

## Regneøving 6

Innlevering 25. februar

Denne øvingen handler primært om harmoniske svingninger (først en liten oppvarmingsoppgave for å repetere litt) Du skal i stor grad bruke Python som et numerisk verktøy. Husk at all kode og grafer må leveres for å få godkjent øving.

### Oppgave 1. Litt oppvarming. Kan dette ha noe med Moder Jord å gjøre?

En partikkel beveger seg under en attraktiv kraft  $F$  av formen

$$F = -\frac{k}{r^2}$$

der  $r$  er avstanden til det tiltrekkende sentrum, og  $k$  er en konstant. Vi antar at partikkelen følger en sirkelbane med radius  $r$ .

Vis at partikkelen har total mekanisk energi  $E = -k/2r$ .  
(Velg nullpunkt for potensiell energi i  $r = \infty$ ).

### Oppgave 2. Harmonisk oscillator: Frie svingninger

Anta at du har en kloss med masse  $m = 10$  g som er festet i en fjær med fjærkonstant  $k = 0,1$  N/m. Sett opp Newtons 2. lov for dette systemet. Den generelle løsningen for denne andre ordens differensiallikning kan skrives som  $x = A \cos(\omega t + \theta)$ .

- Gitt at  $x(0) = 1,0$  cm, og  $x'(0) = 0,05$  m/s, bestem parameterne amplituden  $A$  og fasekonstanten  $\theta$ . Løs deretter differensiallikningen numerisk i Python med de gitte initialbetingelsene.
- Bestem analytisk hva perioden til svingesystemet er.
- Plot den numeriske løsningen sammen med den numeriske løsningen over et tidsintervall på 4 perioder (som du fant i deloppgave b)). Hvor lite må du gjøre tidsintervallet for at den numeriske løsningen skal reprodusere den analytiske løsningen?

### Oppgave 3. Harmonisk oscillator: Med damping

Vi tilfører nå damping i systemet (f.eks fester en magnet til massen og lar magneten bevege seg gjennom en spole). Dampingen kan modelleres med et dempeledd som er gitt av  $F = -bv$ , hvor  $b$  er en konstant som beskriver dempningen. Endre den numerisk løsningen din fra oppgave 1 til å inkludere et dempeledd.

- a) Prøve først med  $b = 0.0010 \text{ Ns/m}$ . Hva slags system er dette (overdempet eller underdempet)?
- b) Hva må  $b$  være for å få til et kritisk dempet system. Plot løsningen for dette

#### Oppgave 4. Harmonisk oscillator: Drevne svingninger

Vi introduserer nå en kraft som driver systemet som er gitt av  $F_0 \cos(\omega_d t)$ .

- a) Modifiser den numeriske løsningen din fra forrige oppgave til også å inkludere denne kraften. La  $\omega_d = 7 \text{ rad/s}$  og  $F_0 = 0.01 \text{ N}$ .
- b) Øk tidsintervallet til å være like 8 perioder av frie svingninger. Plot så svingningene først for  $b = 0$  (ingen damping) og deretter for  $b$  satt til 10% av verdien for kritisk damping. Tolk kurvene ved hjelp av begrepene transient og steady-state løsning.
- c) Hva er resonansfrekvensen til systemet? Plot løsningen for en tre ulike frekvenser, en lik resonansfrekvensen, en litt over og en litt under (La damping være 10 % av damping for kritisk damping).
- d) Hva er Q-faktoren til systemet når  $b$  er 10 % av verdien for kritisk damping?