

DİFERANSİYEL

Türevlenebilir bir $f(x)$ fonksiyonu ile elde edilen

$$\frac{d}{dx}(f(x)) = f'(x)$$

eşitliğindeki

$$d(f(x)) = f'(x) dx$$

ifadesine " **$f(x)$ fonksiyonunun diferansiyeli**" denir.

1. Aşağıdaki diferansiyellerin eşitlerini bulunuz.

$$d(2x + 1) =$$

$$d(u^3 + u) =$$

$$d(t^2 + \sqrt{t}) =$$

BELİRSİZ İNTEGRAL

Tanımlı olduğu kümede türevlenebilir bir $y = F(x)$ fonksiyonunun türevi $y = f(x)$ olsun, $f(x)$ fonksiyonunun türevi alınmadan önceki hali olan $F(x)$ fonksiyonuna, $f(x)$ fonksiyonunun "**ters türevi**" veya "**belirsiz integrali**" denir.

Bir $f(x)$ fonksiyonunun belirsiz integrali $\int f(x) dx$ biçiminde ifade edilir.

Türevi verilen fonksiyonun kendisini bulma işlemine "**integral alma**" adı verilir.

Bu integralin bulunması için $F'(x) = f(x)$ olacak biçimde bir $F(x)$ fonksiyonu araştırılır ve c sabit sayısı bu fonksiyona eklenerek $f(x)$ fonksiyonunun belirsiz integrali $F(x) + c$ elde edilir.

Burada c sabit sayısına "**integral sabiti**" denir.

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

↑
integral
↓
türevi

$$\int \underbrace{f(x)}_{\text{fonksiyon}} dx = \underbrace{F(x)}_{\text{ters türevi}} + c$$

- \int sembolüne **integral işareti**
- $f(x)$ e **integrant**
- $F(x)$ e $f(x)$ in **ilkel fonksiyonu**
- c gerçel sayısına **integral sabiti** adı verilir.

2. Aşağıdaki belirsiz integrallerin eşitlerini bulunuz.

$$\int 5 dx =$$

$$\int 2x dx =$$

İNTEGRAL PART-1

3.

$$\int 3x^2 dx =$$

$$\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx =$$

$$\int (4x^3 + 5x^4) dx =$$

4. Aşağıda verilen belirsiz integrallerde integrali alınan fonksiyonları bulunuz.

$$\int \dots\dots\dots = x^2 + x + c$$

$$\int \dots\dots\dots = (x^2 + 2)^4 + c$$

$$\int \dots\dots\dots = \sqrt[4]{x} + x + c$$

5. c bir gerçel sayı olmak üzere, $f(x) = y$ fonksiyonunun ters türevi

$$F(x) = (x^2 - 1)^3 \cdot (x^2 - 4x + 1) + c$$

fonksiyonudur.

Buna göre, $f(0)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

NOT:

$\int (\dots) dx$ ifadesi,

x değişkenine göre integral alınacağını belirtir.

$\int (\dots) dy$ ifadesi,

y değişkenine göre integral alınacağını belirtir.

6. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı $f(x)$ fonksiyonunun ters türevi $F(x)$ olmak üzere,

$$f(x) = 4x^3$$

$$F(0) = 3$$

olduğuna göre, $F(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

7. c bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\int x^3 \cdot f(x) dx = x^5 - x^4 + x^3 + c$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonuna üzerindeki $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

8. $\int [x \cdot f'(x) + f(x)] dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) + c$ B) $f(x) + x + c$ C) $\frac{f(x)}{x} + c$
D) $x \cdot f(x) + c$ E) $x \cdot f^2(x) + c$

9. $\int \frac{f(x) - x \cdot f'(x)}{f^2(x)} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x \cdot f(x) + c$ B) $\frac{f(x)}{x} + c$ C) $\frac{x^2}{f(x)} + c$
D) $\frac{f(x)}{x^2} + c$ E) $\frac{x}{f(x)} + c$

10. $\int (x + f(2x)) dx = 4x^3 + \frac{x^2}{2} + 6$

olduğuna göre, $f(4)$ kaçtır?

11. $\int \frac{f(x)}{x} dx = -\frac{x^2}{2} - 4x - 2$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

12. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

Her $x \in \mathbb{R}$ için

$$\frac{P'(x)}{3 \cdot x^2} = P(2)$$

eşitliği veriliyor.

$$P(0) = \frac{7}{2}$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x - 1)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$x \cdot \int f(x) dx = 2x^3 + \int x \cdot f(x) \cdot dx$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 + x + 1$ B) $x^3 + x^2 + 2$ C) $x^2 + x + 2$
D) $12x$ E) $6x$

Belirsiz İntegralin Özellikleri

BİLGİ

- ➔ $\int f'(x) dx =$
- ➔ $\int d(f(x)) =$
- ➔ $\int c \cdot f(x) dx =$
- ➔ $\frac{d}{dx} \int f(x) dx =$
- ➔ $d \int f(x) dx =$
- ➔ $\int \left(\frac{d}{dx} f(x) \right) dx =$
- ➔ $\int (f(x) \pm g(x)) dx =$

