

Algorytmy i struktury danych (Lista 6)

Zadanie 1 Jakie informacje przechowujemy w węźle B-drzewa? Podaj definicję B-drzewa.

```
struct BTreeNode:
    int t;           // minimum degree
    int n;           // current number of keys
    int* keys;       // array of keys in non-decreasing order
    bool leaf;       // is it a leaf?
    BTreeNode** children;
end
```

Inne założenia (oprócz zawartych w komentarzach):

1. Węzeł wewnętrzny zawiera $n + 1$ wskaźników do synów.
2. Klucze rozdzielają dzieci na przedziały ($n+1$).
3. Każdy węzeł różny od korzenia musi mieć co najmniej $t - 1$ kluczy i co najwyżej $2t - 1$ kluczy. (korzeń może mieć od 1 do $2t - 1$ kluczy)
4. Wszystkie liście leżą na tej samej wysokości równym h .

Zadanie 2 (2 pkt.) Udowodnij, że żadna z poniższych operacji wykonana na drzewie spełniającym wszystkie warunki B-drzewa, nie prowadzi do ich naruszenia.

- (a) `split_child`, przesuwająca środkowy klucz (medianę) z węzła o $2t - 1$ kluczach do rodzica, który ma mniej niż $2t - 1$ kluczy, a klucze i dzieci na prawo od mediany – do nowego brata dodanego po prawej stronie dzielonego węzła.
- (b) `unsplit_child` odwrotna do `split_child`, sklejająca dwa sąsiednie węzły o minimalnej liczbie kluczy $t - 1$ oraz klucz stojący w rodzicu między nimi w jeden nowy węzeł. Zakładamy, że rodzic ma co najmniej t kluczy lub jest korzeniem.
- (c) `borrow_from_sibling`, rotacja przenosząca do węzła o minimalnej $t - 1$ liczbie kluczy, który ma prawego brata z co najmniej t kluczami, klucz stojący w rodzicu między braćmi i wpisująca na jego miejsce jego miejsce pierwszy klucz brata. Jakie operacje na dzieciach należy dodatkowo wykonać?

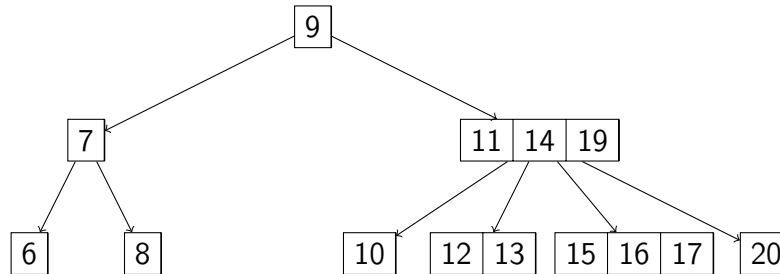
Zadanie 3 W B-drzewie o $t = 10$ podaj wzory i wyniki numeryczne określające:

- (a) ile kluczy może zawierać korzeń (podaj przedział),
- (b) ile dzieci może mieć korzeń (podaj przedział),
- (c) ile kluczy może mieć potomek korzenia (podaj przedział),
- (d) ile dzieci może mieć potomek korzenia (podaj przedział),

- (e) ile maksymalnie węzłów może być na k -tym poziomie (przyjmując, że korzeń to poziom 0)
- (f) ile łącznie kluczy może być na k -tym poziomie (podaj przedział).

Zadanie 4 Jaka jest minimalna, a jaka maksymalna liczba kluczy w B-drzewie mającym h poziomów, przy ustalonej wartości parametru t (patrz Cormen).

Zadanie 5 Podano na rysunku B-drzewo o $t = 2$:



- usuń z tego drzewa 7.
- do drzewa widocznego powyżej dodaj 18.

Zadanie 6 (2 pkt.) Do pustego B-drzewa o $t = 2$ wstaw kolejno 22 litery swojego imienia i nazwiska oraz adresu. Następnie usuń w tej samej kolejności w jakiej były wstawiane.

Zadanie 7 Narysuj B-drzewo o $t = 3$ zawierające dokładnie 17 kluczy na trzech poziomach: korzeń, jego dzieci i wnuki. Następnie usuń z tego drzewa korzeń.