если у нас $t < t_0$ то (S) будет равно 0. $S=0$

$\boxed{Д/З\ 5}$

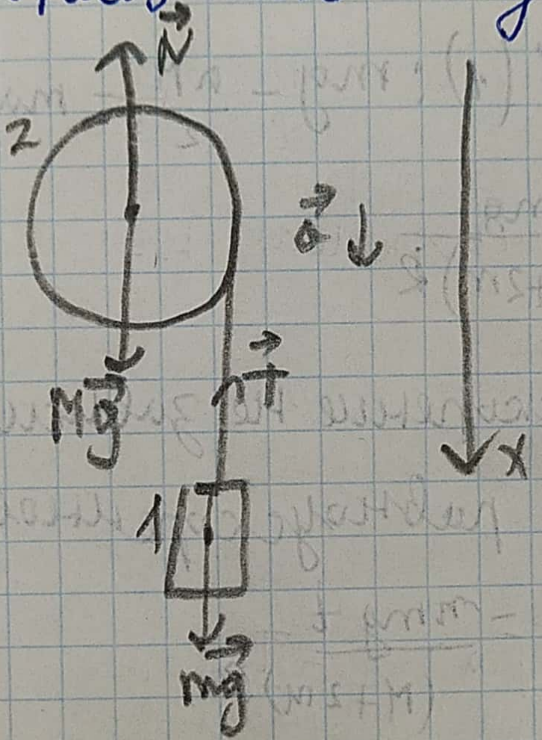
Динамика вращательного движения

1. Дано

$M, R, m$

$t=0$

$|w|(t)$




1 - движение поступат., 2 - вращат

1) $F=ma$

$\vec{T}+m\vec{g}=m\vec{a}$ ox: $mg-T=ma$ (1)

2) $\Sigma\vec{M}=I\vec{\varepsilon}$

$\cancel{\vec{M}_N}^{0}+\cancel{\vec{M}_{Mg}}^{0}+\vec{M}_T=I\varepsilon \Leftrightarrow M_T=I\varepsilon$

$M_T=T\cdot R$ ; $I=\frac{MR^2}{2}$

$TR = \frac{1}{2} M R^2 \varepsilon$

$T = \frac{MR}{2} \cdot \varepsilon$

$a = \varepsilon R \Rightarrow \varepsilon = \frac{a}{R}$, $T = \frac{MR}{2} \cdot \frac{a}{R} = \frac{aM}{2}$

поставим в (1): $mg - \frac{aM}{2} = ma \Leftrightarrow a = g\frac{2M}{m+2M}$

$\varepsilon = \frac{a}{R} = \frac{2mg}{(M+2m)R}$

Угловое ускорение не зависит от времени $\Rightarrow$ вращение равноускоренное $\Rightarrow$

$w(t) = \varepsilon t = \frac{mmg\,t}{(M+2m)R}$

$$\boxed{\text{Ответ: } w(t) = \frac{2\,mgt}{(M+2m)R}}$$

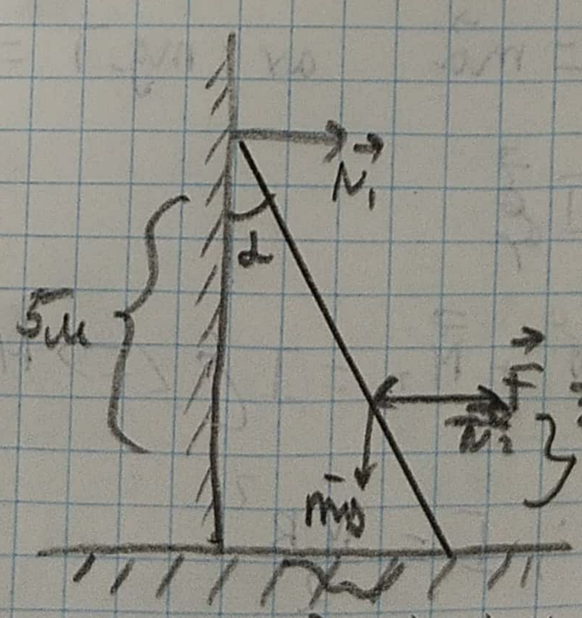
2. $m = 10$ кг

$h = 5$ м

$\alpha = 60^\circ$

---

$F_{min}$




$\frac{l}{2}\cos\alpha$ плечо $F$

$\frac{l}{2}\sin\alpha$ плечо $m\vec{g}$

Если верхний конец не будет касаться стене, то на этот конец не будут действовать никакие силы со стороны стены => на лестницу будут действовать только $\vec{mg}$, $\vec{N}_2$ и $\vec{f}$

