

## DİFERANSİYEL

Türevlenebilir bir  $f(x)$  fonksiyonu ile elde edilen

$$\frac{d}{dx}(f(x)) = f'(x)$$

eşitliğindeki

$$d(f(x)) = f'(x) dx$$

ifadesine " **$f(x)$  fonksiyonunun diferansiyeli**" denir.

Türevi verilen fonksiyonun kendisini bulma işlemine "**integral alma**" adı verilir.

Bu integralin bulunması için  $F'(x) = f(x)$  olacak biçimde bir  $F(x)$  fonksiyonu araştırılır ve  $c$  sabit sayısı bu fonksiyona eklenerek  $f(x)$  fonksiyonunun belirsiz integrali  $F(x) + c$  elde edilir.

Burada  $c$  sabit sayısına "**integral sabiti**" denir.

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

↑  
integral  
↓  
türevi

$$\int \underbrace{f(x)}_{\text{fonksiyon}} dx = \underbrace{F(x)}_{\text{ters türevi}} + c$$

1. Aşağıdaki diferansiyellerin eşitlerini bulunuz.

$$d(2x + 1) =$$

$$d(u^3 + u) =$$

$$d(t^2 + \sqrt{t}) =$$

- $\int$  sembolüne **integral işareti**
- $f(x)$  e **integrant**
- $F(x)$  e  **$f(x)$  in ilkel fonksiyonu**
- $c$  gerçel sayısına **integral sabiti** adı verilir.

## BELİRSİZ İNTEGRAL

Tanımlı olduğu kümede türevlenebilir bir  $y = F(x)$  fonksiyonunun türevi  $y = f(x)$  olsun,  $f(x)$  fonksiyonunun türevi alınmadan önceki hali olan  $F(x)$  fonksiyonuna,  $f(x)$  fonksiyonunun "**ters türevi**" veya "**belirsiz integrali**" denir.

Bir  $f(x)$  fonksiyonunun belirsiz integrali  $\int f(x) dx$  biçiminde ifade edilir.

2. Aşağıdaki belirsiz integrallerin eşitlerini bulunuz.

$$\int 5 dx =$$

$$\int 2x dx =$$

## İNTEGRAL PART-1

3.

$$\int 3x^2 dx =$$

$$\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx =$$

$$\int (4x^3 + 5x^4) dx =$$

NOT:

$\int (...) dx$  ifadesi,

x değişkenine göre integral alınacağını belirtir.

$\int (...) dy$  ifadesi,

y değişkenine göre integral alınacağını belirtir.

4. Aşağıda verilen belirsiz integrallerde integrali alınan fonksiyonları bulunuz.

$$\int \dots\dots\dots = x^2 + x + c$$

$$\int \dots\dots\dots = (x^2 + 2)^4 + c$$

$$\int \dots\dots\dots = \sqrt[4]{x} + x + c$$

5. c bir gerçel sayı olmak üzere,  $f(x) = y$  fonksiyonunun ters türevi

$$F(x) = (x^2 - 1)^3 \cdot (x^2 - 4x + 1) + c$$

fonksiyonudur.

Buna göre,  $f(0)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

6. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı  $f(x)$  fonksiyonunun ters türevi  $F(x)$  olmak üzere,

$$f(x) = 4x^3$$

$$F(0) = 3$$

olduğuna göre,  $F(2)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 19      B) 20      C) 21      D) 22      E) 23

7. c bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\int x^3 \cdot f(x) dx = x^5 - x^4 + x^3 + c$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,  $y = f(x)$  fonksiyonuna üzerindeki  $x = 1$  apsilli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

- A) -3      B) -2      C) -1      D) 2      E) 3

## İNTEGRAL PART-1

8.  $\int [x \cdot f'(x) + f(x)] dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $f(x) + c$       B)  $f(x) + x + c$       C)  $\frac{f(x)}{x} + c$   
D)  $x \cdot f(x) + c$       E)  $x \cdot f^2(x) + c$

9.  $\int \frac{f(x) - x \cdot f'(x)}{f^2(x)} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x \cdot f(x) + c$       B)  $\frac{f(x)}{x} + c$       C)  $\frac{x^2}{f(x)} + c$   
D)  $\frac{f(x)}{x^2} + c$       E)  $\frac{x}{f(x)} + c$

10.  $\int (x + f(2x)) dx = 4x^3 + \frac{x^2}{2} + 6$

olduğuna göre,  $f(4)$  kaçtır?

