Comenzado el	viernes, 16 de junio de 2023, 11:48
Estado	Finalizado
Finalizado en	viernes, 16 de junio de 2023, 17:56
Tiempo empleado	6 horas 8 minutos
Calificación	**3,00** de 10,00 (**30**%)

Pregunta **1**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 1,00

Suponga que se tienen n datos de un conjunto definido como $S_n = \{(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)\}$, el cual corresponde al conjunto de pares ordenados de una función desconocida $y = f(x)$. Sin embargo, se desea conocer la tendencia que siguen estos datos para cálculos posteriores, y la forma del patrón correspondería a la ecuación $y = \sqrt{\exp(ax + b)}$. Una buena forma de estimar estos datos utilizando el método de mínimos cuadrados es haciendo el siguiente cambio de variable:

- a. $z = \ln^2 y$
- b. $z = \ln y^2$
- c. $z = \sqrt{\ln y}$
- d. $z = \ln \exp y$ ✖

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es: $z = \ln y^2$

Pregunta 2

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Uno de los métodos más comunes para minimizar cuadráticamente un conjunto de datos sobre un modelo es el **análisis del error cuadrático**, el cual consiste en:

a. Encontrar el mínimo de la función $|e||_2^2 = \sum_{i=1}^{n} |y_i - f(x_i)|^2$, derivándolo con respecto a las variables desconocidas y buscando cuándo esta derivada se anula.

b. Tomar cada punto (x_i, y_i) y construir la ecuación $y_i = f(x_i)$ para resolverlo utilizando la traspuesta del sistema, de la forma $\bar{x} = (A^T \cdot A)^{-1} A^T \cdot b$

c. Tomar cada punto (x_i, y_i) y construir la ecuación $y_i = f(x_i)$ para resolverlo con uno de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, como por ejemplo la descomposición ALU.

d. Tomar cada punto (x_i, y_i) y construir la ecuación $y_i = f(x_i)$ para luego transformar el sistema de matriz en una descomposición especial y así resolverlo.

Respuesta correcta

La respuesta correcta es: Encontrar el mínimo de la función $|e||_2^2 = \sum_{i=1}^{n} |y_i - f(x_i)|^2$, derivándolo con respecto a las variables desconocidas y buscando cuándo esta derivada se anula.

Pregunta 3

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 1,00

En una práctica de laboratorio se midieron de un péndulo los siguientes datos de longitudes y períodos: $L = \{0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70\}$, y $T = \{1.40, 1.46, 1.53, 1.60, 1.66\}$. Además, se sabe teóricamente que $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Una manera válida de estimar el valor de g a partir de la ecuación teórica anterior, es:

a. $\bar{g} = 4\pi \cdot \frac{\sum L_i^2}{\sum L_i T_i}$

b. $\bar{g} = 4\pi^2 \cdot \frac{\sum L_i}{\sum L_i T_i^2}$

c. $\bar{g} = 4\pi \cdot \frac{\sum L_i}{\sum L_i T_i}$

d. $\bar{g} = 4\pi^2 \cdot \frac{\sum L_i^2}{\sum L_i T_i^2}$

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es: $\bar{g} = 4\pi^2 \cdot \frac{\sum L_i^2}{\sum L_i T_i^2}$

Pregunta **4**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 1,00

Se desea aproximar numéricamente la integral $displaystyle $\int_0^1 x^2 dx$ mediante una suma de Riemann por la derecha. La expresión que permite calcular esta aproximación utilizando n intervalos es:

- a. $\displaystyle \int_0^1 x^2 dx \approx \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{i+1}{n}\right)^2$
- b. $\displaystyle \int_0^1 x^2 dx \approx \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} i^2$ ✖
- c. $\displaystyle \int_0^1 x^2 dx \approx \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} i$
- d. $\displaystyle \int_0^1 x^2 dx \approx \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{i}{n}\right)^2$

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es: $\displaystyle \int_0^1 x^2 dx \approx \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{i+1}{n}\right)^2$

Pregunta **5**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 1,00

Supongamos que la integral $\displaystyle \int_a^b f(x)dx$ la hemos aproximado por la cuadratura Q_h, ya sea por la regla del punto medio, del trapecio o de Simpson. Para que la siguiente estimación del error de cuadratura sea $\displaystyle \left|\int_a^b f(x)dx - Q_h\right| \leq C_k h^{k+1}$, donde C_k depende de k pero no de h, una de las condiciones que debe cumplir $f(x)$ es que:

- a. La función $f(x)$ debe ser $k+1$ veces diferenciable
- b. La función $f(x)$ debe ser k veces continua
- c. La función $f(x)$ debe ser k veces diferenciable ✖
- d. La función $f(x)$ debe ser $k+1$ veces continua

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es: La función $f(x)$ debe ser $k+1$ veces diferenciable

