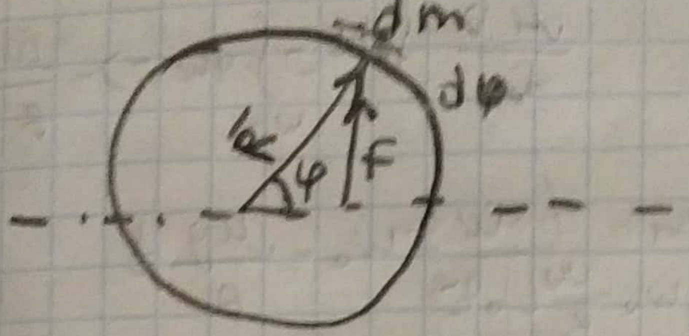
$\boxed{ДЗ/3\ 6}$



$\boxed{N1}$

m

R

$dI = dm\, r^2 \qquad r = R\sin\varphi$

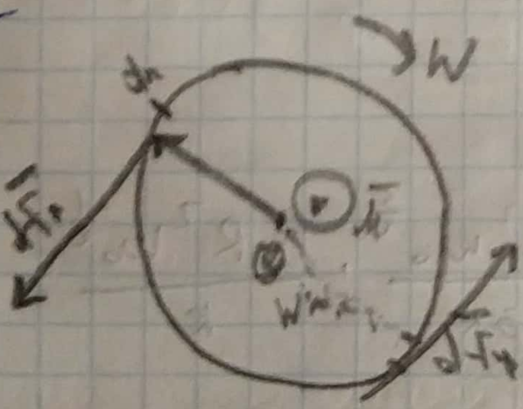
$dI = dm\, R^2 \sin\varphi$

$m = 2\pi R \cdot \frac{dm}{dl} = \frac{m}{l} \cdot 2\pi R = \frac{dm}{dR} \int d\varphi$

$dI = \frac{m}{2\pi} d\varphi R^2 \sin^2\varphi \qquad dm = \frac{m}{2\pi} d\varphi$

$dI = \frac{mR^2}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin\varphi\, d\varphi \rightarrow I = \frac{mR^2}{2\pi}\left(\frac{1}{2}\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{4}\right)\Big|_0^{2\pi} =$

$= \frac{mR^2}{2\pi}(\pi) = \frac{mR^2}{2}$



$\boxed{N2}$ R

W_0

μ

$n \rightarrow$

$t \rightarrow$

$\sum \overline{M} = I \cdot \overline{\varepsilon}$

$d\overline{M} = -df_{тр} \cdot R = [\overline{R} \cdot \overline{f}_{тр}]$

$-df_{тр} = \mu\, dN = \mu\, dmg$

$dM = -\mu\, dm g \cdot R$ $\qquad M = \mu g mR = mR^3 \frac{dw}{dt}$

$\int dM = -\mu g R \int dm \qquad \frac{\mu g}{R} \int_0^t dt = -\int_{w_0}^{w} dw \Rightarrow -\frac{\mu g}{R} t = w - w_0$

$M = \mu g R m$

$\varphi(t_{ост}) = \int_0^{t_{ост}} w\, dt = \int_0^{t_{ост}} (w_0 - \frac{\mu g}{R} t)\, dt$

$w = w_0 - \frac{\mu g}{R} t$

$w(t_{ост}) = 0 \Rightarrow 0 = w_0 - \frac{\mu g}{R} t_{ост}$

$t_{ост} = \frac{w_0 R}{\mu g}$

$= w_0 t_{ост} - \frac{\mu g\, t_{ост}^2}{2R} = \frac{w_0^2 R}{\mu g} - \frac{w_0^2 R}{2\mu g} = \frac{w_0^2 R}{2\mu g}$

$n = \frac{\varphi(t_{ост})}{2\pi} = \frac{w_0^2 R}{2\mu g 2\pi}$

$\boxed{3}$ $w_0 = 45$ рад/с

$w_{ср} - ?$

$w_{ср} = \frac{\varphi_0}{t_0} = \frac{mR^2 w_0^{\frac{3}{2}}}{3k} : \frac{mR^2 w_0^{\frac{1}{2}}}{k} = \frac{1}{3} w_0$

Объяснение: Средняя угловая скорость поворота равна отношению полного угла поворота ко всему времени, за которое этот поворот происходил?

