Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg

Chair for Computer Science 8
Theoretical Computer Science

SMT-basierte Analyse von Konsistenzregeln für digitale Formulare

Bachelorarbeit in der Informatik

Julian Pollinger

Betreuer:

Prof. Dr. Lutz Schröder Merlin Humml

Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg

Erlangen, 15. Februar 2023

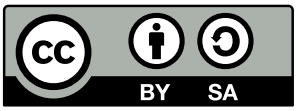
Disclaimer

Ich versichere, dass ich die Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Quellen angefertigt habe und dass die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen hat und von dieser als Teil einer Prüfungsleistung angenommen wurde. Alle Ausführungen, die wörtlich oder sinngemäß übernommen wurden, sind als solche gekennzeichnet.

Erlangen, 15. Februar 2023 _____

Julian Pollinger

Lizensierung



Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

2 Hintergrund

2.1 Das Projekt

Dieser Arbeit liegt ein Open Source Projekt namens Rita[1] (kurz für "**R**ule **it** **a**ll") zugrunde, das ich bei meinem Arbeitgeber "Educorvi GmbH & Co KG"[2] entwickle. Es hat zum Ziel, eine Lösung für regelbasierte Abarbeitung von Formularen zu schaffen. Kern dieses Projekts ist eine syntaktisch auf JSON basierende Sprache, in der die Regeln formuliert werden können. Weiterhin enthält es eine TypeScript Implementierung um in dieser Sprache formulierte Regeln mit Formulardaten auswerten zu können, sowie einen Webserver, der diese Funktionen über eine HTTP API zur Verfügung stellt.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde weiterhin ein Tool entwickelt, um Regeln dieser Sprache in SMT zu übersetzen, um sie dann anschließend in dieser Form mit einem SMT Solver analysieren zu können, beispielsweise auf Erfüllbarkeit.

2.2 Aktueller Umfang

Aufgrund des Verwendungszweck des Projekts muss die Sprache alle Funktionen unterstützen, die bei der Bearbeitung von Formularen notwendig sein können. Im Folgenden soll der aktuelle Umfang der Sprache zunächst grob umrissen werden, eine formale Definition der Syntax und Semantik folgen in Kapitel 3.

Konstanten In den Regeln können Konstanten definiert werden.

Atome Eine der grundlegendsten Voraussetzungen ist, Daten aus den Formularen auslesen zu können. Dies wird durch sogenannte Atome realisiert. Die Daten können entweder vom Typ String, Number oder Boolean sein. Zudem können Datumsangaben eingelesen werden. Diese müssen dafür als String im ISO 8601 Format [1] angegeben werden (z. B. `2022-12-04T09:38:02.375Z`).

Logische Verknüpfungen Um Daten vom Typ Boolean, die entweder aus Atomen oder aus Funktionen der Sprache stammen, kombinieren zu können, gibt es die logischen Verknüpfungen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$.

Vergleiche Weiterhin können Daten aller Typen verglichen werden.Vergleiche zwischen unterschiedlichen Datentypen evaluieren immer zu $\bot$.

Berechnungen Es ist möglich, simple Berechnungen durchzuführen. Unterstützte Berechnungen sind Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division und Modulo.

[1] `https://github.com/educorvi/rita`
[2] `https://educorvi.de`

Berechnungen mit Datumsangaben Dies umfasst im wesentlichen zwei Funktionen:

1. Subtraktion zweier Datumsangaben, um das Zeitintervall zwischen diesen zu berechnen.
2. Addition oder Subtraktion eines Zeitintervalls auf/von eine/r Datumsangabe.

Quantoren Enthalten die übergebenen Daten ein Array von Werten/Objekten, kann überprüft werden, ob eine Bedingung für alle oder mindestens ein Element dieses Arrays gilt.

Macros Aktuell gibt es zwei Macros:

1. `now`: Kann in einer Regel angegeben werden um zum Zeitpunkt der Evaluation durch die aktuelle Kombination aus Datum/Uhrzeit ersetzt zu werden.
2. `length`: Wertet zur Länge des übergebenen Strings aus.

Plugins Plugins dienen dazu, dem Nutzer die Möglichkeit zu geben, Regeln mit eigenen Funktionen zu erweitern. Das Konzept dahinter ist, dass das Plugin die Daten zu Beginn der Auswertung übergeben bekommt, um dann die Daten mit eigenen Ergebnissen anreichern zu können, die dann den weiteren Funktionen zur Verfügung stehen.

Hinweis

Da RITA stetig weiterentwickelt wird, wird für diese Arbeit die Version der Sprache auf Branch `alpha`[3] unter Ausschluss von Quantoren, Macros und Plugins festgesetzt.

[3] Commithash zum Zeitpunkt der Abgabe: ac99da7032d830be022845c5bb3e57b900be5fbf

3 Ritas Sprache

In diesem Kapitel soll nun die Sprache beschrieben werden, in der Regeln für Rita formuliert werden können.

3.1 Syntax

Die Sprache basiert auf JSON und ist durch ein JSON Schema definiert [2, Einstieg ist schema.json].

Gesendete Daten werden immer gegen ein sogenanntes Ruleset ausgewertet. Das ist eine Menge von Regeln, die diese Daten erfüllen müssen. Eine solche Regel kann in Backus Naur Form wie folgt beschrieben werden:

$$
\begin{aligned}
Rule &::= Formula \\
Formula &::= a \mid Connectives \mid Comparison && (a \in \mathcal{A}) \\
Connectives &::= and(Formula, Formula) \mid or(Formula, Formula) \mid not(Formula) \\
Comparison &::= comp_{=}(CA, CA) \mid comp_{<}(CA, CA) \mid comp_{>}(CA, CA) \mid \\
&\quad comp_{\leq}(CA, CA) \mid comp_{\geq}(CA, CA) \\
CA &::= a \mid c \mid Calculation \mid DateCalculation && (a \in \mathcal{A}, c \in \mathcal{C}) \\
Calculation &::= calc_{+}(CA, CA) \mid calc_{-}(CA, CA) \mid \\
&\quad calc_{*}(CA, CA) \mid calc_{\div}(CA, CA) \mid calc_{\%}(CA, CA) \\
DateUnit &::= seconds \mid minutes \mid hours \mid days \mid months \mid years \\
DateCalculation &::= dateCalc_{+}(CA, CA, DateUnit) \mid dateCalc_{-}(CA, CA, DateUnit)
\end{aligned}
$$

Sei R ein Ruleset, und r eine Regel. Sei weiterhin

$$
\begin{aligned}
S &= \{Bool, String, Date, Number, DurationType\} \\
S_0 &= \emptyset
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F = \{ & \\
& comp_{Bool,=} : Bool \times Bool \to Bool, \\
& comp_{Bool,<} : Bool \times Bool \to Bool, \\
& comp_{Bool,>} : Bool \times Bool \to Bool, \\
& comp_{Bool,\leq} : Bool \times Bool \to Bool, \\
& comp_{Bool,\geq} : Bool \times Bool \to Bool, \\
& comp_{String,=} : String \times String \to Bool, \\
& comp_{String,<} : String \times String \to Bool, \\
& comp_{String,>} : String \times String \to Bool, \\
& comp_{String,\leq} : String \times String \to Bool, \\
& comp_{String,\geq} : String \times String \to Bool, \\
& comp_{Date,=} : Date \times Date \to Bool, \\
& comp_{Date,<} : Date \times Date \to Bool, \\
& comp_{Date,>} : Date \times Date \to Bool, \\
& comp_{Date,\leq} : Date \times Date \to Bool, \\
& comp_{Date,\geq} : Date \times Date \to Bool, \\
& comp_{Number,=} : Number \times Number \to Bool, \\
& comp_{Number,<} : Number \times Number \to Bool, \\
& comp_{Number,>} : Number \times Number \to Bool, \\
& comp_{Number,\leq} : Number \times Number \to Bool, \\
& comp_{Number,\geq} : Number \times Number \to Bool, \\
& and : Bool \times Bool \to Bool, \\
& or : Bool \times Bool \to Bool, \\
& not : Bool \to Bool \\
& calc_{+} : Number \times Number \to Number, \\
& calc_{-} : Number \times Number \to Number, \\
& calc_{\div} : Number \times Number \to Number + Error, \\
& calc_{\%} : Number \times Number \to Number + Error, \\
& dateCalc_{(Date \times Date),-} : Date \times Date \times DurationType \to Number, \\
& dateCalc_{(Date \times Number),+} : Date \times Number \times DurationType \to Date, \\
& dateCalc_{(Date \times Number),-} : Date \times Number \times DurationType \to Date, \\
& dateCalc_{(Number \times Date),+} : Number \times Date \times DurationType \to Date, \\
& getTime : Date \to Number, \\
& getTime^{-1} : Number \to Date, \\
& convertInterval : Number \times DurationType \times DurationType \to Number \\
\} &
\end{aligned}
$$

