

Домашнее задание №4

Планаризация графа

Назирджанов Некруз Р3110 вариант 40

	e ₁	e ₂	e ₃	e ₄	e ₅	e ₆	e ₇	e ₈	e ₉	e ₁₀	e ₁₁	e ₁₂	r
e ₁	0	1		1	1		1		1		1	1	7
e ₂	1	0	1						1	1	1		5
e ₃		1	0	1			1		1			1	5
e ₄	1		1	0	1	1			1	1	1	1	8
e ₅	1			1	0	1	1	1				1	6
e ₆				1	1	0	1		1		1	1	6
e ₇	1		1		1	1	0	1			1	1	7
e ₈					1		1	0					2
e ₉	1	1	1	1		1			0	1			6
e ₁₀		1		1					1	0			3
e ₁₁	1	1		1		1	1				0		5
e ₁₂	1		1	1	1	1	1					0	6

1. Поиск Гамильтонова цикла

$$S = \{e_1\}$$

$$S = \{e_1, e_2\}$$

$$S = \{e_1, e_2, e_3\}$$

$$S = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$$

$$S = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}\}$$

$$S = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_9\}$$

$$S = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_9, e_6\}$$

$$S = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_9, e_6, e_{11}\}$$

$$S = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_9, e_6, e_{11}, e_7\}$$

$$S = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_9, e_6, e_{11}, e_7, e_8\}$$

$$S = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_9, e_6, e_{11}, e_7, e_8, e_5\}$$

$$S = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_{10}, e_9, e_6, e_{11}, e_7, e_8, e_5, e_{12}\}$$

Ребро $e_{12}e_1$ существует, Гамильтонов цикл найден.



Матрица соединений графа с перенумерованными вершинами:

	e ₁	e ₂	e ₃	e ₄	e ₅	e ₆	e ₇	e ₈	e ₉	e ₁₀	e ₁₁	e ₁₂
e ₁	0	x		1		1		1	1		1	x
e ₂	x	0	x		1	1		1				
e ₃		x	0	x		1			1			1
e ₄	1		x	0	x	1	1	1			1	1
e ₅		1		x	0	x						
e ₆	1	1	1	1	x	0	x					
e ₇				1		x	0	x	1		1	1
e ₈	1	1		1			x	0	x			
e ₉	1		1				1	x	0	x	1	1
e ₁₀									x	0	x	
e ₁₁	1			1			1		1	x	0	x
e ₁₂	x		1	1			1		1		x	0

Матрица графа пересечений ребер:

	e ₁₋₄	e ₂₋₈	e ₁₋₆	e ₂₋₆	e ₂₋₅	e ₃₋₁₂	e ₁₋₈	e ₁₋₉	e ₁₋₁₁	e ₃₋₉	e ₃₋₆	e ₄₋₁₂	e ₄₋₁₁	e ₄₋₈	e ₄₋₇
e ₁₋₄	1	1		1	1	1				1	1				
e ₂₋₈	1	1	1			1				1		1	1		
e ₁₋₆		1	1			1				1		1	1	1	1
e ₂₋₆	1			1		1				1		1	1	1	1
e ₂₋₅	1				1	1				1	1	1	1	1	1
e ₃₋₁₂	1	1	1	1	1	1	1	1	1						
e ₁₋₈						1	1			1		1	1		
e ₁₋₉						1		1				1	1		
e ₁₋₁₁						1			1			1			
e ₃₋₉	1	1	1	1	1		1			1		1	1		
e ₃₋₆	1				1						1	1	1	1	1
e ₄₋₁₂		1	1	1	1		1	1	1	1	1	1			
e ₄₋₁₁		1	1	1	1		1	1		1	1		1		
e ₄₋₈			1	1	1						1			1	
e ₄₋₇			1	1	1						1				1

3. Построение семейства Ψ_G

$$M_{1\ 3}=111111000111111$$

$$M_{1\ 3\ 7}=111111100111111$$

$$M_{1\ 3\ 7\ 8}=111111110111111$$

$$M_{1\ 3\ 7\ 8\ 9}=111111111111111$$

$$\psi_1=\{e_{1\ 4}, e_{1\ 6}, e_{1\ 8}, e_{1\ 9}, e_{1\ 11}\}$$

$$M_{1\ 3\ 7\ 9}=111111101111111$$

$$M_{1\ 3\ 8}=111111010111111$$

$$M_{1\ 3\ 9}=111111001111111$$

$$M_{1\ 7}=110111100111100$$

$M_{1\ 7\ 8}=110111110111100$ $M_{1\ 7\ 8\ 9}=110111111111100$
 $M_{1\ 7\ 8\ 9\ 14}=111111111111110$ $M_{1\ 7\ 8\ 9\ 14\ 15}=111111111111111$
 $\psi_2=\{e_{1\ 4},e_{1\ 8},e_{1\ 9},e_{1\ 11},e_{4\ 8},e_{4\ 7}\}$

