ОТЧЁТ
Компьютерные технологии в науке и образовании
Задание № 5

Бартая Нодари ФМ-101

13 января 2020 г.

1 Постановка задачи

Требуется рассчитать траекторию движения электрона в скрещенных постоянных магнитном и электрическом полях. С компонентами $\mathbf{E} = (E_x, 0, 0)$, $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$ и напряженностями 10 А/м и 10 В/м соответственно. Начальная скорость электрона $\mathbf{v}_0$ направлена перпендикулярно вектору напряженности магнитного поля и составляет 10 см/с. Геометрия задачи представлена на рисунке ниже.

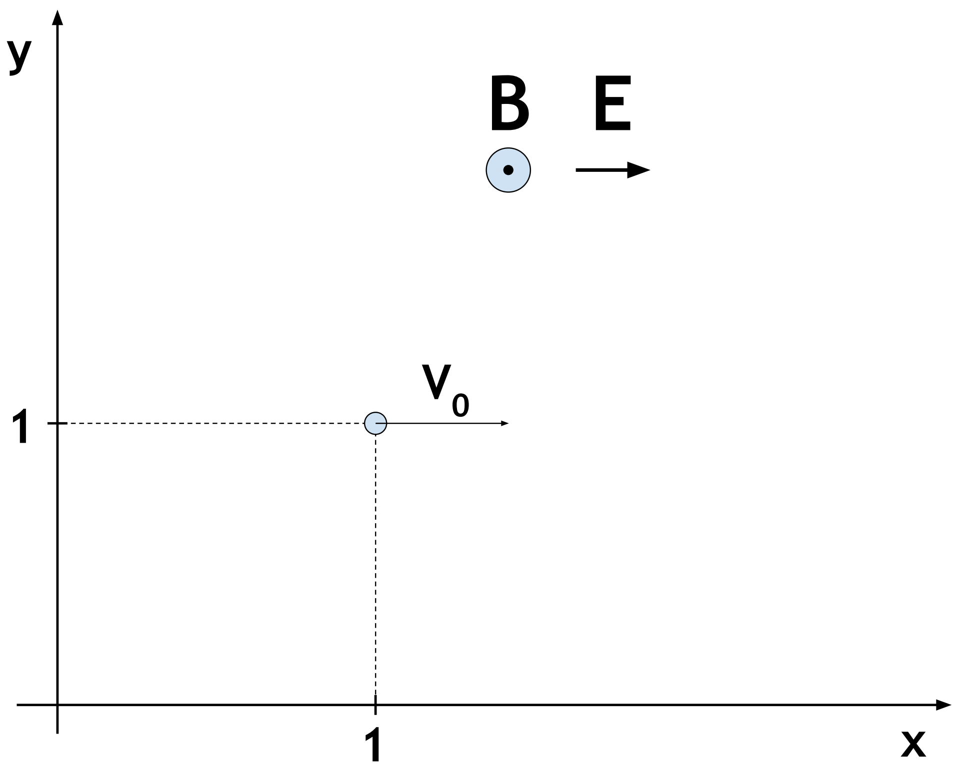

Рис. 1: Электрон в электромагнитном поле. Геометрия задачи, начальные условия.

2 Аналитическое решение

Решение будем искать в нерелятивистском приближении, то есть скорость движения электрона много меньше скорости света. Тогда, согласно второму закону Ньютона уравнение движения электрона имеет вид:

$$m\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{F}, \tag{1}$$

где m - масса электрона, $\mathbf{v}$ - его скорость, $\mathbf{F}$ - действующая сила.

В элетромагнитном поле на заряженные частицы действует сила Лоренца:

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}\left[\mathbf{v}\mathbf{B}\right], \tag{2}$$

где e - заряд частицы, - скорость света, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ - напряженности электрического и магнитного поля, соответственно.