Dann hat Rita die Signatur $\Sigma = (S_0, S, F)$

3.2 Semantik

Die Interpretation eines Rulesets geschieht rekursiv nach folgendem Ablauf:

$$
\begin{aligned}
\eta &= \text{Umgebung aus den gesendeten Daten in Form von Key-Value Paaren} \\
\eta(x) &= \text{Der Wert für das Datum mit dem Key } x \text{ in den Daten} \\
\varepsilon &= \text{Error} \\
C &= \text{Menge der Konstanten} \\
\mathfrak{M}[\![R]\!]\eta &\in \{\top, \bot, \varepsilon\} \\
\mathfrak{M}[\![r]\!]\eta &\in \{\top, \bot, \varepsilon\} \\
\mathfrak{M}[\![R]\!]\eta &= \begin{cases} \varepsilon & \text{wenn } \exists r \in R.\mathfrak{M}[\![r]\!]\eta = \varepsilon \\ \top & \text{sonst wenn } \forall r \in R.\mathfrak{M}[\![r]\!]\eta = \top \\ \bot & \text{sonst} \end{cases} \\
\mathfrak{M}[\![f(arg_1, ..., arg_n)]\!]\eta &= \begin{cases} \varepsilon & \text{wenn } \mathfrak{M}[\![arg_i]\!]\eta = \varepsilon \\ \mathfrak{M}[\![f]\!](\mathfrak{M}[\![arg_1]\!]\eta, ..., \mathfrak{M}[\![arg_n]\!]\eta) & \text{sonst} \end{cases} \\
\mathfrak{M}[\![x]\!]\eta &= \begin{cases} \eta(x) & \text{wenn } x \text{ in } \eta \text{ definiert} \\ x & \text{sonst wenn } x \in C \\ \varepsilon & \text{sonst} \end{cases}
\end{aligned}
$$

Wobei für
S die Menge aller Strings
D die Menge aller Zeitstempel
um eine Umrechnungsmatrix für Zeitintervalle (siehe Appendix A.2)

die Symbole der Signatur durch $\mathfrak{M}$ wie folgt interpretiert werden:

$$
\begin{aligned}
\text{Domain } M &= \{\top, \bot, S, D, \mathbb{R}\} \\
\mathfrak{M}[\![Bool]\!] &= \{\top, \bot\} \\
\mathfrak{M}[\![String]\!] &= S \\
\mathfrak{M}[\![Date]\!] &= D \\
\mathfrak{M}[\![Number]\!] &= \mathbb{R} \\
\mathfrak{M}[\![DurationType]\!] &= \{seconds, minutes, hours, days, months, years\}
\end{aligned}
$$

Die Funktionen *and* und *or* werden faul ausgewertet, bei Vergleichen von Booleans gilt $\top > \bot$.

$$\mathfrak{M}[\![and]\!](a,b) = \begin{cases} b & \text{wenn } a = \top \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M}[\![or]\!](a,b) = \begin{cases} \top & \text{wenn } a = \top \\ b & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{M}[\![not]\!](a) =& \neg a \\
\mathfrak{M}[\![comp_{Bool,=}]\!](a,b) =& (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b) \\
\mathfrak{M}[\![comp_{Bool,<}]\!](a,b) =& \neg a \wedge b \\
\mathfrak{M}[\![comp_{Bool,>}]\!](a,b) =& a \wedge \neg b \\
\mathfrak{M}[\![comp_{Bool,\leq}]\!](a,b) =& \mathfrak{M}[\![comp_{Bool,<}(a,b)]\!] \vee \mathfrak{M}[\![comp_{Bool,=}(a,b)]\!] \\
\mathfrak{M}[\![comp_{Bool,\geq}]\!](a,b) =& \mathfrak{M}[\![comp_{Bool,>}(a,b)]\!] \vee \mathfrak{M}[\![comp_{Bool,=}(a,b)]\!]
\end{aligned}$$

Bei Vergleichen zwischen Strings wird die lexikalische Ordnung verwendet.

$$\mathfrak{M}[\![comp_{String,=}]\!](a,b) = \begin{cases} \top & \text{wenn } a \text{ zeichenweise identisch zu } b \text{ ist} \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M}[\![comp_{String,<}]\!](a,b) = \begin{cases} \top & \text{wenn } a \text{ lexikalisch kleiner als } b \text{ ist} \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M}[\![comp_{String,>}]\!](a,b) = \begin{cases} \top & \text{wenn } a \text{ lexikalisch größer als } b \text{ ist} \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{M}[\![comp_{String,\leq}]\!](a,b) =& \mathfrak{M}[\![comp_{String,<}(a,b)]\!] \vee \mathfrak{M}[\![comp_{String,=}(a,b)]\!] \\
\mathfrak{M}[\![comp_{String,\geq}]\!](a,b) =& \mathfrak{M}[\![comp_{String,>}(a,b)]\!] \vee \mathfrak{M}[\![comp_{String,=}(a,b)]\!]
\end{aligned}$$

Berechnungen und Vergleiche mit Zahlen folgen der für reelle Zahlen üblichen Interpretation.

$$\mathfrak{M}[\![comp_{Number,=}]\!](a,b) = \begin{cases} \top & \text{wenn } (a = b) \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M}[\![comp_{Number,<}]\!](a,b) = \begin{cases} \top & \text{wenn } (a < b) \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M}[\![comp_{Number,>}]\!](a,b) = \begin{cases} \top & \text{wenn } (a > b) \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{M}[\![comp_{Number,\leq}]\!](a,b) =& \mathfrak{M}[\![comp_{Number,<}(a,b)]\!] \vee \mathfrak{M}[\![comp_{Number,=}(a,b)]\!] \\
\mathfrak{M}[\![comp_{Number,\geq}]\!](a,b) =& \mathfrak{M}[\![comp_{Number,>}(a,b)]\!] \vee \mathfrak{M}[\![comp_{Number,=}(a,b)]\!] \\
\mathfrak{M}[\![calc_{+}]\!](a,b) =& a + b \\
\mathfrak{M}[\![calc_{-}]\!](a,b) =& a - b \\
\mathfrak{M}[\![calc_{*}]\!](a,b) =& a * b
\end{aligned}$$

$$\mathfrak{M}[\![calc_{\div}]\!](a,b) = \begin{cases} a \div b & \text{wenn } b \text{ nicht 0 ist} \\ \varepsilon & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M}[\![calc_{\%}]\!](a,b) = \begin{cases} a - (\lfloor \frac{a}{b} \rfloor * b) & \text{wenn } b \text{ nicht 0 ist} \\ \varepsilon & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M}[\![comp_{Date,=}]\!](a,b) = \begin{cases} \top & \text{wenn der Zeitpunkt } a \text{ zeitgleich zum Zeitpunkt } b \text{ ist} \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M}[\![comp_{Date,<}]\!](a,b) = \begin{cases} \top & \text{wenn der Zeitpunkt } a \text{ vor dem Zeitpunkt } b \text{ ist} \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M}[\![comp_{Date,>}]\!](a,b) = \begin{cases} \top & \text{wenn der Zeitpunkt } a \text{ nach dem Zeitpunkt } b \text{ ist} \\ \bot & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M}[\![comp_{Date,\leq}]\!](a,b) = \mathfrak{M}[\![comp_{Date,<}(a,b)]\!] \vee \mathfrak{M}[\![comp_{Date,=}(a,b)]\!]$$

$$\mathfrak{M}[\![comp_{Date,\geq}]\!](a,b) = \mathfrak{M}[\![comp_{Date,>}(a,b)]\!] \vee \mathfrak{M}[\![comp_{Date,=}(a,b)]\!]$$

Bei Berechnungen mit Zeitangaben werden Datumsangaben zunächst in die seit dem 1. Januar 1970, 00:00:00 Uhr GMT vergangene Zeit in Millisekunden umgerechnet. Mit der resultierenden Zahl kann dann der Abstand zwischen zwei Zeitpunkten durch normale Subtraktion der beiden Zahlen berechnet werden, die Addition und Subtraktion eines Zeitintervalls auf eine Datumsangabe erfolgt durch Addition oder Subtraktion des Intervalls in Millisekunden und anschließendes Anwenden der Funktion $getTime^{-1}$ um aus der Zahl wieder eine Datumsangabe zu erhalten.

$$\mathfrak{M}[\![getTime]\!](a) = \text{Von Jan 1, 1970, 00:00:00.000 GMT bis a verstrichene Millisekunden}$$

$$\mathfrak{M}[\![getTime^{-1}]\!](a) = \text{Inverse Funktion zu getTime}$$

$$\mathfrak{M}[\![convertInterval]\!](n,t_1,t_2) = \begin{cases} n * um[t_1][t_2] & \text{wenn } t_1 \text{ größer als } t_2 \text{ ist} \\ n \div um[t_2][t_1] & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mathfrak{M}[\![calc_{(Date\times Date),-}]\!](a,b,t) = \mathfrak{M}[\![convertInterval(calc_-(getTime(b), getTime(a)), \text{"}milliseconds\text{"}, t)]\!]$$

$$\mathfrak{M}[\![calc_{(Date\times Number),+}]\!](a,b,t) = \mathfrak{M}[\![getTime^{-1}(calc_+(getTime(a), convertInterval(b,t,\text{"}milliseconds\text{"})))]\!]$$

$$\mathfrak{M}[\![calc_{(Date\times Number),-}]\!](a,b,t) = \mathfrak{M}[\![getTime^{-1}(calc_-(getTime(a), convertInterval(b,t,\text{"}milliseconds\text{"})))]\!]$$

$$\mathfrak{M}[\![calc_{(Number\times Date),+}]\!](a,b,t) = \mathfrak{M}[\![calc_{(Date\times Number),+}]\!](b,a,t)$$

3.3 Beispiel

Nun folgt ein simples Beispiel, in welchem das Ruleset nur eine Regel enthält, die überprüfen soll, ob jemand zum Zeitpunkt eines Kaufs mindestens 18 Jahre alt war und nicht angestellt ist. Bei der Evaluation sollen folgende Daten übergeben werden:
geburtsdatum (Datum), **kaufdatum** (Datum), **istAngestellter** (Boolean)

Verwendet man für diese Regel die in Abschnitt 3.2 beschriebene Notation, sieht die Formel wie folgt aus:
$and(not(istAngestellter), comp_{Date,\geq}(dateCalc_{(Date\times Date),-}(kaufdatum, geburtsdatum, years), 18))$
Eine Visualisierung der Regel findet sich in Abbildung 3.1. Die hierarchische Struktur einer Regel wird dort gut ersichtlich.

