Clases de Analisis Numerico en LaTeX

Nelson Castro

2018

Analisis Numerico Clase (16/5)

Conceptos sobre el Espacio Euclideano

Norma Euclideana de un vector en R^n

Considere el vector $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \in R^3$

Cuyo tamaño modulo o norma es:

$\sqrt{{X_1}^2 + {X_2}^2 + {X_3}^2} = ||\overline{X}||$

Sea $\overline{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \end{bmatrix} \in R^5$

$\sqrt{{Y_1}^2 + {Y_2}^2 + \cdots + {Y_5}^2} = ||\overline{Y}||$

En general sea el vector $\overline{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ . \\ . \\ . \\ X_n \end{bmatrix} \in R^n$

Donde la norma euclideana es $||X|| = (\sum_{i=1}^{n} X_i^2)^{\frac{1}{2}}$

Propiedades de la norma en el espacio R^n

-
-

Propiedades del producto interno

- $(\overline{X}, \overline{Y}) = (\overline{Y}, \overline{X}) \forall \overline{X}, \overline{Y} \in R^n$
- $(\overline{X}, \overline{X}) \geq 0; (\overline{X}, \overline{X}) = \sum_{i=1}^{n} (X_i)^2$

-

Ortogonalidad entre vectores de R^n

Sean $\overline{X}, \overline{Y} \in R^n$, para los cuales se establece: $(\overline{X} y \overline{Y})$ son ortogonales si $(\overline{X}, \overline{Y}) = 0$

Notar que el vector nulo $\overline{0}$ es ortogonal o cualquier otro vector

Un sistema de vectores $\overline{X_1}, \overline{X_2}, \overline{X_3}, \cdots, \overline{X_n}$ con $\underline{X}_i \neq 0$

ISO:	HDLC (Control de enlace de datos de alto nivel)
IEEE:	802.2 (LLC)
	802.3 (Ethernet)
	802.5 (Token Ring)
	802.11 (Wireless LAN)
ITU:	Q.922 (Estandar de Frame Relay)
	Q.921 (Estandar de enlace de datos ISDN)
	HDLC (Control de enlace de datos de alto nivel)
ANSI:	3T9.5
	ADCCP (Protocolo de control de comunicación avanzada de datos)

Table 1: Estandares para capa de enlace de datos

Analisis Numerico Clase (21/5)

Caracteristica de la solución al problema de los minimos cuadrados

$F^* = C_0Q_0(x) + C_1Q_1(x) + C_2Q_2(x) + \cdots + C_nQ_n(x)$

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ . \\ . \\ . \\ X_n \end{bmatrix} \quad \underline{f} = \begin{bmatrix} f(X_0) \\ f(X_1) \\ f(X_2) \\ f(X_3) \\ . \\ . \\ . \\ f(X_n) \end{bmatrix}$$

$$\underline{Q}_1 = \begin{bmatrix} X_0\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ . \\ . \\ . \\ X_n \end{bmatrix} \underline{Q}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ . \\ . \\ . \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Se desea: } \underline{f} - \underline{f^*} = \begin{bmatrix} |f_0 - f_0^*| \\ |f_1 - f_1^*| \\ |f_2 - f_2^*| \\ |f_3 - f_3^*| \\ . \\ . \\ . \\ |f_n - f_n^*| \end{bmatrix} ||f_0 - f_0^*||^2 \textbf{ sea lo menos posible}$$

$$\underline{F}^* = C_0\underline{Q}_0(x) + C_1\underline{Q}_1(x) + C_2\underline{Q}_2(x) + \cdots + C_n\underline{Q}_n(x) = \sum_{i=0}^{n} a_iQ_i$$

F^* es tal que $\underline{f - f^*}$ es ortogonal al espacio de $Q_0, Q_1, \cdots, Q_n$

$\underline{f} - \sum_{i=0}^{n} a_i Q_i = (f^* - \sum_{i=0}^{n} a_i Q_i) + (f - \underline{f^*})$

