МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ

по практической работе №1

по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»

Тема: Поиск с возвратом

Студент гр. 8382 _____ Кобенко В.П.

Преподаватель _____ Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

2020

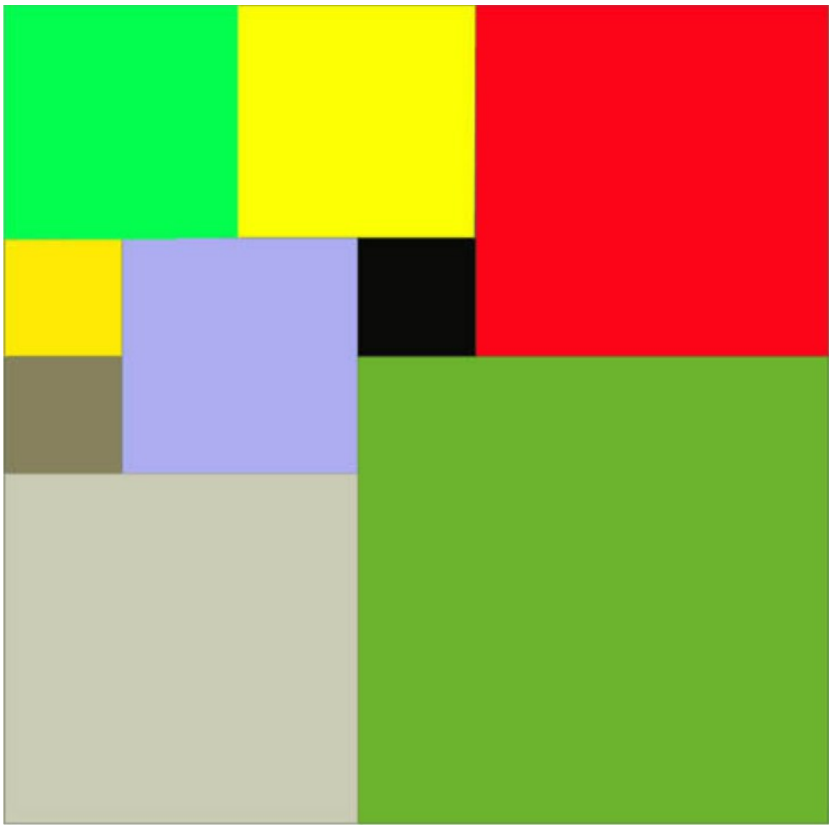
Цель работы.

Ознакомиться с алгоритмом перебора с возвратом и научиться применять его на практике. Написать программу реализовывающую поиск с возвратом.

Постановка задачи.

У Вовы много квадратных обрезков доски. Их стороны (размер) изменяются от 1 до N−1, и у него есть неограниченное число обрезков любого размера. Но ему очень хочется получить большую столешницу - квадрат размера N. Он может получить ее, собрав из уже имеющихся обрезков(квадратов).

Например, столешница размера 7×7 может быть построена из 9 обрезков.



Внутри столешницы не должно быть пустот, обрезки не должны выходить за пределы столешницы и не должны перекрываться. Кроме того, Вова хочет использовать минимально возможное число обрезков.

Входные данные

Размер столешницы - одно целое число N($2 \le N \le 20$).

Выходные данные

Одно число K, задающее минимальное количество обрезков(квадратов), из которых можно построить столешницу (квадрат) заданного размера N. Далее должны идти K строк, каждая из которых должна содержать три целых числа x, y и w, задающие координаты левого верхнего угла ($1 \le x,y \le N$) и длину стороны соответствующего обрезка (квадрата).

Пример входных данных

7

Соответствующие выходные данные

9

1 1 2

1 3 2

3 1 1

4 1 1

3 2 2

5 1 3

4 4 4

1 5 3

Индивидуальное задание.

Вариант 3р.

Рекурсивный бэктрекинг. Выполнение на Stepik всех трѐх заданий в разделе 2.

Описание алгоритма.

На вход программе подается число от 2 до 40. Если число входит в

заданный промежуток, то программа начинает работу, иначе программа сообщит об ошибке.

Если рассмотреть разбиение всех квадратов длины от 2 до 40, то можно вывести следующее утверждение: минимальному разбиению (разбиению с наименьшим количеством квадратов) для непростых чисел N (Напр.: 6, 21, 33) будет соответствовать разбиение квадрата с длиной стороны равной наименьшему целочисленному делителю числа N не равному единице. Так, с помощью функции mlt находится этот самый делитель mul, если он есть и далее идет работа уже либо с квадратом длины mul, либо с прежним квадратом, если наименьший делитель N равен единице.