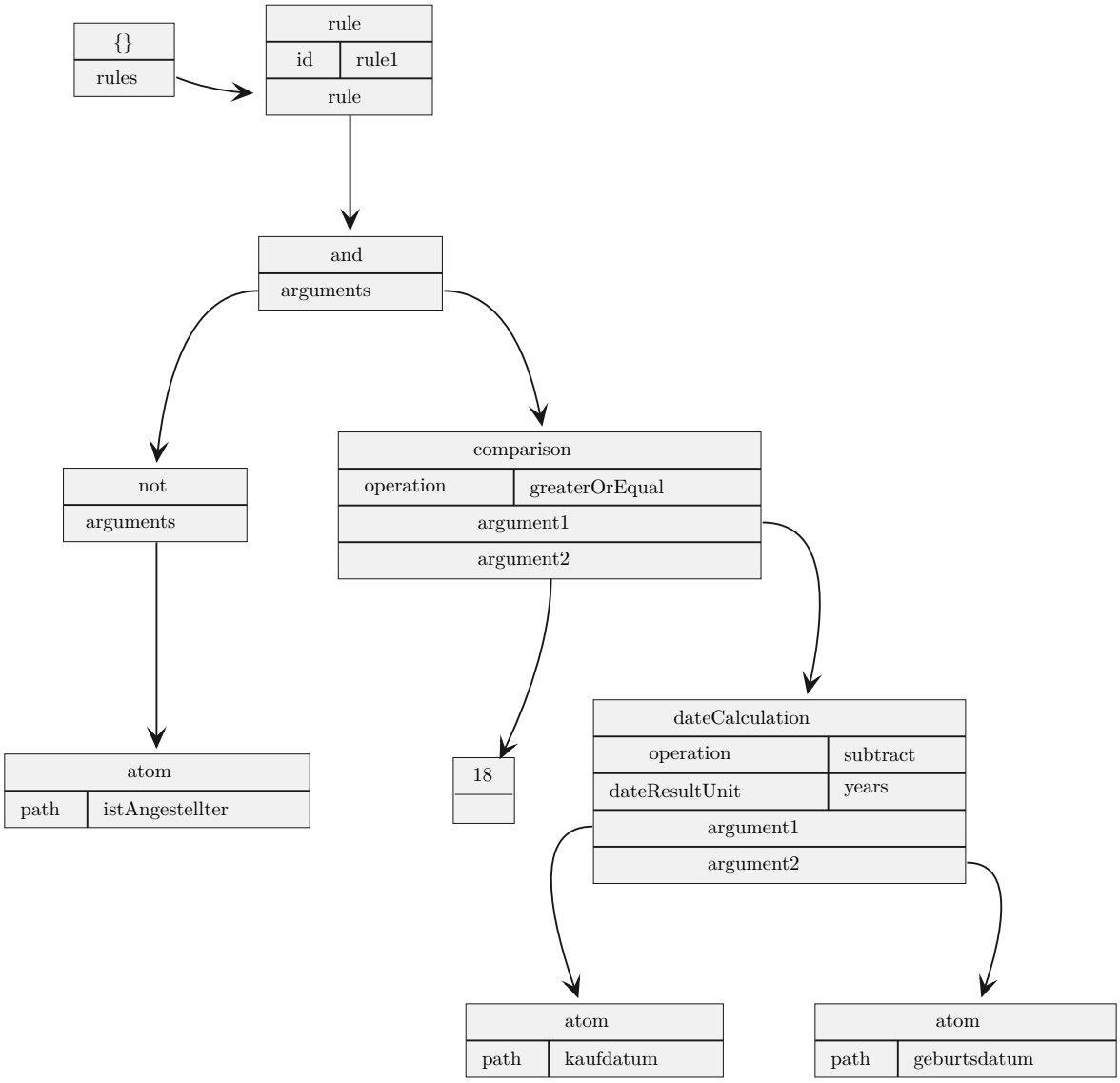


Abbildung 3.1: Visualisierung des Rulesets

Die tatsächliche Umsetzung dieser Regel sähe dann wie folgt aus:

```
{
    "$schema": "https://raw.githubusercontent.com/educorvi/rita/alpha/rita-core/src/s
↪   chema/schema.json",
    "rules": [
        {
            "id": "rule1",
            "rule": {
                "type": "and",
                "arguments": [
                    {
                        "type": "not",
                        "arguments": [
                            {
                                "type":"atom",
                                "path": "istAngestellter"
                            }
                        ]
                    },
                    {
                        "type": "comparison",
                        "operation": "greaterOrEqual",
                        "arguments": [
                            {
                                "type": "dateCalculation",
                                "dateResultUnit": "years",
                                "operation": "subtract",
                                "arguments": [
                                    {
                                        "type": "atom",
                                        "path": "kaufdatum",
                                        "isDate": true
                                    },
                                    {
                                        "type": "atom",
                                        "path": "geburtsdatum",
                                        "isDate": true
                                    }
                                ]
                            },
                            18
                        ]
                    }
                ]
            }
        }
    ]
}
```

Zunächst mag diese Schreibweise etwas sperrig wirken, sie ist jedoch für den Laien, dem wir mit RITA das schreiben dieser Regeln erlauben möchten, vermutlich intuitiver zu lesen. Außerdem ist JSON für unsere Zwecke ein guter Kompromiss zwischen menschlicher und maschineller Lesbarkeit.

4 SMT basierte Analyse von Rulesets

Wenn man nun Regeln in dieser Sprache formuliert, bietet es sich an eine Möglichkeit zu schaffen, zu überprüfen ob eine Menge von Regeln überhaupt erfüllbar ist, oder ob mache Regeln andere implizieren und damit obsolet machen.

4.1 Satisfiability Modulo Theories

Satisfiability Modulo Theories (SMT) bezeichnet das Problem der Erfüllbarkeit einer Formel in Logik erster Stufe vor dem Hintergrund bestimmter Theorien, die die Interpretation von Symbolen einschränken und so die Entscheidbarkeit dieses Problems gewährleisten. [3]. Ein Beispiel für eine solche Theorie ist die "Theory of Reals" nach dem SMT-LIB Standard [4], die unter anderem die Interpretation des Funktionensymbols `*` auf die Multiplikation der beiden übergebenen reellen Zahlen beschränkt.

4.2 SMT-LIB

Standardisierung In-/Output, Theorien Prefix Notation

4.3 Übersetzung

Die Übersetzung eine Rulesets nach SMT-LIB soll nun an der folgenden, durch das Tool Rita-SMT erstellten Übersetzung des Beispiels aus Abschnitt 3.3 erläutert werden:

```
1  (set-logic QF_SNIRA)
2  (set-option :produce-assignments true)
3  (set-option :produce-models true)
4  (define-fun % ((a Real) (b Real)) Real (- a (* (to_int (/ a b)) b)))
5  (define-fun <=s ((a String) (b String)) Bool (str.<= a b))
6  (define-fun <s ((a String) (b String)) Bool (and (str.<= a b) (not (= a b))))
7  (define-fun >s ((a String) (b String)) Bool (not (and (str.<= a b) (not (= a b)))))
8  (define-fun >=s ((a String) (b String)) Bool (or (>s a b) (= a b)))
9  (declare-const istAngestellter Bool)
10 (declare-const kaufdatum Real)
11 (declare-const geburtsdatum Real)
12 (assert (and (not istAngestellter) (>= (/ (- (* kaufdatum 1000) (* geburtsdatum 1000))
   ↪  31536000000) 18.0)))
```

Logik In Zeile 1 wird zunächst die vom SMT Solver zu verwendende Logik festgesetzt. Für Rita Rulesets ist das `QF_SNIRA`. `QF` schließt die Verwendung von Quantoren aus und ermöglicht so eine effizientere Lösung der SMT Problematik. `S` ist ein für cvc5 spezifischer Syntax und inkludiert die Theory of Strings in die Logik, um String Vergleiche durchführen zu können. `NIRA` erlaubt die Verwendung von nichtlinearer Arithmetik mit reellen und ganzen Zahlen.

