

Zadanie 28.**Wiązka zadań Słabe palindromy**

Niech $W[i,j]$ oznacza część słowa W , zaczynającą się na i -tej literze, a kończącą na j -tej literze W . Na przykład dla słowa $W = ABCDEF$ mamy $W[3,5] = CDE$. Z kolei $W[i]$ oznaczać będzie i -tą literę słowa W , czyli $W[i] = W[i,i]$.

Uwaga: W treści zadania nie będziemy odróżniać pojedynczych znaków od całych napisów, co jest charakterystyczne dla niektórych języków programowania.

Niech W będzie złożonym z liter A i B słowem o długości m . Słowo W nazywamy *słabym A-palindromem*, jeśli spełnia ono jeden z dwóch warunków:

1. $W = „A”$, czyli W jest słowem złożonym jedynie z litery A ;
2. długość słowa m jest liczbą parzystą oraz spełnione są jednocześnie poniższe warunki:
 - a. $W[1] = W[m]$
 - b. $W[1,m/2]$ lub $W[m/2+1,m]$ jest słabym A-palindromem.

Przykłady

1. Jedynym dwuliterowym słabym A-palindromem jest AA .
2. Słowa $W_1 = AAAA$ oraz $W_2 = AABA$ są słabymi A-palindromami, oba spełniają warunek 2a (gdyż $W_1[1] = W_1[4] = A$ oraz $W_2[1] = W_2[4] = A$). Ponadto $W_1[1,2] = W_2[1,2] = AA$ jest także słabym A-palindromem, co zapewnia spełnienie warunku 2b zarówno dla W_1 jak i W_2 .
3. Słowo $W = AAAAAA$ nie jest słabym A-palindromem, ponieważ nie jest spełniony warunek 2b. Słowo W ma długość $m = 6$, co oznacza, że słowa $W[1,m/2]$ oraz $W[m/2+1,m]$ mają długość nieparzystą równą 3. W rezultacie żadne ze słów: $W[1,m/2] = AAA$, $W[m/2+1,m] = AAA$ nie jest słabym A-palindromem.
4. Słowo $AAABBA$ nie jest słabym A-palindromem, natomiast $AABABBA$ jest słabym A-palindromem.

28.1.

Uzupełnij poniższą tabelę, ustalając, które słowa spełniają warunki 2a i 2b. oraz które są słabymi A-palindromami. W przypadku słabych A-palindromów w kolumnie *Uzasadnienie* wskaż tę połowę słowa, która zapewnia spełnienie warunku 2b (jeśli obie połowy zapewniają spełnienie 2b, to wystarczy wskazać tylko jedną). Dla słów, które nie są słabymi A-palindromami, kolumnę *Uzasadnienie* zostaw pustą.

| <i>Słowo</i> | <i>Czy jest spełniony warunek</i> | | <i>Czy słowo jest słabym A-palindromem?</i> | <i>Uzasadnienie</i> |
|--------------|-----------------------------------|------------|---|---------------------|
| | <i>2a?</i> | <i>2b?</i> | | |
| AABAABAA | tak | tak | tak | AABA |
| AAABBAAA | tak | nie | nie | |
| AAABBBAAB | nie | nie | nie | |
| AAAABBBB | | | | |
| ABBBABAA | | | | |
| ABAAAABA | | | | |
| AAAAAAAAAA | | | | |

28.2.

Rozważmy mające różną długość słabe A-palindromy, w których występuje najmniej liter *A*. Wiemy, że jest tylko jeden słaby A-palindrom jednoliterowy równy *A* oraz jeden słaby A-palindrom dwuliterowy równy *AA*. Nietrudno sprawdzić, że wszystkie czteroliterowe słabe A-palindromy to: *AAAA*, *ABAA*, *AABA*. Zatem najmniejsza liczba liter *A* w słabym A-palindromie o długości 1 jest równa 1, najmniejsza liczba liter *A* w słabym A-palindromie o długości 2 jest równa 2, a najmniejsza liczba liter *A* w słabym A-palindromie o długości 4 jest równa 3.

Uzupełnij puste pola w poniższym zestawieniu:

| <i>m</i> | <i>najmniejsza liczba liter A słabego A-palindromu o długości m</i> | <i>słaby A-palindrom o długości m i najmniejszej liczbie liter A</i> |
|----------|---|--|
| 2 | 2 | AA |
| 4 | 3 | |
| 8 | | |

Uzupełnij puste pola w poniższej tabeli, podając najmniejszą liczbę liter *A* w słabych A-palindromach o podanych poniżej długościach, uzupełniając puste pola w poniższej tabeli.

| <i>m</i> | <i>najmniejsza liczba liter A słabego A-palindromu o długości m</i> |
|----------|---|
| 16 | |
| 32 | |
| 2^{10} | |
| 2^{20} | |

28.3.

Podaj algorytm sprawdzający, czy podane na wejściu słowo *W* jest słabym A-palindromem. Twój algorytm powinien działać zgodnie z następującą specyfikacją:

Specyfikacja

Dane:

słowo *W*

Wynik:

„Tak”, gdy *w* jest słabym A-palindromem,
 „Nie”, gdy *w* nie jest słabym A-palindromem.

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

Autorzy

dr Lech Duraj
dr Ewa Kołczyk
Agata Kordas-Łata
dr Beata Laszkiewicz
Michał Malarski
dr Rafał Nowak
Rita Pluta
Dorota Roman-Jurdzińska

Komentatorzy

prof. dr hab. Krzysztof Diks
prof. dr hab. Krzysztof Loryś
Romualda Laskowska
Joanna Śmigielska

Opracowanie redakcyjne

Jakub Pochrybniak

Redaktor naczelny

Julia Konkołowicz-Pniewska

Zbiory zadań opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,
Program Operacyjny Kapitał Ludzki