

1.Digitalización de señales

Conocimientos previos:

- Definiciones de señal, frecuencia, periodo.
- Clasificación de las señales.
- Propiedades de una señal periódica.

Competencias:

Meta ABET	Resultados de Aprendizaje
Habilidad para identificar, formular y resolver problemas complejos de Ingeniería aplicando principios de Ingeniería, ciencias y matemáticas	Hace uso de criterios de ingeniería para crear y aplicar sistemas de digitalización de señales.
	Aplica técnicas de procesamiento de señales a diferentes tipos de señal de tiempo discreto identificando sus propiedades.
	Aplica y desarrolla algoritmos de filtrado de señales con el fin de eliminar o disminuir el ruido y extraer la información útil.
Habilidad para comunicarse efectivamente ante un rango de audiencias	Aplica diferentes estrategias de comunicación (escrita, oral, gráfica, etc.) para dar a entender conceptos, métodos y aplicaciones.
Capacidad de desarrollar y llevar a cabo la experimentación adecuada, analizar e interpretar datos y usar el juicio de ingeniería para sacar conclusiones.	Realiza pruebas y experimentos con datos reales y/o simulados usando herramientas de ingeniería.

Recursos:

https://github.com/nelsonfvt/CyM_PDS

<https://youtu.be/bYdPrk6o2aM>

Clases semestres anteriores:

<https://youtu.be/JsfRpCQqGAo>

<https://youtu.be/4SQLYBk9b6c>

<https://youtu.be/cqyjhK-GpYU>

<https://youtu.be/KcD5cAx-7gQ>

<https://youtu.be/HnHzpSWYPaE>

<https://youtu.be/6UnLnzvAXPo>

<https://youtu.be/z6Y560hsTI0>

Metodología:

Los temas de esta asignatura se manejan mediante la estrategia de aula invertida. Esta técnica se basa en que el estudiante resuelve una actividad propuesta consultando información sugerida por el docente y/o obtenida a partir de la búsqueda propia. Se espera que con la investigación y desarrollo de la actividad previa se generen curiosidad, preguntas, dudas, etc. sobre el tema. Previo al espacio de la clase se aplicará un test de entrada (Aula virtual) y luego mediante una actividad colectiva y con el apoyo del docente se

resolverán las dudas y reforzarán los conceptos para que posterior a la clase los estudiantes desarrollen un producto que demuestre el aprendizaje logrado sobre del tema.

El presente documento corresponde a una guía para adelantar el trabajo previo al espacio de la clase. Para desarrollarlo, use los recursos sugeridos y/o haga su propia búsqueda de información.

ASPECTOS TEÓRICOS:

La digitalización de señales es el proceso a través del cual una señal análoga se transforma en su versión digital. Este proceso comprende tres etapas:

- Muestreo
- Cuantificación
- Codificación

Las dos primeras etapas serán las que ocupen el mayor interés en esta asignatura. En cuanto a la tercera se considera que el estudiante ya debió conocerla y estudiarla en relación con la electrónica digital y la representación de números en esquemas binarios.

La primera etapa del proceso de digitalización a estudiar es **el muestreo de la señal análoga**, que consiste en capturar valores de la señal a intervalos regulares de tiempo (muestreo uniforme). El mencionado intervalo de tiempo que transcurre entre el instante en que se captura una muestra y la captura de la siguiente se denomina **periodo de muestreo** y tiene como unidades los segundos. Convencionalmente en aplicaciones de ingeniería es más cómodo tratarlo en mili o microsegundos según la aplicación, pero todas las operaciones o tratamientos de este valor se hacen en segundos. Para el diseño e implementación de los sistemas de digitalización de señales se trabaja con el inverso multiplicativo del periodo de muestreo, la **frecuencia de muestreo**. Esta última tiene unidades de muestras por segundo (mst/s) aunque a veces también se le asigna la unidad de Hertz (Hz).

Muestreo de señales:

Un aspecto fundamental y de gran impacto en la digitalización de señales análogas es escoger una frecuencia de muestreo adecuada. Para entender lo que implica el muestreo de una señal es importante que entienda suficientemente bien algunos conceptos básicos. Para ello investigue el significado de los siguientes términos:

- Ancho de banda.
- Periodo y frecuencia de muestreo.

