

# ЛИНЕАРНА АЛГЕБРА И

## АНАЛИТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА, 2015/16

### ИСПИТНА ПИТАЊА

1. <sup>1</sup>	Скупови. Релације. Функције. Бројеви (природни, цели, рационални, реални и комплексни).
2. <sup>1</sup>	Вектори у $\mathbb{R}^3$ . Сабирање вектора и множење вектора скаларом. Линеарна комбинација вектора у $\mathbb{R}^3$ . Линеарна зависност и независност. База векторског простора $\mathbb{R}^3$ . Координате вектора.
3. <sup>1</sup>	Скаларни производ на $\mathbb{R}^3$ . Норма и угао. Пројекције. Основна својства скаларног производа.
4. <sup>2</sup>	Грам-Шмитова ортогонализација. Коши – Шварцова неједнакост и геометрија.
5. <sup>1</sup>	Оријентација базе у $\mathbb{R}^n$ ( $n=1,2,3$ ). Векторски и мешовити производ вектора: дефиниција и основна својства. Векторски и мешовити производ вектора у координатама.
6. <sup>2</sup>	Геометријска интерпретација мешовитог производа. Неасоцијативност векторског производа.
7. <sup>1</sup>	Права у равни. Једначине. Узајамни положај правих у равни. Растојање тачке од праве.
8. <sup>1</sup>	Раван у простору. Једначине. Узајамни положај равни у простору. Растојање тачке од равни. Угао између равни у простору.
9. <sup>1</sup>	Права у простору. Једначине. Узајамни положај правих у простору. Узајамни положај праве и равни у простору. Растојање тачке од праве у простору. Угао између две праве у простору. Угао између праве и равни у простору.
10. <sup>2</sup>	Мимоилазне праве. Заједничка нормала. Растојање између мимоилазних правих.
11. <sup>1</sup>	Дефиниција векторског простора. Примери векторских простора. Векторски простори $\mathbb{R}^n$ и $\mathbb{C}^n$ .
12. <sup>1</sup>	Матрице. Структура векторског простора $M_{mn}(\mathbb{F})$ . Множење матрица. Транспонување матрица и његова основна својства.
13. <sup>2</sup>	Структура алгебре $M_n(\mathbb{F})$ . Општа линеарна група $GL(n, \mathbb{F})$ . Симетричне и антисиметричне матрице. Ортогонална група $O(n, \mathbb{R})$ .
14. <sup>1</sup>	Линеарна зависност и независност вектора. База векторског простора. Примери база. Координате вектора и координатизација. Теорема о бази. Димензија векторског простора.
15. <sup>3</sup>	Једнакобројност база коначнодимензионог векторског простора.
16. <sup>1</sup>	Потпростор. Пресек потпростора. Директан производ простора. Линеал.
17. <sup>2</sup>	Карактеризација потпростора. Карактеризација линеала. Сума потпростора. Директна сума потпростора.
18. <sup>3</sup>	Грасманова формула. Ефективно одређивање базе суме и пресека потпростора.
19. <sup>3</sup>	Фактор простор. Конструкција базе фактор простора.
20. <sup>1</sup>	Зависност координата вектора о бази. Матрица преласка.
21. <sup>1</sup>	Линеарни оператор. Дефиниција и примери. Слика и језгро линеарног оператора. Основна својства линеарних оператора.

