Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4123/25
Matematikk 4M/N
Våren 2014

Øving 8

1 **a)** Kreyszig, Problem set 19.1, s. 794, Oppgave 2.
Hvis vi multipliserer eller dividerer tall med et visst antall signifikante siffre, vil svaret aldri bli mer nøyaktig (ha flere signifikante siffre) enn tallet med minst antall signifikante siffre.

b) Kreyszig, Problem set 19.1, s. 794, Oppgave 5.

2 Løs følgende ligning på samme måte som i Kreyszig, Example 2, s. 791:

$$x^2 - 60x + 4 = 0.$$

Bruk 5 signifikante siffer i alle mellomregninger og svar. Start med å sette opp formelen for løsning av andregradsligning, og regn ut kvadratroten med 5 sign. siffer (dvs. rund av til 5 sign. siffer). Merk at her blir $x_1 \cdot x_2 = 4$.

3 I denne oppgaven skal vi studere iterasjonen

$$x_{n+1} = g(x_n).$$

der $g(x) = 1 - x^3$. Oppgaven tar utgangspunkt i K. s.804, Oppg. 2.

Ligningen $x = g(x)$ har løsning $s = 0.682..$, og vi skal bruke Matlab-programmet nedenfor. Dette lager et enkelt plott med n langs x-aksen og x_n langs y-aksen:

```
g = @(x) 1-x.^3 ; % Definerer funksjonen g(x)
Nit = 50; n = 0:Nit ; xsol = 0*n;
for loop = 1:20
    x = input('Sett inn startverdi (stop = Ctr-c):')
    xsol(1) = x;
    for j = 1:Nit
        x = g(x);
        xsol(j+1) = x;
    end
    plot(n, xsol, '.')
    xlabel('n'); ylabel('x_n')
    axis([0 Nit -1.5 3])
end
```

Legg inn programmet og start det opp. Det vil stoppe og spørre om en startverdi (x_0).

Forklar hva du ser for ulike startverdier:

1. Hva skjer når $x_0 = 0$ eller 1?
2. Hva skjer når $x_0 \approx 0.682$ (nær løsningen), og ellers når $0 < x_0 < 1$?
3. Hva skjer når x_0 er litt utenfor intervallet $[0, 1]$, og spesielt for x_0 rundt 1.153?
4. Teorem 1 sier at iterasjonen vil konvergere mot s hvis $|g'(s)| \leq K < 1$. Er dette tilfelle her?

4 Finn, ved hjelp av Newton-Raphsons metode en tilnærmet løsning med 5 signifikante siffer til den ikke-lineære ligningen

$$f(x) = x^2 + e^x - 1 = 0.$$

Start med $x_0 = -1$.

Det fins også en annen løsning. Finn denne direkte fra ligningen og vis at Newton-Raphson konvergerer mot denne løsningen hvis $x_0 = 0.1$.

Vink: Benytt Matlab-koden:

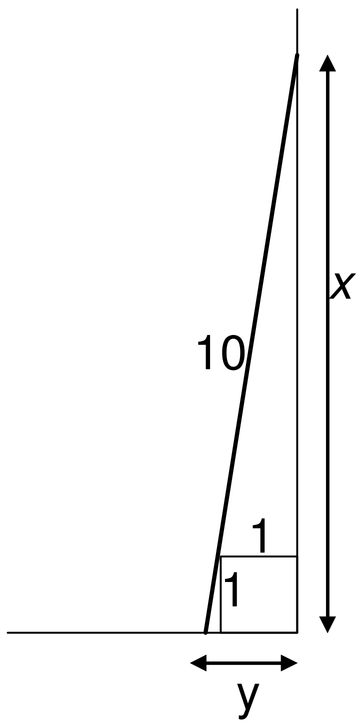
```
format long % Skriver ut 14 siffer!
f = @(x) x^2+exp(x)-1; % Def. av f
df = @(x) 2*x+exp(x); % Def. av df/dx
x = -1
for n = 1:8
    x = x - f(x)/df(x)
end
```

5 **a)** En loddrett vegg går opp fra et vannrett fortau. Inntil veggen står det en firkantet kasse som er 1m høy og som stikker 1m ut fra veggen. En 10m lang stige står på skrå opp mot veggen slik at den også berører kanten ute på kassen. Situasjonen er illustrert i Fig. 1. Vis at den loddrette høyden x som stigen når opp langs veggen er en løsning av 4. gradsligningen

$$f(x) = x^4 - 2x^3 - 98x^2 + 200x - 100 = 0.$$

Modifiser Matlab-koden i Oppgave 4 og finn en tilnærmet løsning litt mindre enn 10. Det fins også en løsning som er litt større enn 1 (den samme som lengden y på figuren).

b) Sjekk løsningen mot Matlabs numeriske beregning av røttene i 4. gradsligningen ved å bruke funksjonen `roots`.



Figur 1: Stigen berører kanten på kassen og ellers fortauet og veggen.