$M_{1\ 7\ 8\ 9\ 15}=111111111111101$ $M_{1\ 7\ 8\ 14}=111111110111110$
 $M_{1\ 7\ 8\ 15}=111111110111101$ $M_{1\ 7\ 9}=110111101111100$
 $M_{1\ 7\ 14}=111111100111110$ $M_{1\ 7\ 15}=111111100111101$
 $M_{1\ 8}=110111010111100$ $M_{1\ 9}=110111001111000$
 $M_{1\ 9\ 13}=111111111111100$ $M_{1\ 9\ 13\ 14}=111111111111110$
 $M_{1\ 9\ 13\ 14\ 15}=111111111111111$
 $\psi_3=\{e_{1\ 4},e_{1\ 11},e_{4\ 11},e_{4\ 8},e_{4\ 7}\}$

$M_{1\ 9\ 13\ 15}=111111111111101$ $M_{1\ 9\ 14}=111111001111010$
 $M_{1\ 9\ 15}=111111001111001$ $M_{1\ 12}=1111111111111000$
 $M_{1\ 12\ 13}=111111111111100$ $M_{1\ 12\ 13\ 14}=111111111111110$
 $M_{1\ 12\ 13\ 14\ 15}=111111111111111$
 $\psi_4=\{e_{1\ 4},e_{4\ 12},e_{4\ 11},e_{4\ 8},e_{4\ 7}\}$

$M_{1\ 12\ 13\ 15}=111111111111101$ $M_{1\ 12\ 14}=1111111111111010$
 $M_{1\ 12\ 15}=1111111111111001$ $M_{1\ 13}=111111110110100$
 $M_{1\ 14}=111111000110010$ $M_{1\ 15}=111111000110001$
 $M_{2\ 4}=111101000101111$ $M_{2\ 4\ 5}=111111000111111$
 $M_{2\ 4\ 5\ 7}=111111100111111$ $M_{2\ 4\ 5\ 7\ 8}=111111110111111$
 $M_{2\ 4\ 5\ 7\ 8\ 9}=111111111111111$
 $\psi_5=\{e_{2\ 8},e_{2\ 6},e_{2\ 5},e_{1\ 8},e_{1\ 9},e_{1\ 11}\}$

$M_{2\ 4\ 5\ 7\ 9}=111111101111111$ $M_{2\ 4\ 5\ 8}=111111010111111$
 $M_{2\ 4\ 5\ 9}=111111001111111$ $M_{2\ 4\ 7}=111101100101111$
 $M_{2\ 4\ 7\ 8}=111101110101111$ $M_{2\ 4\ 7\ 8\ 9}=111101111101111$
 $M_{2\ 4\ 7\ 8\ 9\ 11}=111111111111111$
 $\psi_6=\{e_{2\ 8},e_{2\ 6},e_{1\ 8},e_{1\ 9},e_{1\ 11},e_{3\ 6}\}$

$M_{2\ 4\ 7\ 8\ 11}=111111110111111$ $M_{2\ 4\ 7\ 9}=111101101101111$
 $M_{2\ 4\ 7\ 11}=111111100111111$ $M_{2\ 4\ 8}=111101010101111$

