Probabilidad y Estadistica en LaTeX

Nelson Castro

May 22, 2018

Probabilidad de A

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Combinación(selección)

$$nCr = \begin{pmatrix} n \\ r \end{pmatrix} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Binomio de Newton

$$(p+q)^n = \sum_{x=0}^{n} \begin{pmatrix} n \\ x \end{pmatrix} p^x q^{n-x}$$

Permutación(arreglo)

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Permutaciones con elementos repetidos

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdots n_k!}$$

Leyes de probabilidad

$$P(A') = 1 - P(A)$$
$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$P(A) \geq P(A \cap B)$$
$$P(A) \leq P(A \cup B)$$
$$P(A) \leq P(B) \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$

$$P_A(B) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow \frac{P(B) \cdot P_B(A)}{P(A)}$$
$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \frac{P(A) \cdot P_A(B)}{P(B)}$$

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B)$$
$$P(A' \cup B') = P[(A \cap B)'] = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(A' \cap B' \cap C') = P[(A \cup B \cup C)'] = 1 - P(A \cup B \cup C)$$
$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = 1 - P(A \cup B)$$

$P(A \cap B) = P(A) - P(A - B)$, sucesos dependientes
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B))$, sucesos independientes
$P(A \cap B) = \emptyset$, sucesos excluyentes

Teorema de Bayes

$\{B_1, B_2, B_3, B_4 \cdots B_n\}$ constituye una partición de S, si se cumple:

i) $P(B_i) > 0$ para todo $i = 1, 2 \cdots n$

ii) $P(B_i \cap B_j) = 0, si\ i \neq j$

iii) $\amalg_{i=1}^{n} B_i = P(S) = 1$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i) \cdot P\left(\frac{A}{B_i}\right) \text{ Teorema de probabilidad total}$$

$$P\left(\frac{B_i}{D}\right) = \frac{P(B_i) \cdot P\left(\frac{D}{B_i}\right)}{P(D)} \text{ Teorema de Bayes}$$

Función de probabilidad de variable aleatoria discreta

$f : R_x \Rightarrow [0, 1]$ es función de probabilidad si cumple:

i) $f(x) > 0, \forall x \in R_x$

ii) $\sum\limits_{R_x} f(x) = 1$

E(x): esperanza matemática (valor esperado)

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f(x_i = \sum x_i \left(\frac{f_i}{n}\right) = \frac{1}{n} \sum x_i \cdot f_i = \overline{x}$$

*Es igual a la media aritmética.

si x es una variable aleatoria $\Rightarrow (x - \mu)^2$ es v.a
entonces: $\sigma^2 = E(x - \mu)^2 = \sum (x - \mu)^2 \cdot f(x)$
al desarrollar la expresión se obtiene:
$\sigma^2 = E(x^2) - \mu^2$ ˆ $\sigma^2 = \sum x^2 \cdot f(x) - \mu^2$

Funciones teóricas de probabilidad discretas

- Función binomial
- Función hipergeométrica
- Función geométrica
- Función poisson

Función binomial

Se basa en experimentos donde solo hay dos formas de ocurrencia: éxito o fracaso.

$$P(exito) = p \quad \hat{} \quad P(fracaso) = 1 - p = q$$

$$p + q = 1$$

se dan a llamar ensayos de Bernoulli, es solo un ensayo.

En n ensayos de Bernoulli

- cada ensayo se realiza de forma independiente
- en cada ensayo, la probabilidad de éxiot es la misma (p: constante)

$$P(X = k) = \underbrace{pppppp}_{k\ exitos} \cdots \underbrace{qqqqqq}_{(n\text{-}k) fracasos}$$

$P(X = k) = p^k q^{n-k}$ una forma de obtener k éxitos.

$$P(X = k) = f(x) = \binom{n}{x} p^k q^{n-k}$$

x: numero de éxitos en n ensayos de Bernoulli

p: pobabilidad constante de éxito

q:$(1 - p)$: probabilidad de fracaso

Función hipergeométrica

Son ensayos de Bernoulli, pero no hay independencia en su realización y la probabilidad de éxito no permanece constante

$$f(x) = \frac{\binom{n_i}{x} \cdot \binom{N-n_i}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

R_x: 0,1,2,$\cdots$,n   si $n < n_i$

R_x: 0,1,2,$\cdots, n_i$ si $n < n_i$

función hipergeométrica:

H:(x, N, n, n_i)

P=$\frac{n_i}{N}$

$$\mu = nP$$

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot q \left(\frac{N-n}{n-1}\right)$$

Función geométrica

- trabaja con ensayos de Bernoulli: éxito o fracaso.
- probabilidad constante P: éxito

X: numero de ensayos hasta obtener el primer éxito

$$f(x) = p \cdot q^{x-1}$$

$$R_x : 1, 2, 3, \cdots$$

Distribución de Poisson

$$f(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$$

características en el continuo de tiempo.

- λ es la medida en un intervalo de tiempo especifico.
- λ es proporcional en cualquier subintervalo de continuo.
- Las probabilidades son iguales en intervalos igaules. (λ es el mismo)