так, как $w_0 = 45$ рад/с соответственно

$$w_{ср} = \frac{1}{3} w_0 = 15 \text{ рад/с}$$

$\boxed{4.}$

Дано:

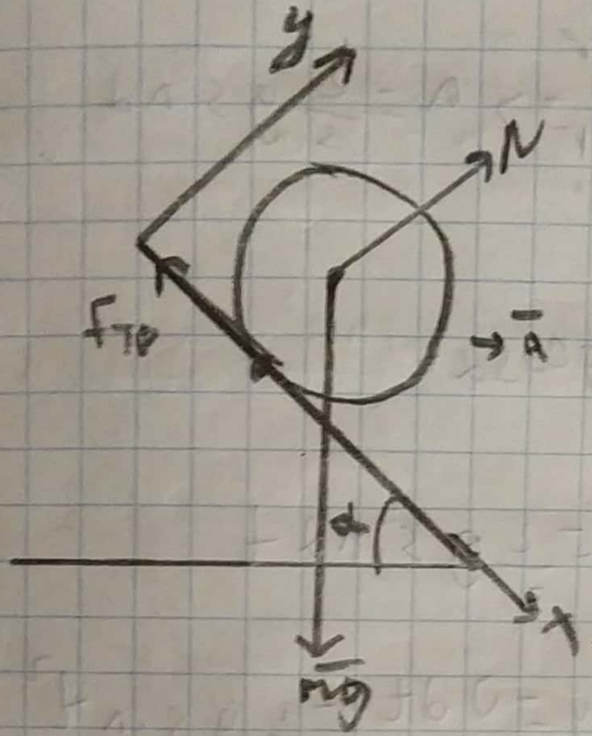
R, M, α, μ

$x_y(t)$ - ?

$y_y(t)$ - ?

$p(s)$ - ?

$F_{кон}$ - ?



$$y_y = R$$

$$\bar{\Sigma F} = m\bar{a}$$

$$\bar{N} + \bar{F}_{тр} + m\bar{g} = m\bar{a}$$

$$x: -F_{тр} + mg\sin\alpha = ma$$

$$y: N - mg\cos\alpha = 0$$

$$N = mg\cos\alpha$$

$$\bar{\Sigma M} = \bar{I} \cdot \bar{\varepsilon}$$

$$\bar{M}_{F_{тр}} + \bar{M}_{r} = \bar{M}_{тро} = \bar{I}\,\bar{\varepsilon}$$

$$F_{тр} \cdot R = I\varepsilon \qquad I = \frac{MR^2}{2}$$

Сканировано с CamScanner

$F_{тр} \cdot R = \frac{mR^2}{2} a R$

$a = 2\frac{F_{тр} mR}{mR}$

$-F_{тр} + mg\sin\alpha = \frac{m 2F_{тр}}{m}$

$F_{тр} = \frac{mg\sin\alpha}{3} \Rightarrow a = \frac{2}{3} g\sin\alpha$

$F_{тр} < \mu N$

$\frac{1}{3} mg\sin\alpha < \mu mg\cos\alpha$

$\mu > \frac{tg\alpha}{3}$ $\qquad$ $v = \frac{2}{3} g\sin\alpha t$

$x_y = v\,dt = \frac{1}{3} g\sin t^2$

$v = wR$ $\quad$ $w = \frac{v}{R} = \frac{2}{3R} g\sin\alpha t \to \varphi = \frac{2}{3R} g\sin t^2$

$\boxed{5.}$

Момент инерции – величина аддитивная. Поэтому момент инерции I_3 диска с вырезом относительно точки O равен разности момента инерции диска $I_1(0)$ относительно точки O и моменти инерции малого диски $I_2(0)$

$\frac{I_1(0)}{I_3}$ Для вычислени моменти

инерции $I_2(0)$

$$I_2 0 = I_2(0') + \frac{m}{4}\left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$$I_2(0) = \frac{1}{2}\,\frac{m}{4}\left(\frac{R}{2}\right)^2 + \frac{mR^2}{16} = \frac{3}{32}\,mR^2$$