Сам квадрат в памяти программы представлен в виде двумерного массива arr. Кроме того, существует стандартный стек sqrs с типом элементов Square, где Square это структура, которая будет содержать информацию о квадрате, местоположение его левого верхнего угла относительно начала массива arr и длину самого квадрата.

Далее элементы limit, &sqrs, arr, N (mul), 0 из main подаются в рекурсивную функцию поиска минимального количества квадратов, где 0 из этого списка означает 0-й уровень рекурсии.

В самой рекурсии происходит следующее:

Проверка на достижение предельной глубины рекурсии. Если это предел, то возвращается -1. Осуществляется поиск пустой клетки в массиве *arr*. Если таковой не оказалось, то возвращается 0. Создаются дополнительные стеки *srqs_tmp* и *sqrs_min*. В первый будут записываться текущие квадраты, а во второй их минимальная последовательность. Далее происходит нахождение максимальной длины квадрата, который можно поместить, начиная с данной точки левого верхнего угла, с помощью функции *max_length*. Пробуются разные длины квадрата. Для этого

происходит заполнение квадрата функцией *fill_square*. Рекурсивное обращение из функции в эту же функцию, только с счетчиком рекурсии +1.

Возращенное значение количества квадратов записывается в переменную *k.*

Происходит проверка значения *k* на минимальное и, если это так, запоминаем длину текущего квадрата, *k_min* и переписываем *sqrs_min* значениями из *sqrs_tmp*. Если же нет, то опустошаем *sqrs_tmp*. Далее очищаем квадрат. И переходим к следующей длине квадрата. Когда достигнем максимальной длины квадрата *max* копируем в *sqrs* значения из *sqrs_min*, записываем в *sqrs* текущий квадрат и возвращаем *k_min.*

После выхода из рекурсии выводится k_min, значения квадратов в нужном масштабе и освобождается память.

Сложность алгоритма $O(n^2)$. Объяснить это можно тем, что для каждого маленького квадрата существует 2 варианта размещениям : либо он ставиться в большой квадрат, либо нет.

Описание структур.

Таблица 1 – Описание структур данных

Название структуры	Объект	Описание
struct Square {}	*int x;*	Координата квадрата x относительно начала массива.
	int y;	Координата квадрата y относительно начала массива.
	int length;	Длина квадрата.

Описание функций.

Таблица 2 – Описание функций

Сигнатура	Параметры	Описание
int mlt(int N)	N – длина квадрата	Возвращает наименьший делитель не равный нулю, если это непростое число. В случае с простым числом возвращает 1.
*void out (int **arr, int N)*	arr – массив клеток квадрата N – длина массива	Демонстрация массива.
*void fill_square (int **arr, int x, int y, int length_square)*	arr – массив клеток квадрата x – координата x квадрата y – координата y квадрата length_square – длина квадрата	Инициализирует квадрат в массиве в соответствии с параметрами x, y и length_square
*int empty_cell (int **arr, int &x, int &y, int N)*	arr – массив клеток квадрата x – координата x квадрата y – координата y квадрата N – размер массива	Находит пустую клетку в массиве arr и переводит значения x и y в соответствии с ее координатами. Возвращает 1 в случае, когда нет пустых клеток, и 0 в обратном.

*void stack_copy (stack < Square> *sqrs, stack < Square>*sqrs_copy)*	Sqrs – стек для копирования sqrs_copy – копируеммый стек	Копирует стек.
*void empty_stack (stack < Square> *sqrs)*	sqrs – опустошаемый стек	Опустошает стек.
*int min_sqrs(int limit , stack <Square> *sqrs, int **arr, int N, int count_rec)*	limit – предельное значение счетчика рекурсии sqrs – стек для квадратов arr – массив клеток квадрата N – размер массива Count_rec – счетчик	Рекурсивная функция для перебора возможных значений расстановки квадратов.

Тестирование.

Таблица 3 – Тестирование

№ теста	Тест	Результат
1	2	4 1 1 1 1 2 1 2 1 1 2 2 1
2	6	4

		1 1 3 1 4 3 4 1 3 4 4 3
3	13	11 1 1 7 1 8 6 8 1 6 7 8 1 7 9 3 7 12 2 8 7 2 9 12 2 10 7 4 10 11 1 11 11 3
4	51	Error
5	37	37 15 1 1 19 1 20 18 20 1 18 19 20 11 9 21 3 19 24 7 19 31 7 20 19 2 22 19 5 26 24 2 26 26 12

		27 19 4 27 23 1 28 23 3 31 19 7
6	25	8 1 1 5 1 6 5 1 11 5 1 16 10 6 1 10 6 11 5 11 11 15 16 1 10
7	33	6 1 1 11 1 12 11 1 23 11 12 1 11 12 12 22 23 1 11

Промежуточные результаты.

