

ЛЕКЦИЯ 1.

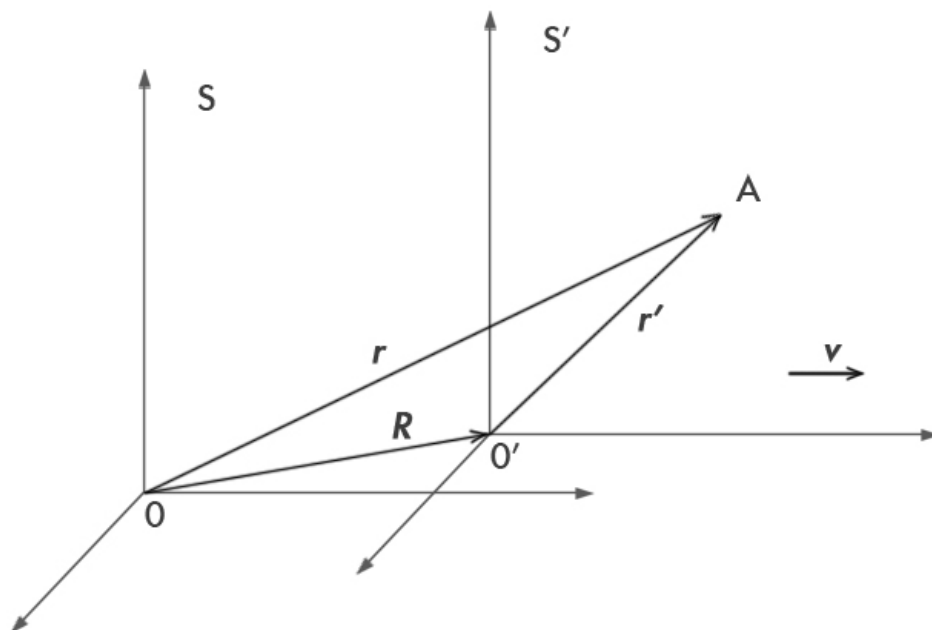
08.02.2017.

Лектор: Крымский К.М.

§1. СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ.

· Принцип относительности Галилея:

Рассматриваем две инерциальные СО (ИСО), движущиеся друг относительно друга со скоростью \vec{v} .



$t = 0 : O = O'$

Значит $\vec{R} = \vec{v}t$.

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v}t,$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{v} \quad (1)$$

Уравнение 1 - классический закон сложения скоростей. И так как рассматривая СО инерциальна, то $\vec{a} = \vec{a}'$.

Утверждение: Законы механики коварианты относительно преобразований Галилея.

Однако опыты Мейкельсона (1864 год) показали, что скорость света не преобразуется по Галилею.

· Принцип относительности Эйнштейна:

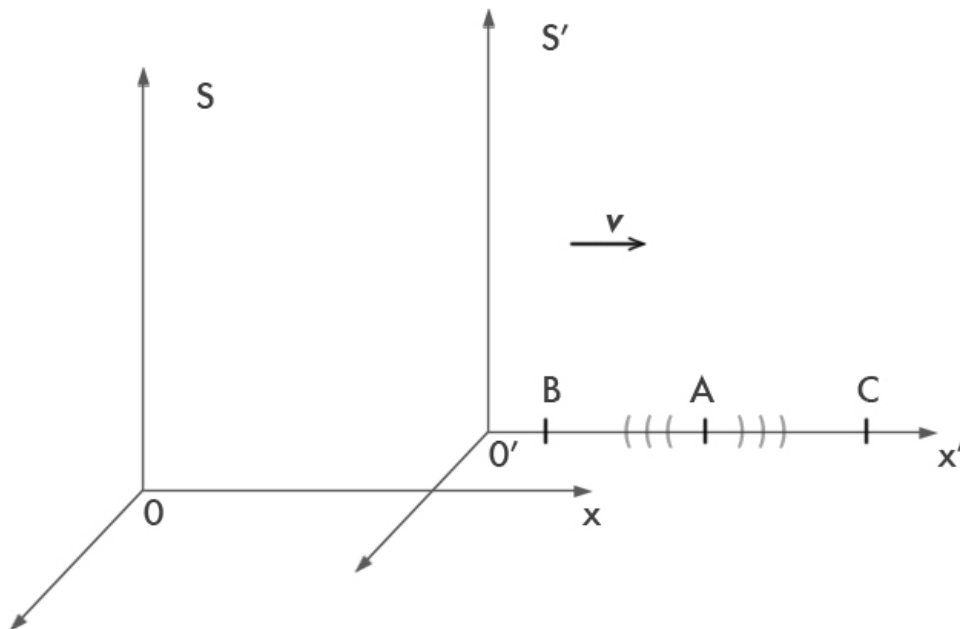
Все уравнения, выражающие законы природы, инварианты относительно преобразований координат и времени от одной инерциальной системы отсчёта к другой.

