



IEL – protokol k projektu

Roman, Vintoňak
xvinto00

20. prosince 2020

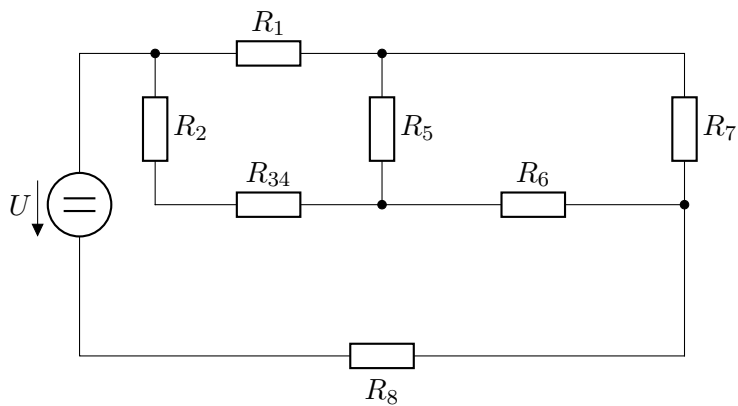
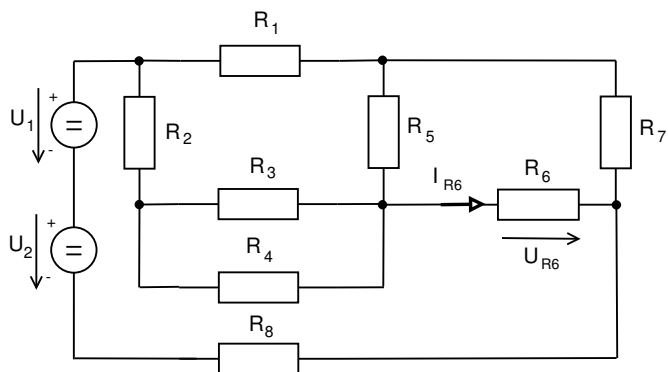
Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	5
3	Příklad 3	7
4	Příklad 4	10
5	Příklad 5	12
6	Shrnutí výsledků	13

Příklad 1

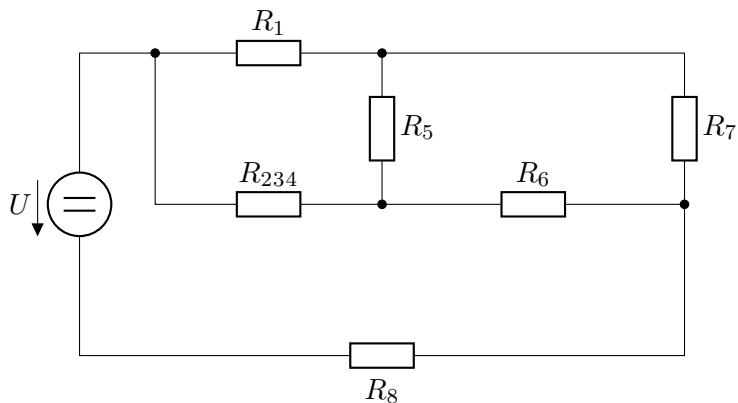
Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
D	105	85	420	980	330	280	310	710	240	200

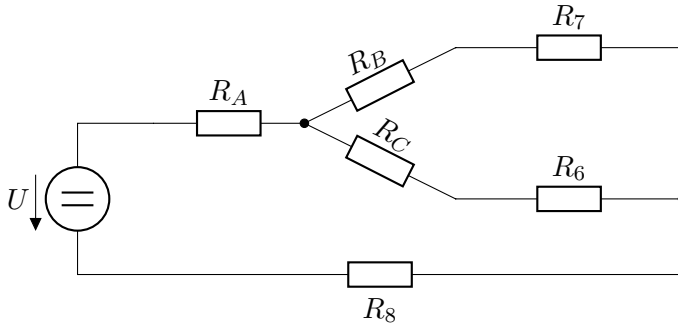


$$U = U_1 + U_2 = 105 + 85 = 190 \text{ V}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 * R_4}{R_3 + R_4} = \frac{330 * 280}{330 + 280} = 151.4754 \text{ } \Omega$$