При включении в код #define DEBUG запускается процесс показа промежуточных этапов построения квадрата, а также показа частичных решений:

При вводе 2 получается такая картина:

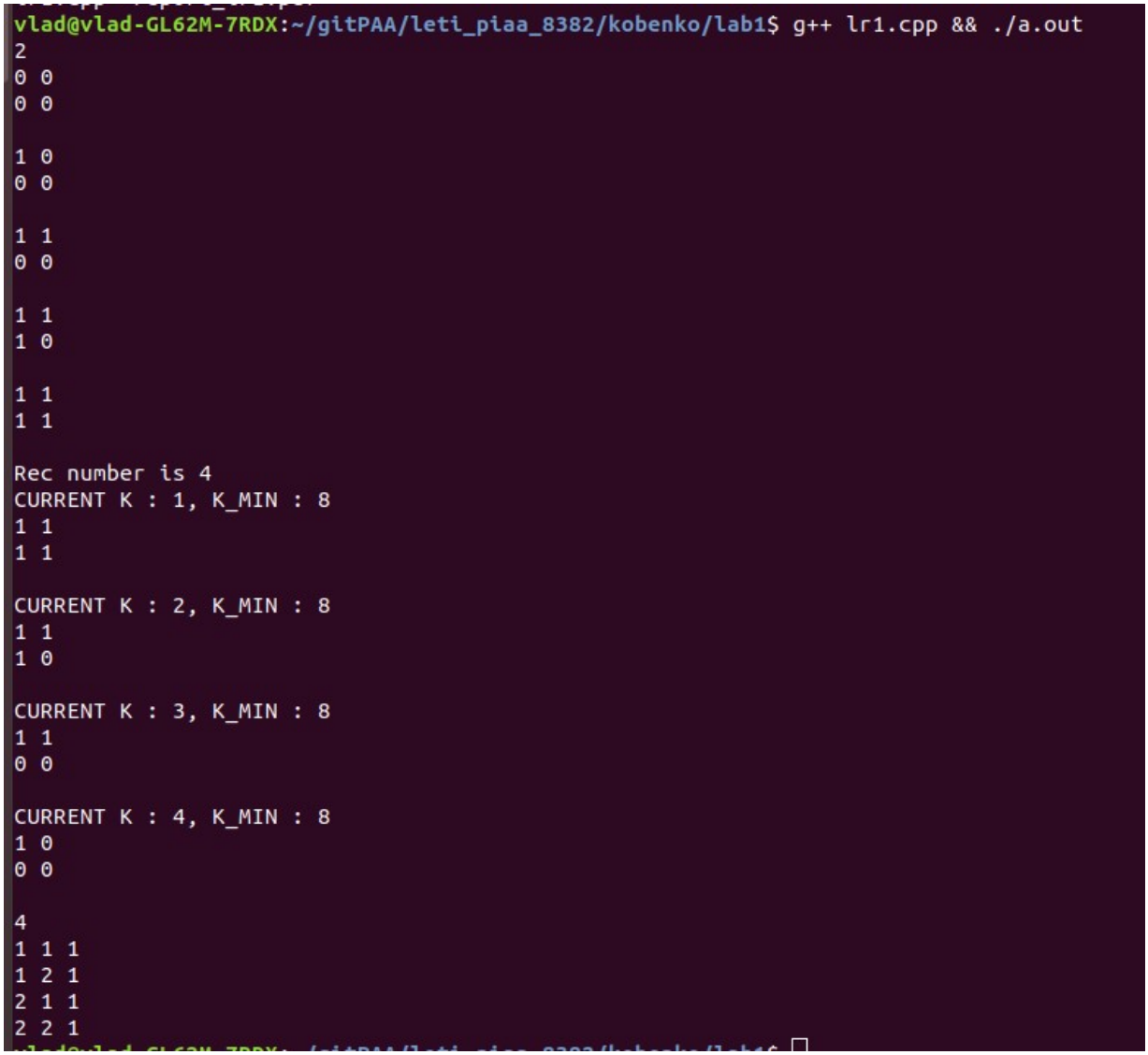


Рис. 1. Процесс показа промежуточных решений при вводе 2.

