

1. Zadania rozwiązywane bez użycia komputera

1.1. Analiza algorytmów

Zadanie 1.

Wiązka zadań *Ciągi rekurencyjne*

Dana jest następująca funkcja rekurencyjna:

funkcja $wynik(i)$

jeżeli $i < 3$

zwróć 1 i zakończ;

w przeciwnym razie

jeżeli $i \bmod 2 = 0$

zwróć $wynik(i - 3) + wynik(i - 1) + 1$

w przeciwnym razie

zwróć $wynik(i - 1) \bmod 7$

Uwaga: Operator mod oznacza resztę z dzielenia.

1.1.

Uzupełnij poniższą tabelę:

i	$wynik(i)$
2	1
3	
4	
5	
6	
7	
8	

1.2.

Wykonaniem elementarnym nazywać będziemy wykonanie $wynik(0)$, $wynik(1)$ lub $wynik(2)$. Natomiast *złożonością elementarną* $wynik(i)$ nazywamy liczbę *wykonań elementarnych* będących efektem uruchomienia $wynik(i)$. Złożoność elementarną $wynik(i)$ oznaczamy przez $E(i)$.

Na przykład złożoność elementarna $wynik(4)$ wynosi $E(4) = 2$, ponieważ wykonując $wynik(4)$, wywołamy $wynik(3)$ i $wynik(1)$ (wykonanie elementarne), a z kolei przy wykonaniu $wynik(3)$ wywołamy $wynik(2)$ (drugie wykonanie elementarne).

Uzupełnij poniższą tabelę:

i	$E(i)$
0	1
3	1
5	
7	
9	
10	

Okazuje się, że $E(i)$ można opisać rekurencyjnym wyrażeniem, którego niekompletną postać podajemy poniżej. Uzupełnij brakujące miejsca tak, aby $E(i)$ dawało poprawną złożoność elementarną $wynik(i)$ dla każdego całkowitego nieujemnego i .

$$E(0) = E(1) = E(2) = 1$$

$$E(i) = E(\dots\dots\dots) + E(\dots\dots\dots) \quad \text{dla parzystego } i > 2$$

$$E(i) = E(\dots\dots\dots) \quad \text{dla nieparzystego } i > 2$$

1.3.

Naszym celem jest wyznaczenie największej liczby spośród wartości funkcji $wynik(0)$, $wynik(1)$, ..., $wynik(1000)$ bez konieczności rekurencyjnego wyznaczania kolejnych wartości. Poniżej prezentujemy niekompletny algorytm realizujący to zadanie.

$W[0] \leftarrow 1$

$W[1] \leftarrow 1$

$W[2] \leftarrow 1$

$max_wart \leftarrow 1$

dla $i = 3, 4, \dots, 1\,000$ **wykonuj**

jeżeli $i \bmod 2 = 0$

$W[i] \leftarrow \dots\dots\dots$

w przeciwnym razie

$W[i] \leftarrow \dots\dots\dots$

jeżeli $W[i] > max_wart$

$\dots\dots\dots$

zwróć max_wart

Uzupełnij brakujące miejsca w algorytmie tak, aby zwracał on największą liczbę spośród $wynik(0)$, $wynik(1)$, ..., $wynik(1000)$.

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

Autorzy

dr Lech Duraj
dr Ewa Kołczyk
Agata Kordas-Łata
dr Beata Laszkiewicz
Michał Malarski
dr Rafał Nowak
Rita Pluta
Dorota Roman-Jurdzińska

Komentatorzy

prof. dr hab. Krzysztof Diks
prof. dr hab. Krzysztof Loryś
Romualda Laskowska
Joanna Śmigielska

Opracowanie redakcyjne

Jakub Pochrybniak

Redaktor naczelny

Julia Konkołowicz-Pniewska

Zbiory zadań opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,
Program Operacyjny Kapitał Ludzki