M_{2 4 9}=111101001101111

M_{2 4 11}=111111000111111

M_{2 5}=111011000111111

M_{2 7}=111001100101100

M_{2 7 8}=111001110101100

M_{2 7 8 9}=111001111101100

M_{2 7 8 9 11}=111011111111111

M_{2 7 8 9 14}=111111111111110

M_{2 7 8 9 14 15}=111111111111111

$\psi_7=\{e_{2 8}, e_{1 8}, e_{1 9}, e_{1 11}, e_{4 8}, e_{4 7}\}$

M_{2 7 8 9 15}=111111111111101

M_{2 7 8 11}=111011110111111

M_{2 7 8 14}=111111110111110

M_{2 7 8 15}=111111110111101

M_{2 7 9}=111001101101100

M_{2 7 11}=111011100111111

M_{2 7 14}=111111100111110

M_{2 7 15}=111111100111101

M_{2 8}=111001010101100

M_{2 9}=111001001101100

M_{2 11}=111011000111111

M_{2 14}=111111000111110

M_{2 15}=111111000111101

M_{3 4}=111101000101111

M_{3 4 5}=111111000111111

M_{3 4 5 7}=111111100111111

M_{3 4 5 7 8}=111111110111111

M_{3 4 5 7 8 9}=111111111111111

$\psi_8=\{e_{1 6}, e_{2 6}, e_{2 5}, e_{1 8}, e_{1 9}, e_{1 11}\}$

M_{3 4 5 7 9}=111111101111111

M_{3 4 7}=111101100101111

M_{3 4 7 8}=111101110101111

M_{3 4 7 8 9}=111101111101111

M_{3 4 7 8 9 11}=111111111111111

$\psi_9=\{e_{1 6}, e_{2 6}, e_{1 8}, e_{1 9}, e_{1 11}, e_{3 6}\}$

M_{3 4 7 8 11}=111111110111111

M_{3 4 7 9}=111101101101111

M_{3 4 7 11}=111111100111111

M_{3 4 8}=111101010101111

M_{3 4 9}=111101001101111

M_{3 4 11}=111111000111111

M_{3 5}=111011000111111

M_{3 7}=011001100101111

M_{3 8}=011001010101111

M_{3 9}=011001001101111

M_{3 11}=111011000111111

M_{4 5}=100111000111111

M_{4 7}=100101100101111

M_{4 8}=100101010101111

M_{4 9}=100101001101111

M_{4 11}=100111000111111

M_{5 7}=100011100111111

M_{5 8}=100011010111111

M_{5 9}=100011001111111

M_{6 10}=111111111101100

M_{6 10 11}=111111111111111

$$\psi_{10}=\{e_{3\ 12},e_{3\ 9},e_{3\ 6}\}$$

$$M_{6\ 10\ 14}=111111111111110 \quad M_{6\ 10\ 14\ 15}=111111111111111$$

$$\psi_{11}=\{e_{3\ 12},e_{3\ 9},e_{4\ 8},e_{4\ 7}\}$$

$$M_{6\ 10\ 15}=111111111111101$$

$$M_{6\ 11}=111111111011111$$

$$M_{6\ 12}=111111111111000$$

$$M_{6\ 12\ 13}=111111111111100$$

$$M_{6\ 12\ 13\ 14}=111111111111110$$

$$M_{6\ 12\ 13\ 14\ 15}=111111111111111$$

$$\psi_{12}=\{e_{3\ 12},e_{4\ 12},e_{4\ 11},e_{4\ 8},e_{4\ 7}\}$$

$$M_{6\ 12\ 13\ 15}=111111111111101$$

$$M_{6\ 12\ 14}=1111111111111010$$

$$M_{6\ 12\ 15}=1111111111111001$$

$$M_{6\ 13}=1111111111110100$$

$$M_{6\ 14}=111111111010010$$

$$M_{6\ 15}=111111111010001$$

$$M_{7\ 8}=000001110101100$$

$$M_{7\ 9}=000001101101100$$

$$M_{7\ 11}=100011100111111$$

$$M_{7\ 14}=001111100111110$$

$$M_{7\ 15}=001111100111101$$

$$M_{8\ 9}=000001011001100$$

$$M_{8\ 9\ 10}=111111111101100$$

$$M_{8\ 9\ 10\ 11}=111111111111111$$

$$\psi_{13}=\{e_{1\ 9},e_{1\ 11},e_{3\ 9},e_{3\ 6}\}$$

$$M_{8\ 9\ 10\ 14}=111111111111110$$

$$M_{8\ 9\ 10\ 14\ 15}=111111111111111$$

$$\psi_{14}=\{e_{1\ 9},e_{1\ 11},e_{3\ 9},e_{4\ 8},e_{4\ 7}\}$$

$$M_{8\ 9\ 10\ 15}=111111111111101$$

$$M_{8\ 9\ 11}=100011011011111$$

$$M_{8\ 9\ 14}=001111011011110$$

$$M_{8\ 9\ 15}=001111011011101$$

$$M_{8\ 10}=111111110101100$$

$$M_{8\ 11}=100011010011111$$

$$M_{8\ 14}=001111010011110$$

$$M_{8\ 15}=001111010011101$$

$$M_{9\ 10}=111111101101100$$

$$M_{9\ 11}=100011001011111$$

$$M_{9\ 13}=011111111111100$$

$$M_{9\ 14}=001111001011010$$

$$M_{9\ 15}=001111001011001$$

Семейство максимальных внутренне устойчивых множеств:

$$\psi_1=\{e_{1\ 4},e_{1\ 6},e_{1\ 8},e_{1\ 9},e_{1\ 11}\} \quad \psi_2=\{e_{1\ 4},e_{1\ 8},e_{1\ 9},e_{1\ 11},e_{4\ 8},e_{4\ 7}\}$$

$$\psi_3=\{e_{1\ 4},e_{1\ 11},e_{4\ 11},e_{4\ 8},e_{4\ 7}\} \quad \psi_4=\{e_{1\ 4},e_{4\ 12},e_{4\ 11},e_{4\ 8},e_{4\ 7}\}$$

$$\psi_5=\{e_{2\ 8},e_{2\ 6},e_{2\ 5},e_{1\ 8},e_{1\ 9},e_{1\ 11}\} \quad \psi_6=\{e_{2\ 8},e_{2\ 6},e_{1\ 8},e_{1\ 9},e_{1\ 11},e_{3\ 6}\}$$

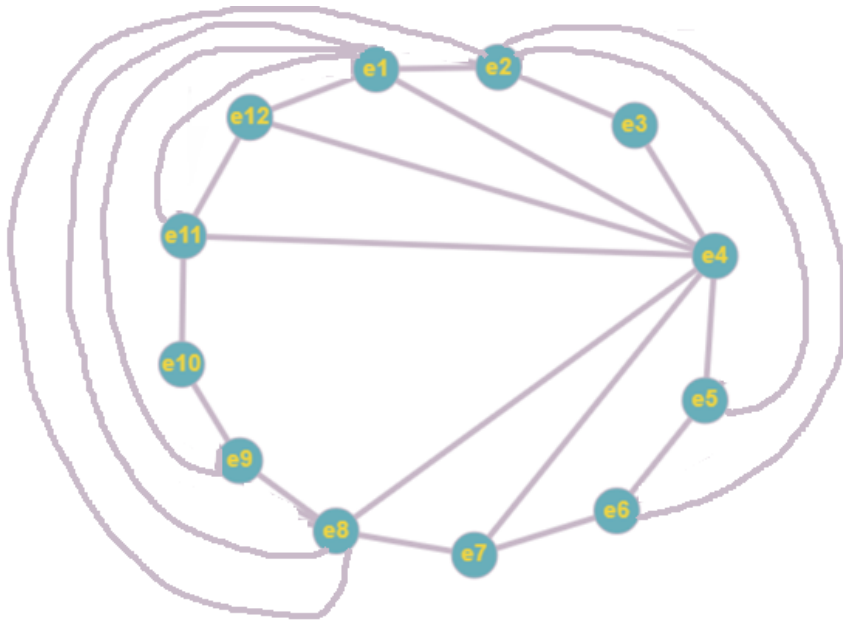
$\psi_7 = \{e_{28}, e_{18}, e_{19}, e_{11}, e_{48}, e_{47}\}$ $\psi_8 = \{e_{16}, e_{26}, e_{25}, e_{18}, e_{19}, e_{11}\}$
 $\psi_9 = \{e_{16}, e_{26}, e_{18}, e_{19}, e_{11}, e_{36}\}$ $\psi_{10} = \{e_{312}, e_{39}, e_{36}\}$
 $\psi_{11} = \{e_{312}, e_{39}, e_{48}, e_{47}\}$ $\psi_{12} = \{e_{312}, e_{412}, e_{411}, e_{48}, e_{47}\}$
 $\psi_{13} = \{e_{19}, e_{11}, e_{39}, e_{36}\}$ $\psi_{14} = \{e_{19}, e_{11}, e_{39}, e_{48}, e_{47}\}$

