**Використовуючи межі, показати, що**

**𝑓(𝑛) є O(𝑔(𝑛)): 𝑓(𝑛) = 𝑛3 + 2𝑛2 − 5𝑛 + 8**

**𝑔(𝑛) = 𝑛4**

Використовуючи межі, показати, що 𝑓(𝑛) є O(𝑔(𝑛)):

𝑓(𝑛) = 𝑛3 + 2𝑛2 − 5𝑛 + 8

𝑔(𝑛) = n4

Щоб показати, що f(n) є O(g(n)), ми повинні знайти такі константи C та 𝑛0, де C>0 та n0​ > 0, щоб вираз ∣ f(n) ∣ ≤ C ∣g(n)∣ був істинним для всіх 𝑛 ≥ 𝑛0 ​.

Давайте розглянемо:

f(n)=n3+2n2−5n+8

g(n)=n4

Тепер, давайте знайдемо межу C, яка обмежує f(n) сверху виразом C ⋅ g(n):

∣ f(n) ∣ ≤ C⋅∣ g(n) ∣

∣ n3+2n2−5n+8 ∣ ≤ C⋅∣ n4 ∣

Тепер, розглянемо n≥1 (тобто n0 ​ =1), і давайте шукатимемо C:

n3 +2n2 − 5n + 8 ≤ C ⋅ n4

Якщо ми виберемо C таке, що C≥8 (для всіх 𝑛 n), то n3 +2n2 − 5n + 8 буде обмежено виразом C⋅n4 .

Отже, ви можете взяти, наприклад, C=8 та n0 ​ = 1, і тоді f(n) буде O( g(n) ).

**Використовуючи межі, показати, що**

**𝑓(𝑛) є Θ(𝑔(𝑛)): 𝑓(𝑛) =𝑛4/8 – 12**

**𝑔(𝑛) = n4**

Щоб показати, що 𝑓 ( 𝑛 ) f(n) є Θ ( 𝑔 ( 𝑛 ) ) Θ(g(n)), ми повинні показати, що f(n) є і O(g(n)) і Ω(g(n)). Тобто f(n) обмежується зверху та знизу функцією g(n).

1. Почнемо з O(g(n)): Ми хочемо показати, що існують константи C і n0​ , такі що f(n) ≤ C ⋅ g(n) для всіх n≥n0 ​ . Розглянемо n4 та n4/8 – 12 ≤ C ⋅ n4 Якщо ми оберемо C ≥ 1/8 і n0 ​ =1, то ця нерівність буде справедливою для всіх n≥1. Отже, f(n) є O(g(n)).
2. Тепер перейдемо до Ω(g(n)): Ми хочемо показати, що існують константи C і n0 ​ , такі що f(n) ≥ C ⋅ g(n) для всіх n≥n0 ​ . Розглянемо n4 та n4/8 – 12 ≥ C ⋅ n4 Якщо ми оберемо, наприклад, C ≤ 1/8 та n0 ​= 1, то ця нерівність буде справедливою для всіх n ≥ 1. Отже f(n) є Ω( g(n) ).

**Використовуючи межі, показати, що**

**𝑓(𝑛) є Ω(𝑔(𝑛)): 𝑓(𝑛) = 5(log2 (𝑛)) 2**

**𝑔(𝑛) = log2(𝑛)**

Щоб показати, що f(n) є Ω( g(n) ), ми маємо знайти константу C і таке n0 ​ , де C додатнє, і n0 ​ таке, що для всіх n ≥ n0 ​ виконується нерівність f(n) ≥ C ⋅ g(n).

Давайте розглянемо f(n) і g(n):

f(n) = 5 ⋅ (log2(n))2

g(n) = log2(n)

Ми хочемо показати, що f(n) зростає не повільніше, ніж g(n).

Тобто:

5 ⋅ (log2(n))2 ≥ C ⋅ log2(n)

Якщо ми розглянемо n ≥ 2, оскільки log2(n) для n ≥ 2 є додатним, ми можемо поділити обидві сторони на log2(n):

5 ⋅ log2(n) ≥ C

Візьмемо C=5, тоді для всіх n≥2 виконується нерівність f(n) ≥ C ⋅ g(n). Отже, ми знайшли такі константи C=5 і n0 ​ = 2, для яких f(n) є Ω(g(n)).

**Розглянемо функції**

**𝑓(𝑛) = 5𝑛3 − 10𝑛 + 20 та 𝑔(𝑛) = 𝑛3 .**

**Покажіть, що 𝑓(𝑛) = 𝛺(𝑔(𝑛)).**

Щоб показати, що f(n) є Ω(g(n)), ми повинні знайти такі константи C і n0 ​ , де C додатнє, і n0 ​ таке, що для всіх n≥n0 ​ виконується нерівність f(n) ≥ C ⋅ g(n). Давайте розглянемо f(n) і g(n):

f(n)=5n3 − 10n + 20

g(n)=n 3

Ми хочемо знайти C і n0 ​ , такі що 5n3 − 10n +20 ≥ C ⋅ n3 для всіх n ≥ n0

Оскільки −10n дуже швидко зростає в порівнянні з 5n3 , ми можемо проігнорувати −10n для великих значень n. Таким чином, ми можемо скористатися C=1 і n0=1. Отже, для всіх n≥1, ми маємо: 5n3 −10n +20≥n 3 Отже, f(n) є Ω(g(n)).