$\underline{f} - \sum_{i=0}^{n} a_i \underline{Q}_i = (\sum_{i=0}^{n} c_i Q_i - \sum_{i=0}^{n} a_i Q_i) + (f - \underline{f^*})$

Analisis Numerico Clase (23/5)

$f(x)$ en $[a,b]$

$$(f,q)=\int_a^b f(x)\cdot g(x)\cdot w(x)dx, \qquad w(x)=1\ en\ [a,b]$$

$$(f,q)=\int_a^b f(x)\cdot dx$$

$$(f,f)=\int_a^b f^2(x)\cdot g(x)\cdot dx$$

$$||f||=\sqrt{\int_a^b f^2(x)\cdot dx}$$

Ejemplo:

$f(x)=e^{-x}\ en\ [0,1]$

$P(x)=c_0+c_1x+c_2x^2$, con $Q_0(x)=1, Q_1(x)=x, Q_2(x)=x^2$

$$C_0(Q_0,Q_0)+C_1(Q_1,Q_0)+C_2(Q_2,Q_0)=(f_1Q_0)$$
$$C_0(Q_0,Q_1)+C_1(Q_1,Q_1)+C_2(Q_2,Q_1)=(f_1Q_1)$$
$$C_0(Q_0,Q_2)+C_1(Q_1,Q_2)+C_2(Q_2,Q_2)=(f_1Q_2)$$
$$C_0\int_0^1 1\cdot dx+C_1\int_0^1 x\cdot dx+C_2\int_0^1 x^2\cdot dx=\int_0^1 e^{-x}(1)dx$$
$$C_0\int_0^1 x\cdot dx+C_1\int_0^1 x^2\cdot dx+C_2\int_0^1 x^3\cdot dx=\int_0^1 e^{-x}(x)dx$$
$$C_0\int_0^1 x^2\cdot dx+C_1\int_0^1 x^3\cdot dx+C_2\int_0^1 x^4\cdot dx=\int_0^1 e^{-x}(x^2)dx$$

$C_0=0.994489$

$C_1=-0.930548$

$C_2=0.308719$

$\underline{Q}=[Q_0,Q_1\cdots,Q_n]$

$$\underline{Q}^t=\begin{bmatrix} Q_0\\ Q_1\\ .\\ .\\ .\\ Q_n\end{bmatrix};\underline{A}\cdot\underline{X}=\underline{B}$$

$\underline{X}=\underline{A^{-1}}\cdot\underline{B}$

$$\underline{A}=\int_a^b \underline{Q^t}\cdot\underline{Q}\cdot dx$$

$$\underline{B}=\int_a^b \underline{Q^t}\cdot f(x)\cdot dx$$

Analisis Numerico 4/6

Las diferencias finitas

Conceptos:
Se denota por Y_n a la sucesión $\{Y_n\}$ las operaciones de traslación "E" y de diferencias progresivas "Δ" se definen como: $EY_n =$ esto es una prueba que el lint sigue existiendo en este archivo y ni puta idea que carajo es h_{ola}

0.1 Puro vacilongo delicioso

Que delicia esta mierda que funciona super delicioso para todo Y_1 $Esteeselgranvacil^3$
Yo se lo que le estoy diciendo lito dog Hola mi copo drokcs

0.2 Ecuaciones diferenciales.

Variable dependiente
Variable independiente, ctes
Derivadas (ordinarias o parciales) de la variable dependiente
$F(x, y^I, y^{II}, \cdots y^{(n)}, c) = 0$
E.D.Ordinaria de orden "n"
Grado es el exponente de la mayor potencia
$2xyy^I - ex^2(y^I)^2 = 0$
E.D Ordinaria de primer orden y segundo grado
$2\frac{dy}{dt} - t^2\left(\frac{d^2}{dt^2}\right)^2 = 4 \cdot Cos(t)$
E.D Parcial de Segundo orden de primer grado
Resolver una E.D implica hallar una función $y = f(x) + c$ ó $y = f(t) + c$ que al sustituir en la E.D de primer orden, la satisface
$y = 2e^{-2x} + \frac{1}{3}e^x$ sol de $y^I + 2y = e^x$
Ejemplo
$y = 1 + c\sqrt{1 - x^2}; (1 - x^2)y^1 + xy = x$