Уравнение движения (1) относится ко классу дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными. Таким образом, мы можем проинтегрировать уравнение движения и получить зависимость скорости от времени.

$$\int \mathrm{d}v = \int e\mathbf{E} + \frac{e}{c}\left[\mathbf{v}\mathbf{B}\right]\,\mathrm{d}t \tag{3}$$

Заряд частицы, скорость света и напряженности полей - постоянные величины. В этом случае, можно записать выражения для компонент скоростей в проекциях на оси координат:

$$\begin{aligned}
v_x &= v_{0x} + \left[eE_x + \frac{e}{c}\left(v_yB_z - B_yV_z\right)\right]t\\
v_y &= v_{0y} + \left[eE_y + \frac{e}{c}\left(v_xB_z - B_xV_z\right)\right]t\\
v_z &= v_{0z} + \left[eE_z + \frac{e}{c}\left(v_xB_y - B_xV_y\right)\right]t
\end{aligned} \tag{4}$$

Скорость, по определению, $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$, где $\mathbf{r}$ - радиус вектор положения частицы в пространстве. Подставив уже выведенные выражения для компонент скоростей и проинтегрировав аналогичным образом получим выражения для координат частицы:

3 Численное решение

Согласно уравнениям (1), (2) численное решение для координаты частицы и скорости её движения в зависимости от времени будем искать для следующей системы дифференциальных уравнений первого порядка в соответсвии с геометрией задачи 1.

$$\begin{cases} \dot{v_x}\dfrac{\partial v_x}{\partial t} = \left[eE_x + \dfrac{e}{c}\left(v_y B_z\right)\right] m^{-1} & v_x(0) = 10 \\ \dot{v_y} = \dfrac{e}{mc} v_x B_z & v_y(0) = 0 \\ \dot{r_y} = v_y & r_x(0) = 1 \\ \dot{r_y} = v_y & r_y(0) = 1 \end{cases} \tag{5}$$

Данная система решается с помощью модуля integrate библиотеки scipy для языка программирования python. Код программы приведен в разделе 4. На рисунках 2, 3 представлены тракетория частицы и зависимость компонент скоростей от времени.