De forma general para determinar la frecuencia de muestreo adecuada se aplica el teorema de muestreo o también conocido como teorema de Nyquist-Shannon. De acuerdo con el teorema mencionado la frecuencia de muestreo debe ser mayor al doble de la frecuencia más alta contenida en la señal a digitalizar. Lo anterior se representa mediante la siguiente expresión:

$$F_s > 2F_{max}$$

Donde F_s representa la frecuencia de muestreo en mst/s o en Hz y F_{max} hace referencia a la máxima frecuencia contenida en la señal análoga expresada en Hz. De lo anterior se infiere que es necesario conocer el contenido frecuencial (armónicos) presente en la señal que se va a digitalizar. ¿Cómo se puede conocer el mencionado contenido frecuencial de una señal análoga?

Siguiendo con el concepto del muestreo y ya habiendo mencionado el teorema de Nyquist-Shannon, surge la pregunta ¿Qué ocurre si al muestrear una señal análoga no se cumple con lo indicado por el teorema de muestreo?. El efecto de no tener en cuenta el teorema de muestreo se conoce como fenómeno de aliasing (solapamiento en español), este efecto no deseable representa una pérdida de información que se puede ver reflejada en la reconstrucción de la señal análoga a partir de las muestras digitalizadas. Esto podrá evidenciarlo en los ejercicios prácticos y en el laboratorio. De fondo lo que el aliasing implica es que

los datos capturados no representan adecuadamente la información contenida en la señal análoga. De esto último se deriva que cualquier análisis u operación aplicado a los mencionados datos no generará los resultados esperados. Se le recomienda hacer una revisión más amplia de este efecto no deseable para que entienda la importancia de evitar o al menos minimizar sus consecuencias.

Una vez entendidos los anteriores conceptos debe quedar claro que cuando no se escoge una frecuencia de muestreo adecuada se produce el efecto de aliasing. Con lo anterior en mente piense, analice y responda lo siguiente:

- ¿Qué se debe tener en cuenta para definir o establecer una adecuada frecuencia de muestreo?
- Considere una variable física que se registra mediante un sensor. La mencionada variable se usa para que una máquina realice una operación o ejecute alguna acción. Explique mediante un ejemplo el impacto que el aliasing puede tener sobre el trabajo realizado por la máquina.

Cuando se aplica el muestreo a la señal análoga, la versión discretizada de la señal solo tiene valores en los puntos o instantes de muestreo. En este punto la señal discretizada es una secuencia de valores y no se debe referenciar al tiempo sino que se debe referenciar a los instantes de muestreo. Así nace una nueva variable de referencia que es el número de las muestras denotada usualmente como n . Como la variable de referencia cambia de la misma forma las unidades de frecuencia que en el escenario análogo estaba referenciada al tiempo como ciclos/segundo, ahora pasa a estar referenciada a las muestras quedando como ciclos/muestra. Esta frecuencia que está referenciada a las muestras se conoce como **frecuencia normalizada**.

Al igual que con la frecuencia, el periodo también tiene cambios. En el caso análogo el periodo se mide en unidades de tiempo, para el caso discreto este cambia y ahora se mide en número de muestras. Es decir, el periodo es el número de muestras que se necesitan para completar un ciclo de la señal. Estos conceptos son fundamentales para hacer una correcta interpretación de las herramientas y los resultados de su aplicación sobre las señales.

Cuantificación de señales:

Una vez se ha aplicado un muestreo adecuado el siguiente paso es considerar la **cuantificación de la señal análoga**. En una señal analógica se puede tener un valor máximo y un valor mínimo de la misma, pero la señal puede tomar infinitos valores entre estos dos. Un intervalo infinito no se puede representar en una máquina digital, por lo que es necesario restringir el número de valores a una cantidad finita de los mismos. Esto se refiere a cuántos niveles entre un valor mínimo y uno máximo se van a considerar para representar adecuadamente la información capturada. Este proceso está ligado al número de bits que el dispositivo de digitalización es capaz de manejar (**resolución del C A/D**). También es importante conocer los valores mínimos y máximos de operación del dispositivo de digitalización (**voltajes de referencia**) y los valores mínimo y máximo esperables de la señal (**rango de la señal**). Es obvio que el rango de la señal debe estar contenido dentro del intervalo de los voltajes de referencia del C A/D y que estos últimos no se deben exceder.

Al realizarse la cuantificación, que no es otra cosa que el proceso de aproximar los valores análogos a valores digitales que la máquina digital (ej. microcontrolador) pueda representar. La diferencia entre los valores aproximados y los valores reales se conoce como **error de cuantificación**.