22. <sup>2</sup>	Композиција линеарних оператора. Структура моноида $(\text{Hom } V, \circ)$ , инвертибилни елементи. Одређеност линеарног оператора.
23. <sup>2</sup>	Теорема о рангу и дефекту и неке њене последице.
24. <sup>3</sup>	Регуларни оператори и релација еквивалентности. Изоморфизам векторских простора.
25. <sup>3</sup>	Релација изоморфности векторских простора. Карактеризација изоморфности два коначнодиманзиона векторска простора. Теореме о изоморфизму. Тачни низови.
26. <sup>2</sup>	Векторски простор $\text{Hom } (U, V)$ и његова база. Алгебра $\text{Hom } V$ .
27. <sup>3</sup>	Веза између векторских простора $\text{Hom } (U, V)$ и $M_{mn}(\mathbb{F})$ , као и алгебри $\text{Hom } V$ и $M_n(\mathbb{F})$ .
28. <sup>1</sup>	Ранг матрице и елементарне трансформације.
29. <sup>2</sup>	Релација еквивалентности матрица.
30. <sup>3</sup>	Образложити тражење ранга свођењем полазне матрице на канонске матрице, елементарним трансформацијама.
31. <sup>2</sup>	Образложити одређивање инверзне матрице применом елементарних трансформације.
32. <sup>1</sup>	Линеарни функционал. Примери. Дуална база.
33. <sup>2</sup>	Анихилатор скупа и његова својства.
34. <sup>3</sup>	Рефлексивност коначнодимензионих векторских простора.
35. <sup>3</sup>	Дуално пресликавање и његова својства. Ранг по врстама једнак је рангу по колонама.
36. <sup>2</sup>	Зависност матрице оператора о бази. Релација сличности линеарних оператора.
37. <sup>1</sup>	Систем линеарних једначина. Решење система линеарних једначина. Еквивалентни системи линеарних једначина. Матрица и проширена матрица система.
38. <sup>2</sup>	Кронекер-Капелијева теорема. Крамеров систем.
39. <sup>3</sup>	Опис скупа решења придруженог хомогеног система. Опис скупа решења линеарног система једначина.
40. <sup>2</sup>	Група пермутација. Инверзија пермутације. Знак пермутације.
41. <sup>3</sup>	Циклуси и транспозиције.
42. <sup>1</sup>	Дефиниција детерминанте. Основна својства детерминанте.
43. <sup>2</sup>	Мултилинеарност и алтернираност детерминанте. Кофактори и миноре. Адјунгована (адјункта) матрица дате матрице и инверзна матрица.
44. <sup>3</sup>	Лапласов развој детерминанте. Бине-Кошијева теорема.
45. <sup>2</sup>	Елементарне трансформације и практично израчунавање детерминанте. Карактеризација регуларне матрице преко детерминанте.
46. <sup>2</sup>	Карактеризација детерминанте(без доказа).
47. <sup>2</sup>	Инваријантни потпростори. Директна сума инваријантних потпростора. Матрица линеарног оператора на директној суми инваријантних потпростора.
48. <sup>1</sup>	Сопствена вредност и сопствени вектор линеарног оператора. Карактеристични полином линеарног оператора. Сопствени потпростор.
49. <sup>2</sup>	Геометријска и алгебарска вишеструкост сопствене вредности. Детерминанта линеарног оператора и карактеризација регуларних оператора преко детерминанте.
50. <sup>3</sup>	Хамилтон-Кејлијева теорема. Карактеризација дијагонализабилности линеарног оператора.
51. <sup>2</sup>	Минимални полином линеарног оператора. Веза између минималног и карактеристичног полинома.
52. <sup>3</sup>	Свођење матрице линеарног оператора на горње (доње) троугаони облик.
53. <sup>2</sup>	Нилпотентни оператори и Жорданова нормална форма (без доказа).
54. <sup>1</sup>	Унитарни простори. Примери. Норма вектора.
55. <sup>2</sup>	Коши-Шварцова неједнакост. Угао. Нормирани метрички простори.
56. <sup>1</sup>	Ортогоналност. Ортогонални комплемент. Ортогоналност и линеарна независност.
57. <sup>2</sup>	Питагорина теорема. Фуријеови коефицијенти. Беселова неједнакост и Парсервалова једнакост.
58. <sup>2</sup>	Ортонормирана база. Грам-Шмитов поступак ортогонализације. Ортогонални пројектори.
59. <sup>3</sup>	Групе унитарних матрица. Унитарне матрице и ортонормиране базе.
60. <sup>2</sup>	Хермитско коњуговање и његова својства.
61. <sup>2</sup>	Грамова матрица и Грамова детерминанта.

