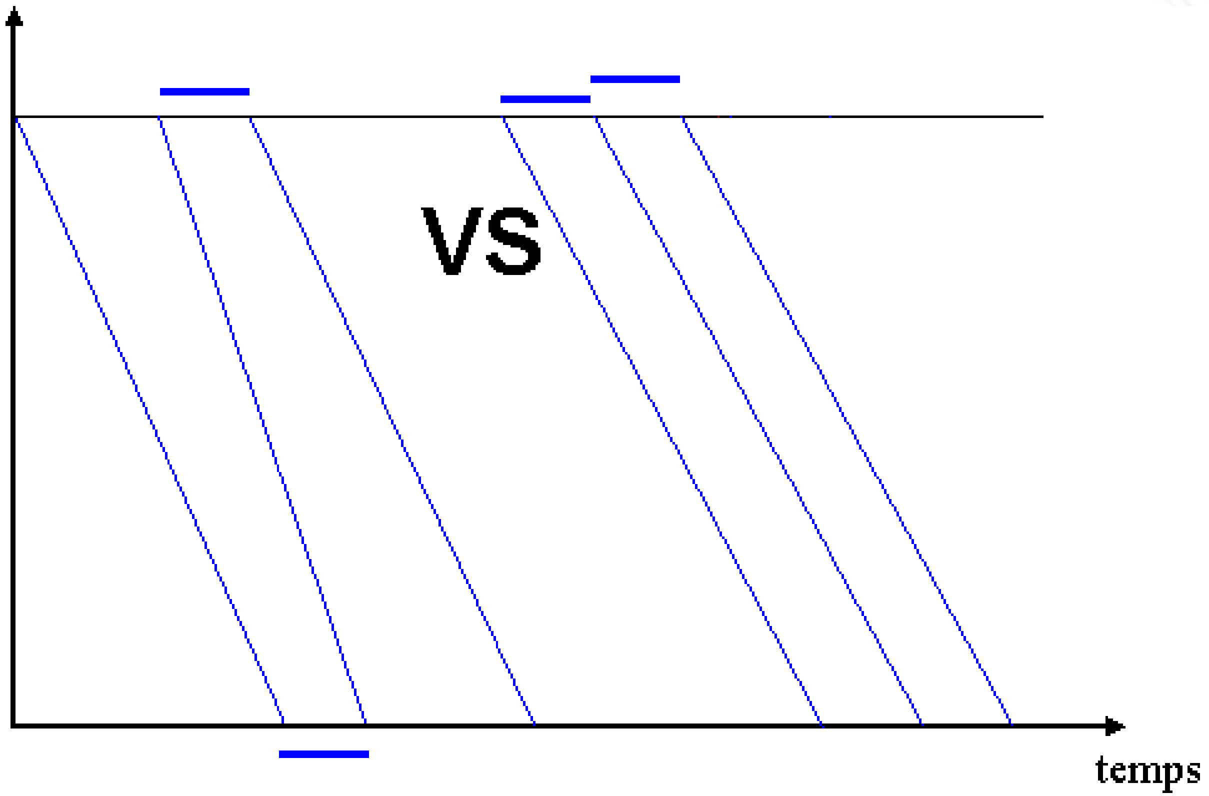
retard cumulé = 154 min

<u>Algorithme de vitesses identiques:</u>

retard cumulé = 237 min

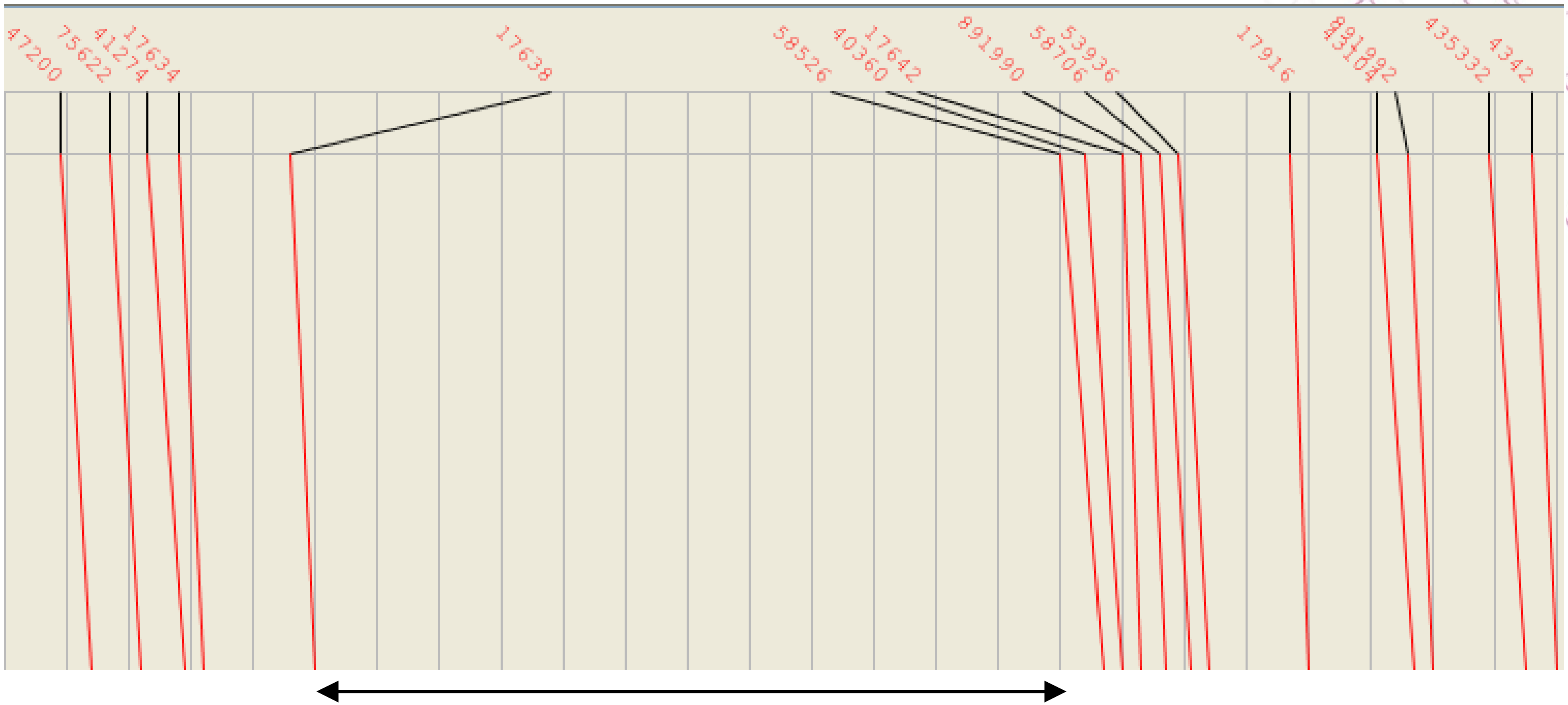