11.  $\int \frac{f(x)}{x} dx = -\frac{x^2}{2} - 4x - 2$

olduğuna göre,  $f(x)$  fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

12.  $P(x)$  bir polinom olmak üzere,

Her  $x \in \mathbb{R}$  için

$$\frac{P'(x)}{3 \cdot x^2} = P(2)$$

eşitliği veriliyor.

$$P(0) = \frac{7}{2}$$

olduğuna göre,  $P(x)$  polinomunun  $(x - 1)$  ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

13.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$x \cdot \int f(x) dx = 2x^3 + \int x \cdot f(x) \cdot dx$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,  $f(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x^3 + x + 1$       B)  $x^3 + x^2 + 2$       C)  $x^2 + x + 2$   
D)  $12x$       E)  $6x$

Belirsiz İntegralin Özellikleri

BİLGİ

➔  $\int f'(x) dx =$

➔  $\int d(f(x)) =$

➔  $\int c \cdot f(x) dx =$

➔  $\frac{d}{dx} \int f(x) dx =$

➔  $d \int f(x) dx =$

➔  $\int \left( \frac{d}{dx} f(x) \right) dx =$

➔  $\int (f(x) \pm g(x)) dx =$

14.  $\int \left[ \frac{d}{dx} (\sin x + x^2) \right] dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\sin x + x^2 + c$       B)  $\sin x + x^2$       C)  $\sin x + 2x + c$   
D)  $\cos x + 2x + c$       E)  $(\sin x + x^2) \cdot dx$

15.  $f(x) = \frac{d}{dx} \left( \int (x - 2 \log x) dx \right)$

olduğuna göre,  $f(10)$  kaçtır?

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

16.  $\frac{d^2}{dx^2} \left[ \int (x^{10} - 5) dx \right]$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $10x^9 + c$       B)  $x^{10} + c$       C)  $10x^9$   
D)  $(x^{10} - 5) \cdot dx$       E)  $10x^9 \cdot dx$

17.  $d \left( \int 2x^3 dx \right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2x^3 \cdot dx$       B)  $2x^3 + c$       C)  $2x^3$   
D)  $6x^2 \cdot dx$       E)  $6x^2 + c$

18.  $\int d(x^2 - 4x)$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x^2 - 4x + c$       B)  $2x - 4$   
C)  $2x + c$       D)  $x^2 - 4x$

19. I.  $\int d(f(x) - \pi) = f(x) + c$

II.  $\frac{d}{dx} \left[ \int \cos^3 x dx \right] = \cos^3 x$

III.  $\int \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)} dx = \frac{f(x)}{g(x)} + c$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) I ve II      C) II ve III  
D) I ve III      E) I, II ve III

20.  $f(x) = \int (x^2 - 4x - 5) dx$

fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi kaçtır?

- A) -1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

21.  $f(x) = \frac{d}{dx} \int (x^3 - x^4 + x^2 + 1) dx$

fonksiyonuna üzerindeki  $A(1, n)$  noktasında teğet olan doğru  $g(x)$  fonksiyonudur.

Buna göre,  $g(2)$  kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

22. Üzerindeki noktalardan biri  $A(1, 6)$  olan  $y = f(x)$  fonksiyonu

$$f(x) = \int \frac{1}{2x^3} d(x^6)$$

olarak veriliyor.

