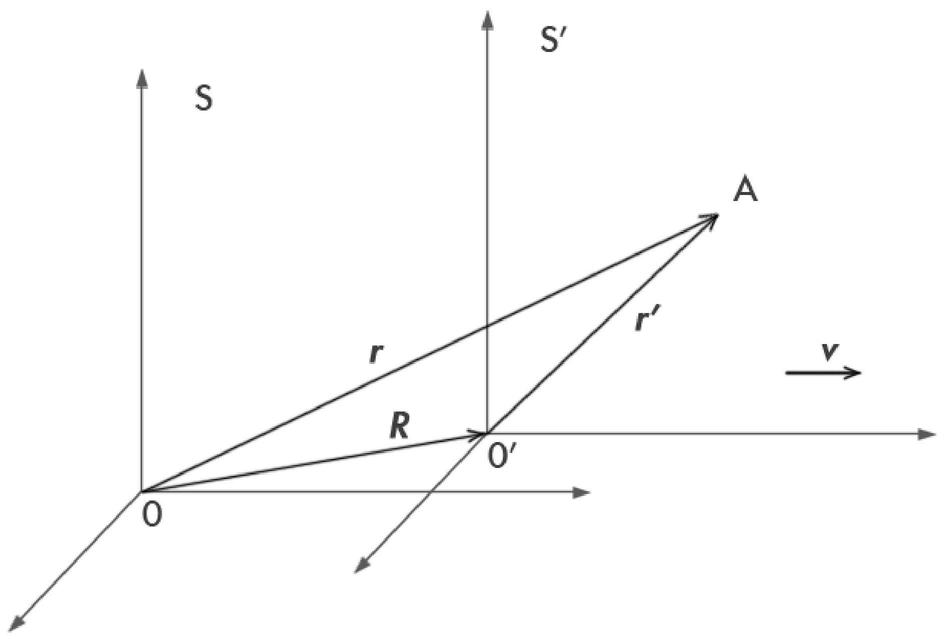
Лекция 1.

08.02.2017.
Лектор: Крымский К.М.

§1. Специльная теория относительности.

· Принцип относительности Галилея:
Рассматриваем две инерциалные СО (ИСО), движущиеся друг относительно друга со скоростью $\vec{v}$.



$t = 0: \quad O = O'$
Значит $\vec{R} = \vec{v}t$.

$$\vec{r} = \vec{r'} + \vec{v}t,$$
$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r'}}{dt} + \vec{v} \tag{1}$$

Уравнение 1 - классический закон сложения скоростей. И так как рассматривая СО инерциальна, то $\vec{a} = \vec{a}'$.
Утверждение: Законы механики коварианты относительно преобразований Галилия.

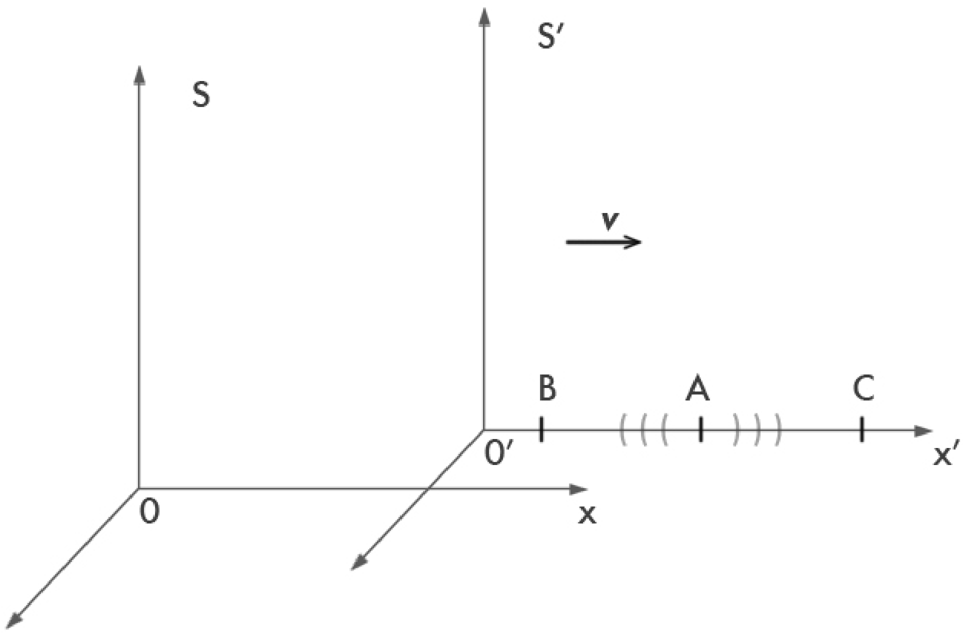
Однако опыты Мейкельсона (1864 год) показали, что скорость света не преобразуется по Галилею.

