

ОТЧЁТ

Компьютерные технологии в науке и образовании

Задание № 5

Бартая Нодари ФМ-101

11 января 2020 г.

1 Постановка задачи

Требуется рассчитать траекторию движения электрона в скрещенных постоянных магнитном и электрическом полях. С напряженностями 10 А/м и 10 В/м, соответственно. Начальная скорость электрона направлена перпендикулярно вектору напряженности магнитного поля и составляет 10 см/с. Как будет меняться скорость движения электрона? Вычисления проводить в нерелятивистском пределе.

2 Аналитическое решение

Решение будем искать в нерелятивистском приближении, то есть скорость движения электрона много меньше скорости света. Тогда, согласно второму закону Ньютона уравнение движения электрона имеет вид:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}, \quad (1)$$

где m - масса электрона, \mathbf{v} - его скорость, \mathbf{F} - действующая сила.

В элетромагнитном поле на заряженные частицы действует сила Лоренца:

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}], \quad (2)$$

где e - заряд частицы, c - скорость света, \mathbf{E} и \mathbf{B} - напряженности электрического и магнитного поля, соответственно.

Уравнение движения (1) относится ко классу дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными. Таким образом, мы можем проинтегрировать уравнение движения и получить зависимость скорости от времени.

$$\int dv = \int e\mathbf{E} + \frac{e}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}] dt \quad (3)$$

Заряд частицы, скорость света и напряженности полей - постоянные величины. В этом случае, можно записать выражения для компонент скоростей в проекциях на оси координат:

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} + \left[eE_x + \frac{e}{c} (v_y B_z - B_y V_z) \right] t \\ v_y &= v_{0y} + \left[eE_y + \frac{e}{c} (v_x B_z - B_x V_z) \right] t \\ v_z &= v_{0z} + \left[eE_z + \frac{e}{c} (v_x B_y - B_x V_y) \right] t \end{aligned} \quad (4)$$

Скорость, по определению, $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$, где \mathbf{r} - радиус вектор положения частицы в пространстве. Подставив уже выведенные выражения для компонент скоростей и проинтегрировав аналогичным образом получим выражения для координат частицы: