

Ewentualne potrzebne pliki: www.code.kopernik-leszno.pl/zbiorzadan/pliki.zip

Zadanie 65.

Wiązka zadań *Ułamki*

W pliku `dane_ulamki.txt` znajduje się 1000 par liczb naturalnych dodatnich, mniejszych niż 12 000. Każda para liczb jest zapisana w osobnym wierszu, liczby w wierszu rozdzielone są pojedynczym znakiem odstępu. Parę liczb zapisanych w tym samym wierszu interpretujemy jako ułamek, którego licznikiem jest pierwsza liczba, a mianownikiem — druga liczba.

Przykład

Plik o zawartości

```
3 6
2 3
5 3
2 4
15 5
```

odpowiada ułamkom $\frac{3}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{4}, \frac{15}{5}$.

Postacią nieskracalną ułamka $\frac{a}{b}$ nazywamy taki ułamek $\frac{x}{y}$, że $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ oraz x i y są względnie pierwsze (czyli x i y nie mają wspólnego dzielnika większego od 1).

Napisz program(-y), który poda odpowiedzi na pytania postawione w poniższych zadaniach. Odpowiedzi zapisz w pliku `wyniki_ulamki.txt`. Odpowiedź do każdego zadania podaj w osobnym wierszu, poprzedzając ją numerem zadania.

65.1.

Podaj ułamek o minimalnej wartości. Jeśli w pliku występuje więcej niż jeden taki ułamek, to podaj ten spośród nich, który ma najmniejszy mianownik. Twoja odpowiedź powinna zawierać parę liczb oznaczającą licznik i mianownik ułamka.

Przykład

Dla podanego powyżej pliku, opisującego ułamki $\frac{3}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{4}, \frac{15}{5}$, minimalną wartość mają ułamki $\frac{3}{6}, \frac{2}{4}$. Ponieważ $\frac{2}{4}$ ma mniejszy mianownik niż $\frac{3}{6}$, więc odpowiedzią jest para liczb: 2 i 4.

65.2.

Podaj liczbę zapisanych w pliku ułamków, które zostały podane w postaci nieskracalnej.

Przykład

Dla podanego powyżej pliku, opisującego ułamki $\frac{3}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{4}, \frac{15}{5}$, w postaci nieskracalnej zapisane zostały $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$. Natomiast $\frac{3}{6}$ i $\frac{2}{4}$ nie są ułamkami w postaci nieskracalnej (ich liczniki i mianowniki dzielą się odpowiednio przez 3 i 2), podobnie $\frac{15}{5}$ (jego licznik i mianownik dzielą się przez 5). Zatem odpowiedzią jest liczba 2.

65.3.

Zapis danych w postaci nieskracalnej uzyskamy, zamieniając każdy ułamek na jego postać **nieskracalną**. Podaj sumę liczników wszystkich podanych w pliku ułamków, jaką otrzymalibyśmy po sprowadzeniu ułamków do nieskracalnej postaci.

Przykład

Dla podanego powyżej pliku, opisującego ułamki $\frac{3}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{2}{4}, \frac{15}{5}$, nieskracalne postacie kolejnych ułamków to: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}$. Suma liczników tych ułamków to $1+2+5+1+3=12$. Zatem odpowiedzią jest 12.

65.4.

Ułamki w pliku zostały tak dobrane, że każdy mianownik jest dzielnikiem liczby $b=2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13$, a wartość każdego ułamka jest nie większa niż 3. Oznacza to, że sumę wszystkich ułamków można przedstawić jako ułamek $\frac{a}{b}$, którego mianownikiem jest $b=2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13$. Wyznacz sumę ułamków ze wszystkich wierszy i podaj licznik takiego ułamka, że suma ułamków jest równa $\frac{a}{b}$.

Przykład

Dla podanego powyżej pliku, opisującego ułamki $1/2, 2/3, 5/3, 2/4, 15/5$, suma ułamków to:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{5}{3} + \frac{2}{4} + \frac{15}{5} = \frac{\frac{b}{2} + \frac{2b}{3} + \frac{5b}{3} + \frac{2b}{4} + \frac{15b}{5}}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13} = \frac{3630900}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13},$$

gdzie $b=2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13$. Poprawna odpowiedź wynosi więc 3630900.

Publikacja opracowana przez zespół koordynowany przez **Renatę Świrko** działający w ramach projektu *Budowa banków zadań* realizowanego przez Centralną Komisję Egzaminacyjną pod kierunkiem Janiny Grzegorek.

Autorzy

dr Lech Duraj
dr Ewa Kołczyk
Agata Kordas-Łata
dr Beata Laszkiewicz
Michał Malarski
dr Rafał Nowak
Rita Pluta
Dorota Roman-Jurdzińska

Komentatorzy

prof. dr hab. Krzysztof Diks
prof. dr hab. Krzysztof Loryś
Romualda Laskowska
Joanna Śmigielska

Opracowanie redakcyjne

Jakub Pochrybniak

Redaktor naczelny

Julia Konkołowicz-Pniewska

Zbiory zadań opracowano w ramach projektu *Budowa banków zadań*,
Działanie 3.2 Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych,
Priorytet III Wysoka jakość systemu oświaty,
Program Operacyjny Kapitał Ludzki