Buna göre,  $f(2)$  değeri kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

23.  $d\left(\int x \cdot f(x) dx\right) = (x^2 + 4x) dx$

olduğuna göre,  $f(3)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

24.  $c$  bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\int f(x) dx + \int g(x) dx = x^3 + x + c$$

$$\int [f(x) - g(x)] dx = x^2 - x + c$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,  $f(2)$  kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

25.  $\int (x^2 + \sin^2 x) dx + \int (2x^2 + \cos^2 x) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x^3 + \sin x + c$  B)  $x^4 + x^3 + c$   
C)  $x^3 + c$  D)  $x^3 + x^2 + c$   
E)  $x^3 + x + c$

26.  $f$  bir çift fonksiyon olmak üzere,

$$\int 4f(x) dx - \int 2f(-x) dx = x^3 - 5x$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,  $f'(2)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

**İNTEGRAL ALMA KURALLARI**

1. Sabit fonksiyonun integrali, sabit sayının değişken ile çarpımına integral sabiti (c) eklenerek bulunur.

a bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\int a \cdot dx = a \cdot x + c$$

27.  $\int 3 dx + \int 2 du + \int u dv$

eşitliği veriliyor.

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2u + 3x + v^2 + c$  B)  $3x + 2u + uv + c$   
C)  $3u + 2x + uv + c$  D)  $3x + 3u + c$   
E)  $3x + 2u + v + c$

28.  $f(x) = \int 4 dx$

$f(2) = 10$

olduğuna göre,  $f(3)$  değeri kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

29.  $\int \frac{d(x^2 + 2x)}{x + 1}$  integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B)  $2x$  C)  $2x + c$   
D)  $x^2 + 2x$  E)  $x^2 + 2x + c$

2. n, -1'den farklı bir rasyonel sayı ve c bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

eşitliği elde edilir.

30.  $\int x dx = \dots\dots\dots$

$\int 5x^4 dx = \dots\dots\dots$

$\int \frac{1}{x^2} dx = \dots\dots\dots$

$\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \dots\dots\dots$

31.  $\int (3x^2 - x^3) dx =$

$\int (2x - \sqrt{x}) dx =$

$\int 3x^2 \cdot \ln x dx =$

$\int 3x^2 \cdot \ln x dx =$

$\int 3x^2 \cdot \ln x dx =$

$\int 3x^2 \cdot \ln x dx =$

$\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx =$

$\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx =$

32.  $f(x) = \int (4x^3 + 3x^2 + 4x - 2) dx$

$f(0) = 1$

olduğuna göre,  $f(1)$  kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

33.  $\int \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + c$

B)  $\frac{x^3}{3} - x + c$

C)  $\frac{x^3}{3} + x + c$

34.  $\int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $x^3 - x - \frac{1}{x} + c$

B)  $x^3 + x + \frac{1}{x} + c$

C)  $\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{x} + c$

D)  $\frac{x^3}{3} + x - \frac{1}{x} + c$

35.  $f'(x) = 3x^2 - 2x$

$f(1) = 2$

olduğuna göre,  $f(2)$  kaçtır?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

36.  $f''(x) = 6x$

$f'(1) = 4$

$f(1) = 7$

olduğuna göre,  $f(2)$  kaçtır?

- A) 12      B) 13      C) 14      D) 15      E) 16

## İNTEGRAL PART-1

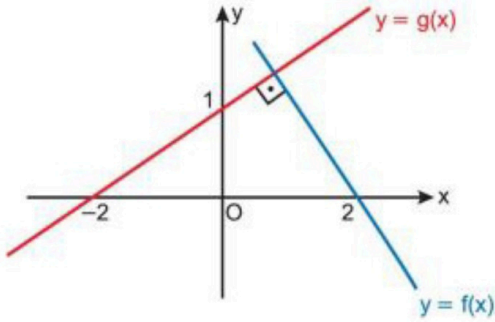
37.  $y = f(x)$  fonksiyonunun  $K(1, 4)$  noktasında yerel maksimumu vardır.

$$f'(x) = -6x - n$$

olduğuna göre,  $f(2)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

38. Aşağıda  $y = f(x)$  ve  $y = g(x)$  doğrusal fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

$$\int f'(x) \cdot g(x) d(f(x))$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2x + c$       B)  $x^2 + c$   
C)  $x^2 + x + c$       D)  $x^2 + 4x + c$   
E)  $x^2 - 4x + c$

39.  $P(x)$  bir polinom olmak üzere,

$$P(x) + \int P(x) dx = 2x^2 + x + 1$$

olduğuna göre,  $P(2)$  kaçtır?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

40.  $f(x) = \frac{x+1}{2}$

olduğuna göre,  $\int f^{-1}(x) dx$  integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x^2 + x + c$       B)  $x^2 - x + c$   
C)  $x^3 - x^2 + c$       D)  $x^3 + x^2 + c$   
E)  $x^3 - x + c$

41.  $P(x)$  baş katsayısı pozitif olan bir polinomdur.

$$P(x) \cdot \int P(x) dx = 2x^3 - 3x^2 + x$$

olduğuna göre,  $P(4)$  kaçtır?

