**Практична робота № 3**

**Тема. Геометрична ймовірність. Аксіоматичне визначення ймовірності. Теореми множення та додавання ймовірностей. Формула повної ймовірності та формула Баєса**

**Мета:** набути практичних навичок у розв’язанні задач з підрахунку ймовірностей на підставі геометричного визначення ймовірності, алгебри подій та теорем множення і додавання ймовірностей; навчитися застосовувати на практиці формули повної ймовірності та Баєса.

**Завдання №1**

Відстань від пункту А до Б автобус проходить за 2 хвилини, пішохід – за 15 хвилин. Інтервал руху автобусів складає 25 хвилин. Людина підходить у випадковий момент часу до пункту А та рухається у Б пішки. Знайти ймовірність того, що в дорозі її наздожене автобус.

Задача полягає у знаходженні ймовірності того, що людина, яка йде пішки від пункту А до пункту Б, буде наздогнана автобусом.

**Вихідні дані:**

* Відстань між пунктами А і Б: пішохід проходить її за 15 хвилин, а автобус — за 2 хвилини.
* Інтервал руху автобусів — 25 хвилин.
* Людина підходить до пункту А в випадковий момент часу.

**Обчислення тривалості шляху для пішохода і автобуса**

* Пішохід проходить шлях за 15 хвилин.
* Автобус проходить цей же шлях за 2 хвилини, тобто він може наздогнати пішохода протягом цього часу.

**Ймовірність того, що пішохід буде наздогнаний автобусом**

1. Інтервал руху автобусів складає 25 хвилин. Це означає, що автобуси рухаються через кожні 25 хвилин.
2. Людина починає свій шлях пішки в будь-який момент цього інтервалу. Нам потрібно визначити, скільки часу з цього інтервалу пішохід буде на шляху, який може бути перетнутий автобусом.

**Коли пішохода може наздогнати автобус?**

Автобус може наздогнати пішохода, якщо момент, коли автобус відправляється, потрапляє в час, коли пішохід ще на шляху. Тобто, якщо пішохід почав шлях, наприклад, через 5 хвилин після того, як автобус відправився, і буде на шляху протягом наступних 15 хвилин, автобус може його наздогнати, якщо йому буде потрібно більше ніж 5 хвилин, щоб наздогнати пішохода.

1. Отже, пішохід буде наздогнаний, якщо момент його старту відбудеться протягом 2 хвилин до того, як автобус відправиться (передбачення: автобус наздожене пішохода протягом цього інтервалу 15 і 2-міннового

**Завдання №2**

На відрізок AB довжиною 12 см навмання ставлять точку М. Знайти ймовірність того, що площа квадрата, що побудований на відрізку АМ, буде між 36 см2 та 81 см2 .

**Дано:**

* Відрізок AB довжиною 12 см.
* Точка M вибирається на відрізку AB випадковим чином.
* Площа квадрата, побудованого на відрізку AM, має бути між 36 см² та 81 см².

### Визначимо залежність площі квадрата від довжини відрізка AMAMAM.

Площа квадрата, побудованого на відрізку AMAMAM, дорівнює квадрату довжини цього відрізка:

S = AM^2

де AM — це довжина відрізка AM.

Задача вимагає, щоб площа квадрата була між 36 см² та 81 см², тобто:

36≤AM2≤81

Для того, щоб знайти відповідні межі для AM, скористаємося коренем квадратним:

√36 ≤ AM ≤ √81

6 ≤ AM ≤ 9

### Визначимо ймовірність.

Точка M випадковим чином ставиться на відрізок AB довжиною 12 см. Тому довжина відрізка AM може варіюватися від 0 до 12 см.

Нам потрібно знайти ймовірність того, що AM знаходиться в межах від 6 см до 9 см. Це можна зробити, обчисливши відносну довжину цього інтервалу:

P(6 ≤ AM ≤ 9)=(довжина бажаного інтервалу)/(довжина всього відрізка)= (9−6) / 12 = 3 / 12 = 1/4

**Завдання №3**

На стелажі бібліотеки у випадковому порядку розставлено 15 підручників, причому 5 з них переплетені. Бібліотекар бере наугад 3 підручники. Знайти ймовірність того, що хоча б один з підручників, що взятий, буде переплетений (подія ).

У задачі є 15 підручників, 5 з яких переплетені. Бібліотекар випадковим чином вибирає 3 підручники. Необхідно знайти ймовірність того, що хоча б один з вибраних підручників буде переплетений.