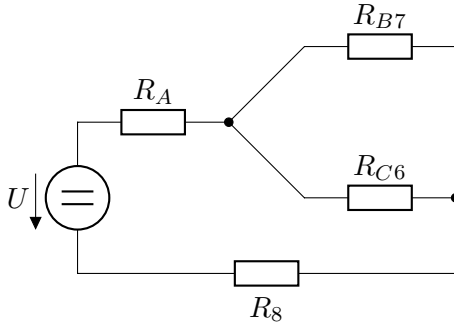
$$R_{234} = R_2 + R_{34} = 980 + 151.4754 = 1131.4754 \text{ } \Omega$$



$$R_A = \frac{R_1 * R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{420 * 1131.4754}{420 + 1131.4754 + 310} = 255.2919$$

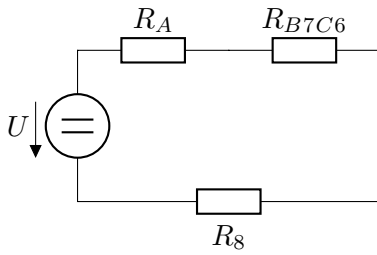
$$R_B = \frac{R_1 * R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{420 * 310}{420 + 1131.4754 + 310} = 69.9445$$

$$R_C = \frac{R_{234} * R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{1131.4754 * 310}{420 + 1131.4754 + 310} = 188.4298$$

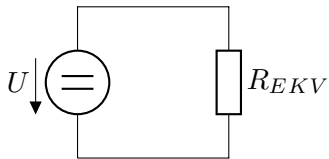


$$R_{B7} = R_B + R_7 = 69.9445 + 240 = 309.7445$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 = 188.4298 + 710 = 898.4298$$



$$R_{B7C6} = \frac{R_{B7} * R_{C6}}{R_{B7} + R_{C6}} = \frac{309.7445 * 898.4298}{309.7445 + 898.4298} = 230.4446$$



$$R_{EKV} = R_A + R_{B7C6} + R_8 = 255.2919 + 230.4446 + 200 = 685.7366$$

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{190}{685.7366} = 0.2771 \text{ A}$$

$$U_{RB7C6} = R_{B7C6} * I = 230.4446 * 0.2771 = 63.8503 \text{ V}$$

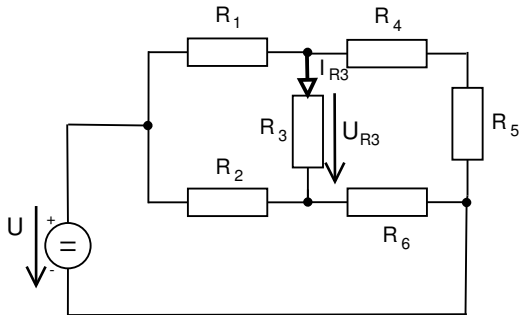
$$I_{R6} = I_{RC6} = \frac{U_{RB7C6}}{R_{C6}} = \frac{63.8503}{898.4298} = 0.07107 \text{ A}$$

$$U_{R6} = I_{RC6} * R_6 = 0.07107 * 710 = 50.4597 \text{ V}$$

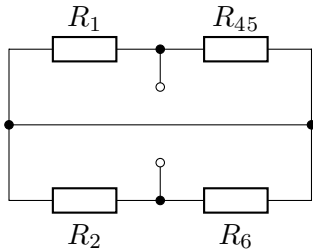
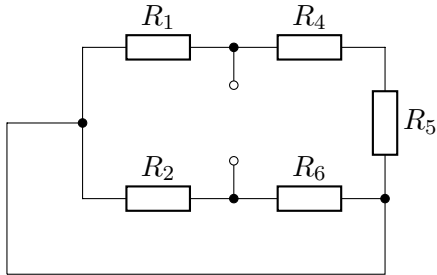
Příklad 2

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu Théveninovy věty.

