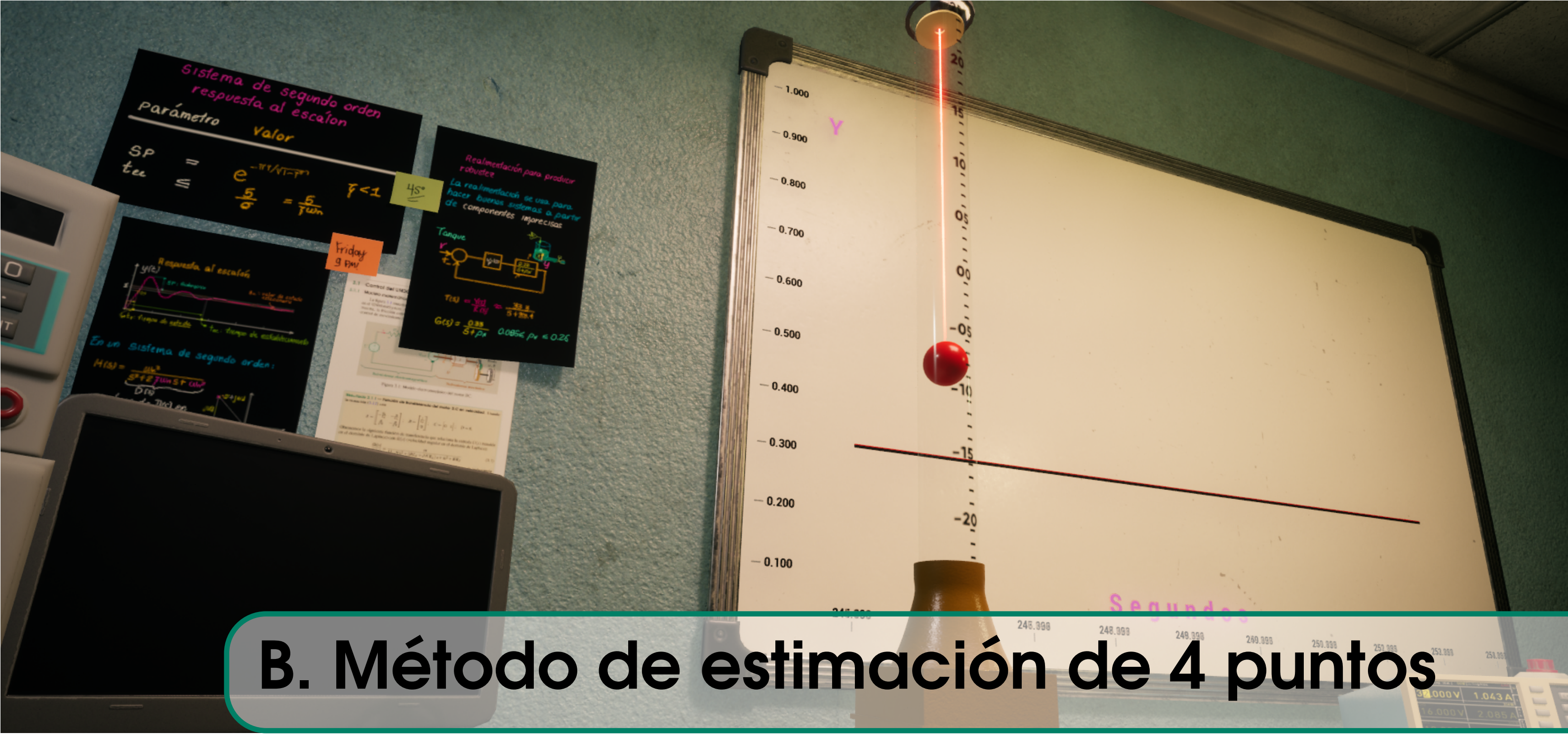

B. Método de estimación de 4 puntos

B.1 Teoría básica

Consideremos el modelo de un sistema lineal de primer orden dado por la función de transferencia

$$G(s) = \frac{\alpha}{\tau s + 1}, \tag{B.1}$$

cuya respuesta al escalón, denotada $y(t)$, se muestra en la figura B.1.

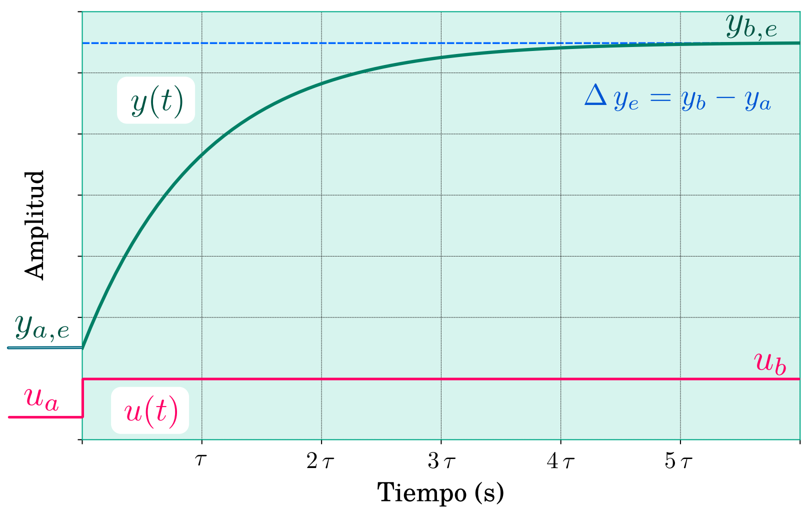

Figura B.1: Respuesta de un sistema de primer orden con condición inicial y_a

Inicialmente, al momento de aplicar el escalón, el sistema se encuentra estabilizado en el punto de operación $y_{a,e}$. Al transcurrir un tiempo cercano a $5\,\tau$, el sistema alcanza un nuevo valor de estado estacionario, denotado por $y_{b,e}$.