### Загальна кількість можливих варіантів вибору 3 підручників

Загальна кількість способів вибрати 3 підручники з 15 можна обчислити за допомогою комбінацій:

C(15,3) = (15×14×13)/( 3×2×1) ​= 455

### Кількість варіантів, коли жоден з вибраних підручників не переплетений

Якщо жоден з вибраних підручників не буде переплетений, то всі три підручники повинні бути з 10 непереплетених. Кількість таких варіантів:

### C(10,3)=(10×9×8)/(3×2×1)=120 Кількість варіантів, коли хоча б один з вибраних підручників переплетений

Щоб знайти ймовірність того, що хоча б один з вибраних підручників буде переплетений, скористаємося доповнювальною ймовірністю. Тобто, ймовірність того, що хоча б один підручник переплетений, дорівнює:

P(хоча б один переплетений)=1−P(жоден не переплетений)

Ймовірність того, що жоден з вибраних підручників не буде переплетений:

P(жоден не переплетений)=C(10,3) / C(15,3)=120 / 455

Отже, ймовірність того, що хоча б один з вибраних підручників переплетений:

P(хоча б один переплетений)=1−(120 / 455)=(455−120) / 455=335 / 455

### Спрощення дробу

Спрощуємо дріб 335 / 455

335 / 455​ = 67 / 91​

**Завдання №4**

Для сигналізації про аварію встановлено два сигналізатори, що працюють незалежно один від одного. Ймовірність того, що при аварії спрацює перший сигналізатор, складає 0,95, другий – 0,9. Знайти ймовірність того, що при аварії спрацює: а) лише один сигналізатор; б) хоча б один сигналізатор.

Задача полягає у знаходженні ймовірностей для двох сигналізаторів, які працюють незалежно один від одного, із заданими ймовірностями спрацьовування кожного сигналізатора при аварії.

**Вихідні дані:**

* Ймовірність того, що спрацює перший сигналізатор: P(A) = 0,95
* Ймовірність того, що спрацює другий сигналізатор: P(B) = 0,9
* Оскільки сигналізатори працюють незалежно, ймовірність того, що не спрацює перший сигналізатор, дорівнює P(A^c) = 1 - P(A) = 0,05, а ймовірність того, що не спрацює другий сигналізатор, дорівнює P(B^c) = 1 - P(B) = 0,1

**Знайдемо ймовірність того, що спрацює лише один сигналізатор.**

Для цього потрібно розглянути два випадки:

1. Спрацює лише перший сигналізатор (другий не спрацює).
2. Спрацює лише другий сигналізатор (перший не спрацює).
3. Ймовірність того, що спрацює лише перший сигналізатор, дорівнює:

P(A∩Bc) = P(A)⋅P(Bc) = 0,95 ⋅ 0,1 = 0,095

Ймовірність того, що спрацює лише другий сигналізатор, дорівнює:

P(Ac∩B) = P(Ac) ⋅ P(B) = 0,05 ⋅ 0,9 = 0,045

Отже, ймовірність того, що спрацює лише один сигналізатор, дорівнює:

P(лише один) = P(A∩Bc) + P(Ac∩B) = 0,095 + 0,045 = 0,14

### Знайдемо ймовірність того, що спрацює хоча б один сигналізатор.

Ймовірність того, що хоча б один сигналізатор спрацює, можна знайти як доповнення до ймовірності того, що не спрацює жоден сигналізатор:

P(хоча б один) = 1 − P(ні один не спрацює) = 1 − P(Ac∩Bc)

Ймовірність того, що не спрацює жоден сигналізатор:

P(Ac∩Bc) = P(Ac) ⋅ P(Bc) = 0,05 ⋅ 0,1 = 0,005

Отже, ймовірність того, що хоча б один сигналізатор спрацює:

P(хоча б один) = 1 − 0,005 = 0,995

**Завдання №5**

Серед 100 лотерейних білетів є 5 виграшних. Знайти ймовірність того, що 2 наугад витягнуті білети будуть виграшними.

Задача полягає в знаходженні ймовірності того, що два наугад витягнуті білети з 100 будуть виграшними, якщо серед цих 100 є 5 виграшних білетів.

**Вихідні дані:**

* Загальна кількість лотерейних білетів: 100.
* Кількість виграшних білетів: 5.
* Кількість білетів, що не є виграшними: 100−5=95100 - 5 = 95100−5=95.
* Необхідно знайти ймовірність того, що два витягнуті білети будуть виграшними.

### Загальна кількість способів вибору 2 білетів з 100

Загальна кількість способів вибрати 2 білети з 100 можна обчислити за допомогою комбінацій:

C(100,2) = 100 × 992 = 4950

### Кількість способів вибору 2 виграшних білетів з 5

Кількість способів вибрати 2 виграшних білети з 5 можна обчислити також за допомогою комбінацій:

C(5,2) = 5 × 42 = 10

### Ймовірність того, що обрані 2 білети будуть виграшними

Ймовірність того, що обрані 2 білети будуть виграшними, дорівнює відношенню кількості сприятливих варіантів до загальної кількості варіантів:

P(обрані 2 виграшних) = C(5,2) / C(100,2) = 10 / 4950

P(обрані 2 виграшних) = 1 / 495