· Принцип постоянства скорости света:

Скорость света в пустоте (вакууме) одинакова во всех инерциальных системах отсчёта.

Следствие 1. *Время не абсолютно.*

Пример 1.



A - источник, посылаем сигнал от источника по оси x' .

Обе системы отсчёта - S и S' - ИСО. S' движется относительно S со скоростью \vec{v} .

В S сигнал придёт в B раньше, чем в C .

Введём обозначения:

Событие 1: свет отправляется из (x_1, y_1, z_1) в абсолютной СО S по часам S : в момент времени t_1 .

Событие 2: свет приходит в (x_2, y_2, z_2) в абсолютной СО S по часам S : в момент времени t_2 .

Значит:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 = 0.$$

Аналогично для системы S' :

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2 = 0.$$

Если для любых двух событий ввести понятие интервала

$$S_{12} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}, \quad (2)$$

то если $S_{12} = 0$ в одной СО, то он равен нулю и в другой СО.

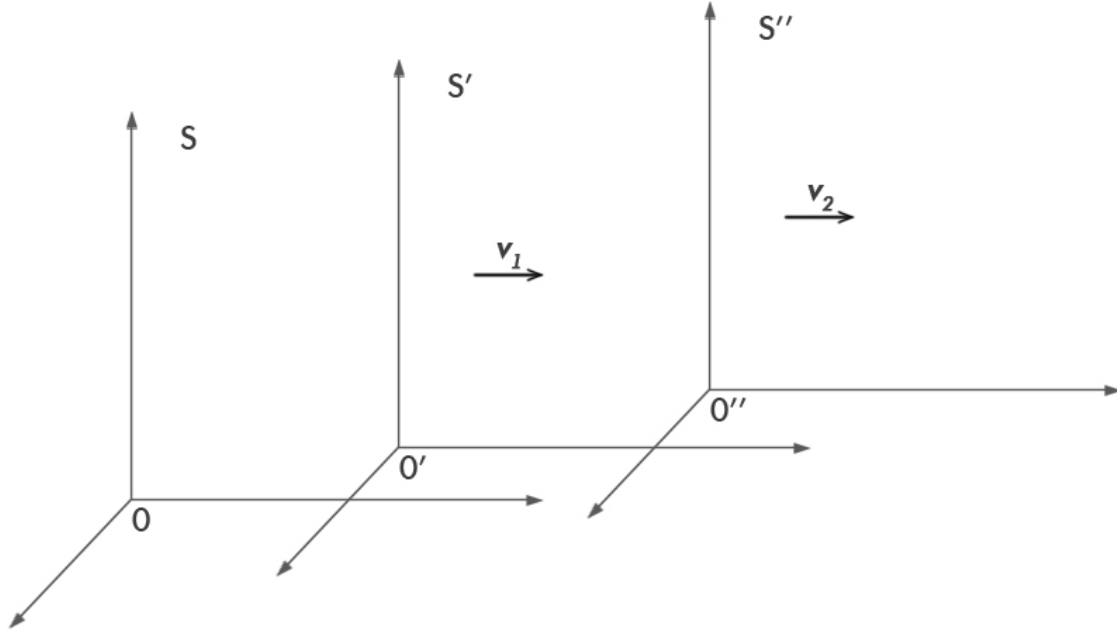
Распространим:

Для двух бесконечно близких событий:

$$dS^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2.$$

$dS^2 = adS'^2$, так как бесконечно малые одного порядка,

где $a = a(v_{SS'})$ и $a \neq a(x, t)$, дабы не нарушать однородность пространства и времени.