Vitesse de parcours d'un tronçon



- Faire circuler les trains à leur vitesse maximale n'est pas toujours optimal

Utilité socio-économique des solutions



Plage travaux

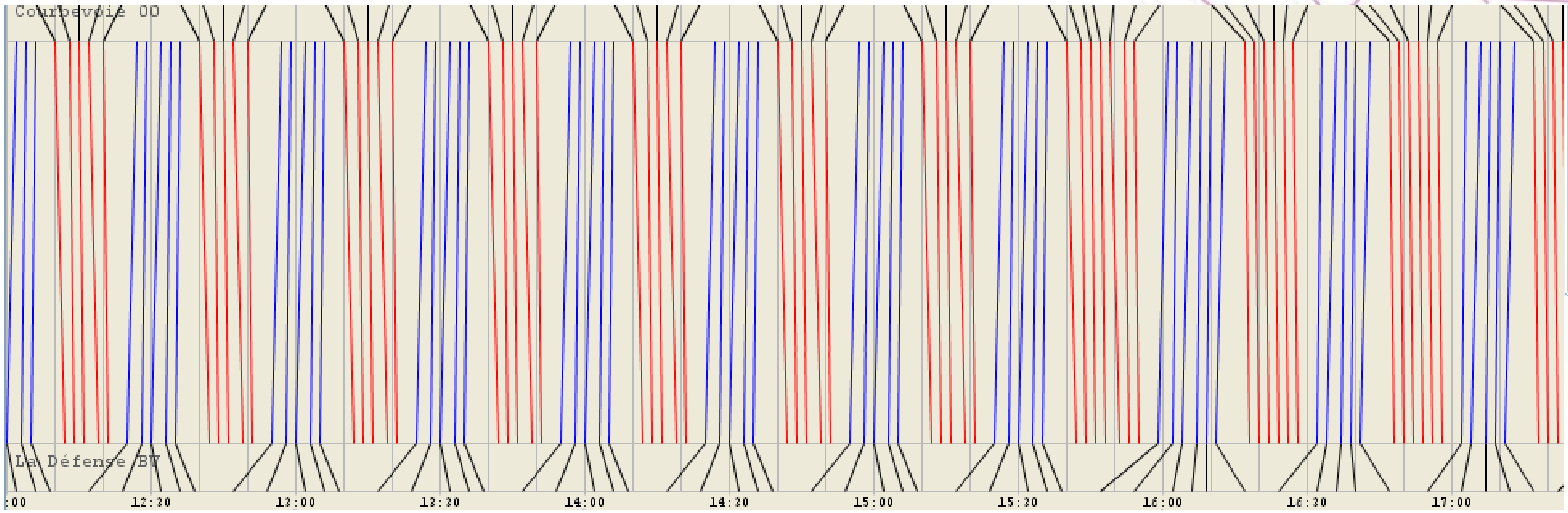
- La minimisation du retard global donne des solutions qui peuvent avoir une utilité sociale limitée

