**Практична робота № 2**

**Тема. Класичне визначення ймовірності. Застосування комбінаторики для розрахунку ймовірностей**

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання задач з підрахунку ймовірностей на підставі класичного визначення з використанням формул комбінаторики.

**Завдання №1**

*N* людей навмання було розміщено за круглим столом (*N>2*). Знайти ймовірність *p* того, що дві фіксовані людини *A* та *B* сидітимуть поруч.

На круговому столі N людей можна розмістити (N - 1)! способами. Це пов'язано з тим, що при розташуванні на круговому столі одна з людей може слугувати як фіксована точка (для уникнення симетрії обертання), а решта (N - 1) людей розташовуються навколо неї.

Тепер, якщо ми хочемо, щоб A та B сиділи поруч, ми можемо об'єднати їх в один «блок». Тоді ми будемо мати N - 1 блок (блок A і B плюс решта N - 2 людей).

1. Кількість способів розташувати ці N - 1 блоки на круговому столі дорівнює (N - 2)! (оскільки один блок обираємо за фіксований).
2. Усередині блоку A та B можуть сидіти в двох різних порядках (AB або BA).

Отже, загальна кількість розташувань, коли A і B сидять поруч, дорівнює:

(N−2)!×2

Тепер, щоб знайти ймовірність того, що A та B сидять поруч, розділимо кількість сприятливих розташувань на загальну кількість розташувань:

p=(Кількість способів, коли A і B сидять поруч)/(Загальна кількість розташувань)=((N−2)!×2)/((N−1)!)

**Спрощення виразу**

Спрощуючи, ми отримуємо:

p=((N−2)!×2)/((N−1)×(N−2)!)=2/(N – 1)

**Завдання №2**

Щоб знайти ймовірність того, що випадкове тризначне число, в якому немає нуля, має рівно 2 однакові цифри, почнемо з підрахунку кількості можливих тризначних чисел, а потім обчислимо кількість таких чисел, в яких є рівно 2 однакові цифри.

### 1. Загальна кількість тризначних чисел без нуля

Тризначне число може починатися з будь-якої з цифр від 1 до 9 (9 можливих варіантів). Оскільки в числі немає нуля, інші дві цифри також можуть бути від 1 до 9. Таким чином, загальна кількість тризначних чисел без нуля дорівнює: 9 × 9 × 9 = 729

### 2. Кількість тризначних чисел з рівно 2 однаковими цифрами

Тризначне число може мати рівно 2 однакові цифри у таких формах:

* AA'B
* A'AB
* A'BA

де A — однакові цифри, а B — різна цифра.

#### Крок 1: Вибір цифри A

Цифра A може бути будь-якою з 1 до 9. Отже, ми маємо 9 варіантів для A.

#### Крок 2: Вибір цифри B

Цифра B повинна бути різною від A і також може бути будь-якою з 1 до 9. Отже, для вибору B є 8 варіантів (оскільки одна цифра вже використана).

#### Крок 3: Вибір позицій для цифр

Вибираємо позиції для двох однакових цифр (A). Можливі варіанти позицій:

1. AA'B
2. A'AB
3. A'BA

Таким чином, існує 3 способи розмістити однакові цифри.

#### Кількість тризначних чисел з рівно 2 однаковими цифрами

Обчислимо кількість тризначних чисел з рівно 2 однаковими цифрами:

9 (для A) × 8 (для B) × 3 (позначення позицій) = 216

### 3. Ймовірність

Тепер, знаючи загальну кількість тризначних чисел (729) і кількість тризначних чисел з рівно 2 однаковими цифрами (216), можемо обчислити ймовірність: p=(Загальна кількість тризначних чисел)/(Кількість чисел з 2 однаковими цифрами) ​= 216/729  
p=8/27

**Завдання №3**

Власник однієї карточки лотереї «Спортлото» (6 із 49) закреслює 6 номерів. Яка ймовірність того, що він угадає: а) усі 6 номерів у наступному тиражі; б) 5 чи 6 номерів; в) хоча б один номер; г) рівно 2 номери; д) не менше 4 номери.

**Загальні відомості:**

* У лотереї є 49 номерів, і власник лотерейної картки закреслює 6 номерів.
* Кількість всіх можливих комбінацій 6 номерів, які можна вибрати з 49, визначається як C(49,6)

Обчислимо загальну кількість комбінацій:  
C(49,6)= (49!)/(6!(49−6)!) ​=(49×48×47×46×45×44)/(6×5×4×3×2×1)​=13983816

### Частина (а): Ймовірність вгадати всі 6 номерів

Щоб вгадати всі 6 номерів, потрібно вибрати точно 6 номерів із 6 можливих, що є лише одна правильна комбінація: P(6)= C(6,6)​/C(49,6)=1/139838161

### Частина (б): Ймовірність вгадати 5 чи 6 номерів

1. **Ймовірність вгадати 6 номерів:** вже обчислено вище, P(6)=1/13983816
2. **Ймовірність вгадати 5 номерів:**
   * Для цього потрібно вгадати 5 номерів з 6 і не вгадати 1 номер з 43 (оскільки з 49 номерів 6 вже вгадано, залишилось 43 номери).

