Analisis de Sistemas en LaTeX

Nelson Castro

May 18, 2018

Método de Newton Modificado

$$P_{n+1} = P_n - \frac{f(P_n)}{\frac{f(P_n+h)-f(P_{n-1})}{(P_n+h)-P_{n-1}}}$$

Método Δ^2 de Aitken

$$\hat{\mathrm{P}} = X_n - \frac{(X_{n+1} - X_n)^2}{X_{n+2} - 2X_{n+1} + X_n}$$

- Es un método de **extrapolación**, es decir, utiliza los estimaciones anteriores de b para predecir una mejor aproximación $\hat{\mathrm{P}}$.
- Tiene efectos en **cualquier sucesión linealmente convergente**.
- No necesita de evaluaciones adicionales de $g(x)$, simplemente trabaja sobre los que ya están calculados como cualquier interación de punto fijo.

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

n	X_n	X_{n+1}	X_{n+2}	$\hat{\mathrm{P}}_n$	E_{abs}
0	X_0	$X_1 = g(X_0)$	$X_2 = g(X_1)$	$\hat{\mathrm{P}}_0$	$\nexists$
1	X_1	$X_2 = g(X_1)$	$X_3 = g(X_2)$	$\hat{\mathrm{P}}_1$	$\lvert\hat{\mathrm{P}}_1 - \hat{\mathrm{P}}_0\rvert$
2	X_2	$X_3 = g(X_2)$	$X_4 = g(X_3)$	$\hat{\mathrm{P}}_2$	$\lvert\hat{\mathrm{P}}_2 - \hat{\mathrm{P}}_1\rvert$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
n	X_n	$X_{n+1} = g(X_n)$	$X_{n+2} = g(X_{n+1})$	$\hat{\mathrm{P}}_n$	$\lvert\hat{\mathrm{P}}_n - \hat{\mathrm{P}}_{n-1}\rvert$

Table 1: Método iterativo basado en una iteración de punto fijo $g(x)$

- Valores iniciales: X_0 (dado por el ejercicio)
- Respuesta: $\hat{\mathrm{P}}_n$
- Condición de paro: $E_{abs} \leq \epsilon$ (dado por el ejercicio)

Método de Steffensen

- El método de Steffensen está basado en el método Δ^2 de Aitken.
- A diferencia del método de Aitken, esta vez **introducimos la aproximación** en el $g(x)$. Para así obtener un mejor estiamdo.
- $\hat{\mathrm{P}}$ se considera un buen estimado para la raíz, por lo que introduce como valor inical X_n en la proxima ronda de iteraciones.
- Puede demostrarse que el método de Steffensen exhibe un **orden de convergencia cuadrático**.

n	X_n	X_{n+1}	X_{n+2}	$\hat{\mathrm{P}}_n$	E_{abs}
0	X_0	$X_1 = g(X_0)$	$X_2 = g(X_1)$	$\hat{\mathrm{P}}_0$	$\nexists$
1	$X_1 = \hat{\mathrm{P}}_0$	$X_2 = g(X_1)$	$X_3 = g(X_2)$	$\hat{\mathrm{P}}_1$	$\lvert \hat{\mathrm{P}}_1 - \hat{\mathrm{P}}_0 \rvert$
2	$X_2 = \hat{\mathrm{P}}_1$	$X_3 = g(X_2)$	$X_4 = g(X_3)$	$\hat{\mathrm{P}}_2$	$\lvert \hat{\mathrm{P}}_2 - \hat{\mathrm{P}}_1 \rvert$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
n	$X_n = \hat{\mathrm{P}}_{n-1}$	$X_{n+1} = g(X_n)$	$X_{n+2} = g(X_{n+1})$	$\hat{\mathrm{P}}_n$	$\lvert \hat{\mathrm{P}}_n - \hat{\mathrm{P}}_{n-1} \rvert$

Table 2: Método iterativo basado en una iteración de punto fijo $g(x)$

- Valores iniciales: X_0 (dado por el ejercicio)
- Respuesta: $\hat{\mathrm{P}}_n$
- Condición de paro: $E_{abs} \leq \epsilon$ (dado por el ejercicio)

Método de Müller

- El método de Müller utiliza tres aproximaciones iniciales, X_0, X_1, X_2, para determinar la siguiente aproximación X_3 utilizando un método de extrapolación con un polinomio grado 2.
- La parábola se genera a partir de los 3 puntos iniciales, y puede predecir donde estará la raz de la función $f(x)$.
- El método de Müller suele ser bastante efectivo para encontrar las **raíces complejas** de cualquier función.

$$X_{n+3} = X_{n+2} - \frac{2c}{b + signo(b)\sqrt{b^2 - 4ac}}$$
$$X_{n+3} = X_{n+2} + h$$
$$h_1 = X_{n+1} - X_n$$
$$h_2 = X_{n+2} - X_{n+1}$$
$$\delta_1 = (f(X_{n+1}) - f(X_n))/h_1$$
$$\delta_2 = (f(X_{n+2}) - f(X_{n+1}))/h_2$$
$$a = \frac{\delta_2 - \delta_1}{h_2 + h_1}$$
$$b = \delta_2 + h_2 a$$
$$c = f(X_{n+2})$$
$$h = -\frac{2c}{b + signo(b)\sqrt{b^2 - 4ac}}$$
$$signo(b) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{si } |b - \sqrt{b^2 - 4ac}| < |b + \sqrt{b^2 - 4ac}| \\ -1 & \text{si } |b - \sqrt{b^2 - 4ac}| \geq |b + \sqrt{b^2 - 4ac}| \end{array} \right\}$$

n	X_n	X_{n+1}	X_{n+2}	$\hat{\mathrm{P}}_n$	E_{abs}
0	X_0	$X_1 = g(X_0)$	$X_2 = g(X_1)$	$\hat{\mathrm{P}}_0$	$\nexists$
1	$X_1 = \hat{\mathrm{P}}_0$	$X_2 = g(X_1)$	$X_3 = g(X_2)$	$\hat{\mathrm{P}}_1$	$\lvert\hat{\mathrm{P}}_1 - \hat{\mathrm{P}}_0\rvert$
2	$X_2 = \hat{\mathrm{P}}_1$	$X_3 = g(X_2)$	$X_4 = g(X_3)$	$\hat{\mathrm{P}}_2$	$\lvert\hat{\mathrm{P}}_2 - \hat{\mathrm{P}}_1\rvert$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
n	$X_n = \hat{\mathrm{P}}_{n-1}$	$X_{n+1} = g(X_n)$	$X_{n+2} = g(X_{n+1})$	$\hat{\mathrm{P}}_n$	$\lvert\hat{\mathrm{P}}_n - \hat{\mathrm{P}}_{n-1}\rvert$

Table 3: Método iterativo basado en una iteración de punto fijo $g(x)$