MV-Übung Nr. 3

A1)

a) Sie muss
- symmetrisch
- pos. semidefinit sein.

b)
$$\widehat{Cov}(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left((x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' \right)$$

$$\widehat{Cov}(X) = \frac{1}{n-1} \tilde{X}' \tilde{X}$$

wobei $\tilde{X} = (X - 1\bar{x}')$

$\Rightarrow$ zentriert

c) Er ist ein Maß für den linearen Zusammenhang zweier Variablen.

d)

			Eigenwerte
pos. definit	$x' A x > 0$	$\Leftrightarrow$	$\lambda_1 \dots \lambda_n > 0$
neg	< 0	$\Leftrightarrow$	$<$
pos. semi	≥ 0	$\Leftrightarrow$	$\geq$
neg. semi	≤ 0	$\Leftrightarrow$	$\leq$
indefinit	sonst.	$\Leftrightarrow$	sonst

AZ

(a) $\sum_{i=1}^{n} \beta_i = \underset{1\times n}{\beta'} \underset{n\times 1}{1}$ mit $\beta : n \times 1$ und $1 : n \times 1$

(b) $\sum_{i=1}^{n} \beta_i^2 = \beta' \beta$ mit $\beta : n \times 1$ $\quad (\beta_1\ \beta_2)\begin{pmatrix}\beta_1 \\ \beta_2\end{pmatrix} = \beta_1^2 + \beta_2^2$

(c) $\sum_{i=1}^{n} (y_i - \sum_{j=1}^{p} x_{ij}\beta_j)^2$ $\quad 1 \times n \quad n \times 1$

$$= (\underset{n\times 1}{Y} - \underset{n\times p}{X} \underset{p\times 1}{\beta})' (Y - X\beta)$$

mit $Y : n \times 1$

mit $X : n \times p$

mit $\beta : p \times 1$

A3)

a) $Einkommen_i = \beta_1 + \beta_2\, Arbeitszeit_i + \beta_3\, Alter_i + \beta_4\, Masterabschluss_i$

wobei

$$Master = \begin{cases} 1, & \text{wenn vorhanden} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

b) $Einkommen_i = \beta_1 + \beta_2\, Alter_i + \beta_3\, d_{1i} + \beta_4\, d_{2i}$

wobei für Dummyvariablen d_1, d_2 gilt

Hauptschule :	0, 0	(Basis Kategorie)
Realschule :	1, 0	
Abitur :	0, 1	

A4)

a) Für Test: Wie ist $\hat{\beta}$ verteilt?

$$\hat{\beta} \sim N\left(\beta, \sigma^2 (X'X)^{-1}\right)$$

↳ da Fehler NV

$$\varepsilon = \hat{y} - y$$

↳ $\hat{y} = X\hat{\beta}$

↳ $\beta = (X'X)^{-1} Xy$

↳ ZGWS

σ^2 unbekannt

↳ Varianz Störterme

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-k} \sum_n \varepsilon_i^2 \sim \frac{\chi^2_{n-k}}{n-k}$$

Chi²-verteilt

Anzahl Parameter im Modell

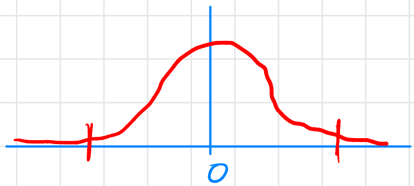
$$\Rightarrow \quad \frac{N(0,1)}{\sqrt{\left(\frac{\chi^2_{n-k}}{n-k}\right)}} \sim t_{n-k}$$

Freiheitsgrade: $n - K = 200 - 3 = 197$

↳ benutze UV

Testidee: $H_0: \beta = 0$ $\quad H_1: \beta \neq 0$

$$\frac{\beta_i - \overset{0}{\beta}}{\sqrt{Var_i}} \sim t_{n-K}$$



- Neupreis: $\frac{0,33}{0,0033} = 100 > 1,96 \rightarrow$ signif.
- Vorbesitzer: $\left| \frac{-2501}{1000} \right| = 2501 > 1,96 \rightarrow$ sig.
- Neuzulassungen: $\frac{0,01}{0,1} = 0,1 < 1,96$

  ↳ nicht signif.

b) Neupreis: Eine Erhöhung des NP um 1€, erhöht den Preis um 0,33 ct c.p.

Vorbesitzer: Eine Erhöhung der Anzahl Vorbesitzer um 1, verringert den Preis um 2501 € c.p.

Neuzulassungen: Eine Erhöhung der Neuzulassungen um 1, erhöht den Preis um 1 ct c.p.

c) Neupreis: Erhöhung des NP um 1€, erhöht den Preis um $100\% \cdot 0{,}33 = 33\%$ c.p.

Vorbesitzer: Erhöhung der Anzahl VB um 1, senkt den Preis $100\% \cdot (-2501)$ $= 250100\%$ c.p.

Neuzulassungen: $\rightarrow$ 1%

d) Eine Erhöhung der UP um 1%, erhöht den Preis um 0,33% c.p.

Vorbesitzer + Neuzulassung siehe c)

e) Aus sachlogischer Sicht ist dies wohl nicht zu vertreten. Die Ebene würde durch den Ursprung gehen $\rightarrow$ kein Schnittpunkt.