14. $\int \left[\frac{d}{dx} (\sin x + x^2) \right] dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\sin x + x^2 + c$ B) $\sin x + x^2$ C) $\sin x + 2x + c$
D) $\cos x + 2x + c$ E) $(\sin x + x^2) \cdot dx$

15. $f(x) = \frac{d}{dx} \left(\int (x - 2 \log x) dx \right)$
olduğuna göre, $f(10)$ kaçtır?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

16. $\frac{d^2}{dx^2} \left[\int (x^{10} - 5) dx \right]$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $10x^9 + c$ B) $x^{10} + c$ C) $10x^9$
D) $(x^{10} - 5) \cdot dx$ E) $10x^9 \cdot dx$

17. $d \left(\int 2x^3 dx \right)$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $2x^3 \cdot dx$ B) $2x^3 + c$ C) $2x^3$
D) $6x^2 \cdot dx$ E) $6x^2 + c$

18. $\int d(x^2 - 4x)$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $x^2 - 4x + c$ B) $2x - 4$
C) $2x + c$ D) $x^2 - 4x$

19. I. $\int d(f(x) - \pi) = f(x) + c$
II. $\frac{d}{dx} \left[\int \cos^3 x dx \right] = \cos^3 x$
III. $\int \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)} dx = \frac{f(x)}{g(x)} + c$
ifadelerinden hangileri doğrudur?
- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

20. $f(x) = \int (x^2 - 4x - 5) dx$
- fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi kaçtır?**
- A) -1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

21. $f(x) = \frac{d}{dx} \int (x^3 - x^4 + x^2 + 1) dx$
- fonksiyonuna üzerindeki $A(1, n)$ noktasında teğet olan doğru $g(x)$ fonksiyonudur.
- Buna göre, $g(2)$ kaçtır?**
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

22. Üzerindeki noktalardan biri $A(1, 6)$ olan $y = f(x)$ fonksiyonu
- $$f(x) = \int \frac{1}{2x^3} d(x^6)$$
- olarak veriliyor.
- Buna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?**
- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

23. $d\left(\int x \cdot f(x) dx\right) = (x^2 + 4x) dx$
- olduğuna göre, $f(3)$ ifadesinin değeri kaçtır?**
- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

24. c bir gerçel sayı olmak üzere,
- $$\int f(x) dx + \int g(x) dx = x^3 + x + c$$
- $$\int [f(x) - g(x)] dx = x^2 - x + c$$
- eşitlikleri veriliyor.
- Buna göre, $f(2)$ kaçtır?**
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

25. $\int (x^2 + \sin^2 x) dx + \int (2x^2 + \cos^2 x) dx$
- integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**
- A) $x^3 + \sin x + c$ B) $x^4 + x^3 + c$
 C) $x^3 + c$ D) $x^3 + x^2 + c$
 E) $x^3 + x + c$

26. f bir çift fonksiyon olmak üzere,
- $$\int 4f(x) dx - \int 2f(-x) dx = x^3 - 5x$$
- eşitliği veriliyor.
- Buna göre, $f'(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?**
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

İNTEGRAL ALMA KURALLARI

1. Sabit fonksiyonun integrali, sabit sayının değişken ile çarpımına integral sabiti (c) eklenerek bulunur.

a bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\int a \cdot dx = a \cdot x + c$$

27. $\int 3 dx + \int 2 du + \int u dv$

eşitliği veriliyor.

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2u + 3x + v^2 + c$ B) $3x + 2u + uv + c$
C) $3u + 2x + uv + c$ D) $3x + 3u + c$
E) $3x + 2u + v + c$

28. $f(x) = \int 4 dx$

$f(2) = 10$

olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

29. $\int \frac{d(x^2 + 2x)}{x + 1}$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) $2x$ C) $2x + c$
D) $x^2 + 2x$ E) $x^2 + 2x + c$

2. n, -1'den farklı bir rasyonel sayı ve c bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

eşitliği elde edilir.

30. $\int x dx = \dots\dots\dots$

--	--	--	--	--

$\int 5x^4 dx = \dots\dots\dots$

--	--	--	--	--

$\int \frac{1}{x^2} dx = \dots\dots\dots$

--	--	--	--	--

$\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \dots\dots\dots$

--	--	--	--	--

31. $\int (3x^2 - x^3) dx =$

$$\int (2x - \sqrt{x}) \, dx = ..$$

$$\int 3x^2 \cdot \text{Int} dx = \dots$$

$$\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx = \dots$$

32. $f(x) = \int (4x^3 + 3x^2 + 4x - 2) \, dx$

$$f(0) = 1$$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

33. $\int \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + c$
 B) $\frac{x^3}{3} - x + c$
 C) $\frac{x^3}{3} + x + c$

34. $\int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^3 - x - \frac{1}{x} + c$ B) $x^3 + x + \frac{1}{x} + c$
C) $\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{x} + c$ D) $\frac{x^3}{3} + x - \frac{1}{x} + c$

