

# INFO0947: Prefixe and Suffixe

Groupe 33: Aleksandr PAVLOV, Alexandre GENDEBIEN

## Contents

# 1 Introduction

Dans le cadre du cours INFO-0947 nous avons du résoudre un problème donné et en créer un algorithm en C capable de: trouver la longueur du plus grand sous-tableau qui soit a la fois le préfixe et le suffixe d'un tableau donné. Ce problème sera complètement documenter en LaTeX. Pour ce fair, nous devons prendre compte de plusieurs contraintes: ne pouvions pas utiliser de tableau intermédiaire et nous avons l'obligation d'utiliser uniquement des boucles de type while.

## 2 Formalisation du Problème

$$\text{prefixe\_suffixe}(T, N) \equiv \max\{k \mid k \in 0 \dots N-1 \wedge \forall i \cdot (i \in 0 \dots k-1 \Rightarrow T[i] = T[N-k+i])\}$$

## 3 Définition et Analyse du Problème

### 3.1 Input/Output

- **Input:** Un tableau d'entiers  $T$  de taille  $N$ ,  $N \geq 0$
- **Output:** Un entier  $k$  représentant la longueur du plus grand sous-tableau préfixe et suffixe 0 si aucun sous-tableau non trivial ne satisfait la condition

### 3.2 Découpe en sous-problèmes

Nous décomposons le problème en deux Sp:

1. Recherche du plus grand préfixe-suffixe de longueur  $k$  possible de  $N-1$  à 1
2. Vérification que le préfixe et suffixe de longueur  $k$  sont égaux

## 4 Specifications

### 4.1 SP1: Recherche du plus grand préfixe-suffixe:

- **Précondition:**  $T$  pointer vers un tableau,  $N \geq 0$
- **Postcondition:**  $T = T_0$
- **Retour:** le plus grand  $k \in [0, N-1]$  tel que  $T[0..k-1] = T[N-k..N-1]$

### 4.2 SP2: Vérification que le préfixe et suffixe de longueur $k$ sont égaux:

- **Précondition:**  $T$  pointer vers un tableau,  $0 < N, 0 < k < N$
- **Postcondition:**  $T = T_0$
- **Retour:** 1 si  $T[0..k-1] = T[N-k..N-1]$  sinon 0

## 5 Invariants

### 5.1 SP1:

Invariant formel:

$$0 < k < N$$

$\wedge$

$$T[0..k-1] \neq T[N-k..N-1]$$

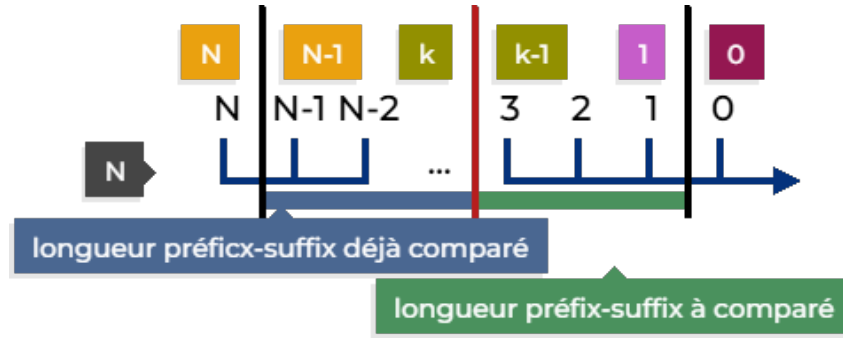


Figure 1: Invariant graphique SP1

### 5.2 SP2:

Invariant formel:

$$T = T_0 \wedge k = k_0$$

$\wedge$

$$0 \leq i < k$$

$\wedge$

$$T[i] = T[N - k + i]$$

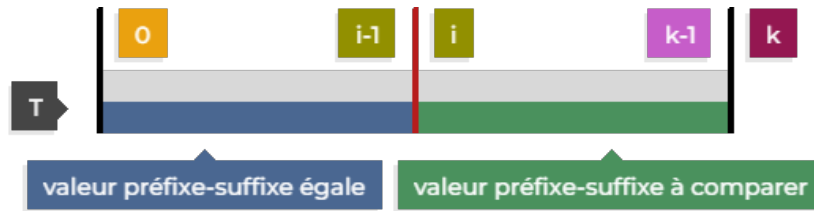


Figure 2: Invariant graphique SP2

## 6 Approche Constructive

```

1 int prefixe_suffixe(int *T, const unsigned int N) {
2     unsigned int k = N - 1;
3     // T = T_0 ∧ N = N_0 ∧ k = N - 1
4     while (k > 0) {
5         // 0 < k < N ∧ T = T_0 ∧ N = N_0
6         if (pref_equal_suff(T, N, k)) return k;
    
```

```

7
8      //  $T[0..k-1] \neq T[N-k..N-1]$ 
9      k--;
10     //  $k = k - 1$ 
11 }
12 //  $k = 0$ 
13 return 0;
14 //  $T = T_0 \wedge N = N_0$ 
15 }

```

Extrait de Code 1: SP1

```

1 static int pref_equal_suff(int *T, const unsigned int N, const unsigned int k) {
2
3     unsigned int i = 0;
4     //  $T = T_0 \wedge N = N_0 \wedge k = k_0$ 
5     while (i <= k - 1) {
6         //  $T = T_0 \wedge N = N_0 \wedge k = k_0 \wedge 0 \leq i < k$ 
7         if (T[i] != T[N - k + i]) return 0;
8         //  $T[i] = T[N - k + i]$ 
9
10        i++;
11        //  $i = i + 1$ 
12    }
13    //  $i = k$ 
14    return 1;
15    //  $T = T_0 \wedge N = N_0 \wedge k = k_0 \wedge T[0..k-1] = T[N-k..N-1]$ 
16 }

```

Extrait de Code 2: SP2

```

1 int main(void)
2 {
3     // Les commandes Latex sont permises dans les commentaires sur une ligne. Exemple :  $x_i \leq a^b$ 
4     printf("Bonjour tout le monde !");
5     /*
6     Dans les commentaires sur plusieurs lignes, elles doivent être entourées
7     de symboles définis par l'option « escapeinside » de \lstset
8      $\sum_{i=1}^N 1 = N$ 
9     La commande « \coms » permet de colorer correctement le code latex ajouté.
10    Les accents et tous les autres diacritiques sont permis : àÂÇéÊèËêËœŒ...
11    */
12    return 1;
13 }

```

Extrait de Code 3: AAAA

Il est possible de faire référence à la ligne ?? de l'extrait de code.

## 7 Code Complet

```

1 #include <assert.h>
2 #include <stdlib.h>
3
4 #include "prefixe_suffixe.h"
5
6 // ===== Prototypes =====
7
8 static int pref_equal_suff(int *T, const unsigned int N, unsigned int k);

```

```

9
10 // ===== Code =====
11
12 /**
13  * Sp 1
14  * Checking all prefixes starting from the longest one until we find a match
15  * or exhaust all possibilities.
16  */
17 int prefixe_suffixe(int *T, const unsigned int N) {
18     assert((T != NULL) && (0 < N));
19
20     unsigned int k = N - 1;
21     while (k > 0) {
22         if (pref_equal_suff(T, N, k)) return k;
23         k--;
24     }
25     return 0;
26 }
27
28 /**
29  * Sp 2
30  * Comparing the prefix and suffix of the given length, element by element.
31  */
32 static int pref_equal_suff(int *T, const unsigned int N, const unsigned int k) {
33     assert((T != NULL) && (0 < N) && (0 < k && k < N));
34
35     unsigned int i = 0;
36     while (i <= k - 1) {
37         if (T[i] != T[N - k + i]) return 0;
38         i++;
39     }
40     return 1;
41 }

```

Extrait de Code 4: Implémentation de `prefixe_suffixe`

## 8 Complexité

### Complexité:

- Complexité de la fonction `pref_equal_suff`:
  - Dans le pire cas, la fonction effectue  $k$  comparaisons
  - Dans cas maximal ( $k = N - 1$ ), la complexité est  $\mathcal{O}(N)$
- Complexité de la fonction `prefixe_suffixe`:
  - Dans le pire cas, itère sur toutes les valeurs de  $k$  de  $N - 1$  à 1
  - Appelle `pref_equal_suff` pour chaque  $k$

### Complexité totale:

- $\sum_{k=1}^{N-1} \mathcal{O}(k) = \mathcal{O}(N^2)$

## 9 Conclusion

C'est un cours difficile