лестница в равновесии =>

$$\begin{cases} M_2 - M_1 = 0 \\ M_1 = f \cdot \frac{l}{2} \cos\alpha \\ M_2 = mg \cdot \frac{l}{2} \sin\alpha \end{cases}$$

$$f \cdot \frac{l}{2} \cos\alpha = mg \sin\alpha \frac{l}{2}$$

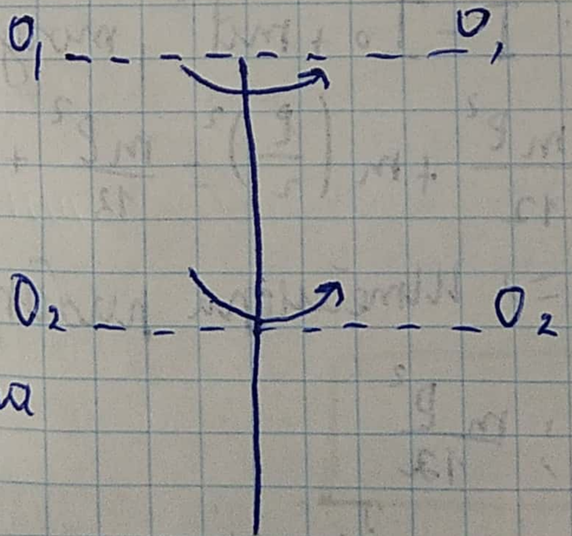
$$f = mg\, tg\alpha = 10 \cdot 9{,}8 \cdot \sqrt{3} = 169{,}74\ Н$$

$\boxed{\text{Ответ: } 169{,}74\ Н}$

3. $m, l$
$O_1, O_2$

---

$I_1, I_2$
т. Штейнера




$$I = \int r^2\, dm$$

$dI = r^2 dm$; $dm = \frac{m}{l} dx$ – деления стержня на элементы

Если элемент стержня находится на расстоянии $x$ от оси, то его момент инерции $dI = x^2 dm$, т.е $dI = \frac{m}{l} x^2 dx$

Интегрируем выражение $O_1$:

$$I_0 = \int_0^l \frac{m}{l} x^2 dx = \frac{m}{l} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^l = \frac{ml^2}{3}$$

для $O_2$: (умножаем на 2 для 2-ух половин)

$$I_1 = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{m}{l} x^2 dx = 2 \cdot \frac{m}{l} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^{\frac{l}{2}} = \frac{ml^2}{12}$$

т. Штейнера: $I = I_0 + md^2$, тогда

$$I_1 = I_0 + md^2 = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{12} + \frac{ml^2}{4} =$$
$$= \frac{4ml^2}{12} = \frac{ml^2}{3} \Rightarrow$$ Штейнера работает