· Принцип относительности Эйнштейна:
Все уравнения, выражающие законы природы, инварианты относительно преобразований координат и времени от одной инерциальной системы отсчёта к другой.

· Принцип постоянства скорости света:
Скорость света в пустоте (вакууме) одинакова во всех инерциальных системах отсчёта.

Следствие 1. *Время не абсолютно.*

Пример 1.



A - источник, посылаем сигнал от источника по оси x'.
Обе системы отсчёта - S и S' - ИСО. S' движется относительно S со скоростью $\vec{v}$.
В S сигнал придёт в B раньше, чем в C.

Введём обозначения:
Событие 1: свет отправляется из (x_1, y_1, z_1) в абсолютной СО S по часам S : в момент времени t_1.
Событие 2: свет приходит в (x_2, y_2, z_2) в абсолютной СО S по часам S : в момент времени t_2.
Значит:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 = 0.$$

Аналогично для системы S':

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2 = 0.$$

Если для любых двух событий ввести понятие интервала

$$S_{12} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}, \qquad (2)$$

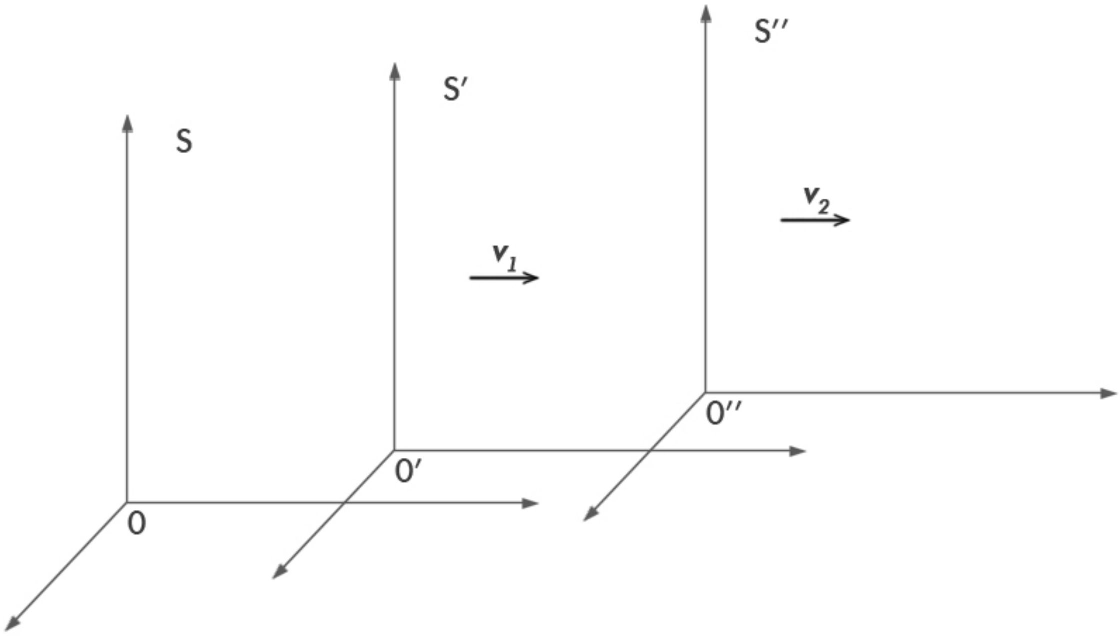
то если $S_{12} = 0$ в одной СО, то он равен нулю и в другой СО.

