ОТЧЁТ
Компьютерные технологии в науке и образовании
Задание № 5

Бартая Нодари ФМ-101

12 января 2020 г.

1 Постановка задачи

Требуется рассчитать траекторию движения электрона в скрещенных постоянных магнитном и электрическом полях. С напряженностями 10 А/м и 10 В/м, соответственно. Начальная скорость электрона направлена перпендикулярно вектору напряженности магнитного поля и составляет 10 см/с. Как будет меняться скорость движения электрона? Вычисления проводить в нерелятивистском пределе.

Тут будет ещё рисунок.

2 Аналитическое решение

Решение будем искать в нерелятивистском приближении, то есть скорость движения электрона много меньше скорости света. Тогда, согласно второму закону Ньютона уравнение движения электрона имеет вид:

$$m\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{F}, \tag{1}$$

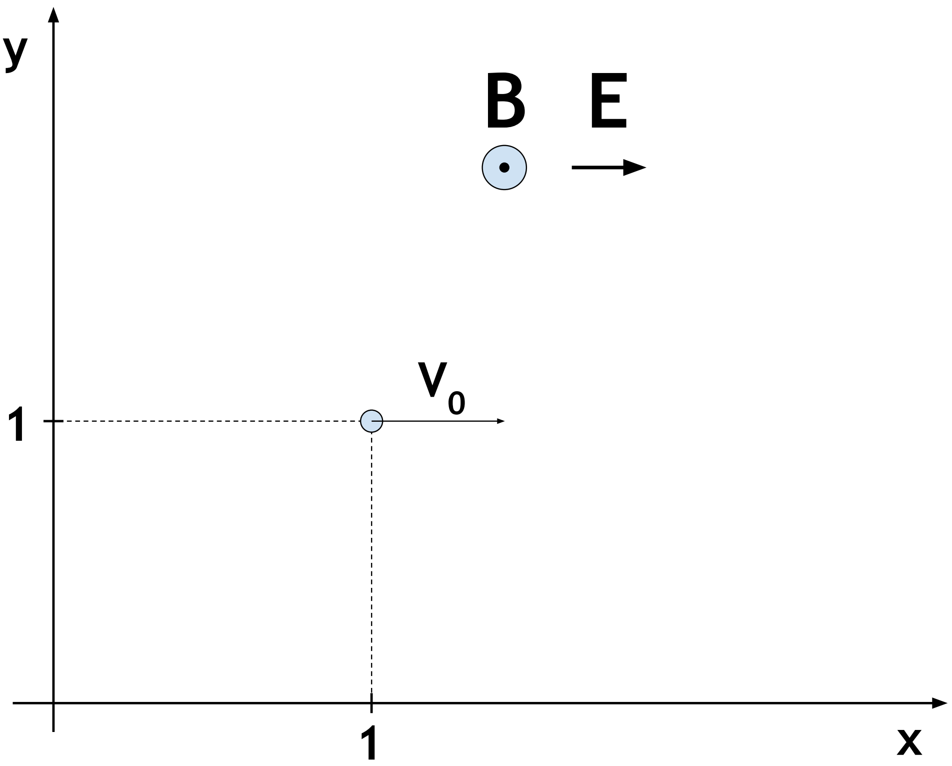

Рис. 1: Электрон в электромагнитном поле. Геометрия задачи, начальные условия.

где m - масса электрона, $\mathbf{v}$ - его скорость, $\mathbf{F}$ - действующая сила.

В элетромагнитном поле на заряженные частицы действует сила Лоренца:

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}\left[\mathbf{v}\mathbf{B}\right], \tag{2}$$

где e - заряд частицы, - скорость света, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ - напряженности электрического и магнитного поля, соответственно.

Уравнение движения (1) относится ко классу дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными. Таким образом, мы можем проинтегрировать уравнение движения и получить зависимость скорости от времени.

$$\int \mathrm{d}v = \int e\mathbf{E} + \frac{e}{c}\left[\mathbf{v}\mathbf{B}\right]\,\mathrm{d}t \tag{3}$$

Заряд частицы, скорость света и напряженности полей - постоянные величины. В этом случае, можно записать выражения для компонент скоростей в проекциях на оси координат:

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} + \left[eE_x + \frac{e}{c}\left(v_y B_z - B_y V_z\right)\right] t \\ v_y &= v_{0y} + \left[eE_y + \frac{e}{c}\left(v_x B_z - B_x V_z\right)\right] t \\ v_z &= v_{0z} + \left[eE_z + \frac{e}{c}\left(v_x B_y - B_x V_y\right)\right] t \end{aligned} \tag{4}$$

Скорость, по определению, $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$, где $\mathbf{r}$ - радиус вектор положения частицы в пространстве. Подставив уже выведенные выражения для компонент скоростей и проинтегрировав аналогичным образом получим выражения для координат частицы:

3 Численное решение

Согласно уравнениям (1), (2) численное решение для координаты частицы и скорости её движения в зависимости от времени будем искать для следующей системы дифференциальных уравнений первого порядка в соответсвии с геометрией задачи 1

$$
\begin{cases}
\dot{v_x}\dfrac{\partial v_x}{\partial t} = \left[eE_x + \dfrac{e}{c}\left(v_y B\right)\right] m^{-1} & v_x(0) = 10 \\
\dot{v_y} = \dfrac{e}{mc} v_x B & v_y(0) = 0 \\
\dot{r_y} = v_y & r_x(0) = 1 \\
\dot{r_y} = v_y & r_y(0) = v_y
\end{cases}
\tag{5}
$$