Optionen Die Zeilen 2 und 3 werden nur benötigt, wenn eine Beispielbelegung generiert werden soll. Sie werden zum Beispiel für die in Abschnitt 4.5 erläuterte Überprüfung auf implizierte Regeln ausgelassen, da eine solche Belegung in diesem Fall nicht von Belang ist und der SMT Solver ohne diese Optionen effizienter arbeiten kann[1].

Funktionen In den Zeilen 4 bis 8 werden mehrere benötigte Funktionen definiert. Dies beginnt mit der Funktion `%`, die die Berechnung von Modulo für reelle Zahlen implementiert. Dies ist notwendig, da SMT-LIB standardmäßig Modulo Berechnungen nur für ganzzahlige Werte spezifiziert. Umgesetzt wird die in Abschnitt 3.2 spezifizierte Modulo Funktion $mod(a, b) = a - (\lfloor \frac{a}{b} \rfloor * b)$. Der Floor Operator wird hierbei durch die `to_int` Funktion repräsentiert, da die Theory of Reals in SMT-LIB keinen Floor Operator unterstützt und ihre Definitionen identisch sind.
In Zeilen 6 bis 9 finden sich Funktionen zum lexikalischen Vergleichen von Zeichenketten. SMT-LIB kennt hier nur die Funktion `str.<=`, die ein lexikalische kleiner-gleich überprüft sowie `=` zur Überprüfung von Gleichheit. In Zeile 6 wird für eine konsistente Benennung zunächst ein Alias für die `str.<=` Funktion festgelegt, in den Zeilen danach werden die anderen Funktionen zum Vergleichen von Zeichenketten aus den beiden gegebenen abgeleitet.

Regeln Jede Regel wird durch eine `assert` Anweisung in SMT-LIB dargestellt. Ein Beispiel dafür ist in Zeile 12 zu sehen. Dem Solver wird mit dieser Anweisung mitgeteilt, dass diese Regel erfüllt sein muss, damit das gesamte Ruleset erfüllbar ist.

Konstanten Konstante können, wenn sie kein Datum sind (mehr dazu im Absatz zu Zeitstempeln), einfach als Literale übernommen werden. Bei Zahlen ist wichtig, dass sie in SMT-LIB auf mindestens eine Dezimale genau angegeben müssen, da sie vom Solver sonst als ganze Zahlen interpretiert werden, die dann nicht mehr mit den Atomen vom Typ Real verrechnet werden können. Ein Beispiel für eine Konstante ist die Zahl 18.0 in Zeile 12.

Atome Im Ruleset vorkommende Atome werden als Konstanten deklariert. So kann, sollte ein Ruleset erfüllbar sein, vom SMT Solver eine Belegung für die Atome ermittelt werden, die das Ruleset erfüllt. Der Typ dieser Konstanten wird aus dem Kontext des Atoms abgeleitet: Befindet es sich in einem logischen Konnektiv, ist es vom Typ `Bool`, ist es in einem Vergleich, ist es vom Typ `Real` oder `String`, je nachdem, ob es mit einer Zahl oder Zeichenfolge verglichen wird. Atome, deren Wert ein Zeitstempel ist, wird als Real deklariert (mehr dazu im nächsten Absatz). Beispiele hierfür sind in den Zeilen 9 bis 11 zu finden. Nach der Deklaration können die Konstanten dann einfach durch ihren Namen in den Regeln verwendet werden.

Zeitstempel Zeitstempel sind in SMT-LIB nicht vorgesehen. Um sie dennoch verwenden zu können, werden sie auf ganze Zahlen abgebildet. Dazu wird die Funktion $getTime : D \to \mathbb{Z}$ verwendet. Sie repräsentiert einen Zeitpunkt durch die Anzahl der seit dem Epoch (1. Januar 1970, 00:00.000 Uhr UTC) [5] bis zu diesem Zeitpunkt verstrichenen Millisekunden und folgt damit der in Abschnitt 3.2 für $getTime$ definierten Semantik.

Logische Konnektive Die Übersetzung von logischen Konnektiven ist trivial, da diese in der Core Theory von SMT-LIB enthalten sind.
$var_1 \wedge var_2$ beispielsweise wäre in SMT-LIB `(and var_1 var_2)`.

[1] siehe `https://github.com/cvc5/cvc5/issues/2386`

Vergleiche Auch Vergleiche sind in SMT-LIB für fast alle von uns benötigten Datentypen in den entsprechenden Theorien standardmäßig vorhanden. Vergleiche von Strings mussten, wie im Punkt "Funktionenërwähnt teilweise definiert werden. Für Zeitstempel bedienen wir uns erneut der Funktion $getTime : D \to \mathbb{Z}$, da für alle $R \in \{=, <, >, \leq, \geq\}$ gilt: Für $A = (D, R), B = (\mathbb{Z}, R)$ ist $getTime$ ein Isomorphismus von A nach B und somit einfach die Abbilder der Zeitstempel in $\mathbb{Z}$ verglichen werden können.

Berechnungen Berechnungen mit Zahlen können weitestgehend trivial in SMT-LIB umgesetzt werden, da sie Teil der "Theory of Reals" sind. Die einzige Ausnahme hierbei ist die Modulo-Operation, für diese wird die im Abschnitt "Funktionen" beschriebene Funktion `%` verwendet. $4 \cdot 3$ würde zum Beispiel zu `(* 4 3)` übersetzt werden.

Berechnungen mit Zeitstempeln Die Berechnungen mit Zeitstempeln folgen den in Abschnitt 3.2 beschriebenen Definitionen. Zeitstempel werden durch die Funktion $getTime$ nach $\mathbb{Z}$ abgebildet. Zeitintervalle, die auf einen Zeitstempel addiert, bzw. von einem solchen subtrahiert werden sollen, oder das Ergebnis einer Subtraktion zweier Zeitstempel sind, müssen in die richtige Einheit konvertiert werden. Dies geschieht durch Multiplikation oder Division mit einem Wert, der einer Umrechnungsmatrix[2] entnommen wird.

Error Wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, können bei Division und Modulo Fehler auftreten, wenn der Divisor gleich 0 ist. Dieser Fehler wird anschließend entsprechend der Semantik bis zum Level des Rulesets eskaliert. Um dies in SMT-LIB abzubilden, werden die Umstände, unter denen der Fehler auftreten könnte von vornherein ausgeschlossen. Dies ist für unsere Zwecke eine äquivalente Übersetzung, da ein Fehler niemals ein Ruleset erfüllt. Um also Fehler auszuschließen, wird sowohl für Moduloberechnungen als auch für Divisionen, die dem Ruleset entstammen, eine zusätzliche Bedingung eingefügt, die festlegt, dass der Divisor nicht 0 sein darf.

[2] siehe Appendix A.2

Man nehme zum Beispiel die folgende Regel:

```
{
    "$schema": "https://raw.githubusercontent.com/educorvi/rita/alpha/rita-core/src/s
↪   chema/schema.json",
    "rules": [
        {
            "id": "division",
            "rule": {
                "type": "comparison",
                "operation": "smaller",
                "arguments": [
                    5,
                    {
                        "type": "calculation",
                        "operation": "divide",
                        "arguments": [
                            2,
                            {
                                "type": "calculation",
                                "operation": "subtract",
                                "arguments": [
                                    {
                                        "type": "atom",
                                        "path": "number"
                                    },
                                    3
                                ]
                            }
                        ]
                    }
                ]
            }
        }
    ]
}
```

Hier muss in SMT-LIB sichergestellt werden, dass $\neg(number - 3 = 0)$, wie in Zeile 3 des folgenden Codes zu sehen:

```
1 ...
2 (declare-const number Real)
3 (assert (not (= (- number 3.0) 0)))
4 (assert (< 5.0 (/ 2.0 (- number 3.0))))
```

4.4 Überprüfung der Erfüllbarkeit

Nachdem die Regeln in SMT-LIB übersetzt wurden, können sie nun mit einem SMT-Solver auf Erfüllbarkeit überprüft werden. Dazu wird an das Ende der Übersetzung noch die Zeile `(check-sat)` angehängt. Anschließend startet das Rita-SMT Tool den SMT Solver cvc5 und übergibt ihm die Übersetzung. Dieser evaluiert auf Erfüllbarkeit und generiert zusätzlich noch ein Modell, das das Ruleset erfüllt. Diese beiden Resultate werden vom Tool eingelesen und für bessere Darstellung nachbearbeitet. So werden zum Beispiel Werte für Atome, die einen Zeitstempel referenzieren, zurück in ein Datum konvertiert. Das Tool gibt anschließend auf der Konsole aus, ob ein Ruleset erfüllbar ist und wenn dem so ist noch das gefundene Modell. Angenommen das in Abschnitt 3.3 beschriebene Beispiel läge in der Datei `example_rule.json`, dann könnte die Erfüllbarkeit des Rulesets mit dem Befehl `rita-smt checksat example_rule.json`

überprüft werden und das Ergebnis würde wie folgt aussehen:

```
{
  satisfiable: true,
  model: {
    istAngestellter: false,
    kaufdatum: 1987-12-28T00:00:00.000Z,
    geburtsdatum: 1970-01-01T00:00:00.000Z
  }
}
```

4.5 Suche nach implizierten Regeln

Die Übersetzung nach SMT-LIB ermöglicht noch weitere Anwendungen. So kann mit dem Rita-SMT Tool auch nach Regeln gesucht werden, die aus den anderen Regeln in diesem Ruleset hervorgehen und somit überflüssig sind. Dies kann, gerade bei großen und über längere Zeit gewachsenen Rulesets nützlich sein.