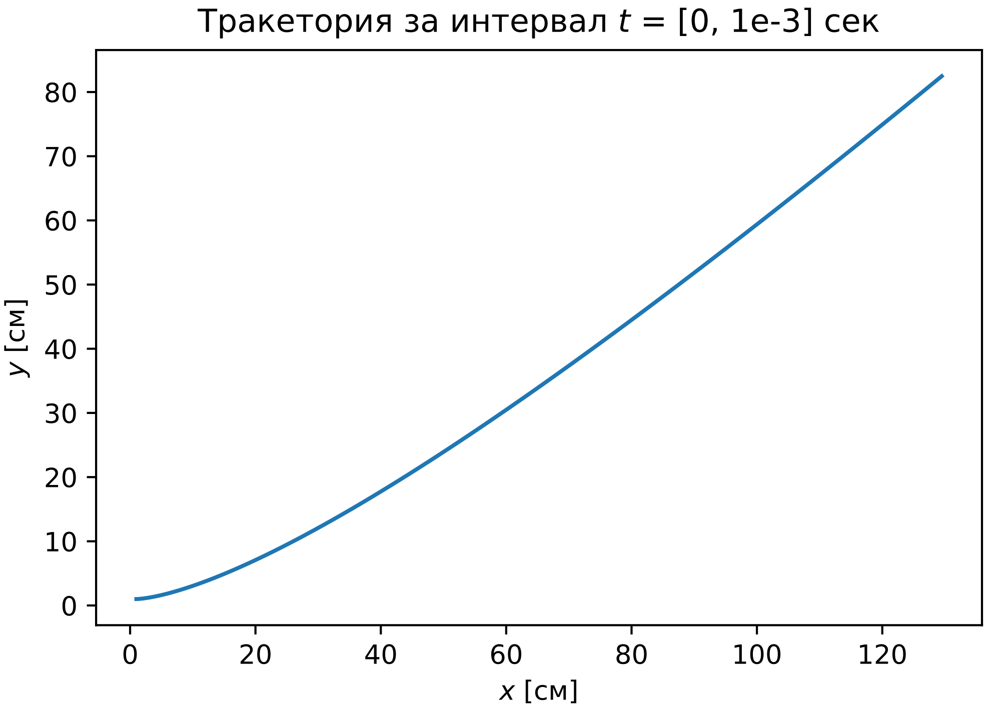

Рис. 2: Электрон в электромагнитном поле. Геометрия задачи, начальные условия.

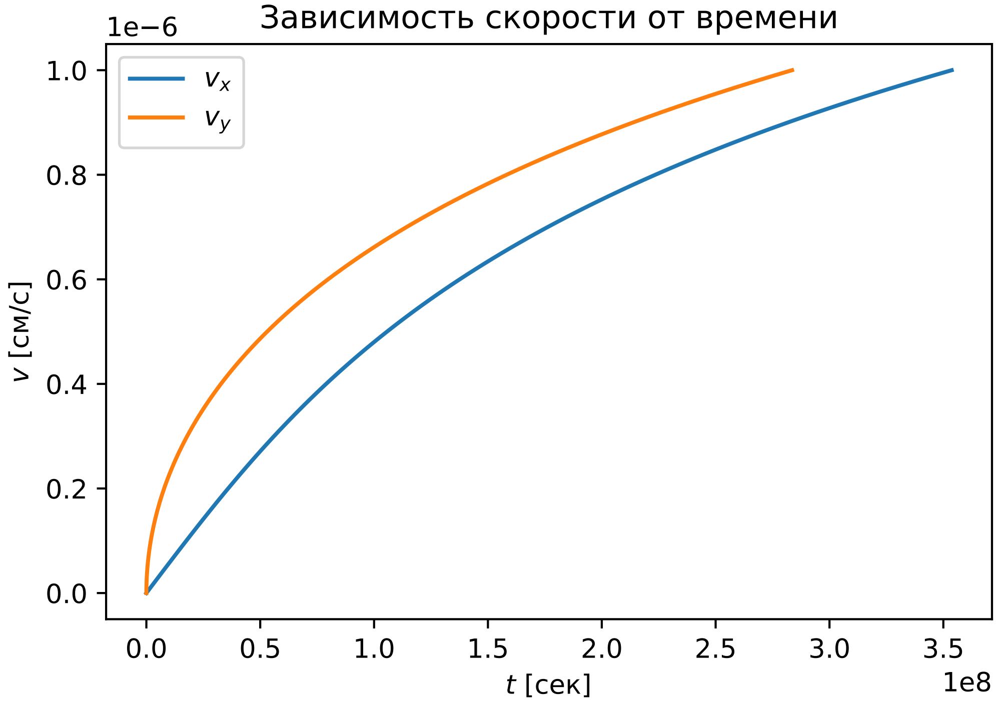

Рис. 3: Электрон в электромагнитном поле. Геометрия задачи, начальные условия.

4 Код программы

```
# -*- coding: utf-8 -*-
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint

m = 9.11e-28
e = 4.8e-10
c = 3e10
erstd = 0.01256637
sgse = 3.3e-5
B = 10 * erstd
E = 10 * sgse

C = (m, e, c, B, E)

# function
def system(u, t, C):
    dvxdt = (C[1]*C[4] + C[1]/C[2] * u[1]*C[3])/C[0]
    dvydt = C[1]/C[2]/C[0] * u[0]*C[3]
    drxdt = u[0]
    drydt = u[1]
    return [dvxdt, dvydt, drxdt, drydt]

# initial condition
u0 = [10, 0, 1, 1]

# time points
t = np.linspace(0, 1e-6, 101)

# solve
sol = odeint(system, u0, t, args=(C,))
print(sol)
```