

Lista de Exercícios - Atividade Teórica

Instruções: Escolha um exercício de cada seção a seguir. A entrega das resoluções deve ser feita pelo Canvas da turma teórica em um único arquivo em pdf.

Conjuntos

- Sejam $A = \{x \in \mathbb{Z} : 3 < x \leq 7\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 \leq 9\}$. Determine os seguintes conjuntos.
a) $A \cap B$ c) $A \setminus B$ e) $\mathcal{P}(A)$
b) $A \cup B$ d) $A \times B$ f) $\mathcal{P}(B)$
- Sejam $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{2, 4, 5\}$. Determine
a) $A \times (B \cap C)$
b) $(A \times B) \cap (B \times C)$
c) $(B \setminus C) \times A$.
- Sejam $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{0, 2, 4\}$. Determine:
a) $A \times B$
b) $C = \{(x, y) \in A \times B : x > y\}$
c) $D = \{(x, y) \in A \times B : x < y\}$
d) $E = \{(x, y) \in A \times B : x = y\}$

Operações Binárias

- Verifique quais das seguintes operações são operações binárias sobre o conjunto A .
a) $x * y = x + y$, $A = \{0, 1, 2\}$.
b) $x * y = x + y$, $A = \mathbb{N}$.
c) $x * y = x \div y$, $A = \text{conjunto dos inteiros}$.
d) $x * y = x \div y$, $A = \text{conjunto dos inteiros positivos}$.
- Verifique quais das seguintes operações binárias em \mathbb{R} são comutativas.
a) $x * y = 3x + 2y^2$
b) $x * y = xy^2$
c) $x * y = x - y$.
d) $x * y = (x - y)^2$
e) $x * y = \sqrt{x \cdot y}$

Relações

1. Considere os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Determine as relações abaixo e as classifique como: *um para um, um para vários, vários para um, vários para vários*.

a) $R : A \rightarrow B$ dada por $xRy \leftrightarrow x = y$

b) $R : B \rightarrow A$ dada por $xRy \leftrightarrow x^2 \leq y$

c) $R : A \rightarrow B$ dada por $xRy \leftrightarrow x + y > 8$.

2. Considere as seguintes relações em um conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Classifique-as como: *reflexivas, simétricas, antissimétricas e transitivas*.

$$R_1 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$R_2 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$$

$$R_3 = \{(1, 3), (2, 1)\}$$

$$R_4 = \emptyset$$

$$R_5 = A \times A.$$

2. Dados $A = \{0, 1, 2\}$ e $B = \{2, 3, 4\}$, considere a relação $R \subset A \times B$ dada por

$$(x, y) \in R \leftrightarrow x + y \text{ é par}$$

a) Obtenha a relação R^{-1} .

b) R^{-1} é uma função?

3. Dados $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{0, 2, 4, 6\}$ e $R \subset A \times B$ dada por

$$xRy \leftrightarrow x + 1 = y.$$

a) Determine o domínio da relação R .

b) Determine a imagem da relação R .

c) Determine a relação inversa R^{-1} .

Funções

1. Considere a função $f : A \rightarrow B$ dada por $f(x) = x^2 + 1$ em que

$$A = \{-2, -1, 0\}, B = \{0, 1, 4, 6\}.$$

a) A função f é injetora?

b) A função f é sobrejetora?

2. Considere

$$A = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 5\}, B = \{x \in \mathbb{Z} : -1 \leq x \leq 7\}, C = \{0, 1\}$$

e sejam $R_1 \subset A \times B$ e $R_2 \subset B \times C$ as relações dadas por, respectivamente,

$$(x, y) \in R_1 \leftrightarrow y = x + 2$$

$$(x, y) \in R_2 \rightarrow \begin{cases} y = 0 & \text{se } x \leq 4 \\ y = 1 & \text{se } x > 4 \end{cases}.$$

Obtenha a relação $R_2 \circ R_1$ e verifique se ela é transitiva.

3. Mostre que a função $f(x) = 5x - 2$ é injetora em \mathbb{R} .
4. Mostre que a função $f(x) = x^2 + 1$ não é injetora em \mathbb{R} .
5. Sejam $A = \mathbb{N}$ e $B = \{0, 1, 2\}$. Mostre que a função $f : A \rightarrow B$ dada por $f(x) = x + 1$ é sobrejetora.

Álgebra booleana

1. Represente o número decimal 467 como um número binário.
2. Represente o número binário 1011001 como número decimal.
3. Determine os valores (tabela de valores) da função booleana $F(x, y, z) = xy + \bar{z}$.
4. Obtenha o circuito que represente a expressão booleana $x\bar{y} + \bar{x}yz$.
5. Um comitê de três indivíduos em uma organização avalia propostas da seguinte forma:
 1. Cada indivíduo vota “sim” ou “não” para cada proposta que surgir.
 2. Uma proposta é aprovada se receber pelo menos dois votos “sim”.

Projete um circuito que determine se uma proposta é ou não aprovada.