Возьмём три СО и запишем для них интервалы:

$$dS^2 = a(v_1)dS_1^2,$$

$$dS^2 = a(v_2)dS_2^2,$$

$$dS_1^2 = a(v_{12})dS_2^2.$$

v_{12} - модуль относительной скорости. Из первых двух соотношений:

$$\frac{dS_1^2}{dS_2^2} = \frac{a(v_2)}{a(v_1)},$$

Из третьего:

$$\frac{dS_1^2}{dS_2^2} = a(v_{12}).$$

Итого:

$$\frac{a(v_2)}{a(v_1)} = a(v_{12}).$$

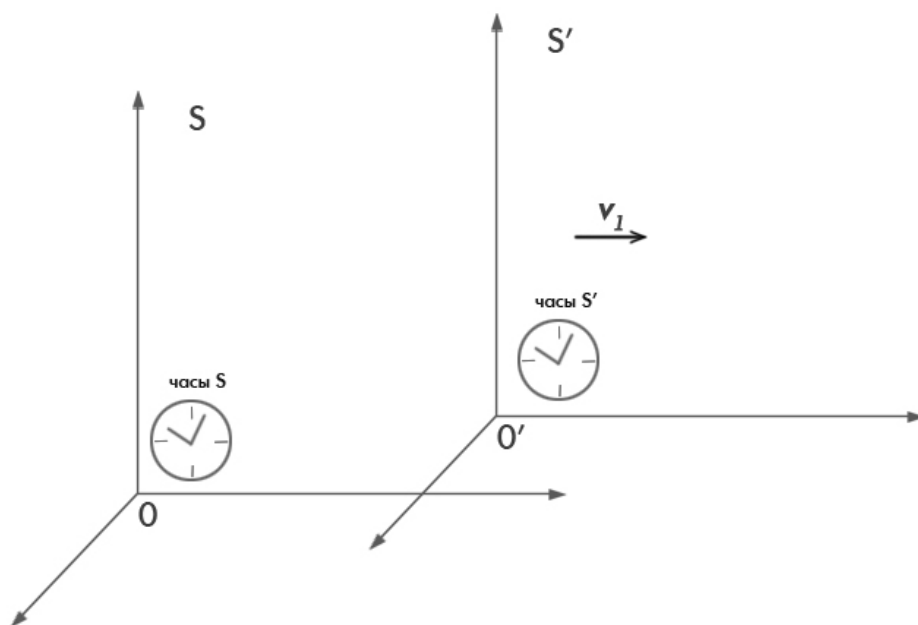
Левая часть не зависит от угла между v_1 и v_2 , а значит

$$a(v) = \text{const} = 1.$$

Итак, $dS^2 = inv$ относительно перехода от одной ИСО к другой.

⇓

Можем получить связь времён при переходе от одной ИСО к другой.



В системе S :

$$\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \text{ за } dt,$$

В системе S' :

$$dx' = dy' = dz' = 0,$$

так как относительно себя часы не перемещались.

$$dS'^2 = c^2 dt'^2,$$

$$dS^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2 dt'^2,$$

$$dt' = \sqrt{1 - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{c^2 dt^2}} dt = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt.$$

$$dt' < dt$$

движущиеся часы идут медленнее.

Пример 2. Мюоны: $\tau_{\text{пок.}} \approx 2 \cdot 10^{-6}$ сек.

$$L = \tau_{\text{пок.}} c \approx 600 \text{ м.}$$

В реальности проходят 20 – 30 км!

