

Chapitre 1 : Variations et taux d'évolution d'une valeur

1) Variation absolue et variation relative

Définitions :

On considère une grandeur (quantité, prix, masse...) dont la valeur varie au cours du temps.
On note V_i la valeur initiale et V_f sa valeur finale.

La **variation absolue** de la grandeur est donnée par $V_f - V_i$

La **variation relative** de la grandeur est donnée par $\frac{V_f - V_i}{V_i}$, elle peut s'exprimer en pourcentage

Exemple 1 :

Le nombre d'abonnés dans le monde à une plateforme payante de films et séries en ligne est passé de 139,3 millions en 2018 à 167,1 millions en 2019.

Calculons la variation absolue et la variation relative du nombre d'abonnés entre 2018 et 2019 :

$$V_a = 167,1 - 139,3 = 27,8 \text{ millions}$$

$$V_r = 27,8 / 139,3 = 0,200 \text{ soit } 20\%$$

$$V_a = 379 - 499 = -120 \text{ soit une baisse de } 120\text{€}$$

$$V_r = -120 / 499 = 0,240 \text{ soit une hausse de } 24\%$$



Exemple 2 :

Le prix de lancement d'un smartphone à sa sortie était de 499 € en mars 2020, ce même smartphone est vendu 379 € en septembre 2021.

Calculons la variation absolue et la variation relative du prix du smartphone entre mars 2020 et septembre 2021 :



Remarque : la variation relative est appelée également taux de variation, lorsque la valeur diminue ce taux est négatif.

2) Appliquer un taux d'évolution à l'aide d'un coefficient multiplicateur

Propriété et définition :

Faire varier une valeur de $t\%$ (t étant négatif pour une diminution et positif pour une augmentation) revient à la multiplier par un coefficient CM appelé coefficient multiplicateur et donné par :

$$CM = 1 + \frac{t}{100} \text{ ou } CM = \frac{100 + t}{100}$$

Démonstration :

Si on a une valeur V_0 qui varie de $t\%$ alors sa valeur V_1 après variation est donnée par :

$$V_1 = V_0 + V_0 \times \frac{t}{100} = V_0 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) = V_0 = V_0 \times \left(\frac{100 + t}{100}\right)$$

Exemple 1 :

Calculer les coefficients multiplicateurs correspondants aux augmentations suivantes :

+ 12 % : 1,12

+ 5 % : 1,05

Exemple2 :

Calculer les coefficients multiplicateurs correspondants aux diminutions suivantes :

- 12 % : 0,88

- 5 % : 0,95

Remarque :

- La valeur d'une grandeur augmente si et seulement si le coefficient multiplicateur CM est strictement supérieur à 1 ($t > 0 \Leftrightarrow \mathbf{CM} > 1$).
- La valeur d'une grandeur diminue si et seulement si le coefficient multiplicateur CM est strictement inférieur à 1 ($t < 0 \Leftrightarrow \mathbf{CM} < 1$)

3) Evolution successive et taux d'évolution global

Une valeur peut subir successivement plusieurs variations (diminutions et/ou augmentations).

Propriété :

Le **coefficient multiplicateur global** correspondant à des évolutions successives est le **produit** des coefficients multiplicateurs correspondants aux différentes évolutions.

$$\mathbf{CM_G = CM_1 \times CM_2 \dots}$$

Exemple 1 :

Le salaire de Paul est de 1423 € net. Il va être augmenté de 5 % le mois prochain et une autre augmentation de 3% est prévue dans un an.

Calculons le salaire net de Paul après ces deux augmentations :

$$1423 \times 1,05 = 1494,15$$

$$1494,15 \times 1,03 = 1538,98$$

Déterminons maintenant le taux d'évolution global du salaire de Paul :

$$\mathbf{CMG = 1,05 \times 1,03 = 1,0815}$$

$$1,0815 - 1$$

⇒ Méthode de calcul du taux d'évolution global

- Calculer le coefficient multiplicateur global $CM_G = CM_1 \times CM_2 \dots$
- Dédire du coefficient multiplicateur global le taux d'évolution $t\% = CM_G - 1$

(rappel : $CM = 1 + \frac{t}{100} = 1 + t\%$)

Exemple 2 :

Les ventes d'une grande surface avaient augmenté de 15% au 2nd semestre 2019 mais elles ont ensuite diminué de 15% au 1^{er} semestre 2020.

Calculons le taux global d'évolution des ventes.

$$CMG = 1,15 \times 0,85 = 0,978$$

$$TG = 0,978 - 1 = -0,022 = -22\%$$

soit une baisse globale de 2,2%

4) Taux d'évolution réciproque

Approche :

Suite à une augmentation des effectifs de 8%, un club de sport compte désormais 135 adhérents. Retrouvons le nombre d'adhérents avant l'augmentation :

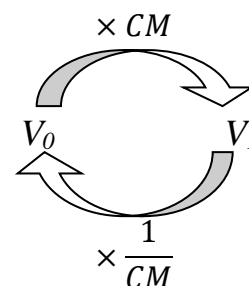
.....

Remarque : diviser par 1,08 revient à multiplier par $\frac{1}{1,08}$

Définition et propriété :

Soit t le taux d'évolution qui permet de passer d'une valeur V_0 à une valeur V_1 et soit CM le coefficient multiplicateur associé à t .

Le coefficient multiplicateur CM' qui appliqué à V_1 permet de revenir à V_0 est donné par $CM' = \frac{1}{CM}$



Le taux d'évolution t' qui appliqué à V_1 permet de revenir à la valeur initiale V_0 est appelé taux d'évolution réciproque de t .

Exemple de détermination d'un taux réciproque :

Le chiffre d'affaires d'une entreprise a baissé de 5 % entre 2018 et 2019. Calculer le taux d'augmentation du chiffre d'affaires entre 2019 et 2020 pour qu'il retrouve sa valeur de 2018.