Für die Suche der nach implizierten Regeln wird nach dem folgenden Algorithmus vorgegangen:

1: **function** COMBINE(ruleset)
2: Combine set of rules $\{r_1, \cdots, r_n\}$ into one rule $r_1 \wedge \cdots \wedge r_n$
3: **end function**
4: $remainingRules \leftarrow rules$
5: $impliedRules \leftarrow \emptyset$
6: **repeat**
7: **for** $rule$ in $remainingRules$ **do**
8: $prerequisites \leftarrow remainingRules \setminus \{rule\}$
9: $satInput \leftarrow (combine(prerequisites) \wedge \neg rule)$
10: **if** $satInput$ is unsatisfiable **then** ▷ Wenn $a \wedge \neg b$ unerfüllbar ist, gilt $a \Rightarrow b$
11: $impliedRules \leftarrow impliedRules \cup \{rule\}$
12: $remainingRules \leftarrow remainingRules \setminus \{rule\}$
13: **break for loop**
14: **end if**
15: **end for**
16: **until** No implied rules found

Die For-Schleife arbeitet die Regeln dabei nach absteigender Länge ab, wobei die Länge einer Regel in diesem Fall als die Zahl an Zeichen in ihrer JSON Darstellung definiert ist. Damit wird versucht, zuerst Regeln zu überprüfen, die möglichst komplex in ihrer Evaluation sind und sich somit am meisten auf die spätere Evaluationslaufzeit auswirken. Zwar ist die Länge einer Regel nicht zwangsläufig proportional zu ihrem Evaluationsaufwand, sie ist jedoch ein leicht zu berechnender und oftmals guter Indikator.

Auch diese Überprüfung ist Teils des Rita-SMT Tools und kann mit dem Befehl `rita-smt checkimp ruleset.json` gestartet werden. Das Ergebnis der Suche wird anschließend auf der Konsole ausgegeben.

Der Algorithmus liefert dabei jedoch bei den Voraussetzungen einer Implikation meist keine minimale Lösung, sondern eine Obermenge, da stets nur getestet wird, ob die Verundung aller übrigen Regeln eine andere impliziert. Zur Verbesserung der Analysemöglichkeiten könnte man das Tool in der Zukunft um eine Option ergänzen, die diese gefundenen Obermengen auf eine minimale Menge reduziert.

4.6 Vereinfachung von Rulesets

Nachdem es nun möglich ist, nach überflüssigen Regeln zu suchen, sollen diese im nächsten Schritt auch automatisch entfernt werden. Dabei handelt es sich um einen recht trivialen Prozess, da einfach nur die mit dem Algorithmus des vorhergehenden Abschnitts gefundenen Regeln aus dem Ruleset entfernt werden müssen. Dies ist ebenfalls Teil des Rita-SMT Tools und kann mit dem Befehl `rita-smt simplify ruleset.json` gestartet werden. Das vereinfachte Ruleset wird anschließend auf der Konsole ausgegeben.

5 Evaluation

Zur Evaluation des Tools sollen nun fiktive Regelwerke unter Zuhilfenahme des für diese Arbeit entwickelten Tools in Rita umgesetzt werden.

5.1 Verein

In diesem Szenario soll die gesamte Bandbreite der von Rita unterstützten Funktionen getestet werden.

Szenario

Ein Verein der zur Förderung von wissenschaftlichen Experimenten gegründet wurde, möchte die Ausschüttung seiner Mittel automatisieren. Dazu soll mit Hilfe von Rita anhand von übergebenen Formulardaten überprüft werden, ob eine Auszahlung nach bestimmten Kriterien gerechtfertigt ist.

Übergebene Daten

- `stiftung.finanzvolumen: Bool`
- `projekt.genehmigt: Bool`
- `projekt.genehmigtAm: Date`
- `projekt.intialeAusschuettung: Real`
- `auszahlung.beantragungsdatum: Date`
- `auszahlung.betrag: Real`
- `auszahlung.vorangegangene: Real`
- `auszahlung.empfaenger.istMitglied: Bool`

Kriterien

1. Es soll nur an Personen ausgezahlt werden, die Mitglied im Verein sind.
2. Die Auszahlung muss zu einem der vom Verein genehmigten Projekte erfolgen. Genehmigungen, die älter als 365 Tage sind, sind ungültig.
3. Weil der Verein viele Mathematiker als Mitglieder hat, muss der auszuschüttende Betrag stets ein Vielfaches von 3.14 sein.
4. Eine Auszahlung darf nicht größer als die initiale Ausschüttung sein, muss aber größer als 0€ sein.

5. Um zu verhindern, dass Projekte häufig Geld nachfordern, wird die Anzahl der Nachzahlungen auf 4 beschränkt und die erlaubte Höhe einer automatischen Auszahlung durch die Funktion f limitiert. Für $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ als Nummer der bereits zuvor erfolgten Auszahlungen und $a \in \mathbb{R}^+$ als initiale Ausschüttungsmenge für dieses Projekt sei $f(n) = a * \left(\frac{1}{n-5} + \frac{6}{5}\right)$. Um Manipulation zu vermeiden, werden die Bedingungen $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ und $a \in \mathbb{R}^+$ explizit überprüft.

Das tatsächliche Ruleset, das sich aus diesen Kriterien ergibt, kann in Appendix B.1 nachgelesen werden.

Beobachtungen

Die Übersetzung funktioniert einwandfrei, das Tool generiert den folgenden SMT Code:

```
1  (set-logic QF_SNIRA)
2  (set-option :produce-assignments true)
3  (set-option :produce-models true)
4  (define-fun % ((a Real) (b Real)) Real (- a (* (to_int (/ a b)) b)))
5  (define-fun <=s ((a String) (b String)) Bool (str.<= a b))
6  (define-fun <s ((a String) (b String)) Bool (and (str.<= a b) (not (= a b))))
7  (define-fun >s ((a String) (b String)) Bool (not (and (str.<= a b) (not (= a b)))))
8  (define-fun >=s ((a String) (b String)) Bool (or (>s a b) (= a b)))
9  (declare-const auszahlung.empfaenger.istMitglied Bool)
10 (assert auszahlung.empfaenger.istMitglied)
11 (declare-const projekt.genehmigt Bool)
12 (declare-const auszahlung.beantragungsdatum Real)
13 (declare-const projekt.genehmigtAm Real)
14 (assert (and projekt.genehmigt (<= (/ (- auszahlung.beantragungsdatum
   ↪  projekt.genehmigtAm) 86400000) 365.0)))
15 (declare-const auszahlung.betrag Real)
16 (assert (not (= 3.14 0)))
17 (assert (= (% auszahlung.betrag 3.14) 0.0))
18 (declare-const projekt.intialeAusschuettung Real)
19 (assert (and (<= auszahlung.betrag projekt.intialeAusschuettung) (> auszahlung.betrag
   ↪  0.0)))
20 (declare-const auszahlung.vorangegangene Real)
21 (assert (not (= (- auszahlung.vorangegangene 5.0) 0)))
22 (assert (and (<= auszahlung.vorangegangene 4.0) (<= auszahlung.betrag (*
   ↪  projekt.intialeAusschuettung (+ (/ 1.0 (- auszahlung.vorangegangene 5.0)) 1.2)))))
23 (assert (not (= 1.0 0)))
24 (assert (and (> auszahlung.betrag 0.0) (and (>= auszahlung.vorangegangene 0.0) (= (%
   ↪  auszahlung.vorangegangene 1.0) 0.0))))
```

Zeilen 9 und 10 repräsentieren Kriterium 1, Zeilen 11 bis 14 Kriterium 2, Zeilen 15 bis 17 Kriterium 3, Zeilen 18 und 19 Kriterium 4 sowie Zeilen 20 bis 24 Kriterium 5.

Überprüft man die Erfüllbarkeit des Rulesets mit dem Rita-SMT Tool, so wird richtigerweise festgestellt, dass es erfüllbar ist und es wird eine korrekte Beispielbelegung ausgegeben:


```
{
  satisfiable: true,
  model: {
    auszahlung: {
      empfaenger: { istMitglied: true },
      beantragungsdatum: 1970-01-01T00:00:00.000Z,
      betrag: 3.14,
      vorangegangene: 3
    },
    projekt: {
      genehmigt: true,
      genehmigtAm: 1970-01-01T00:00:00.000Z,
      intialeAusschuettung: 4.485714285714286
    }
  }
}
```


Überprüft man nun mit dem Rita-SMT Tool, ob Regeln aus den übrigen hervorgehen, stellt sich heraus, dass dies für Kriterium 4 der Fall ist. Bei genauerer Betrachtung von Kriterium 5 wird auch der Grund ersichtlich: Für $f(n), n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}, a \in \mathbb{R}^+$ gilt $0 < f \leq a$, Kriterium 4 wird also stets erfüllt sein, wenn Kriterium 5 erfüllt ist.

