

Преген  $\varphi$ -уши:

1)  $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$

2) ~~функция~~  $D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$

( $\varphi$ -уше Dirichlet)

3)  $f(x) = x^3 - x^2$

a)  $\text{Dom}(f(x)) = \mathbb{R}$

$\text{Ran}(f(x)) = \mathbb{R}$

б)  $f(x) = 0, x^3 - x^2 = 0, x^2(x-1) = 0$

$x_0 = 0$  кратность 2

$x = 1$  кратность 1

с)  $f(x) > 0, x > 1$  при  $x > 1$

$f(x) \leq 0$  при  $x \leq 1$

д)  $f'(x) = 3x^2 - 2x, f'(x) = 0, x(3x-2) = 0$

$x = 0$

$x = \frac{2}{3}$

возрастает монотонно:  $(-\infty; 0]; (\frac{2}{3}; +\infty)$

убывает монотонно:  $(0; \frac{2}{3}]$

е)  $f(-x) = -x^3 - x^2 \neq f(x) \neq -f(x)$

$\varphi$ -уше не является четной или нечетной

ф)  $\varphi$ -уше неограниченно

г)  $\varphi$ -уше непрерывна



$$4) a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 - 2x^2}{4x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \right) = -1/2$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{\sqrt[6]{1+x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[6]{1+x})^3 - 1^3}{(\sqrt[6]{1+x})^2 - 1^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt[6]{1+x} - 1)(\sqrt[6]{1+x} + 1)}{(\sqrt[6]{1+x} - 1)(\sqrt[6]{1+x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[6]{1+x} + 1}{\sqrt[6]{1+x} + 1} = \frac{3}{2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x} \right)^{4x+1} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \left( 1 + \frac{1}{t} \right) \left( 1 + \frac{1}{t} \right)^{1/2} \right)^{12} = e^{12}$$

$t = \frac{x}{3}$

Теорема о пределах

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{4x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin x / x} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} \sin x / x} = 1$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin x} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+3}{4x-3} \right)^{6x} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{t} \right)^{\frac{6t+3}{4}} = e^{6/4} = e^{1.5}$$

$$\frac{4x+3}{4x-3} = \frac{4x-3+6}{4x-3} = 1 + \frac{6}{4x-3}$$

$$t = \frac{4x-3}{6}, \quad x = \frac{6t+3}{4}$$

$$e, f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x + \ln x}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} =$$

$$= 1 + 0 = 1$$

расчет  
не нужен

расчет  
нужен