35. $f'(x) = 3x^2 - 2x$

$$f(1) = 2$$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

36. $f'''(x) = 6x$

$$f'(1) = 4$$

$$f(1) = 7$$

olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

İNTEGRAL PART-1

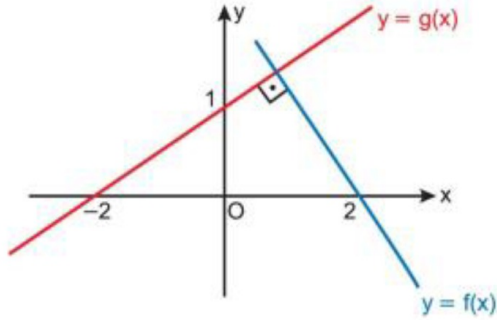
37. $y = f(x)$ fonksiyonunun $K(1, 4)$ noktasında yerel maksimumu vardır.

$$f'(x) = -6x - n$$

olduğuna göre, $f(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

38. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ doğrusal fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

$$\int f'(x) \cdot g(x) d(f(x))$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2x + c$ B) $x^2 + c$
 C) $x^2 + x + c$ D) $x^2 + 4x + c$
 E) $x^2 - 4x + c$

39. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$P(x) + \int P(x) dx = 2x^2 + x + 1$$

olduğuna göre, $P(2)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

40. $f(x) = \frac{x+1}{2}$

olduğuna göre, $\int f^{-1}(x) dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + x + c$ B) $x^2 - x + c$
 C) $x^3 - x^2 + c$ D) $x^3 + x^2 + c$
 E) $x^3 - x + c$

41. $P(x)$ baş katsayısı pozitif olan bir polinomdur.

$$P(x) \cdot \int P(x) dx = 2x^3 - 3x^2 + x$$

olduğuna göre, $P(4)$ kaçtır?

- A) 11 B) 8 C) 7 D) 5 E) 3

42. $P(x)$ polinom olmak üzere,

$$P(x) - \int P(x).dx = x^4 + 3$$

$$P'(a) - P(a) = 32$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

43. Bir matematik dersinde kısmi integrasyon konusunu işleyen Ebru Öğretmen tahtaya

$$\int u dv = uv - \int v du$$

kuralını yazdıktan sonra, Mehmet bir sorunun çözümünde u ve v yerine sırasıyla $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarını seçip bu kuralı uygulayarak

$$\int f(x)g'(x)dx = \frac{f(x)}{x^2} - \int \frac{2}{x}dx$$

eşitliğini elde ediyor.

$f(0) = 2$ olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

44. 2013-LYS

Türevi $f'(x) = 3x^2$ olan f fonksiyonunun

$x = a$ ($a > 0$) noktasındaki teğeti $y - 12x + 14 = 0$

doğrusu olduğuna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 1 D) 3 E) 5

45. 2014-LYS

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir bir f fonksiyonunun türevi

$$f'(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1 \text{ ise} \\ x, & x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

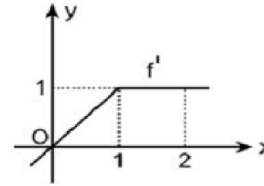
biçiminde veriliyor.

$f(1) = 1$ olduğuna göre, $f(0) + f(3)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

46. 2013-LYS

Aşağıda, bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$f(0) = 1$ olduğuna göre, $f(2)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{4}{3}$
D) $\frac{-1}{2}$ E) $\frac{-1}{3}$

- 47.

$$\int \frac{x^2}{x+2} dx - \int \frac{4}{x+2} dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{2} + 2x + c$ B) $x^2 - x + c$ C) $\frac{x^2}{2} - x + c$
D) $x^2 - 2x + c$ E) $\frac{x^2}{2} - 2x + c$

İNTEGRAL PART-1

48. m bir doğal sayı olmak üzere,

$$f_m(x) = \int \frac{x^m + x + 1}{x^2 - 1} dx$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, $(f_5 - f_3)(4)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 16 B) 24 C) 32 D) 64 E) 128

49. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$Q(x) = P(x) \cdot \int P(x) dx$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

$\text{der}[Q(x)] = 9$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 8 E) 9

50. Başlangıçta 24 litre su bulunan bir depoda, t saat sonra depoda bulunan suyun hacmi $V(t)$ ile gösterilmektedir.

$$\frac{d(V(t))}{dt} = 2t + 3$$

olduğuna göre, başlangıçtan 4 saat sonra depoda bulunan suyun hacmi kaç litre olur?

- A) 28 B) 40 C) 52 D) 56 E) 74

51. Zamana bağlı hız fonksiyonu $V(t) = 3t^2 + 2t$ m/sn olan bir cismin 2. saniye sonunda aldığı yol 40 m olduğuna göre, zamana bağlı yol denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $s(t) = t^3 + t^2 + 16$ B) $s(t) = t^3 + t^2 + 28$ C) $s(t) = t^3 + t^2 + 10$
D) $s(t) = t^3 - t^2 + 28$ E) $s(t) = 3t^2 + 2t + 40$