5.2 Skalierung

Wichtig ist auch, wie gut die in den vorhergehenden Kapiteln beschriebenen Tools für große Regelmengen skalieren. Um das zu untersuchen, soll die Zeit gemessen werden, die benötigt wird, um das Überprüfen auf Erfüllbarkeit und auf überflüssige Regeln eines Rulesets durchzuführen.

Dazu wurde das `rita-smt` Tool um ein Benchmarking Kommando erweitert, die für eine gegebene Zahl z Rulesets für eines der folgenden Szenarien generiert, wobei das n der jeweiligen Szenarien iterativ alle Zahlen von 0 bis z annimmt. Für jedes n wird dabei die Zeit gemessen, die zum Überprüfen der Erfüllbarkeit und zur Überprüfung auf überflüssige Regeln benötigt wird. Eine kurze Erklärung zur Benutzung dieser findet sich in Appendix B.2.1.

Die Messungen wurden auf einem Desktop Rechner mit einem Intel Core i7-6700K Prozessor mit 4 Kernen unter Verwendung aller 8 Threads (siehe Option `--maxWorkers` des in Appendix B.2.1 beschriebenen Tools) durchgeführt.

Szenario

Geradengleichungen

Für n Geradengleichungen der Form $y_i = m_i x + t_i$ werden pro Geradengleichung zwei Regeln erstellt, die jeweils einen zufälligen Punkt

$p = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, 0 \leq x, y \leq 299)\}$

in die Gleichung einsetzen. Da die Regelmengen für diesen Testfall erfüllbar sein sollen, wird sichergestellt, dass die zwei Punkte einer Geradengleichung nicht den selben x-Wert haben.

Für die Anzahl der Regeln des Rulesets gilt also: $a(n) = 2n$. Die Regeln werden mit zunehmen-

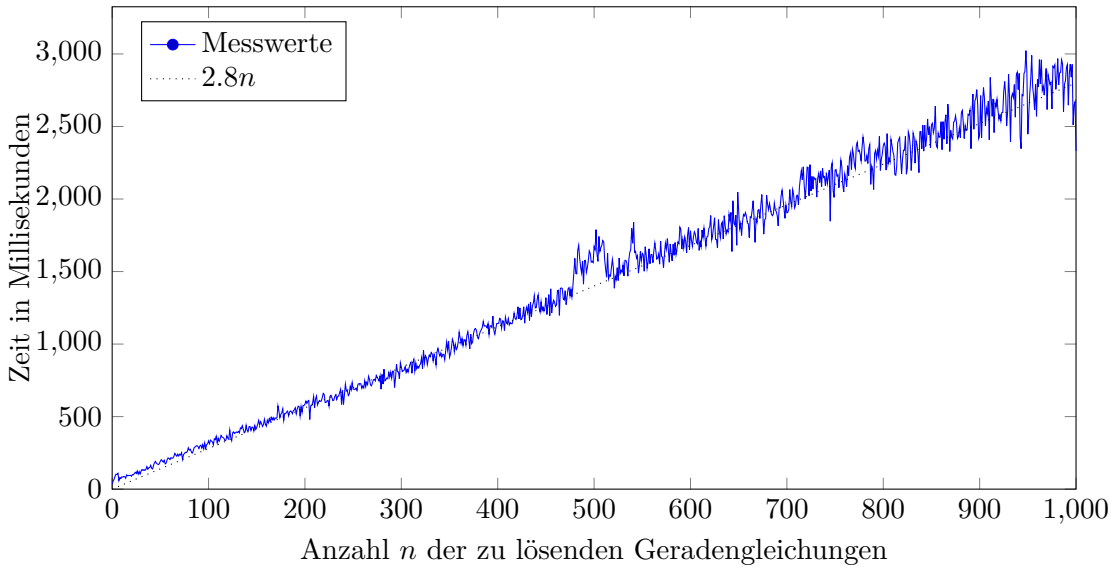


Abbildung 5.1: Zur Überprüfung der Erfüllbarkeit benötigte Zeit in Abhängigkeit von n

dem n jedoch nicht komplexer und jede Regel teilt sich die Parameter m_i und t_i nur mit einer anderen Regel, die Geradengleichungen sind also disjunkt.

Ein Beispiel für ein solches generiertes Ruleset ist in Appendix B.2.2 zu finden.

Polynome

Für ein Polynom mit Grad n und der Form $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ werden pro Koeffizienten a_n eine Regel erstellt, bei dem der Punkt $(n, 0)$ in die Funktion eingesetzt wird. Außerdem wird eine Regel erstellt, die bestimmt, dass alle Koeffizienten außer a_0 ungleich 0 sind sowie eine weitere Regel, dass für alle Koeffizienten gilt $-1000 < a_n < 1000$.

Für die Anzahl der Regeln des Rulesets gilt also: $a(n) = n^2 + 2$. Außerdem steigt mit Grad n natürlich auch die Komplexität der einzelnen Regeln.

Beobachtungen

Geradengleichungen

Polynome

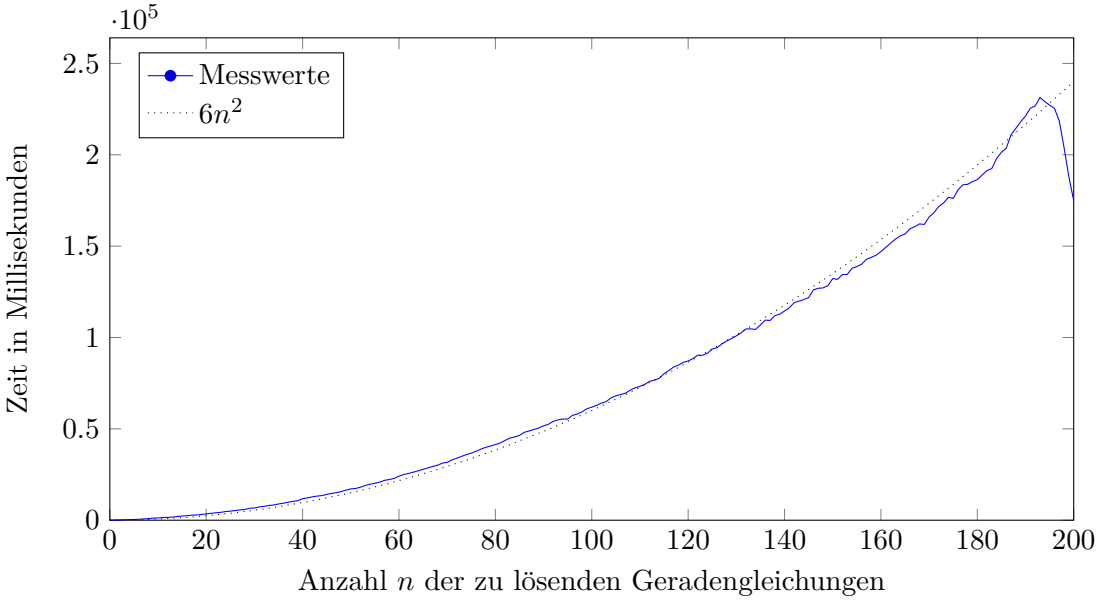


Abbildung 5.2: Zur Überprüfung auf nicht notwendige Regeln benötigte Zeit in Abhängigkeit von n

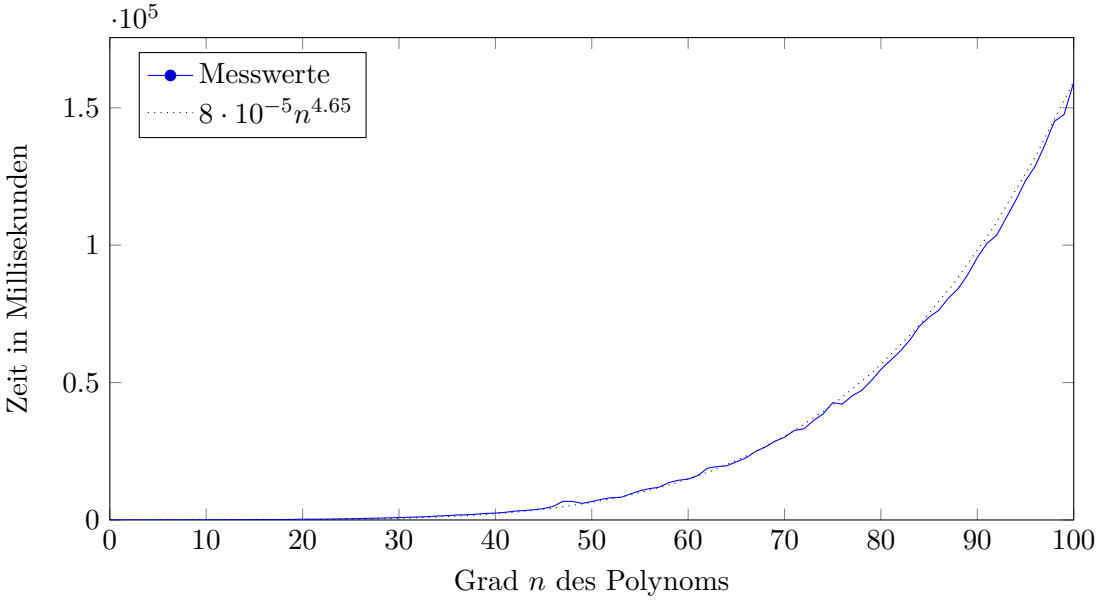


Abbildung 5.3: Zur Überprüfung der Erfüllbarkeit benötigte Zeit in Abhängigkeit von n