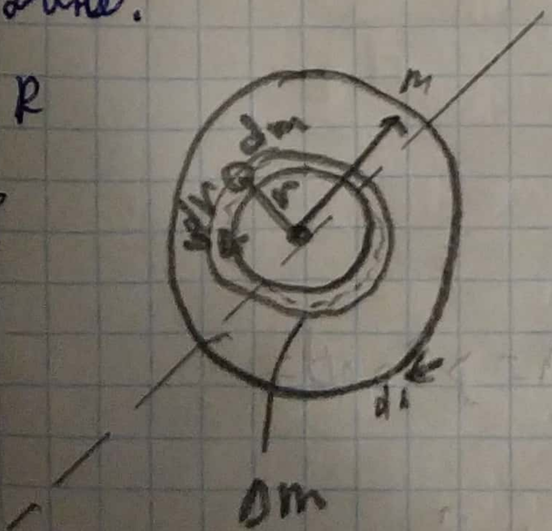
$$\frac{I_1(0)}{I_3} = \frac{I_1(0)}{I_1(0) - I_2(0)} = \frac{16}{13} = 1{,}23 \simeq 1{,}2$$

ответ: уменьшается в 1,2 раза

$\boxed{6.}$ Дано.

m, R

$I = ?$



Разобьем диск на кольца и проинтегрируем моменты инерции

$$I = \int_0^R \Delta I = \int_0^R \Delta m \cdot r^2 = \int_0^R \rho\, 2\pi r\, dr\, dh\, r^2$$

$$\Delta m = \rho \left(\frac{(2\pi r \cdot dr)\, dh}{dV} \right)$$

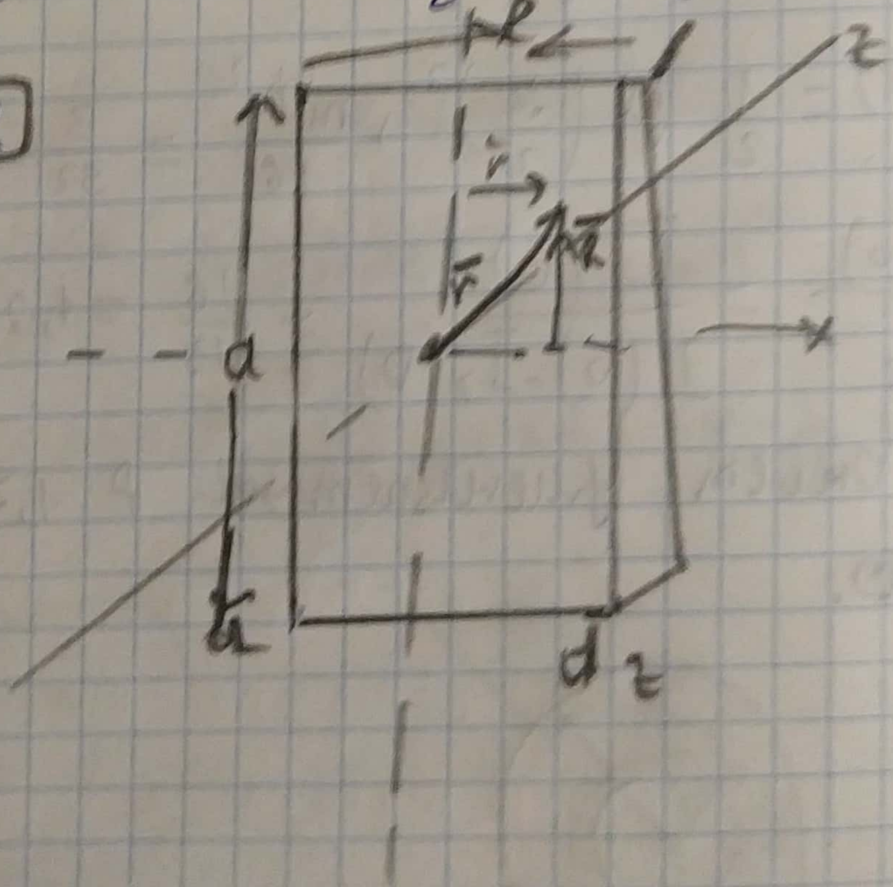
$$= \int_0^R \rho\, 2\pi r\, dr\, dh\, r^2 = \rho\, 2\pi\, dh \int_0^R r^3\, dr =$$

$$= \frac{\rho\, 2\pi\, dh\, r^4}{4 \cdot 2} \Big|_0^R = \frac{\rho(\pi R^2)\, dh\, R^2}{2} = \frac{m R^2}{2}$$