Какие преобразования координат и времени сохраняют интервал?

1. Только линейные по x и t . Чтобы осуществить обратный переход при замене v на $-v$.
2. Должны удовлетворять гносеологическим принципам.

В частности принципу соответствия: переходить в преобразования Галилея при $\frac{v}{c} \rightarrow 0$.

Попробуем вид преобразования:

$$y' = y, \quad z' = z \quad (\text{движение вдоль } Ox),$$

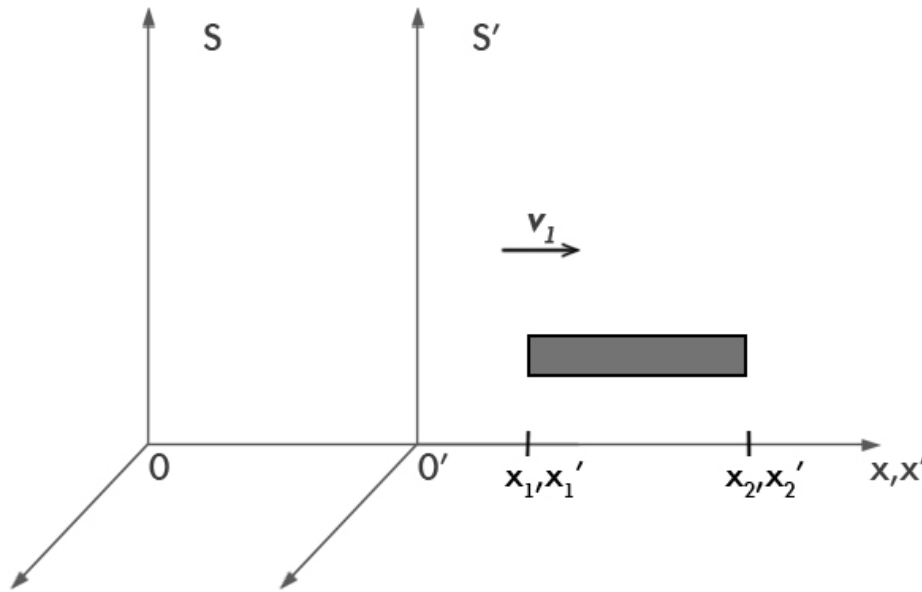
$$x = a(x - vt) \text{ и } t = a(t + bx) \text{ на основе догадки.}$$

Подставляем это в выражение 2 для интервала и получаем выражение для преобразования:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3)$$

Уравнения 3 называются преобразованиями Лоренца.

Пример 3.



Собственная длина стержня:

$$l_0 = x'_2 - x'_1.$$

Чтобы найти длину в лабораторной СО (ЛСО), надо найти x_1 и x_2 в один и тот же момент t в ЛСО.

$$l = x_2 - x_1.$$

По Лоренцу:

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

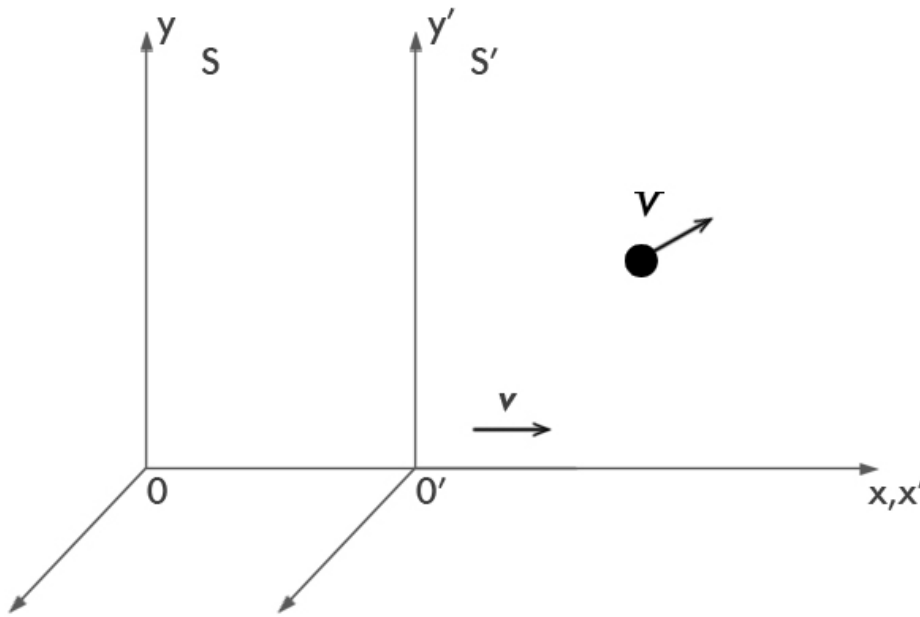
$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \text{ - Лоренцево сокращение.}$$