$$\boxed{\text{Ответ: } \frac{ml^2}{3};\ \frac{ml^2}{12}}$$

5. Дано

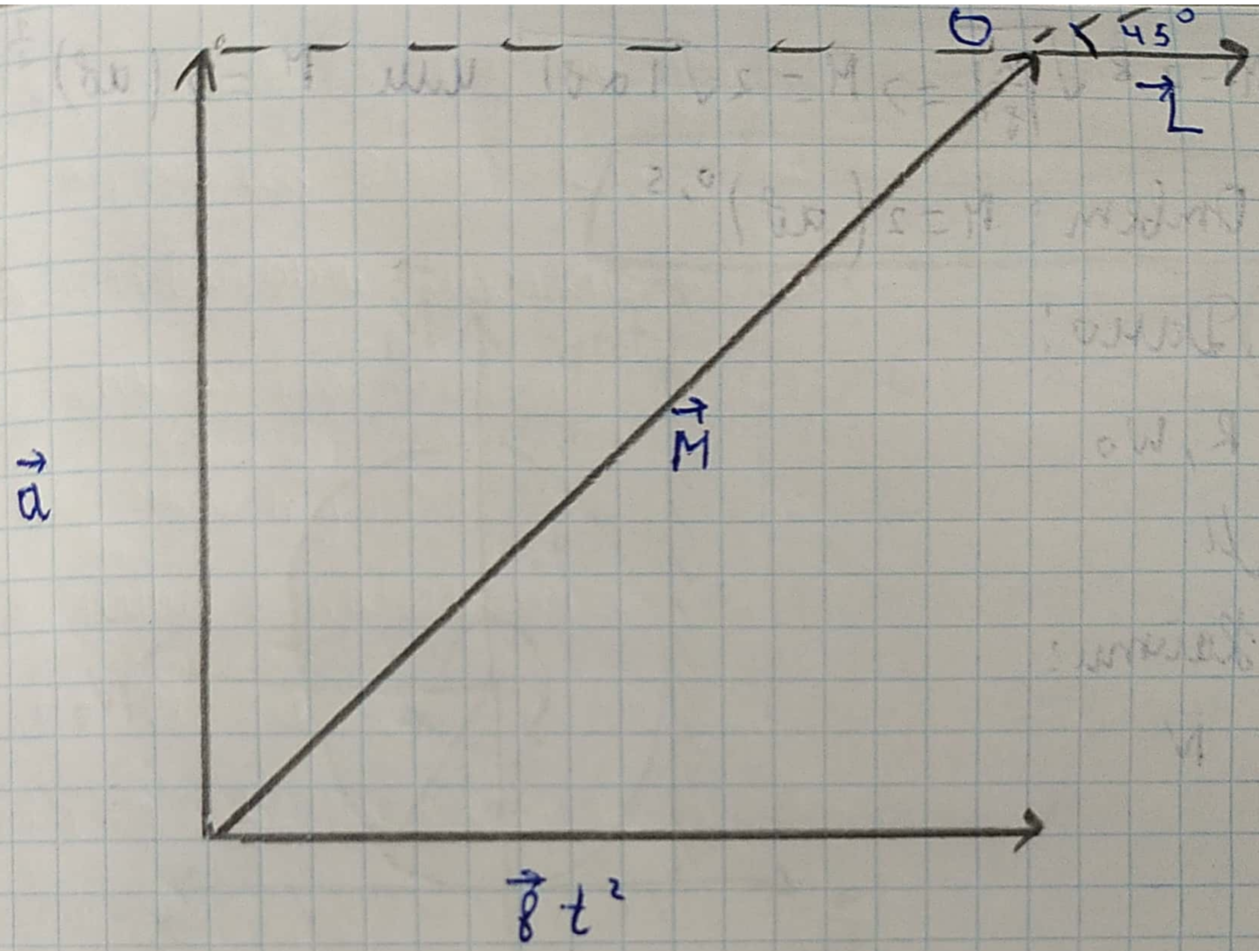
$l = a + bt^2$

$\vec{a}, \vec{b}$ - const

$\vec{a} \perp \vec{b}$

$\angle(L; M) = 45°$

$M$ - ?




Момент силы относительно точки O:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{p}}{dt} = 2b\vec{t}$$

$$\cos 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\vec{M}\,\vec{L}}{|\vec{M}|\,|\vec{L}|} = \frac{(\vec{a}+\vec{b}t)\cdot(2b\vec{t})}{\sqrt{a^2+b^2+t^4}\cdot 2bt} =$$

$$= \frac{2b^2t^3}{\sqrt{a^2+b^2t^4}\,2bt} = \frac{bt^2}{\sqrt{a^2+b^2t^4}}$$

$$\frac{bt^2}{\sqrt{a^2+b^2t^4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 4b^2t^4 = 2a^2+2b^2t^4 \Leftrightarrow$$

$$8b^2t^4 = 8a^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\left|\frac{a}{b}\right|}$$

Сканировано с CamScanner

$M = 2\bar{B}\sqrt{\left|\frac{a}{\delta}\right|} \Rightarrow M = 2\sqrt{|a\delta|}$ или $M = 2(a\delta)^{\frac{1}{2}}$

$\boxed{\text{Ответ: } M = 2(a\delta)^{0,5}}$

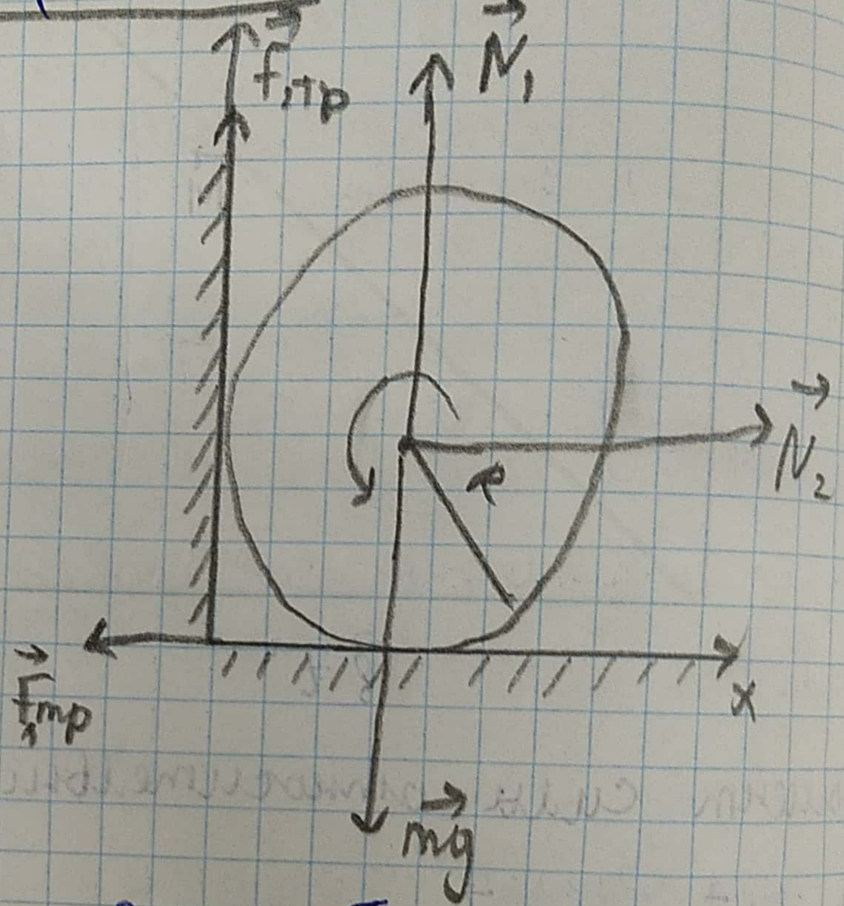
6 Дано:

R, $W_0$

$\mu$

Найти:

N




т.к. цилиндр неподвижен $\Sigma$ сил $= 0$

$Oy: N_1 + f_2 - mg$

$O_x: -f_1 + N_2 = 0 \Leftrightarrow f_1 - N_2 = 0$

при проскальзывании сила трения максимальна:

$f_{1тр} = \mu N_1$; $f_{2тр} = \mu N_2$

объединим уравнения.

Сканировано с CamScanner

$$f_{1тр} = \mu m \frac{g}{1+\mu^2}; \quad f_{2тр} = \mu^2 m \frac{g}{1+\mu^2}$$

$$I = \frac{mR^2}{2}$$

$$M = I\beta \Rightarrow \beta = \frac{M}{I} = \frac{f\ell}{I}$$

$$\beta = \frac{-F_{тр1} \cdot R - f_{2тр} \cdot R}{I} = -2\mu \frac{g}{R} \cdot \frac{1+\mu}{1+\mu^2}$$

Скорость цилиндра в зависимости от времени:

$$w(t) = w_0 \cdot \beta t$$

полное время вращения: $w(T) = 0$

$$w_0 = 2 \cdot T\mu \cdot \frac{g}{R} \frac{1+\mu}{1+\mu^2}$$

$$T = \frac{R w_0}{g} \cdot \frac{(1+\mu^2)}{2k(1+\mu)}$$

полное число оборотов.

$$N = \frac{1}{2\pi} \int_0^T w(t)\, dT = \frac{1}{2\pi} \left( w_0 T + \frac{\beta T^2}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{8\pi\mu g} \cdot \frac{R}{1+\mu} (1+\mu^2) w_0^2$$

Сканировано с CamScanner

$$\boxed{\text{Ответ: } \frac{\omega_0^2(1+\mu^2)R}{8\pi\mu(1+\mu)g}}$$

7. Дано:

$R = 6{,}38 \cdot 10^6$ м

$M = 5{,}976 \cdot 10^{24}$ кг

Найти:

$L_1, L_2$

$L = I\omega$

Cмомент инерции шара:

$$I = \frac{2}{5}MR^2 = \frac{2}{5} \cdot 5{,}976 \cdot 10^{24} \cdot (6{,}38 \cdot 10^6)^2 = 97{,}3 \cdot 10^{36}\ кг \cdot м^2$$

Значит $L_1 = I\omega = I \cdot \frac{2\pi}{T} = 97{,}3 \cdot 10^{36} \cdot \frac{2 \cdot 3{,}14}{86400} =$

$= 7{,}07 \cdot 10^{33}\ кг \cdot \frac{м^2}{с}$ – относительно оси вращения

$$I_2 = MR^2 = 5{,}976 \cdot 10^{24} \cdot (6{,}38 \cdot 10^6)^2 = 24{,}3 \cdot 10^{37}$$

Момент импульса отн-но Солнца:

$$L_2 = I_2 \cdot \omega = I_2 \cdot \frac{2\pi}{T} = 24{,}3 \cdot 10^{37} \cdot \frac{2 \cdot 3{,}14}{365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600} =$$

$= 4{,}84 \cdot 10^{31}\ кг \cdot \frac{м^2}{с}$

Ответ: $7{,}07 \cdot 10^{33}\ кг\ \frac{м^2}{с}$ – L земли

$4{,}84 \cdot 10^{31}\ кг\ \frac{м^2}{с}$ – L солн

Сканировано с CamScanner