

Lista de Exercícios 3

Probabilidades	1
Combinatória	3
Distribuições de Probabilidade	4
Distribuição Binomial	4
Distribuição Normal	4
Correlação e Regressão Linear	5

Probabilidades

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad P(A | B) := \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Lei da Probabilidade Total. Seja $\Omega = B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n$ uma partição. Então,

$$P(A) = P(A | B_1) \cdot P(B_1) + \dots + P(A | B_n) \cdot P(B_n).$$

Lei da Probabilidade Total. Se $\Omega = B \cup B^c$, então

$$P(A) = P(A | B) \cdot P(B) + P(A | B^c) \cdot P(B^c).$$

Teorema de Bayes.

$$P(B | A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A|B) \cdot P(B) + P(A|B^c) \cdot P(B^c)}$$

1. Uma pesquisa realizada em uma cidade mostrou que 50% das pessoas participam de eventos esportivos, 30% participam de eventos musicais, e 15% participam de ambos os tipos de eventos. Considerando os eventos A , de participar de eventos esportivos, e B , de participar de eventos musicais, qual é a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso participar de eventos esportivos ou musicais?
2. Uma pesquisa com 100 estudantes perguntou sobre o hábito de ler livros e assistir séries. Os resultados são apresentados na tabela a seguir.

	<i>Assiste séries</i>	<i>Não assiste séries</i>	Total
<i>Lê livros</i>	30	25	55
<i>Não lê livros</i>	20	25	45
Total	50	50	100

- a) Qual a probabilidade de um estudante ler livros, dado que ele assiste séries?
 - b) Qual a probabilidade de um estudante assistir séries, dado que ele não lê livros?
3. Uma moeda honesta é lançada e, simultaneamente, um dado honesto de 6 faces é jogado. Qual é a probabilidade de sair cara na moeda e um número par no dado?
 4. Uma universidade aplica um exame de proficiência em inglês para candidatos de três escolas diferentes: 40% dos candidatos são da Escola Politécnica, 30% da Escola de Ciências Humanas e 30% da Escola de Arquitetura; com base em dados históricos, 80% dos candidatos da Politécnica, 70% dos de Ciências Humanas e 50% dos de Arquitetura são aprovados no exame. Calcule a probabilidade de um candidato escolhido ao acaso ser aprovado nesse exame.
 5. Uma empresa contrata profissionais de duas fontes: 70% vêm de programas de estágio internos, e 30% vêm de recrutamento externo. Dos profissionais formados no programa de estágio, 90% têm um bom desempenho nos primeiros 6 meses. Dos contratados externamente, 60% apresentam bom desempenho nesse período. Se um funcionário escolhido aleatoriamente da empresa apresentou bom desempenho nos primeiros 6 meses, qual é a probabilidade de ele ter vindo do programa de estágio?

Combinatória

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!} \quad C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

1. A próxima copa do mundo de futebol será uma competição entre 48 equipes, que disputam 1º, 2º e 3º lugares. Quantos são os possíveis arranjos do pódio?
2. Uma urna contém 12 bolas. Destas, 6 são pretas, 3 são vermelhas e 3 são brancas. Retira-se todas as bolas, selecionando uma por vez, sem reposição, e anota-se a sequência de cores obtida. Calcule o número de sequências possíveis.
3. Uma universidade escolherá 3 alunos dentre 50 alunos inscritos para participarem de um programa de intercâmbio. Quantas são as combinações possíveis de alunos selecionados?
4. Para ganhar na Megasena, deve-se selecionar 6 números que variam de 1 a 60 e os mesmos 6 números devem ser sorteados na loteria. (A ordem dos números não importa.)
 - a) Quantas apostas distintas são possíveis?
 - b) Qual a probabilidade de se acertar uma aposta?

Distribuições de Probabilidade

Distribuição Binomial

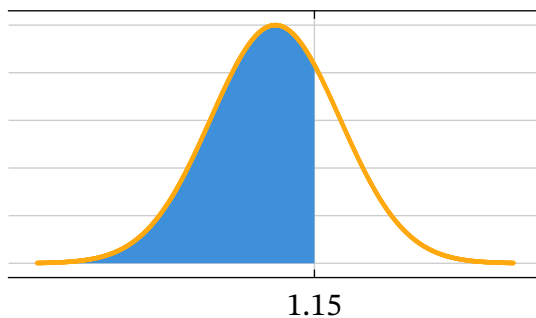
$$P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} \cdot p^x \cdot q^{n-x}, \quad \text{para } x = 0, 1, 2, \dots, n.$$

1. Uma fábrica tem 90% de chance de produzir uma peça sem defeito. Se 10 peças forem escolhidas ao acaso, qual é a probabilidade de exatamente 8 não possuírem defeito?
2. Um aluno acerta 70% das questões de um tipo específico. Se ele responder 6 questões desse tipo, qual é a probabilidade de acertar pelo menos 4?
3. Num determinado processo de fabricação, 10% das peças são consideradas defeituosas. As peças são acondicionadas em caixas com 5 unidades cada uma. Então:
 - a) Qual a probabilidade de haver exatamente 3 peças defeituosas numa caixa?
 - b) Qual a probabilidade de haver duas ou mais peças defeituosas numa caixa?

