

Aufgaben zur Vorlesung
Multivariate Verfahren
Übungsblatt II

1. Beantworten Sie folgende Fragen bzw. bearbeiten Sie folgende Arbeitsanweisungen:
 - (a) Wofür ist die Visualisierung von Daten gut?
 - (b) Nennen Sie drei Möglichkeiten, Daten mit hoher Dimension (d.h. $p > 3$) darzustellen.
 - (c) Erklären Sie geometrisch, was Eigenwerte sind.
 - (d) Erklären Sie geometrisch, was das Skalarprodukt eines Vektors mit sich selbst ist.
2. Berechnen Sie das Tensorprodukt xy' , mit $x = (1, -2, 3)'$ und $y = (3, 2, 1)'$. Berechnen Sie nun $\det(xy')$. Wie erklären Sie sich das Ergebnis?
3. Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
 - (a) Berechnen Sie die Spur der Matrix A .
 - (b) Berechnen Sie die Determinante von A .
 - (c) Berechnen Sie die Eigenwerte λ_1, λ_2 und Eigenvektoren von A . Überprüfen Sie, ob $\det(A) = \lambda_1 \lambda_2$ und $\text{spur}(A) = \lambda_1 + \lambda_2$.
4. Gegeben seien folgende Matrizen:

$$X = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}, W = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie W^{-1} .
 - (b) Berechnen Sie XX' . Wie nennt man eine solche Matrix X ?
 - (c) Wie lautet X^{-1} ?
5. Gegeben sei die Datenmatrix

$$X = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

mit vier Beobachtungen von drei Variablen. Die empirischen Standardabweichungen der Variablen sind $\sigma_1 = \sqrt{20/3}$, $\sigma_2 = \sqrt{4/3}$ und $\sigma_3 = \sqrt{2}$.

- (a) Standardisieren Sie die Daten X mit Hilfe der Centering-Matrix.
 - (b) Wie berechnet sich die empirische Korrelationsmatrix?
6. Rechnerübung: Lösen Sie die Aufgaben 2-5 in Python.