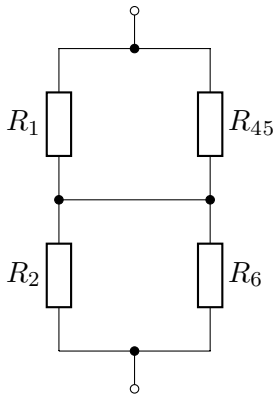
sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
D	150	200	200	660	200	550	400

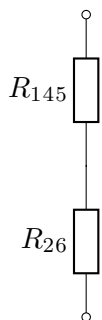


Nejprve odstraníme z obvodu rezistor R_3 a zdroj napětí U nahradíme za zkrat. Dále upravujeme obvod do doby, než vypočítáme R_i .



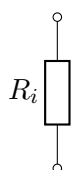
$$R_{45} = R_4 + R_5 = 200 + 550 = 750 \, \Omega$$





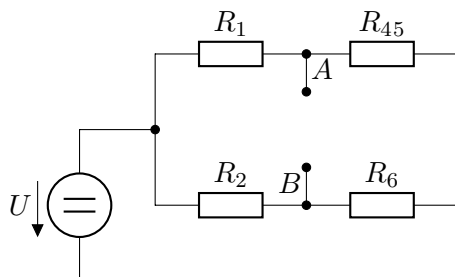
$$R_{145} = \frac{R_1 * R_{45}}{R_1 + R_{45}} = \frac{200 * 750}{200 + 750} = 157.8947 \, \Omega$$

$$R_{26} = \frac{R_2 * R_6}{R_2 + R_6} = \frac{200 * 400}{200 + 400} = 133.3333 \, \Omega$$



$$R_i = R_{145} + R_{26} = 157.8947 + 133.3333 = 291.228 \, \Omega$$

Nyní překreslíme obvod bez R_3 a určíme napětí mezi body A a B



$$U_{R1} = U * \frac{R_1}{R_1 + R_{45}} = \frac{200}{200 + 750} = 31.5789 \, V$$

$$U_{R2} = U * \frac{R_2}{R_2 + R_6} = \frac{200}{200 + 400} = 50 \, V$$

$$U_I = U_{R2} - U_{R1} = 50 - 31.5789 = 18.4211 \, V$$

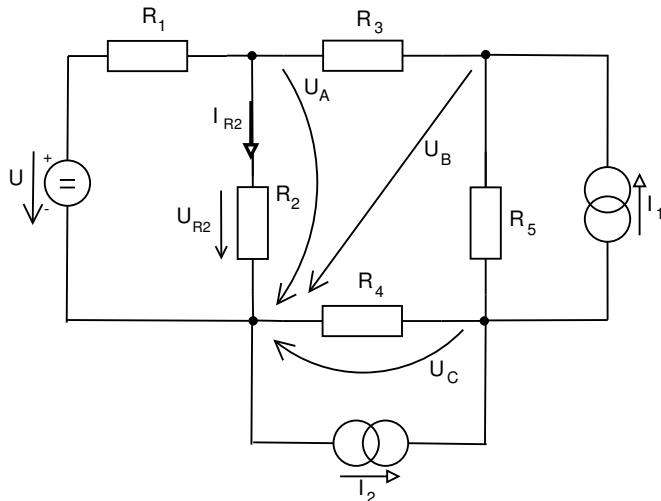
$$I_{R3} = \frac{U_I}{R_i + R_3} = \frac{18.4211}{291.228 + 660} = 0.01937 \, A$$

$$U_{R3} = R_3 * I_{R3} = 660 * 0.01937 = 12.7842 \, V$$

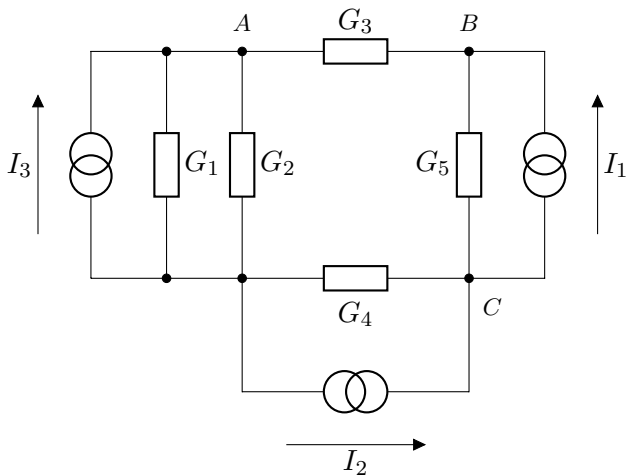
Příklad 3

Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
B	150	0.7	0.8	49	45	61	34	34