- A) 11      B) 8      C) 7      D) 5      E) 3



## İNTEGRAL PART-1

42.  $P(x)$  polinom olmak üzere,

$$P(x) - \int P(x).dx = x^4 + 3$$

$$P'(a) - P(a) = 32$$

olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

43. Bir matematik dersinde kısmi integrasyon konusunu işleyen Ebru Öğretmen tahtaya

$$\int u dv = uv - \int v du$$

kuralını yazdıktan sonra, Mehmet bir sorunun çözümünde  $u$  ve  $v$  yerine sırasıyla  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarını seçip bu kuralı uygulayarak

$$\int f(x)g'(x)dx = \frac{f(x)}{x^2} - \int \frac{2}{x}dx$$

eşitliğini elde ediyor.

$f(0) = 2$  olduğuna göre,  $f(2)$  değeri kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 10

44. 2013-LYS

Türevi  $f'(x) = 3x^2$  olan  $f$  fonksiyonunun

$x = a$  ( $a > 0$ ) noktasındaki teğeti  $y - 12x + 14 = 0$

doğrusu olduğuna göre,  $f(1)$  değeri kaçtır?

- A) -2      B) 0      C) 1      D) 3      E) 5

45. 2014-LYS

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir bir  $f$  fonksiyonunun türevi

$$f'(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1 \text{ ise} \\ x, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

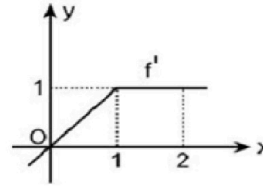
biçiminde veriliyor.

$f(1) = 1$  olduğuna göre,  $f(0) + f(3)$  değeri kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

46. 2013-LYS

Aşağıda, bir  $f$  fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$f(0) = 1$  olduğuna göre,  $f(2)$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{3}{2}$       B)  $\frac{5}{2}$       C)  $\frac{4}{3}$   
D)  $\frac{-1}{2}$       E)  $\frac{-1}{3}$

- 47.

$$\int \frac{x^2}{x+2} dx - \int \frac{4}{x+2} dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{x^2}{2} + 2x + c$       B)  $x^2 - x + c$       C)  $\frac{x^2}{2} - x + c$   
D)  $x^2 - 2x + c$       E)  $\frac{x^2}{2} - 2x + c$

## İNTEGRAL PART-1

48.  $m$  bir doğal sayı olmak üzere,

$$f_m(x) = \int \frac{x^m + x + 1}{x^2 - 1} dx$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre,  $(f_5 - f_3)(4)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 16      B) 24      C) 32      D) 64      E) 128

49.  $P(x)$  bir polinom olmak üzere,

$$Q(x) = P(x) \cdot \int P(x) dx$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

$\text{der}[Q(x)] = 9$  olduğuna göre,  $P(x)$  polinomunun derecesi kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 5      D) 8      E) 9

50. Başlangıçta 24 litre su bulunan bir depoda,  $t$  saat sonra depoda bulunan suyun hacmi  $V(t)$  ile gösterilmektedir.

$$\frac{d(V(t))}{dt} = 2t + 3$$

olduğuna göre, başlangıçtan 4 saat sonra depoda bulunan suyun hacmi kaç litre olur?

- A) 28      B) 40      C) 52      D) 56      E) 74

51. Zamana bağlı hız fonksiyonu  $V(t) = 3t^2 + 2t$  m/sn olan bir cismin 2. saniye sonunda aldığı yol 40 m olduğuna göre, zamana bağlı yol denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $s(t) = t^3 + t^2 + 16$       B)  $s(t) = t^3 + t^2 + 28$       C)  $s(t) = t^3 + t^2 + 10$   
D)  $s(t) = t^3 - t^2 + 28$       E)  $s(t) = 3t^2 + 2t + 40$