Definamos el cambio entre el punto de estado estacionario inicial, $y_{a.e}$, y el nuevo valor de estado estacionario, $y_{b,e}$, como

$$\Delta y_e = y_{a,e} - y_{b,e}.$$

Además, definamos el valor normalizado de la salida como

$$\overline{y}(t) = \frac{y(t) - y_{a,e}}{\Delta y_e}. \tag{B.2}$$

La figura B.2 muestra la respuesta normalizada $\overline{y}(t)$ del sistema de primer orden. Matemá-

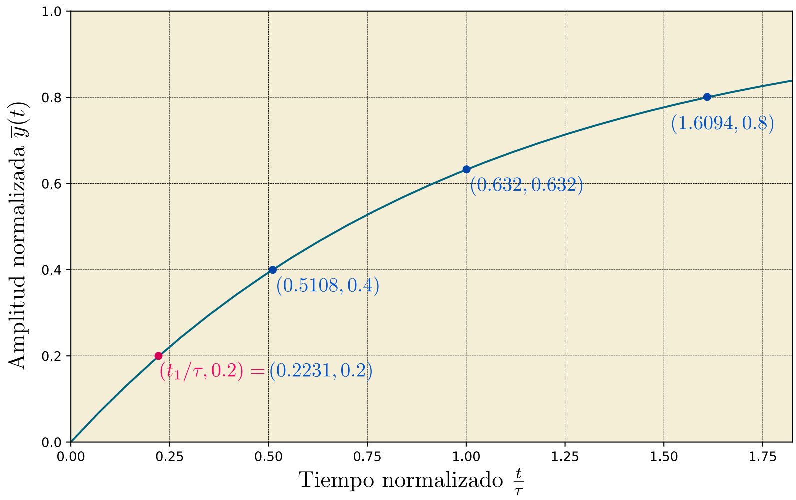

Figura B.2: Método de los 4 puntos

ticamente, la respuesta de este sistema normalizado está dada por:

$$\overline{y}(t) = 1 - e^{-t/\tau}. \tag{B.3}$$

En el punto t_1/τ (resaltado en magenta en la fig. B.2) para el cual la amplitud normalizada es $\overline{y}(t) = 0.2$, tenemos que:

$$0.2 = 1 - e^{-t_1/\tau}.$$

A partir de este punto, obtenemos una estimación de la constante de tiempo del sistema dada por:

$$\tau = \frac{t_1}{0.2231}.$$

Siguiendo el mismo tipo de cálculo, la tabla B.1 consigna los valores estimados de la constante de tiempo τ para las amplitudes normalizadas $\overline{y}(t) = 0.2, 0.4, 0.63, 0.8$.

B.2 Algoritmo de estimación de parámetros usando el método de 4 puntos.

Supnogamos que hemos registrado la respuesta experimental al escalón de un sistema. Mediante el siguiente algoritmo, podemos estimar la constante de tiempo de un modelo de primer orden que aproxima los datos experimentales.

$\bar{y}(t)$	τ estimado
0.2	$\tau_1 = t_1/0.2231$
0.4	$\tau_2 = t_2/0.5108$
0.63	$\tau_3 = t_3$
0.8	$\tau_4 = t_4/1.6094$

Cuadro B.1: Valores estimados de τ con las 4 puntos

Paso 1: Encuentre $y_{a,e}$ gráficamente o como el promedio de N (por ejemplo, $N = 20$) puntos antes del cambio del escalón y $y_{b,e}$ como el promedio de los últimos N puntos registrados en la respuesta al escalón.

Paso 2: Con los datos experimentales, encuentre y grafique la respuesta experimental normalizada $\bar{y}(t)$ del sistema por medio de la ecuación B.2.

Paso 3: Encuentre gráficamente, o por medio de interpolación numérica de la curva experimental, los valores de tiempo t_1, t_2, t_3 y t_4 en los cuales la respuesta experimental normalizada $\bar{y}(t)$ alcanza, respectivamente, los valores $0.2, 0.4, 0.63$ y 0.8.

Paso 4: Usando las expresiones de la segunda columna de la tabla B.1, calcule los 4 valores estimados para la constante de tiempo: τ_1, τ_2, τ_3 y τ_4.

Paso 5: Obtenga el valor estimado $\overline{\tau}$ de la constante de tiempo del sistema promediando los valores obtenidos en el Paso 3, esto es:

$$\tilde{\tau} = \frac{1}{4}\Sigma_{i=1}^{4} \tau_i. \tag{B.4}$$

Definiendo la amplitud del escalón aplicado como $\Delta u = u_a - u_b$ (vea la fig, B.1, calcule el valor estimado $\tilde{\alpha}$ de la ganancia del sistema de primer orden como:

$$\overline{\alpha} = \frac{\Delta y_e}{\Delta_u} \tag{B.5}$$

■

Comentario B.2.1 — ¿Por qué usar más de un punto?. Idealmente no necesitaríamos sino un solo punto para estimar la constante de tiempo de un sistema lineal y todos los valores τ_i en tabla B.1 deberian ser iguales. Sin embargo, sistemas reales como los considerados en este trabajo, no son lineales. Por tanto, lo que estamos es intentando encontrar un modelo lineal "parecido" al nuestro sistema real en determinado punto de operación. Así las cosas, el promedio de la ecuación B.4, encuentra un valor que equilibra las diferencias en varios puntos.