Převědeme si zdroj napětí U na zdroj proudu I_3 a všechny odpory na vodivosti



$$I_3 = \frac{U}{R_1} = \frac{150}{49}$$

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{49}$$

$$G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{45}$$

$$G_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{61}$$

$$G_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{34}$$

$$G_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{34}$$

Sestavíme rovnice proudů na jednotlivých uzlech

$$\begin{aligned} A : I_3 - G_2 * U_A - G_1 * U_A - G_3 * (U_A - U_B) \\ B : I_1 + G_3 * (U_A - U_B) - G_5 * (U_B - U_C) \\ C : I_2 + G_5 * (U_B - U_C) - G_4 * U_C - I_1 \end{aligned}$$

Upravíme rovnice

$$\begin{aligned} U_A * (-G_2 - G_1 - G_3) + U_B * G_3 &= -I_3 \\ U_A * G_3 + U_B * (-G_3 - G_5) + U_C * G_5 &= -I_1 \\ U_B * G_5 + U_C * (-G_5 - G_4) &= I_1 - I_2 \end{aligned}$$

Převédeme rovnice do matic

$$\begin{pmatrix} -G_2 - G_1 - G_3 & G_3 & 0 \\ G_3 & -G_3 - G_5 & G_5 \\ 0 & G_5 & -G_5 - G_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_3 \\ -I_1 \\ I_1 - I_2 \end{pmatrix}$$

Dosadíme do matic

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{45} - \frac{1}{49} - \frac{1}{61} & \frac{1}{61} & 0 \\ \frac{1}{61} & -\frac{1}{61} - \frac{1}{34} & \frac{1}{34} \\ 0 & \frac{1}{34} & -\frac{1}{34} - \frac{1}{34} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{150}{49} \\ -0.7 \\ 0.7 - 0.8 \end{pmatrix}$$

Upravíme matice

$$\begin{pmatrix} -\frac{7939}{134505} & \frac{1}{61} & 0 \\ \frac{1}{61} & -\frac{95}{2074} & \frac{1}{34} \\ 0 & \frac{1}{34} & -\frac{1}{17} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{150}{49} \\ -0.7 \\ -0.1 \end{pmatrix}$$

Nyní vypočítáme determinanty matic pomocí Sarussova pravidla

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} -\frac{7939}{134505} & \frac{1}{61} & 0 \\ \frac{1}{61} & -\frac{95}{2074} & \frac{1}{34} \\ 0 & \frac{1}{34} & -\frac{1}{17} \end{vmatrix} = \left(-\frac{7939}{134505}\right) * \left(-\frac{95}{2074}\right) * \left(-\frac{1}{17}\right) + \frac{1}{61} * \frac{1}{34} * 0 + 0 * \frac{1}{61} * \frac{1}{34} \\ &\quad - 0 * \left(-\frac{95}{2074}\right) * 0 - \left(-\frac{7939}{134505}\right) * \frac{1}{34} * \frac{1}{34} - \frac{1}{61} * \frac{1}{61} * \left(-\frac{1}{17}\right) \\ &= -\frac{8873}{55792674} + \frac{467}{9146340} + \frac{1}{63257} = \frac{281}{3048780} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_A &= \begin{vmatrix} -\frac{150}{49} & \frac{1}{61} & 0 \\ -0.7 & -\frac{95}{2074} & \frac{1}{34} \\ -0.1 & \frac{1}{34} & -\frac{1}{17} \end{vmatrix} = \left(-\frac{150}{49}\right) * \left(-\frac{95}{2074}\right) * \left(-\frac{1}{17}\right) + (-0.7) * \frac{1}{34} * 0 + (-0.1) * \frac{1}{61} * \frac{1}{34} \\ &\quad - 0 * \left(-\frac{95}{2074}\right) * (-0.1) - \left(-\frac{150}{49}\right) * \frac{1}{34} * \frac{1}{34} - (-0.7) * \frac{1}{61} * \left(-\frac{1}{17}\right) \\ &= -\frac{7125}{863821} - \frac{1}{20740} + \frac{75}{28322} - \frac{7}{10370} = \frac{21849}{3455284} \end{aligned}$$