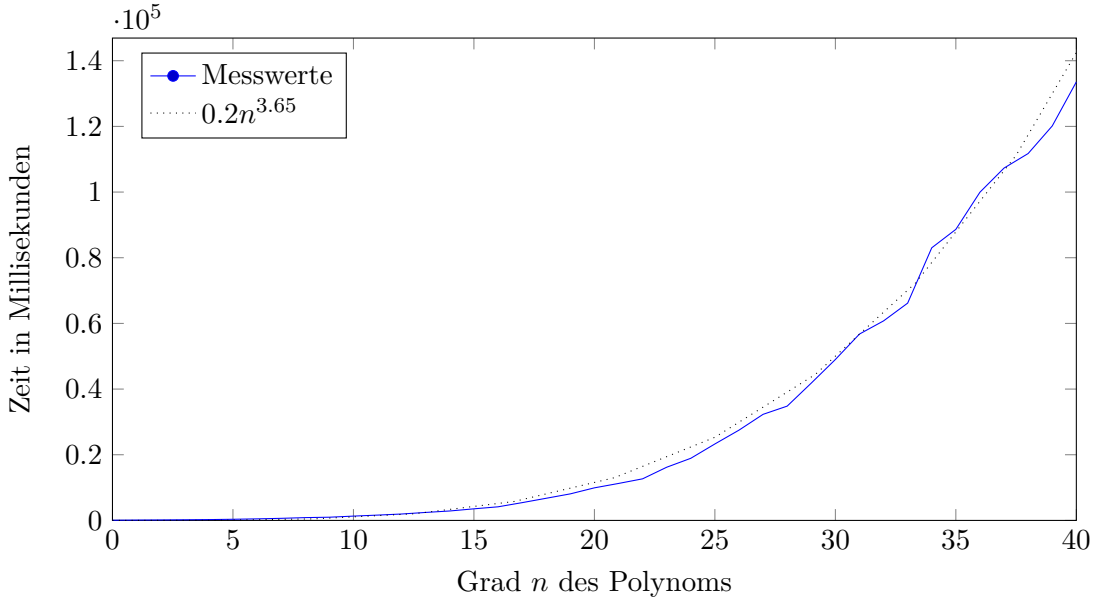


Abbildung 5.4: Zur Überprüfung auf nicht notwendige Regeln benötigte Zeit in Abhängigkeit von n

Literaturverzeichnis

[1] ISO. Iso 8601-1:2019 standard, 2019. https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:8601:-1:ed-1:v1:en.

[2] Julian Pollinger. Rita schema, November 2022. https://github.com/educorvi/rita/tree/alpha/rita-core/src/schema.

[3] Clark Barrett and Cesare Tinelli. *Satisfiability Modulo Theories*, pages 305–343. Springer International Publishing, Cham, 2018.

[4] Clark Barrett, Pascal Fontaine, and Cesare Tinelli. The SMT-LIB Standard: Version 2.6. Technical report, Department of Computer Science, The University of Iowa, 2021. Available at https://www.SMT-LIB.org.

[5] IEEE. Ieee standard for information technology–portable operating system interface (posix(tm)) base specifications, issue 7. *IEEE Std 1003.1-2017 (Revision of IEEE Std 1003.1-2008)*, pages 1–3951, 2018.

A Allgemeiner Appendix

A.1 Rita Setup

Dieser Abschnitt soll kurz erläutern, wie Rita zu Testzwecken auf dem eigenen System aufgesetzt werden kann.

A.1.1 Voraussetzungen

- Node.js 18 oder 16 [1]
- cvc5 [2]

A.1.2 Installation

```
# Klonen des Quellcodes
git clone --branch alpha https://github.com/educorvi/rita.git
cd rita

# Installation der Abhängigkeiten und Bauen der Anwendung
./setup.sh

# Linken des Tools rita-smt in den Pfad
cd rita-smt/main/
npm link
```

A.1.3 Verwendung

Das Tool rita-smt ist nun im Pfad verfügbar und kann einfach aufgerufen werden:

```
rita-smt --help
```

Mit dem Webserver Rita-HTTP kann außerdem das Speichern und Auswerten von Rulesets ausprobiert werden. Folgen Sie dazu einfach dem zweiten Kapitel dieser Einführung: `https://educorvi.github.io/rita_einfuehrung/`. Wichtig ist hierbei die manuelle Installation zu wählen und nicht die Docker-Installation, da die Docker Images noch nicht die für diese Arbeit verwendete Alpha Version von Rita zur Verfügung stellen.

A.2 Umrechnungsmatrix

Die für Rita verwendete Umrechnungsmatrix entstammt dem Projekt `luxon`[3].

[1] `https://nodejs.org/`
[2] `https://cvc5.github.io/`
[3] `https://github.com/moment/luxon`

A.2.1 Matrix


```
{
  "years": {
    "quarters": 4,
    "months": 12,
    "weeks": 52.1775,
    "days": 365.2425,
    "hours": 8765.82,
    "minutes": 525949.2,
    "seconds": 31556951.999999996,
    "milliseconds": 31556951999.999996
  },
  "quarters": {
    "months": 3,
    "weeks": 13.044375,
    "days": 91.310625,
    "hours": 2191.455,
    "minutes": 131487.3,
    "seconds": 7889237.999999999,
    "milliseconds": 7889237999.999999
  },
  "months": {
    "weeks": 4.3481250000000005,
    "days": 30.436875,
    "hours": 730.485,
    "minutes": 43829.1,
    "seconds": 2629746,
    "milliseconds": 2629746000
  },
  "weeks": {
    "days": 7,
    "hours": 168,
    "minutes": 10080,
    "seconds": 604800,
    "milliseconds": 604800000
  },
  "days": {
    "hours": 24,
    "minutes": 1440,
    "seconds": 86400,
    "milliseconds": 86400000
  },
  "hours": {
    "minutes": 60,
    "seconds": 3600,
    "milliseconds": 3600000
  },
  "minutes": {
    "seconds": 60,
    "milliseconds": 60000
  },
  "seconds": {
    "milliseconds": 1000
  }
}
```

A.2.2 Lizenz und Copyright

B Evaluations-Rulesets

Für bessere Lesbarkeit können die folgenden Dateien auch unter `https://github.com/neferin12/bachelorarbeit_public/` betrachtet und heruntergeladen werden. Die Dateinamen sind in der ersten Zeile der jeweiligen Beispiele angegeben.