Распространим:
Для двух бесконечно близких событий:

$$dS^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2.$$

$$dS^2 = a dS'^2, \text{ так как бесконечно малые одного порядка,}$$

где $a = a(v_{SS'})$ и $a \neq a(x,t)$, дабы не нарушать однородность пространства и времени.



Возьмём три СО и запишем для них интервалы:

$$dS^2 = a(v_1) dS_1^2,$$

$$dS^2 = a(v_2) dS_2^2,$$

$$dS_1^2 = a(v_{12}) dS_2^2.$$

v_{12} - модуль относительной скорости. Из первых двух соотношений:

$$\frac{dS_1^2}{dS_2^2} = \frac{a(v_2)}{a(v_1)},$$

Из третьего:

$$\frac{dS_1^2}{dS_2^2} = a(v_{12}).$$

Итого:

$$\frac{a(v_2)}{a(v_1)} = a(v_{12}).$$

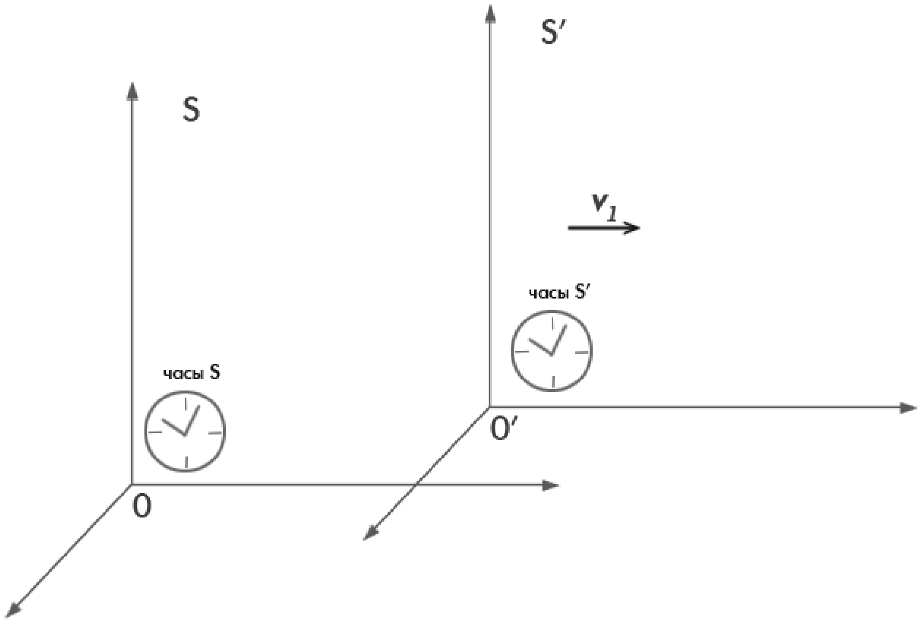
Левая часть не зависит от угла между v_1 и v_2, а значит

$$a(v) = const = 1.$$

Итак, $dS^2 = inv$ относительно перехода от одной ИСО к другой.

$$\Downarrow$$

Можем получить связь времён при переходе от одной ИСО к другой.



В системе S:

$$\sqrt{dx^2+dy^2+dz^2} \text{ за } dt,$$

В системе S':

$$dx' = dy' = dz' = 0,$$

так как относительно себя часы не перемещались.

$$dS'^{=}c^2dt'^2,$$

$$dS^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2dt'^2,$$

$$dt' = \sqrt{1-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{c^2dt^2}}dt = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}dt.$$

$$dt' < dt$$

движущиеся часы идут <u>медленнее</u>.