№7. Дано:

a, b, m

$I = ?$



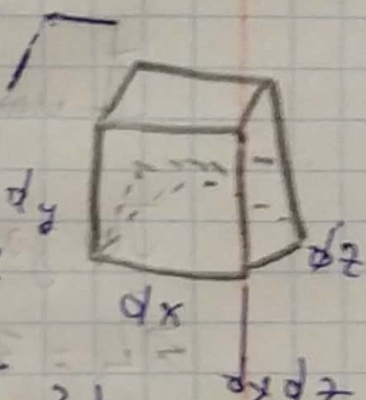
$$dm = \rho\, dx\, dy\, dz \qquad m = \rho\, b\, a\, dz$$

$$I_x = \int dm\, r_x^2 = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dm\, r^2, \quad r_x = y$$

$$I_x = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \rho\, dx\, dy\, dz \cdot y^2 = \rho\, dz \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dx \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} y^2 dy =$$

$$= \rho\, dz \cdot x \Big|_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \cdot \frac{y^3}{3} \Big|_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} = \rho\, dz \cdot b \cdot \frac{a^3}{12} = (\rho\, a\, b\, dz) \frac{a^2}{12} =$$

$$= \frac{m a^2}{12}$$



$$I_y = \int dm\, r_y^2 = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dm\, r_y^2, \quad r_y = x$$

$$I_y = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \rho\, dx\, dy\, dz\, x^2 = \rho\, dz \int_{-\frac{a}{2}} dy \int x^2 dx =$$

$$= \rho\, dz \cdot y \Big|_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} = (\rho\, dz \cdot a \cdot b) \frac{b^2}{12} = \frac{m b^2}{12}$$

$$I_z = \int dm\, r_z^2 = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dm\, r_z^2, \quad r_z^2, \quad r_z^2 = x^2 + y^2$$

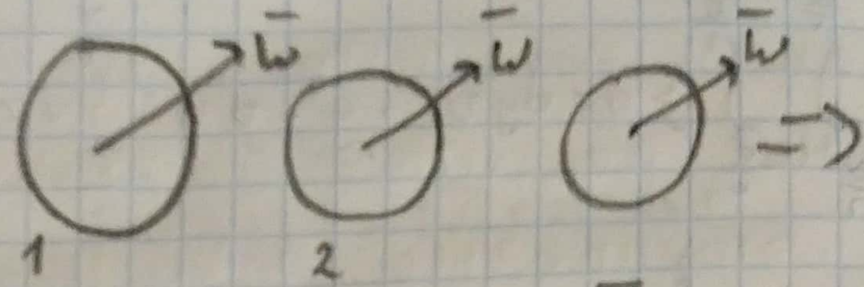
$$I_z = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \rho\, dx\, dy\, dz\, (x^2 + y^2) =$$

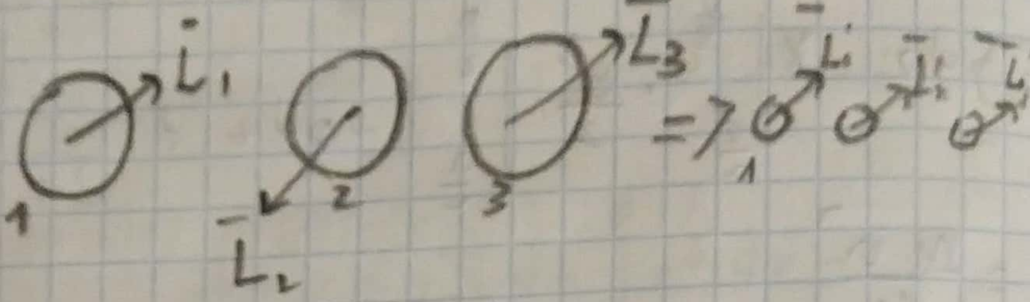
$$= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \rho\, dx\, dy\, dz\, x^2 + \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \rho\, dx\, dy\, dz\, y^2 = I_y + I_x = \frac{m}{12} \cdot (a^2 + b^2)$$

8 Дано:

ω

$\omega' = ?$





I момент каждого цилиндра

По закону сохранения момента импульса

$\sum \bar L = \sum \bar L'$

$\bar L_1 - \bar L_2 + \bar L_3 = \bar L_1 + \bar L'_2 + \bar L'_1$

$\bar\omega = 3\bar\omega'$

$\bar\omega' = \frac{\bar\omega}{3}$