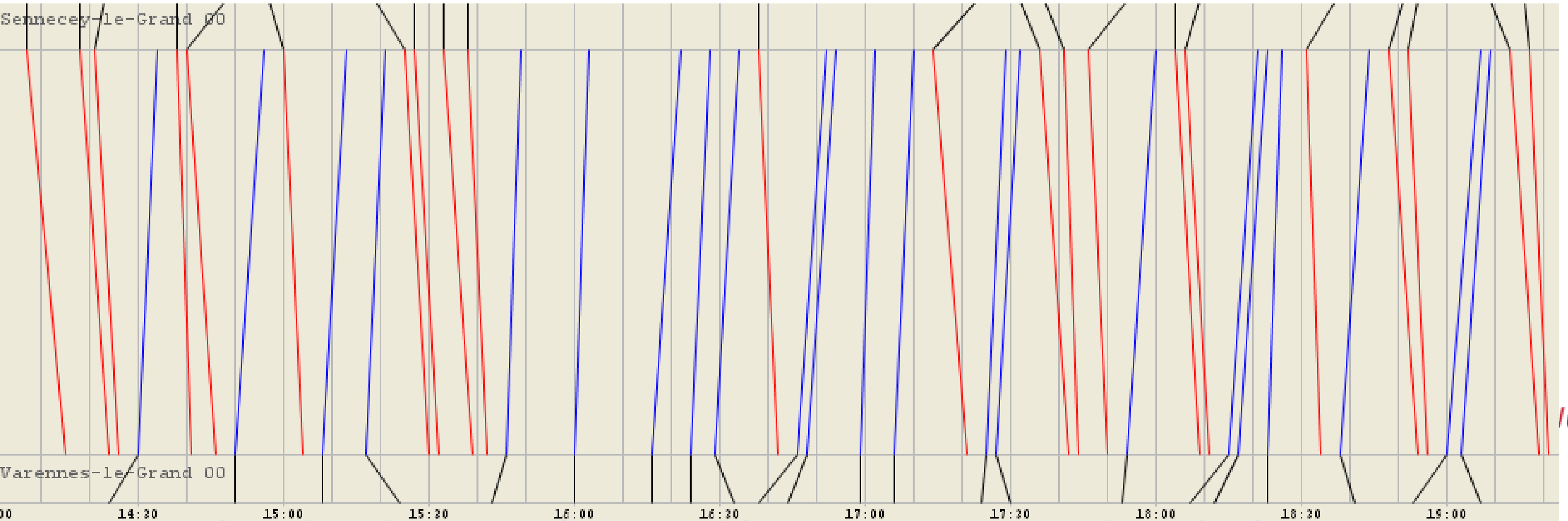
Utilité socio-économique des solutions

-L'optimum en IPCS n'est pas socialement satisfaisant en cas de fort trafic:

La Défense – Courbevoie

De 12h à 19h





Sennecey – Varenne

De 14h à 21h

Prolongements

DIRECTION DE L'INNOVATION
ET DE LA RECHERCHE

des idées d'avance

Modélisation PLNE

- Objectif: généraliser l'étude à une ligne ou à un réseau de gares quelconque.

- Limites de la programmation dynamique dans l'espace mémoire

- Modélisation:

Sens du train

$$x_{it}^{s} \in \{0, 1\}$$

Indice du train

Instant de circulation

Exemple: Adaptation autour d’une plage d’IPCS

$$\mathrm{Min} \sum_{\mathrm{s}\in\{\mathrm{d,r}\}} \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N^s}} \sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{T}} (\mathrm{c^s_{it}} - \mathrm{a^s_i})\mathrm{x^s_{it}}$$

Sous les contraintes :

$$\forall s \in \{d,r\}, \forall i \in [1,N]], \forall t \in [1,T]], \quad x^s_{it} \in \{0,1\}$$

$$\forall s \in \{d,r\}, \forall i \in [\![1,N^s]\!], \quad \sum_{t=1}^{T} x^s_{it} \leqslant 1$$

$$\forall s \in \{d,r\}, \forall (i,i') \in [\![1,N^s]\!]^2, \forall t \in [\![1,T]\!], \quad x^s_{it} + \sum_{k=t}^{T \wedge t+\delta^{ss}_{ii'}-1} x^s_{i'k} \leqslant 1$$

$$\forall i \in [\![1,N^{dir}]\!], \forall j \in [\![1,N^{\bar{dir}}]\forall t \in [\![init-\Delta^{dir}_i+1, fin-1]\!], \quad x^{dir}_{it} + \sum_{k=t}^{fin-1 \wedge t+\delta^{dir\bar{dir}}_{ij}-1} x^{\bar{dir}}_{jk} \leqslant 1$$

$$\forall i \in [1,N^{dir}]\!], \forall j \in [\![1,N^{\bar{dir}}]\!], \forall t \in [\![init-\Delta^{dir}_i+1-\delta^{\bar{dir}dir}_{ji}, fin-1]\!], \quad x^{\bar{dir}}_{jt} + \sum_{k=t}^{fin-1 \wedge t+\delta^{\bar{dir}dir}_{ji}-1} x^{dir}_{ik} \leqslant 1$$

Avantages de la modélisation PLNE

- Situations génériques plus facilement constructibles (moins de problèmes de jonctions)

- Potentiellement moins gourmand en espace mémoire en restreignant les horaires possibles de circulation

- Généralisation sur un réseau de gares envisageable

Conclusion

Conclusion

- Définition des problèmes, questions de modélisation
- Modèles de résolutions
- Implémentations, comparaisons d'algorithmes
- Analyse critique de résultats
- Fin du stage: implémentation de la PLNE pour reprise en septembre par un prestataire

Des questions ?

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

DIRECTION DE L'INNOVATION ET DE LA RECHERCHE

des idées d'avance SNCF