При вводе 7 получается такая картина:

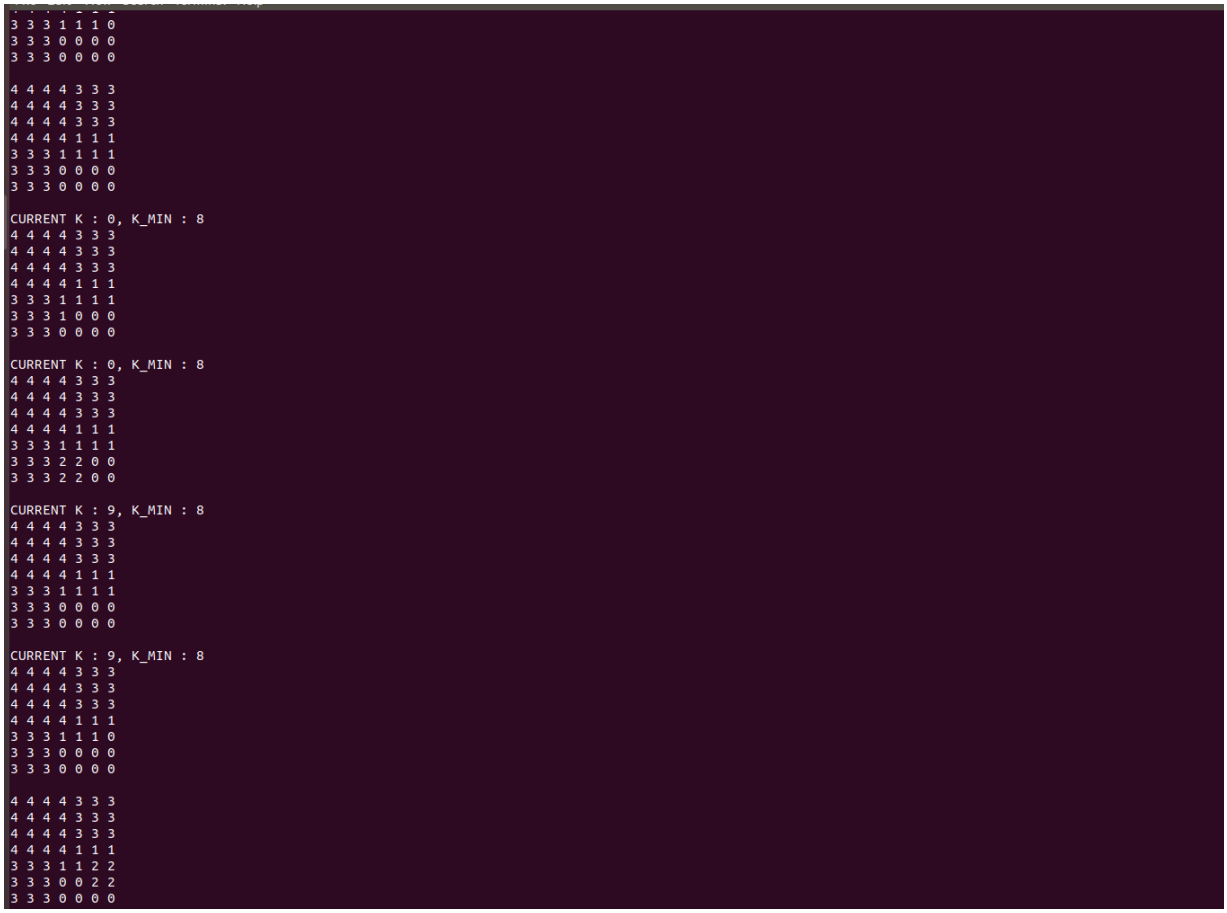


Рис. 2. Часть процесса показа промежуточных решений при вводе 7.

Вывод.

В ходе выполнения лабораторной работы был изучен и применен на практике алгоритм перебора с возвратом.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
Исходный код программы

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <stack>

//#define DEBUG

using namespace std;
// структура описывающая квадрат
struct Square{
int x;
int y;
int length;
};

// функция возвращает наименьший делитель не равный нулю, если число непростое, иначе возвращает 1
int mlt(int N){
if(N%2 == 0)
return 2;
if(N%3 == 0)
return 3;
if(N%5 == 0)
return 5;
return 1;
}

// функция для вывода массива
void out(int **arr,int N){
for(int m = 0; m < N; m++){
for(int l = 0; l < N; l++)
cout << arr[m][l]<< ' ';
cout << endl;
}
cout << endl;
}