Použitím Cramerova pravidla vypočítáme $U_A = U_{R2}$

$$U_{R2} = U_A = \frac{\Delta_A}{\Delta} = \frac{\frac{21849}{3455284}}{\frac{281}{3048780}} = \frac{327735}{4777} = 68.6069 \text{ V}$$

$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{68.6069}{45} = 1.5246 \text{ A}$$

f

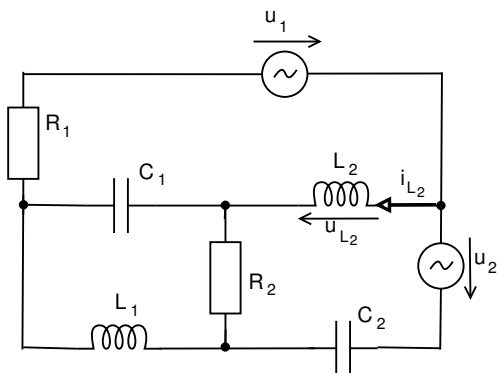
Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

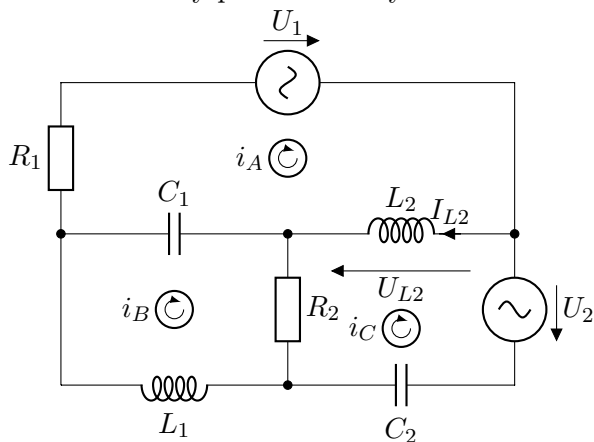
Ve vztahu pro napětí $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$ určete $|U_{L_2}|$ a φ_{L_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
D	45	50	13	15	180	90	210	75	85



Určíme si směry proudů ve smyčkách



Sestavíme si rovnice proudů ve všech smyčkách

$$i_A : R_1 * I_A + Z_{C1} * (I_A - I_B) + Z_{L2} * (I_A - I_C) + U_1$$

$$i_B : Z_{C1} * (I_B - I_A) + Z_{L1} * I_B + R_2 * (I_B - I_C)$$

$$i_C : R_2 * (I_C - I_B) + Z_{C2} * I_C + Z_{L2} * (I_C - I_A) + U_2$$

Převédeme rovnice do matic

$$\begin{pmatrix} R_1 + Z_{C1} + Z_{L2} & -Z_{C1} & -Z_{L2} \\ -Z_{C1} & Z_{C1} + Z_{L1} + R_2 & -R_2 \\ -Z_{L2} & -R_2 & R_2 + Z_{C2} + Z_{L2} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_1 \\ 0 \\ -U_2 \end{pmatrix}$$

Vypočítáme hodnoty impedancí

$$\omega = 2 * \pi * f = 2 * \pi * 85 = 534.07075$$

$$Z_{C1} = -\frac{1}{\omega * C_1} j = -\frac{1}{534.07075111 * 0.00021} j = -8.91624j$$

$$Z_{C2} = -\frac{1}{\omega * C_2} j = -\frac{1}{534.07075111 * 0.000075} j = -24.96548j$$

$$Z_{L1} = \omega * L_1 * j = 534.07075 * 0.18 = 96.13274j$$

$$Z_{L2} = \omega * L_2 * j = 534.07075 * 0.09 = 48.06637j$$

Dosadíme hodnoty

$$\begin{pmatrix} 13 - 8.91624j + 48.06637j & 8.91624j & -48.06637j \\ 8.91624j & -8.91624j + 96.13274j + 13 & -15 \\ -48.06637j & -15 & 15 - 24.96548j + 48.06637j \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -45 \\ 0 \\ -50 \end{pmatrix}$$

