**Практична робота № 6**

**Тема. Закони розподілу функцій випадкових величин. Композиція законів розподілу. Розподіл екстремальних значень**

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання задач з обчислення функцій від випадкових величин, їх законів розподілу та числових характеристик.

3. Час між запитами до сервера комп’ютерної мережі є випадковою величиною , що має експоненціальний закон розподілу з параметром .   
З метою дослідження степені використання сервера необхідно встановити закон розподілу максимумів випадкової величини , тобто деякої випадкової величини .

Якщо випадкова величина X має експоненційний розподіл з параметром λ=10 , то її функція розподілу має вигляд:

FX(x) = 1 − e−λx = 1 − e−10x , x ≥ 0.

При пошуку закону розподілу максимумів випадкової величини Z=max (X), потрібно врахувати, що це може бути розподіл максимуму кількох незалежних випадкових величин з експоненційним розподілом. Тому загальний принцип виглядає так:

* Якщо X1,X2,…,Xn ​ — незалежні експоненційні випадкові величини з параметром λ, то:

FZ(z)=P(Z≤z)=P(max(X1,X2,…,Xn)≤z)= =

Випадкова величина X має рівномірний розподіл з параметрами a=0,b=\pi. Знайти функції розподілу та щільності розподілу випадкової величини Z=sin{(}X), обчислити математичне сподівання M(Z) та дисперсію D(Z).

* Для випадкової величини X, що має рівномірний розподіл на інтервалі [a,b]=[0,π], функція щільності: fX(x)= , 0≤x≤π ​.

Нехай Z=sin(X). Тепер розрахуємо функцію розподілу для Z.

1. **Функція розподілу FZ(z):**

FZ(z) = P(Z ≤ z) = P(sin(X) ≤ z).

Оскільки функція sin(x) на [0,π] монотонна зростаюча, можна записати:

FZ(z) = P(X ≤ arcsin(z)) = ,0 ≤ z ≤ 1

1. **Функція щільності fZ(z):**

fZ(z)=FZ(z)=()=,0 ≤ z ≤ 1.

1. **Математичне сподівання M(Z):**

M(Z)= =  dz.

Це інтеграл, який можна обчислити за допомогою заміни u=1−z2u = 1 - z^2u=1−z2. В результаті:

M(Z)=01=(1)=.

1. **Дисперсія D(Z):**

D(Z)=M(Z2)−(M(Z))2=−()2.

Для обчислення цього інтегралу потрібно виконати числові розрахунки, але він має вигляд:

D(Z) = ​.

Випадкова величина X має рівномірний розподіл з параметрами a=0,b=\pi. Знайти функції розподілу та щільності розподілу випадкової величини Z=cos{(}X), обчислити математичне сподівання M(Z) та дисперсію D(Z).

* Якщо X має рівномірний розподіл на [0,π], то функція щільності fX(x)= ​.

Нехай Z=cos(X). Для випадкової величини Z, обчислюємо функцію розподілу та функцію щільності.

1. **Функція розподілу FZ(z):** Оскільки функція cos(x) на [0,π] монотонна спадає, то:

FZ(z)=P(Z ≤ z)=P(cos(X) ≤ z) = P(X≥cos−1(z))=.

1. **Функція щільності fZ(z):**

fZ(z)=FZ(z)=, −1 ≤ z ≤ 1.

1. **Математичне сподівання M(Z):**

M(Z)=

Це результат, оскільки функція z/​ є непарною.

1. **Дисперсія D(Z):**

D(Z)=M(Z2)−(M(Z))2=

Це можна обчислити числово, результат буде:

D(Z)=.

Час між запитами до сервера комп’ютерної мережі є випадковою величиною X, що має експоненціальний закон розподілу з параметром \lambda=5. З метою дослідження степені використання сервера необхідно встановити закон розподілу мінімумів випадкової величини X, тобто деякої випадкової величини Z=min{(}X).

Якщо випадкова величина X має експоненційний розподіл з параметром λ=5, то функція розподілу для мінімуму з кількох незалежних експоненційних випадкових величин виглядає так:

* Для Z=min(X1,X2,…,Xn), де кожен Xi​ має експоненційний розподіл з параметром λ, функція розподілу для мінімуму:

FZ(z)=1−e−nλz.

Для одного X з λ = 5, це дасть: FZ(z)=1−e−5z.

Для одного X з λ=5, це дасть:

FZ(z)=1−e−5z