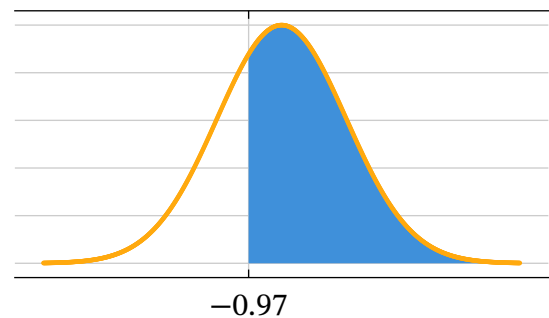
Distribuição Normal

1. Obtenha a área das regiões delimitadas pelos z-scores indicados.

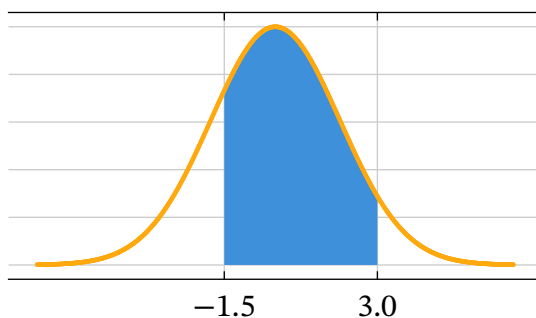
a)



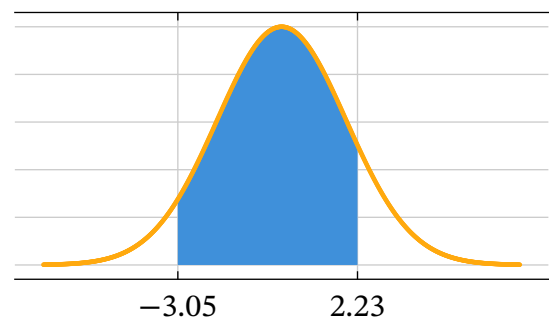
b)



c)

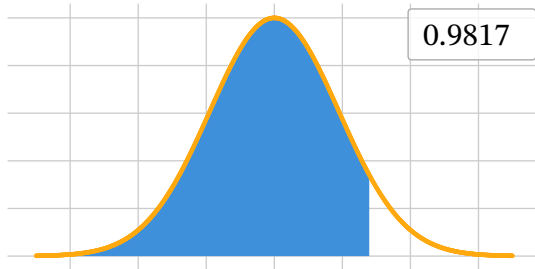


d)

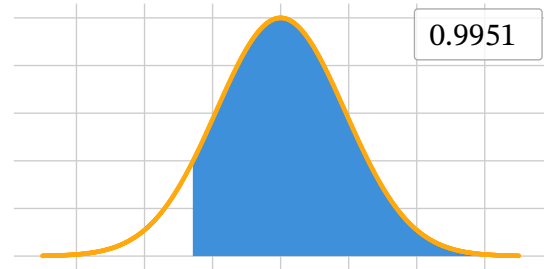


2. Encontre o z-score correspondente a cada probabilidade (área) indicada nos seguintes gráficos de distribuição normal padrão.

a)



b)



Correlação e Regressão Linear

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x$$

$$b_1 = r \cdot \frac{s_y}{s_x}$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$$

1. Considere a relação entre as variáveis x e y a seguir dada pela tabela:

x = Número de leads

y = Número de vendas

x	0	2	4	6
y	2	3	6	4

- Calcule o coeficiente de correlação linear.
 - Calcule as médias \bar{x} e \bar{y} .
 - Calcule os desvios padrão amostrais s_x e s_y .
 - Calcule a equação da reta de regressão.
 - Represente graficamente os dados tabelados e a reta de regressão.
2. Duas variáveis x e y possuem as seguintes propriedades:
- Correlação: $r = -0.7$
 - Desvios padrão $s_x = 4.5$, $s_y = 3.0$
 - Médias $\bar{x} = 10$, $\bar{y} = 20$.

- a) Obtenha a reta de regressão.
- b) Qual o valor de y esperado para $x = 15$?
3. Uma empresa de tecnologia avalia a projeção do número de atendimentos diários y em relação ao número de funcionários de suporte disponíveis x . Os dados do último trimestre indicam que a média de funcionários foi $\bar{x} = 18$ com desvio padrão $s_x = 4$, a média de atendimentos foi $\bar{y} = 120$ com desvio padrão $s_y = 15$, e a correlação entre as variáveis foi $r = 0.65$. Usando regressão linear, estime o número esperado de atendimentos se a empresa disponibilizar 22 funcionários de suporte.