B.1 Verein

```
// verein.json
{
    "$schema": "https://raw.githubusercontent.com/educorvi/rita/alpha/rita-core/src/schema/schema.json",
    "rules": [
        {
            "id": "mitglied",
            "comment": "Es soll nur an Personen ausgezahlt werden, die Mitglied im Verein sind.",
            "rule": {
                "type": "atom",
                "path": "auszahlung.empfaenger.istMitglied"
            }
        },
        {
            "id": "genehmigt",
            "comment": "Die Auszahlung muss zu einem der vom Verein genehmigten Projekte erfolgen. Genehmigungen, die  älter als 365 Tage sind, sind ungültig.",
            "rule": {
                "type": "and",
                "arguments": [
                    {
                        "type": "atom",
                        "path": "projekt.genehmigt"
                    },
                    {
                        "type": "comparison",
                        "operation": "smallerOrEqual",
                        "arguments": [
                            {
                                "type": "dateCalculation",
                                "dateResultUnit": "days",
                                "operation": "subtract",
                                "arguments": [
                                    {
                                        "type": "atom",
                                        "isDate": true,
                                        "path": "auszahlung.beantragungsdatum"
                                    },
                                    {
                                        "type": "atom",
                                        "isDate": true,
```

```
                                        "path": "projekt.genehmigtAm"
                                    }
                                ]
                            },
                            365
                        ]
                    }
                ]
            }
        },
        {
            "id": "pi",
            "comment": "Der auszuschüttende Betrag muss stets ein Vielfaches von 3.14
↪   sein",
            "rule": {
                "type": "comparison",
                "operation": "equal",
                "arguments": [
                    {
                        "type": "calculation",
                        "operation": "modulo",
                        "arguments": [
                            {
                                "type": "atom",
                                "path": "auszahlung.betrag"
                            },
                            3.14
                        ]
                    },
                    0
                ]
            }
        },
        {
            "id": "auszahlungsrahmen",
            "comment": "Eine Auszahlung muss geringer sein als die maximal erlaubte
↪   Höhe für das Projekt,aber größer als 0€",
            "rule": {
                "type": "and",
                "arguments": [
                    {
                        "type": "comparison",
                        "operation": "smallerOrEqual",
                        "arguments": [
                            {
                                "type": "atom",
                                "path": "auszahlung.betrag"
                            },
                            {
                                "type": "atom",
                                "path": "projekt.intialeAusschuettung"
                            }
                        ]
                    },
                    {
                        "type": "comparison",
                        "operation": "greater",
                        "arguments": [
```

```
                        {
                            "type": "atom",
                            "path": "auszahlung.betrag"
                        },
                        0
                    ]
                }
            ]
        }
    },
    {
        "id": "limiterung",
        "comment": "Funktion zur Limitierung der Auszahlungen",
        "rule": {
            "type": "and",
            "arguments": [
                {
                    "type": "comparison",
                    "operation": "smallerOrEqual",
                    "arguments": [
                        {
                            "type": "atom",
                            "path": "auszahlung.vorangegangene"
                        },
                        4
                    ]
                },
                {
                    "type": "comparison",
                    "operation": "smallerOrEqual",
                    "arguments": [
                        {
                            "type": "atom",
                            "path": "auszahlung.betrag"
                        },
                        {
                            "type": "calculation",
                            "operation": "multiply",
                            "arguments": [
                                {
                                    "type": "atom",
                                    "path": "projekt.intialeAusschuettung"
                                },
                                {
                                    "type": "calculation",
                                    "operation": "add",
                                    "arguments": [
                                        {
                                            "type": "calculation",
                                            "operation": "divide",
                                            "arguments": [
                                                1,
                                                {
                                                    "type": "calculation",
                                                    "operation": "subtract",
                                                    "arguments": [
                                                        {
                                                            "type": "atom",
```

```
                                                                "path":
    ↪ "auszahlung.vorangegangene"
                                                            },
                                                            5
                                                        ]
                                                    }
                                                ]
                                            },
                                            1.2
                                        ]
                                    }
                                ]
                            }
                        ]
                    }
                ]
            }
        },
        {
            "id": "integritaet",
            "comment": "n ∈ Nu{0} und a ∈ R+",
            "rule": {
                "type": "and",
                "arguments": [
                    {
                        "type": "comparison",
                        "operation": "greater",
                        "arguments": [
                            {
                                "type": "atom",
                                "path": "auszahlung.betrag"
                            },
                            0
                        ]
                    },
                    {
                        "type": "and",
                        "arguments": [
                            {
                                "type": "comparison",
                                "operation": "greaterOrEqual",
                                "arguments": [
                                    {
                                        "type": "atom",
                                        "path": "auszahlung.vorangegangene"
                                    },
                                    0
                                ]
                            },
                            {
                                "type": "comparison",
                                "operation": "equal",
                                "arguments": [
                                    {
                                        "type": "calculation",
                                        "operation": "modulo",
                                        "arguments": [
                                            {
```

```
                                        "type": "atom",
                                        "path": "auszahlung.vorangegangene"
                                    },
                                    1
                                ]
                            },
                            0
                        ]
                    }
                ]
            }
        ]
    }
}
```

B.2 Skalierung

B.2.1 Ausführung

Die Skalierungstests können nach der Installation von Rita (siehe Appendix A.1) mit dem Befehl `rita-smt benchmark` ausgeführt werden. Mehr Details und alle Optionen für das Benchmark können mit `rita-smt benchmark --help` eingesehen werden.

B.2.2 Geradengleichungen

Der folgende Code zeigt ein beispielhaftes Ruleset, das beim Benchmarking mit einer Geradengleichung generiert wurde.

```
// generated_line_1.json
[
    {
      "id": "g0_0",
      "rule": {
        "type": "comparison",
        "operation": "equal",
        "arguments": [
          52,
          {
            "type": "calculation",
            "operation": "add",
            "arguments": [
              {
                "type": "calculation",
                "operation": "multiply",
                "arguments": [
                  {
                    "type": "atom",
                    "path": "m0"
                  },
                  126
                ]
              },
              {
```

```
                "type": "atom",
                "path": "t0"
              }
            ]
          }
        ],
        "dates": false
      },
      "comment": "52=m_0*126+t"
    },
    {
      "id": "g0_1",
      "rule": {
        "type": "comparison",
        "operation": "equal",
        "arguments": [
          41,
          {
            "type": "calculation",
            "operation": "add",
            "arguments": [
              {
                "type": "calculation",
                "operation": "multiply",
                "arguments": [
                  {
                    "type": "atom",
                    "path": "m0"
                  },
                  216
                ]
              },
              {
                "type": "atom",
                "path": "t0"
              }
            ]
          }
        ],
        "dates": false
      },
      "comment": "41=m_0*216+t"
    }
  ]
```

B.2.3 Polynom

Der folgende Code zeigt ein beispielhaftes Ruleset, das beim Benchmarking mit einem Polynom vom Grad 2 generiert wurde.

```
// generated_pol_2.json
[
    {
      "id": "e0",
      "rule": {
        "type": "comparison",
```

```
      "operation": "equal",
      "arguments": [
        0,
        {
          "type": "calculation",
          "operation": "add",
          "arguments": [
            {
              "type": "calculation",
              "operation": "multiply",
              "arguments": [
                {
                  "type": "atom",
                  "path": "a2"
                },
                0
              ]
            },
            {
              "type": "calculation",
              "operation": "add",
              "arguments": [
                {
                  "type": "calculation",
                  "operation": "multiply",
                  "arguments": [
                    {
                      "type": "atom",
                      "path": "a1"
                    },
                    0
                  ]
                },
                {
                  "type": "atom",
                  "path": "a0"
                }
              ]
            }
          ]
        }
      ],
      "dates": false
    },
    "comment": "0=a_2*0^2+a_1*0^1+a0"
  },
  {
    "id": "e1",
    "rule": {
      "type": "comparison",
      "operation": "equal",
      "arguments": [
        0,
        {
          "type": "calculation",
          "operation": "add",
          "arguments": [
            {
```

```
                "type": "calculation",
                "operation": "multiply",
                "arguments": [
                  {
                    "type": "atom",
                    "path": "a2"
                  },
                  1
                ]
              },
              {
                "type": "calculation",
                "operation": "add",
                "arguments": [
                  {
                    "type": "calculation",
                    "operation": "multiply",
                    "arguments": [
                      {
                        "type": "atom",
                        "path": "a1"
                      },
                      1
                    ]
                  },
                  {
                    "type": "atom",
                    "path": "a0"
                  }
                ]
              }
            ]
          }
        ],
        "dates": false
      },
      "comment": "0=a_2*1^2+a_1*1^1+a0"
    },
    {
      "id": "zero_cond",
      "rule": {
        "arguments": [
          {
            "arguments": [
              {
                "type": "comparison",
                "operation": "equal",
                "arguments": [
                  0,
                  {
                    "type": "atom",
                    "path": "a2"
                  }
                ],
                "dates": false
              }
            ],
            "type": "not"
```

```
            },
            {
              "arguments": [
                {
                  "type": "comparison",
                  "operation": "equal",
                  "arguments": [
                    0,
                    {
                      "type": "atom",
                      "path": "a1"
                    }
                  ],
                  "dates": false
                }
              ],
              "type": "not"
            }
          ],
          "type": "and"
        },
        "comment": "for n>0: a_n != 0"
      },
      {
        "id": "limits",
        "rule": {
          "arguments": [
            {
              "arguments": [
                {
                  "type": "comparison",
                  "operation": "greater",
                  "arguments": [
                    1000,
                    {
                      "type": "atom",
                      "path": "a2"
                    }
                  ],
                  "dates": false
                },
                {
                  "type": "comparison",
                  "operation": "smaller",
                  "arguments": [
                    -1000,
                    {
                      "type": "atom",
                      "path": "a2"
                    }
                  ],
                  "dates": false
                }
              ],
              "type": "and"
            },
            {
              "arguments": [
```

```
            {
              "arguments": [
                {
                  "type": "comparison",
                  "operation": "greater",
                  "arguments": [
                    1000,
                    {
                      "type": "atom",
                      "path": "a1"
                    }
                  ],
                  "dates": false
                },
                {
                  "type": "comparison",
                  "operation": "smaller",
                  "arguments": [
                    -1000,
                    {
                      "type": "atom",
                      "path": "a1"
                    }
                  ],
                  "dates": false
                }
              ],
              "type": "and"
            },
            {
              "arguments": [
                {
                  "type": "comparison",
                  "operation": "greater",
                  "arguments": [
                    1000,
                    {
                      "type": "atom",
                      "path": "a0"
                    }
                  ],
                  "dates": false
                },
                {
                  "type": "comparison",
                  "operation": "smaller",
                  "arguments": [
                    -1000,
                    {
                      "type": "atom",
                      "path": "a0"
                    }
                  ],
                  "dates": false
                }
              ],
              "type": "and"
            }
```

```
            ],
            "type": "and"
          }
        ],
        "type": "and"
      },
      "comment": "-1000<a_n<1000"
    }
  ]
```