4. Для всех множеств построим матрицу значений критерия $\alpha_{\gamma\delta} = |\psi_\gamma| + |\psi_\delta| - |\psi_\gamma \cap \psi_\delta|$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	7	8	9	8	8	8	7	7	8	9	10	7	8
2		0	7	8	9	9	7	9	9	9	8	9	8	7
3			0	6	10	10	8	10	10	8	7	7	8	7
4				0	11	11	9	11	11	8	7	6	9	8
5					0	7	8	7	8	9	10	11	8	9
6						0	8	8	7	8	10	11	7	9
7							0	9	9	9	8	9	8	7
8								0	7	9	10	11	8	9
9									0	8	10	11	7	9
10										0	5	7	5	7
11											0	6	7	6
12												0	9	8
13													0	6
14														0

Мае $\alpha_{\gamma\delta} = 11$ даёт несколько пар множеств, возьмём пару ψ_4, ψ_5
 $\psi_4 = \{e_{14}, e_{412}, e_{411}, e_{48}, e_{47}\}$, $\psi_5 =$
 $\{e_{28}, e_{26}, e_{25}, e_{18}, e_{19}, e_{11}\}$

В суграфе H , содержащем максимальное число
 непересекающихся ребер, ребра, вошедшие в ψ_4 , проводим
 внутри гамильтонова цикла, а в ψ_5 – вне его:

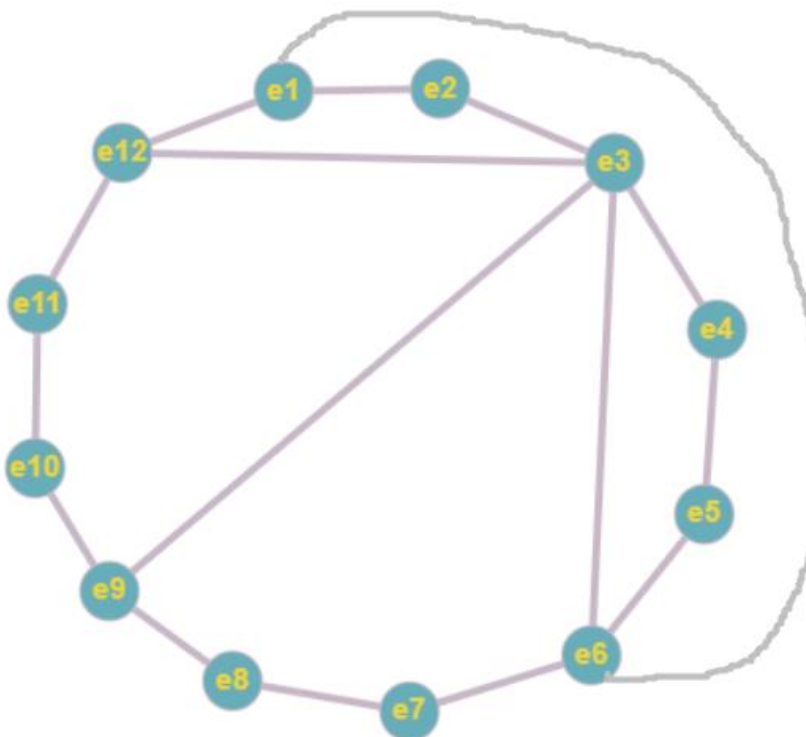


Удалим из ψ_G , реализованные ребра:

$\psi_1 = \{e_{1\ 6}\}$ $\psi_2 = \{\}$ $\psi_3 = \{\}$ $\psi_6 = \{e_{3\ 6}\}$ $\psi_7 = \{\}$ $\psi_8 = \{e_{1\ 6}\}$
 $\psi_9 = \{e_{1\ 6}, e_{3\ 6}\}$ $\psi_{10} = \{e_{3\ 12}, e_{3\ 9}, e_{3\ 6}\}$ $\psi_{11} = \{e_{3\ 12}, e_{3\ 9}\}$ $\psi_{12} = \{e_{3\ 12}\}$
 $\psi_{13} = \{e_{3\ 9}, e_{3\ 6}\}$ $\psi_{14} = \{e_{3\ 9}\}$

Объединим множества: $\psi_1 = \{e_{1\ 6}\}$, $\psi_{10} = \{e_{3\ 12}, e_{3\ 9}, e_{3\ 6}\}$

Нереализованными остались ребра $e_{1\ 6}$, $e_{3\ 6}$, $e_{3\ 12}$, $e_{3\ 9}$. Проведем их.



Все ребра графа реализованы. Толщина графа $M = 2$.