Следствие 1. Два события A и B : $t_A = t_B$, и произошли в одной точке пространства. Значит $t'_A = t'_B$.

А если $t_A = t_B$ в разных точках пространства, то $t'_A \neq t'_B$.

Как преобразовать скорости?



Пусть в СО S в плоскости xOy движется частица со скоростью $\vec{V}(V_x, V_y)$. Требуется найти V'_x и V'_y .

$$V'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'/dt}{dt'/dt},$$

$$\frac{\frac{dx}{dt} - v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{dx'}{dt}, \quad \frac{dt'}{dt} = \frac{1 - \frac{v}{c^2} V_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

$$V'_x = \frac{V_x - v}{1 - \frac{V_x v}{c^2}}.$$

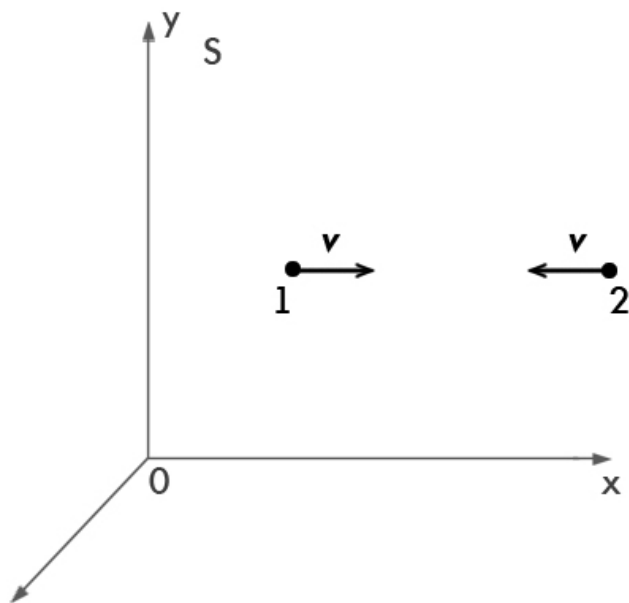
Аналогично

$$V'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{V_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{V_x v}{c^2}}. \quad (4)$$

Пример 4. Две частицы движутся навстречу друг другу по прямой со скоростью V каждая.

1. Скорость сближения:
 $2V$ может быть больше, чем c .
2. Относительная скорость:

[рассмотрено на следующей странице]



В этом случае, ссылаясь на формулы 4:

$$V_{\text{относит.}} = -\frac{2V}{1 + \frac{V^2}{c^2}}.$$

То есть

$$|V_{\text{относит.}}| \leq c.$$

Релятивистский закон скоростей не противоречит второму постулату:

$$c^2 = c_x^2 + c_y^2,$$

$$V' = \sqrt{V_x'^2 + V_y'^2} = \frac{\sqrt{(c_x - v)^2 + (c - c_x)^2(1 - \frac{v^2}{c^2})}}{1 - \frac{V_x v}{c^2}} = c.$$

КОНЕЦ ЛЕКЦИИ 1.

Все вопросы и замечания можно направлять [сюда](#).