62. <sup>3</sup>	Позитивност Грамове детерминанте.
63. <sup>3</sup>	Линеарни функционали на коначнодимензионим просторима. Хермитски адјунговани оператор.
64. <sup>1</sup>	Хермитски, косохермитски (антихермитски), нормални и унитарни оператори.
65. <sup>2</sup>	Сопствене вредности и сопствени вектори хермитског, косохермитског и унитарног оператора.
66. <sup>3</sup>	Дијагонализабилност нормалног оператора.
67. <sup>2</sup>	Позитивни оператори и скаларни производ.
68. <sup>3</sup>	Квадратни корен оператора. Поларна форма оператора.
69. <sup>1</sup>	Хермитски билинеарни и квадратни функционали и форме. Примери.
70. <sup>2</sup>	Матрица хермитског билинеарног функционала. Конгруентност матрица и ранг хермитског билинеарног функционала.
71. <sup>2</sup>	Поларна форма квадратне форме. Позитивне квадратне форме.
72. <sup>3</sup>	Карактеризација хермитских билинеарних функционала у унитарним просторима. Закон инерције хермитског квадратног функционала.
73. <sup>3</sup>	Дијагонализација хермитске квадратне форме. Лагранжов и Јакобијев алгоритам.
74. <sup>1</sup>	Површи другог реда. Дефиниције. Примери. Једначине.
75. <sup>3</sup>	Свођење једначина површи другог реда на канонски облик. Класификација површи другог реда.

25. <sup>3</sup>	Обратни задатак за просторне криве. Примери.
26. <sup>3</sup>	Локална канонска форма криве.
27. <sup>3</sup>	Криве у $R^n$ .
28. <sup>1</sup>	Дефиниција регуларне површи и појам многострукости. Примери.
29. <sup>2</sup>	Координатне трансформације регуларних површи. Еквивалентност површи. Глатка пресликавања између површи.
30. <sup>1</sup>	Криве на површи. Тангентни простор и његова структура. Тангентна раван. Нормални вектор и нормала на површ.
31. <sup>2</sup>	Тангентно пресликавање. Векторска поља: тангентна и нормална. Оријентабилност.
32. <sup>1</sup>	Прва фундаментална форма: дефиниција и примери. Примене прве фундаменталне форме: дужина лука криве, угао међу кривама, површина.
33. <sup>2</sup>	Гаусово пресликавање. Оператор облика. Примери.
34. <sup>1</sup>	Друга фундаментална форма: дефиниција и геометријски смисао. Кристофелови симболи. Примери.
35. <sup>2</sup>	Нормална и геодезијска кривина.
36. <sup>3</sup>	Теорема Меснијеа и неке њене последице. Нормална сечења.
37. <sup>2</sup>	Геодезијске линије елементарне површи: дефиниција и карактеризације. Основне теореме о геодезијским линијама – искази.
38. <sup>2</sup>	Гаусова и средња кривина: дефиниција. Главне кривине и главни вектори и њихова својства. Геометријски смисао Гаусове кривине. Примери.
39. <sup>3</sup>	Ојлерова теорема. Карактеризација главних кривина површи.
40. <sup>2</sup>	Умбиличке тачке и асимптотски правци.
41. <sup>3</sup>	Гаусове и Вајнгартенове једначине. Гаус-Кодацијеве једначине. Кристофелови симболи као функције метрике.
42. <sup>3</sup>	Бонеова теорема. Теорема Егрегиум.
43. <sup>2</sup>	Изометрије и локалне изометрије површи. Примери.
44. <sup>2</sup>	Векторска поља дуж кривих које припадају површи. Паралелна векторска поља.
45. <sup>3</sup>	Карактеризација паралелног векторског поља дуж криве. Теорема о егзистенцији векторског поља и геодезијске.
46. <sup>2</sup>	Интензитети и углови паралелних тангентних поља.
47. <sup>2</sup>	Паралелно померање: дефиниција и пример. Тангентно раслојење. Потпуно праве линије.
48. <sup>2</sup>	Коваријантни извод: дефиниција.
49. <sup>3</sup>	Основна својства коваријантног диференцирања.
50. <sup>2</sup>	Афина повезаност. Симетричне и сагласне са метриком афине повезаности. Геодезијске линије и коваријантно диференцирање.