Пример 2. *Мюоны:* $\tau_{пок.} \approx 2\cdot 10^{-6}$ *сек.*
$L = \tau_{пок.}c \approx 600$ *м.*
В реальности проходят $20-30$ *км!*

Какие преобразования координат и времени сохраняют интервал?
1. Только линейные по x и t. Чтобы осуществить обратный переход при замене v на $-v$.
2. Должны удовлетворять гносеологическим принципам.
В частности принципу соотвествия: переходить в преобразования Галилея при $\frac{v}{c}\to 0$.
Попробуем вид преобразования:

$$y' = y, \quad z' = z \quad (\text{движение вдоль } Ox),$$

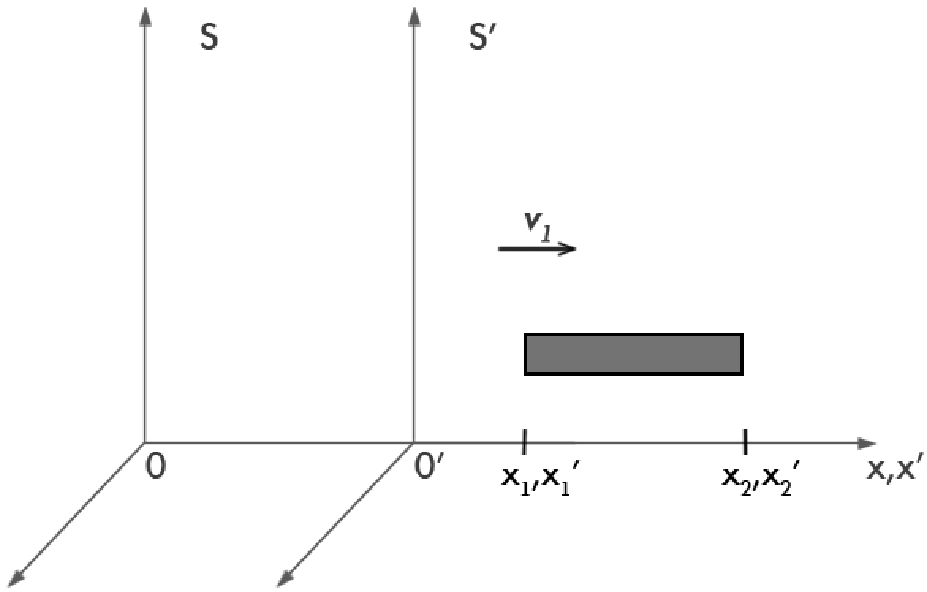
$$x = a(x-vt) \text{ и } t = a(t+bx) \text{ на основе догадки.}$$

Подставляем это в выражение 2 для интервала и получаем выражение для преобразования:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{3}$$

Уравнения 3 называются преобразованиями Лоренца.

Пример 3.



Собственная длина стержня:

$$l_0 = x_2' - x_1'.$$

Чтобы найти длину в лабораторной СО (ЛСО), надо найти x_1 и x_2 в один и тот же момент t в ЛСО.

$$l = x_2 - x_1.$$

По Лоренцу:

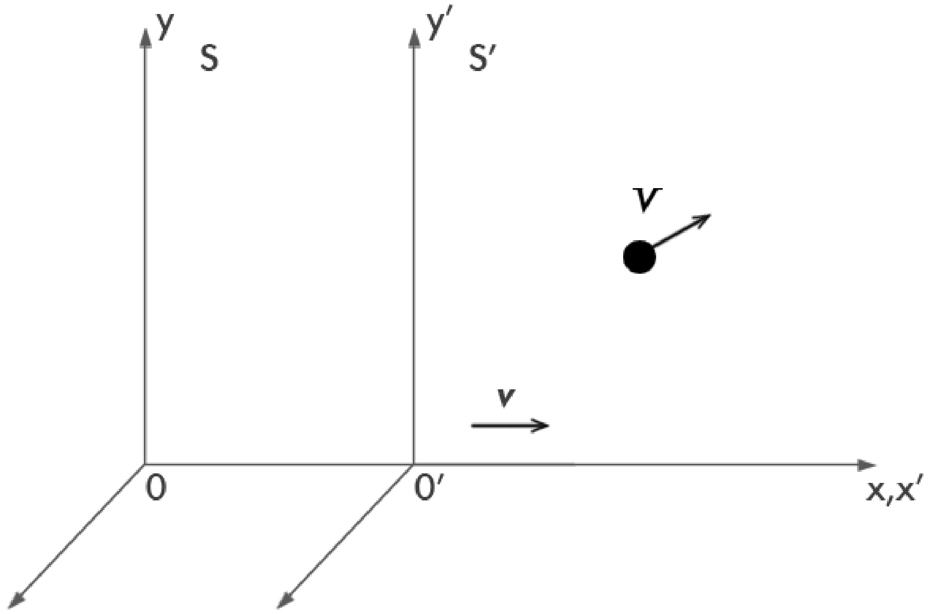
$$x_1' = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad x_2' = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \text{ - Лоренцево сокращение.}$$