// функция инициализации квадрата в массиве в соответствии с параметрами x, y и length_square
void fill_square(int **arr, int x, int y, int length_square){
for(int i = 0; i < length_square; i++)
for(int j = 0; j < length_square; j++)
arr[x+i][y+j] = length_square;
}

// функция копировния стека
void stack_copy(stack <Square> * sqrs, stack <Square> * sqrs_copy){
while(!sqrs->empty()){
sqrs_copy->push(sqrs->top());
```

```
sqrs->pop();
}
}
// функция нахождения пустой клетки в массиве arr. Переводит значения x и y в соответствии с ее координатами.
// Возвращает 1, когда нет пустых клеток, и 0 в обратном.
int empty_cell(int **arr, int &x, int &y, int N){
for(x = 0; x < N; x++)
for(y = 0;y < N; y++)
if(arr[x][y] == 0)
return 0;
if(x == N)
return 1;
else
return 0;
}

// функция опустошения стека
void empty_stack(stack <Square> *sqrs){
while(!sqrs->empty())
sqrs->pop();
}

// функция нахождения максимальной длины квадрата, которого можно вписать в массив
int max_length(int **arr, int &x, int &y, int N){
int distance_to_the_border = (N-x > N-y) ? (N-y-!arr[0][0]) : (N - x - !arr[0][0]);
int length_square = 2;
for(; length_square <= distance_to_the_border; length_square++){
for(int i = 0; i < length_square; i++){
if(arr[x + length_square - 1][y + i] || arr[x + i][y + length_square - 1])
return length_square - 1;
}
}
return length_square - 1;
}

// рекурсивная функция для перебора возможных значений расстановки квадратов
int min_sqrs(int limit, stack <Square> *sqrs,int **arr, int N, int count_rec){
if(limit < count_rec)
return -1;
#ifdef DEBUG
out(arr, N);
#endif
int x, y;
if(empty_cell(arr, x, y, N)){
cout << "Rec number is " << count_rec << endl;
return 0;
}
stack <Square> sqrs_tmp;
stack <Square> sqrs_max;
int max = max_length(arr, x, y, N);
int length_square, k_min = limit + 1, k, need_length = 1;
```

```
for(length_square = 1; length_square <= max; length_square++){
fill_square(arr, x, y, length_square);
k = min_sqrs(limit, &sqrs_tmp, arr, N, count_rec+1)+1;
#ifdef DEBUG
cout << "CURRENT K : " << k << ", K_MIN : " << k_min << endl;
out(arr, N);
#endif
if(k < k_min && k != 0){
k_min = k;
need_length = length_square;
while(!sqrs_max.empty()){
sqrs_max.pop();
}
stack_copy(&sqrs_tmp, &sqrs_max);
}
else
empty_stack(&sqrs_tmp);
for(int i = 0; i < length_square; i++)
for(int j = 0; j < length_square; j++)
arr[x+i][y+j] = 0;
}
while(!sqrs->empty())
sqrs->pop();
stack_copy(&sqrs_max, sqrs);
sqrs->push({x, y, need_length});
return k_min;
}

int main(){
int N, min_k;
cin >> N;
if(!(N>=2 && N<=40)){ // проверка на корректность данных
cout << "ERROR" << endl;
return 0;
}
stack <Square> sqrs;
int mul = mlt(N);
int limit = 6.37 * sqrt(sqrt((mul == 1) ? N : mul));
int **arr;
if(mul!=1){
arr = new int *[mul];
for(int i = 0; i < mul;i++)
arr[i] = new int[mul]();
min_k = min_sqrs(limit, &sqrs, arr, mul, 0);
}
else {
arr = new int *[N];
for(int i = 0; i < N; i++)
arr[i] = new int[N]();
int half = N - N/2;
fill_square(arr, 0, 0, half);
fill_square(arr, half, 0, half - 1);
fill_square(arr, 0, half, half - 1);
```

```
min_k = min_sqrs(limit - 3, &sqrs, arr, N, 0) + 3;
sqrs.push({half, 0, half - 1});
sqrs.push({0, half, half - 1});
sqrs.push({0, 0, half});
}
cout << min_k << endl;
Square tmp;
int scale = (mul != 1) ? N/mul : 1;
while(!sqrs.empty()){
tmp = sqrs.top();
cout << tmp.x * scale + 1 << " " << tmp.y*scale +1 << " " << tmp.length*scale << endl;
sqrs.pop();
}
if(mul!=1) // отчистка массива
for(int i = 0; i < mul; i++)
delete [] arr[i];
else
for(int i = 0; i < N; i++)
delete [] arr[i];
delete [] arr;
return 0;
}
```