





Notas de Aula

 17/02/25

 Lógica Matemática - 15662

 Curso: Cibersegurança

Prof. Neemias Martins

neemias.silva@puc-campinas.edu.br 

Lógica Proposicional

Sentença

Chamamos de *Sentença* (ou *Proposição*) uma frase que pode ser apenas verdadeira ou falsa.

Exemplo. As seguintes frases são sentenças:

- “Hoje choveu em Campinas”.
- “Dez é menor do que oito”.
- “Existem mais grãos de areia na terra do que estrelas no céu”.
- “2 é um número não-negativo” é uma sentença

Exemplo. As frases a seguir não são sentenças:

- “Como vai você?”
- “Preste bastante atenção!”
- “Esta frase é falsa”.

Obs: frases interrogativas, imperativas ou auto-referentes não são sentenças.

Valor lógico

O valor lógico (valor verdade) de uma sentença é Verdadeiro ou Falso, que podem ser representados por V ou F .

Exercício. Quais das frases a seguir são sentenças? Em caso afirmativo, qual o valor lógico?

- “Senhas fortes são essenciais para proteger suas contas online.”
- “Use uma senha forte”.
- “Você usa uma autenticação a dois fatores”?
- “123456 é uma das senhas mais usadas no mundo”.
- “Bill Gates criou o Linux”.

Sentenças e Compostas

As proposições são classificadas como simples (atômicas) ou compostas (moleculares).

- Uma proposição é simples se contém uma única declaração. Notação: p, q, r, s, \dots
- Uma proposição é composta se contém uma sequência finita de pelo menos duas proposições simples. Notação: P, Q, R, \dots

Exemplo.

- p : “Rosas são vermelhas.”
- q : “Borboletas são azuis.”
- $P = P(p, q)$: “Rosas são vermelhas e borboletas são azuis.”
- R : “Se rosas são vermelhas, então borboletas são azuis.”

Conectivos lógicos

Conectamos sentenças por meio de *conectivos lógicos*:

| Conectivo | Símbolo | Nome |
|------------------|-------------------|-----------------------------|
| não | $\sim, \neg, '$ | negação |
| e | \wedge | conjunção |
| ou | \vee | disjunção |
| se - então | \rightarrow | implicação |
| se, e somente se | \leftrightarrow | equivalência, bi-implicação |

Exemplo.

- p : O céu é azul.
 $\sim p$: O céu não é azul.
- p : Todo site é seguro.
 $\sim p$: Nem todo site é seguro
 $\sim p$: Existem sites que não são seguros.
- p : Todo número par é divisível por dois.
 $\sim p$: Nem todo par é divisível por dois.
- p : A senha é fraca
 q : O sistema é protegido por senha
 $p \wedge q$: O sistema é protegido por senha e a senha é fraca.

- p : a bola é amarela.
 q : a bola é verde.
 $p \vee q$: A bola é verde **ou** amarela.
- p : Julie adora manteiga, **mas** detesta nata.
 $\sim p$: **Não** é verdade que Julie adora manteiga e detesta nata.
 $\sim p$: Julie detesta manteiga **ou** adora nata.

Exemplo. Implicação: *Se p ocorre, então q ocorre.*

- p : “Teremos chuva amanhã”.
 q : “O centro da cidade alaga.”
 $p \rightarrow q$: **Se** chover amanhã, **então** o centro da cidade irá alagar.
- A sentença “Fogo é uma **condição necessária** para fumaça” pode ser reformulada do seguinte modo:
 $p \rightarrow q$: “**Se** há fumaça, **então** há fogo”.
Sendo: p : “Há fumaça” e q : “Há fogo”.

Exemplo. Equivalência: $p \leftrightarrow q$ ou seja, $p \rightarrow q$ e $q \rightarrow p$.

- $p \rightarrow q$: “**Se** o acesso for negado, **então** a luz irá vermelha irá acender”.
- $p \rightarrow q$: “**Se** a luz vermelha acender, **então** o acesso será negado”.
- $p \leftrightarrow q$: “A luz vermelha acende **se, e somente se** o acesso for negado”.

Tabela Verdade

Negação:

| p | $\neg q$ |
|-----|----------|
| V | F |
| F | V |

Conjunção:

| p | q | $p \wedge q$ |
|-----|-----|--------------|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

Exercício. Dê o valor lógico das seguintes proposições

- “Roma é a capital da Itália e $x = 2$ é uma raiz de $x^2 - 4 = 0$.”

- “Roma é a capital da França e $x = 2$ é uma raiz de $x^2 - 4 = 0$.”
- “Brasília é a capital do Brasil e 6 é um número primo.”
- “Salvador é ainda a capital do Brasil e 6 é um número primo.”

Disjunção

| p | q | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

Exercício. Dê o valor lógico das seguintes proposições

- “Roma é a capital da Itália ou $x = 2$ é uma raiz de $x^2 - 4 = 0$.”
- “Roma é a capital da França ou $x = 2$ é uma raiz de $x^2 - 4 = 0$.”
- “Brasília é a capital do Brasil ou 6 é um número primo.”
- “Salvador é ainda a capital do Brasil ou 6 é um número primo.”