Следствие 1. *Два события A и B: $t_A = t_B$, и произошли в одной точке пространства. Значит $t_A' = t_B'$.*
А если $t_A = t_B$ в разных точках пространства, то $t_A' \neq t_B'$.

Как преобразовать скорости?



Пусть в СО S в проскости $x0y$ движется частица со скростью $\vec{V}(V_x,V_y)$.
Требуется найти V'_x и V'_y.

$$V'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'/dt}{dt'/dt},$$

$$\frac{\frac{dx}{dt} - v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{dx'}{dt}, \quad \frac{dt'}{dt} = \frac{1-\frac{v}{c^2}V_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

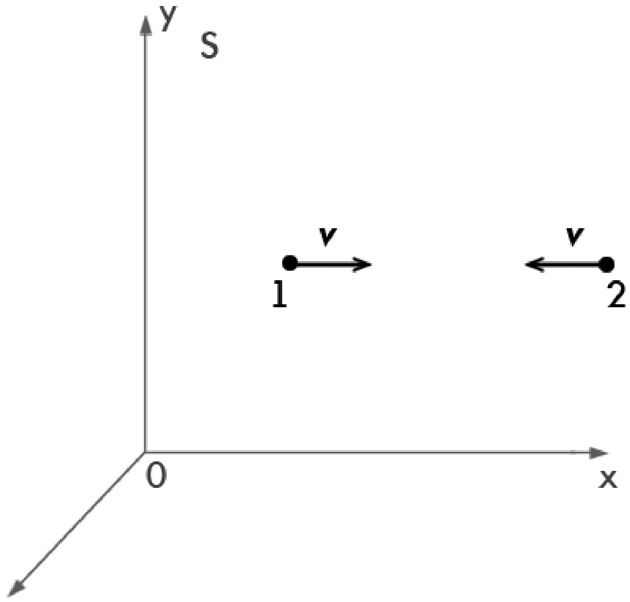
$$V'_x = \frac{V_x - v}{1-\frac{V_x v}{c^2}}.$$

Аналогично

$$V'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{V_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{V_x v}{c^2}}. \tag{4}$$

Пример 4. *Две частицы движутся навстречу друг другу по прямой со скоростью V каждая.*
1. Скорость сближения:
$2V$ *может быть больше, чем с.*
2. Относительная скорость:

[рассмотрено на следующей странице]



В этом случае, ссылаясь на формулы 4:

$$V_{относит.} = -\frac{2V}{1+\frac{V^2}{c^2}}.$$

То есть

$$|V_{относит.}| \leqslant c.$$

Релятивистский закон скоростей не противоречит второму постулату:

$$c^2 = c_x^2 + c_y^2,$$

$$V' = \sqrt{V_x'^2 + V_y'^2} = \frac{\sqrt{(c_x - v)^2 + (c - c_x)^2(1 - \frac{v^2}{c^2})}}{1 - \frac{V_x v}{c^2}} = c.$$

Конец лекции 1.

Все вопросы и замечания можно направлять сюда.