**Практична робота № 7**

**Тема. Найпростіший потік подій. Елементи теорії СМО. Ланцюги Маркова**

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання задач щодо випадкових процесів, СМО та ланцюгів Маркова.

1. Побудувати граф станів СМО «-клієнтів –Web-сервер» (система М/М/1) і систему рівнянь Колмогорова для , ,  і знайти ймовірності станів. .

 **λ = 2** — інтенсивність надходження клієнтів.

 **μ = 1** — інтенсивність обслуговування.

 **n = 2** — кількість клієнтів у системі.

**Граф станів**

Система M/M/1 має такі стани:

* n = 0: система порожня.
* n = 1: у системі один клієнт.
* n = 2: у системі два клієнти.

Граф станів:

* Перехід із стану n = i у n = i +1 відбувається із швидкістю λ=2.
* Перехід із стану n = i у n = i − 1 відбувається із швидкістю μ=1.

Граф можна зобразити так:

Граф можна зобразити так:

0 → λ 1 →λ2

0 ← μ 1 ← μ20

**Система рівнянь Колмогорова**

Для стаціонарного режиму (збалансованого потоку) ймовірності станів P0, P1,P2​ задовольняють рівняння:

1. Для n = 0:

λP0=μP1⇒2P0=P1

1. Для n=1n = 1n=1:

λP1=μP2⇒2P1=P2

1. Умову нормування:

P0 + P1 + P2 = 1

**Знаходимо ймовірності станів**

Розв'яжемо систему рівнянь:

1. З (1): P1=2P0​.
2. З (2): P2=2P1=2(2P0)=4P0
3. Підставляємо в (3):

P0+2P0+4P0=1⇒7P0=1⇒P0=

1. Знаходимо інші ймовірності:

P1=2P0=,P2=4P0=.

**Показники ефективності**

1. **Ймовірність зайнятості (P\_зан)**:

Pзан=P1+P2=+=

1. **Ймовірність простою (P\_0)**:

P0=

1. **Середня кількість клієнтів у системі (A)**:

A==0⋅P0+1⋅P1+2⋅P2=0++2⋅=

1. **Середній час обслуговування (T\_обс)**: Для M/M/1: Tобс= =1 (в часі обслуговування немає черги).
2. **Середній час перебування в системі (T\_відг)**: Використовуємо формулу Літтла:

Tвідг===

**Висновок**

* P0=,P1=,P2=
* Pзан=,P0=
* A=,Tобс=1,Tвідг=.

Задано матрицю переходу . Знайти матрицю переходу .

Щоб знайти матрицю переходу P2​, потрібно знайти квадрат матриці P1​, оскільки P2=P12​.

Дано матрицю P1​:

P1=

Множимо P1​ саму на себе:

P2=P1⋅P1=

Розрахуємо елементи матриці P2​:

P2​(1,1)=0.5⋅0.5+0.5⋅0.2=0.25+0.1=0.35,  
P2​(1,2)=0.5⋅0.5+0.5⋅0.8=0.25+0.4=0.65,

P2​(2,1)=0.2⋅0.5+0.8⋅0.2=0.1+0.16=0.26,

P2 (2,2)=0.2⋅0.5+0.8⋅0.8=0.1+0.64=0.74.

Отже, матриця P2​ має вигляд:

P2=