Upravíme hodnoty

$$\begin{pmatrix} 13 + 39.15012j & 8.91624j & -48.06637j \\ 8.91624j & 13 + 87.21649j & -15 \\ -48.06637j & -15 & 15 + 23.10089j \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -45 \\ 0 \\ -50 \end{pmatrix}$$

Pomocí Sarussova pravidla vypočítáme determinanty matic

$$\Delta = \begin{vmatrix} 13 + 39.15012j & 8.91624j & -48.06637j \\ 8.91624j & 13 + 87.21649j & -15 \\ -48.06637j & -15 & 15 + 23.10089j \end{vmatrix} = -71187.16833 + 144197.30794j$$

$$\Delta_A = \begin{vmatrix} -45 & 8.91624j & -48.06637j \\ 0 & 13 + 87.21649j & -15 \\ -50 & -15 & 15 + 23.10089j \end{vmatrix} = 301624.02492 - 96941.10773j$$

$$\Delta_C = \begin{vmatrix} 13 + 39.15012j & 8.91624j & -45 \\ 8.91624j & 13 + 87.21649j & 0 \\ -48.06637j & -15 & -50 \end{vmatrix} = 301624.02492 - 96941.10773j$$

Pomocí Cramerova pravidla vypočítáme proudy ve smyčkách A a C

$$I_A = \frac{\Delta_A}{\Delta} = \frac{301624.02492 - 96941.10773j}{-71187.16833 + 144197.30794j} = -1.37083 - 1.41499j \text{ A}$$

$$I_C = \frac{\Delta_C}{\Delta} = \frac{346949.95334 - 104238.66133j}{-71187.16833 + 144197.30794j} = -1.53629 - 1.64764j \text{ A}$$

Nyní už jen pomocí vzorečků dopočítáme požadované hodnoty

$$I_{L2} = I_A - I_C = -1.37083 - 1.41499j - (-1.53629 - 1.64764j) = 0.165465 + 0.23265j \text{ A}$$

$$U_{L2} = I_{L2} * Z_{L2} = (0.165461 + 0.232648j) * 48.06637j = -11.18254 + 7.95313j \text{ V}$$

$$|U_{L2}| = \sqrt{Re(U_{L2})^2 + Im(U_{L2})^2} = \sqrt{-11.18254^2 + 7.95313^2} = 13.7223 \text{ V}$$

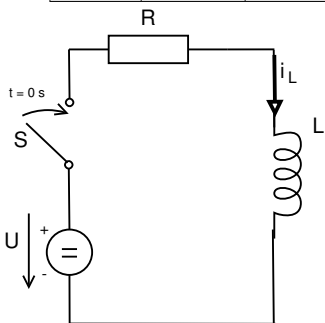
$$\phi_{L2} = \arctan \frac{Im(U_{L2})}{Re(U_{L2})} = \arctan \frac{7.95313}{-11.18254} + \pi = 2.52338 \text{ rad}$$

Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0[\text{s}]$ sepne spínač S . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $i_L = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U [V]	L [H]	R [Ω]	$i_L(0)$ [A]
E	40	30	40	11



Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky	
1	D	$U_{R6} = 50.4597 \text{ V}$	$I_{R6} = 0.07107 \text{ A}$
2	D	$U_{R3} = 12.7842 \text{ V}$	$I_{R3} = 0.01937 \text{ A}$
3	B	$U_{R2} = 68.6069 \text{ V}$	$I_{R2} = 1.5246 \text{ A}$
4	D	$ U_{L2} = 13.7223 \text{ V}$	$\varphi_{L2} = 2.52338 \text{ rad}$
5	E	$i_L =$	