Pregunta 6

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Se quiere aproximar la integral $\int_0^{\pi} e^x \cos x dx$ utilizando la regla de Simpson compuesta, dividiendo el intervalo $[0, \pi]$ en n subintervalos. El error absoluto y el número de subintervalos n obtenidos por la regla de Simpson compuesta, utilizando un mínimo de error de 10^{-4}, son:

- a. $\left|\int_a^b f(x)dx - Q_h\right| \leq \frac{e^{3\pi}\pi^2}{400n^2}, \quad n = 18$ ✔
- b. $\left|\int_a^b f(x)dx - Q_h\right| \leq \frac{e^{3\pi}\pi^2}{400n^2}, \quad n = 17$
- c. $\left|\int_a^b f(x)dx - Q_h\right| \leq \frac{e^{\pi}\pi^5}{720n^4}, \quad n = 18$
- d. $\left|\int_a^b f(x)dx - Q_h\right| \leq \frac{e^{\pi}\pi^5}{720n^4}, \quad n = 17$

Respuesta correcta

Las respuestas correctas son: $\left|\int_a^b f(x)dx - Q_h\right| \leq \frac{e^{\pi}\pi^5}{720n^4}, \quad n = 18$, $\left|\int_a^b f(x)dx - Q_h\right| \leq \frac{e^{\pi}\pi^5}{720n^4}, \quad n = 17$, $\left|\int_a^b f(x)dx - Q_h\right| \leq \frac{e^{3\pi}\pi^2}{400n^2}, \quad n = 18$, $\left|\int_a^b f(x)dx - Q_h\right| \leq \frac{e^{3\pi}\pi^2}{400n^2}, \quad n = 17$

Pregunta 7

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 1,00

Dado el PVI:

$$\begin{cases} y' &= 4x(y+1) \\ y(0) &= 1 \end{cases}$$

La segunda iteración (x_2, y_2) con el método de Forward-Euler con paso $h = 0.5$ es:

- a. $x_2 = 1.5, \quad y_2 = 11$
- b. $x_2 = 1, \quad y_2 = -1$
- c. $x_2 = 1, \quad y_2 = 3$
- d. $x_2 = 0, \quad y_2 = 1$ ✖

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es:
$x_2 = 1, \quad y_2 = 3$

Pregunta **8**

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 1,00

Dada la siguiente función $f(x) = \frac{1+\alpha x}{2}$, se tiene dos conjuntos de datos: $Y_n = (y_1, \ldots, y_n)$, correspondiente a la salida esperada de la función, y $X_n = (x_1, \ldots, x_n)$, correspondiente a los datos de entrada. Para poder estimar α hay que calcular:

a. $$\bar{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

b. $$\bar{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2x_i y_i - x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

c. $$\bar{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$$

d. $$\bar{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2x_i y_i - x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$$

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es:

$$\bar{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2x_i y_i - x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$$

Pregunta 9

Incorrecta

Se puntúa 0,00 sobre 1,00

El movimiento oscilatorio de un péndulo sin excitación, cuyo amortiguamiento es proporcional a su velocidad instantánea de oscilación, viene modelado por el problema de valores iniciales

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}(t) + \kappa\dot{\theta}(t) + \mu\sin(\theta(t)) &= 0 \\ \theta(0) &= \theta_0 \end{aligned}$$

donde $\theta(t)$ es el ángulo instantáneo que forma el péndulo con la vertical, $\dot{\theta}(t) = \frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}$ es la velocidad angular y $\ddot{\theta}(t) = \frac{\mathrm{d}^2\theta(t)}{\mathrm{d}t^2}$ es la aceleración angular.

Al aplicar el método de Forward Euler con $h = 0.2$ y considerando $\kappa = 5$, $\mu = 2$ y las condiciones iniciales:

$$\begin{bmatrix} \theta_0 \\ \dot{\theta}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

se obtiene la siguiente aproximación para $\dot{\theta}(1)$ (la velocidad angular en $t = 1$):

- a. -0.4142 ✖
- b. -0.3949
- c. -0.3743
- d. -0.3886

Respuesta incorrecta.

La respuesta correcta es:
-0.3886

Pregunta **10**

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

Considere la siguiente ecuación diferencial:

$$(A) = \begin{cases} y'' & = & -y - 2\sin(t) \\ y(0) & = & 0 \\ y(\pi/2) & = & 0 \end{cases}$$

Al aplicar el método de diferencias finitas, el término en la diagonal de la matriz del correspondiente sistema de ecuaciones es:

- a. $-\left(\frac{\pi^2}{100}\right)$
- b. $-\left(\frac{\pi^2}{10} - 2\right)$
- c. $-\left(\frac{\pi^2}{100} - 2\right)$ ✔
- d. $-\left(\frac{\pi^2}{10} - 1\right)$

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

$-\left(\frac{\pi^2}{100} - 2\right)$

+56 32 2652734 - dired@usm.cl