P(5)=(C(6,5)×C(43,1)) / C(49,6) = 6 × 4313983816

Обчислимо P(5): P(5)=258 / 13983816

Отже, загальна ймовірність вгадати 5 або 6 номерів:

P(5 або 6)=P(5)+P(6)=(258+1) / 13983816 = 259 / 13983816

### Частина (в): Ймовірність вгадати хоча б один номер

Щоб знайти ймовірність вгадати хоча б один номер, скористаємося доповнюючою ймовірністю:

P(хоча б один номер) = 1 − P(жодного номера)

**Ймовірність не вгадати жодного номера:** В цьому випадку власник не вгадує жоден з 6 номерів, тобто вибирає 6 номерів з 43:

P(жодного номера) = C(43,6)/C(49,6)  
  
Обчислимо C(43,6):

C(43,6)=43!/(6!(43−6)!)=(43×42×41×40×39×38)/(6×5×4×3×2×1)=6096454

Тоді:

P(жодного номера)=6096454 / 13983816

**Частина (г): Ймовірність вгадати рівно 2 номери**

Для цього потрібно вгадати 2 номера з 6 і не вгадати 4 номера з 43:

P(2)=(C(6,2)×C(43,4)) / C(49,6)

Обчислимо C(6,2) та C(43,4):

C(6,2) = 6!/(2!(6−2)!) = (6×5)/2 = 15  
C(43,4) = 43! / (4!(43−4)!) = (43×42×41×40) / (4×3×2×1) = 123410

Тоді:  
P(2)= (15×123410) / 13983816 ​=1851150​ / 13983816

### Частина (д): Ймовірність вгадати не менше 4 номерів

Ми можемо вгадати 4, 5 або 6 номерів:

P(не менше 4 номерів)=P(4)+P(5)+P(6)

**Ймовірність вгадати 4 номери:**

P(4)=(C(6,4)×C(43,2)) / C(49,6)

Обчислимо C(6,4) та C(43,2):

C(6,4)=15 (оскільки C(6,4) = C(6,2))

C(43,2)=(43×42) / 2 = 903

Тоді:

P(4)=(15×903) / 13983816=13545 / 13983816

1. **Загальна ймовірність:**

Тепер знаходимо P(не менше 4 номерів):

P(не менше 4 номерів)=P(4)+P(5)+P(6)

P(не менше 4 номерів)=

13545 / 13983816+258 / 13983816+1 / 13983816=13545 + 258 + 1 / 13983816=13804 / 13983816

**Завдання №3**

Навмання вибрано натуральне число, що не перевищує 20. Яка ймовірність того, що це число кратне 5.

Щоб визначити ймовірність того, що випадкове натуральне число, вибране з набору натуральних чисел, що не перевищують 20, є кратним 5, виконаємо наступні кроки:

Натуральні числа, що не перевищують 20, це числа від 1 до 20. Отже, загальна кількість натуральних чисел в цьому діапазоні дорівнює:

Nвсіх = 20

Натуральні числа, кратні 5, в межах від 1 до 20 — це:

* 5
* 10
* 15
* 20

Отже, кількість чисел, кратних 5, дорівнює:

Nкратних 5=4

Ймовірність того, що вибране число є кратним 5, визначається за формулою:

P(кратне 5)=(Nкратних 5) /Nвсіх

Підставимо значення:

P(кратне 5)=4 / 20 =1 / 5​

**Завдання №5**

Дано три відрізки довжиною 2, 5, 6, 10. Яка ймовірність того, що з трьох навмання взятих відрізків можна побудувати трикутник.

Щоб визначити ймовірність того, що три випадкові відрізки можна використати для побудови трикутника, скористаємося відомим правилом для побудови трикутника: **сума довжин будь-яких двох відрізків повинна бути більшою за довжину третього відрізка**.

У нас є 4 відрізки довжиною 2, 5, 6 і 10. Нам потрібно вибрати 3 відрізки, з яких можна побудувати трикутник. Для цього потрібно перевірити всі можливі варіанти вибору трьох відрізків і перевірити, чи виконується умова для побудови трикутника.

**Правило для побудови трикутника**: для будь-яких трьох відрізків a, b та c (де a ≤ b ≤ c) має виконуватись нерівність:

a + b > c  
Можливі варіанти вибору трьох відрізків із чотирьох:

1. **2, 5, 6**:  
   Перевіримо умову:  
   2 + 5 = 7 > 6— умова виконується.  
   2 + 6 = 8 > 5— умова виконується.  
   5 + 6 = 11 > 2— умова виконується.  
   **Ці відрізки можна використовувати для побудови трикутника.**
2. **2, 5, 10**:  
   Перевіримо умову:  
   2 + 5 = 7 не більше за 10 — умова не виконується.  
   **Ці відрізки не можна використовувати для побудови трикутника.**
3. **2, 6, 10**:  
   Перевіримо умову:  
   2 + 6 = 8 не більше за 10 — умова не виконується.  
   **Ці відрізки не можна використовувати для побудови трикутника.**
4. **5, 6, 10**:  
   Перевіримо умову:  
   5 + 6 = 11 > 10 — умова виконується.  
   5 + 10 = 15 > 6 — умова виконується.  
   6 + 10 = 16 > 5 — умова виконується.  
   **Ці відрізки можна використовувати для побудови трикутника.**

З усіх 4 можливих варіантів вибору трьох відрізків, тільки 2 варіанти (2,5,62, 5, 62,5,6 і 5,6,105, 6, 105,6,10) задовольняють умови для побудови трикутника.

Загальна кількість можлив их способів вибору 3 відрізків з 4 — це кількість комбінацій з 4 по 3:

C(4, 3) = 4

З кількості сприятливих випадків 2, ймовірність того, що з трьох вибраних відрізків можна побудувати трикутник, дорівнює:

P=2 / 4=1 / 2​