0.3 Ecuaciones Diferenciales de primer orden

- E.D Variables separables
- E.D Homogeneas
- E.D de Coeficientes Lineales

- E.D Exacta
- E.D por factor integrante
- E.D lineal de primer orden

0.4 E.D Variables separables

$F(X, Y, Y^I, c) = 0$
$y' = G(x, y) \rightleftharpoons \frac{dy}{dx} = G(x, y)$ $y' = \frac{\Phi(x)\mu(x)}{h(x)P(y)}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\Phi(x)\mu(x)}{h(x)P(y)}$ $M(x, y)dx - N(x, y)dy = 0$ forma diferencial de la E.D $\Phi(x) \cdot \mu(y)dx - h(x) \cdot P(y)dy = 0$ $div \div h(x) \cdot \mu(y)$ $\frac{\Phi(x)\mu(x)}{h(x)P(y)}dx - \frac{h(x)P(y)}{h(x)\mu(y)}dy = 0$ $\frac{\Phi(x)}{y}$ aquí me quede :(
Integrando:
$\int \frac{\Phi(x)}{h(x)}dx - \int \frac{P(Y)}{=\mu(y)}dy = C$
La constante C solo puede hallarse cuando se proporciona una condición inicial $y(0) = y_0 \rightarrow (0, y_0)$
o bien puede darse otro punto conocido $y(x_0) = y_0 \rightarrow (x_0, y_0)$
Ejemplo
$xy\frac{dy}{dx} = 1 + y^2$
$y' = 4e^{x+y}$ y luego encuentre la solución particular que pasa por el origen (0,0)
$\frac{dy}{dx} = 4e^x e^y$
$\frac{dy}{e_0^y} = 4e^x dx$
$\int e^{-y}dy = \int 4e^x dx$
Integrando
$-e^{-y} = 4e^x + c$
$(0, 0)$
$-1 = 4(1) + c$
$c = -5$

1 Analisis Numerico 20/06

1.1 Ecuaciones Diferenciales Homogeneas(EDH)

Dice que la funcion F(X,y) es homogenea, si cumple cualquiera de las siguientes condiciones

- $f(tx, ty) = t^n f(x, y)$
- $f(x, y) = x^n f(1, \frac{y}{x})$
- $f(x, y) = y^n f(\frac{x}{y}, 1)$

Siendo "n" grado de homogeneidad

Una E.D de la forma $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ es homogenea cuando $M(x, y)$ y $N(x, y)$ son homogeneas del mismo grado.

Teorema

Toda EDH se transforma en una EDVS al hacer la sustitucion $y = ux$ o $x = vy$

$y = ux \rightarrow dy = udx + xdu$

$x = vy \rightarrow dx = vdy + ydv$

1.2 Ecuaciones Diferenciales Exactas (EDE)

Es toda ecuacion diferencial de la forma $M(x, y)dx + N(x, y) = 0$ en las que se cumple que $\frac{dN}{dx} = \frac{dM}{dy}$ siendo su solución $\Phi(x, y) + c = 0$

1.3 Ecuacion Diferenciales por Factor Integrante

Considere la siguieinte E.D $(x+y)dx+(x \cdot ln(x))dy = 0$ $M : x+y \Rightarrow \frac{dM}{dy} = 1$ $N : x \cdot ln(x) \Rightarrow \frac{dN}{dx} = ln(x) + 1$ $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$

2 Clase de analisis numerico (4/7)

Esta clase va a ser acerca de ecuaciones diferenciales y vamos a hablar del espacio euclididano.

$$\int_{-2}^{4} x^2 \cdot \sqrt{ab + 4dc} \cdot dx = \frac{\sigma^2}{sen(y)}$$

Entonces las partes de espacio euclidiando son las siguientes:

- Principio
- Consecuente
- Cuerpo
- Analisis
- Conclusiones
- Fin