De lo anteriormente dicho se puede entender que entre más bits tenga el dispositivo digital menor será el error de cuantificación. Una vez entendidos los anteriores conceptos, resuelva las siguientes preguntas:

- ¿De qué forma la cuantificación afecta el proceso de digitalización de las señales análogas?

- Mediante un ejemplo, puede ser el realizado anteriormente para el muestreo, explique cómo el error de cuantificación afecta el proceso de la máquina. Indique hasta qué resolución mínima (número de bits) se puede trabajar sin afectar el proceso. Explore además los efectos que tendría trabajar con una resolución demasiado alta.

EJERCICIOS PRÁCTICOS:

Para empezar a relacionar los conceptos teóricos con la práctica es importante que se familiarice con el entorno de MATLAB, la programación con python, el uso de Jupyter Notebooks y la forma como se simulan las señales y sistemas en estas tres herramientas. En el apartado de recursos se dejó un enlace a un video donde encontrará una explicación que le será de utilidad para entender el proceso de simulación. Adicionalmente hay un enlace a un repositorio github donde están los códigos de ejemplo para que sean revisados y analizados de acuerdo con los ejercicios planteados a continuación.

Muestreo de señales periódicas y aliasing

Del repositorio github, revise la carpeta correspondiente con el título del presente tema. Allí encontrará tres ejemplos.

Del código Ejemplo1, observe que se trata de una señal análoga que posee dos frecuencias combinadas (4 Hz y 6 Hz). Al ejecutar el programa aparece la figura 1 que muestra la señal análoga, si observa con detenimiento es posible determinar que la señal representada posee una frecuencia resultante de 2 Hz (2 ciclos/segundo). En el mismo ejemplo se observará en la figura 2 los instantes de muestreo para la señal de ejemplo, observe que la primera y la última muestra poseen la misma amplitud y se encuentran en el punto inicial de un periodo de la señal. La muestra en $t = 0.5$ segundos también es una muestra que se ubica al inicio de un ciclo de la señal.

Observe la señal digitalizada en la última figura del ejemplo 1, podrá ver que la variable de tiempo se ha convertido en una variable con valores enteros y ya no indica segundos sino muestras, inicia en 0 y termina en 23 para un total de 24 muestras. También podrá ver que para este caso se ha realizado el cociente entre las frecuencias de los armónicos y la frecuencia de muestreo. El resultado del mencionado cociente se conoce como frecuencia normalizada. Si analiza con detenimiento y considerando el teorema de muestreo se dará cuenta que los valores de la frecuencia normalizada están dentro del intervalo $(0, \frac{1}{2})$.

Tomado como base el anterior código ejemplo, realice modificaciones de tal forma que:

Se lleve a cabo la simulación de la siguiente señal análoga periódica:

$$x(t) = 3\cos(2\pi 15t) + 4\sin(2\pi 25t) - 3\sin(2\pi 20t)$$

Ajuste la variable de tiempo de tal forma que en un gráfico se observen dos (2) periodos completos de la señal.

Para realizar lo anterior debe determinar el periodo y frecuencia de la señal periódica y con esa información ajustar el intervalo de tiempo a simular. Adicionalmente determine cuál es el ancho de banda de la mencionada señal periódica.

Una vez realizada la gráfica de la señal y el respectivo ajuste de la duración de la simulación, obtenga la versión muestreada $x(n)$ de la señal $x(t)$. Utilice una frecuencia de muestreo de 100 muestras por segundo. Nuevamente revise tanto la variable de tiempo como el número de muestras necesario para graficar el mismo intervalo de la señal.

Sobre el gráfico de la señal de tiempo discreto determine el periodo en número de muestras y a partir de ese resultado establezca la frecuencia normalizada en ciclos/muestra. ¿De donde resultan las unidades mencionadas?, investigue.

Ahora cambie la frecuencia de muestreo a 75 muestras por segundo. ¿Cómo se afecta la señal de tiempo discreto?, ¿Cómo se afectan los valores de la frecuencia y el periodo de la señal en tiempo discreto?

Compare los anteriores resultados cuando se utiliza una frecuencia de muestreo de:

- 50 muestras por segundo.
- 25 muestras por segundo.

A partir de lo observado en los ejercicios propuestos, explique en sus palabras el fenómeno de aliasing y sus implicaciones en la digitalización de señales periódicas.

Muestreo de una señal no periódica

Considere la respuesta al escalón unitario del sistema lineal e invariante en el tiempo y de segundo orden definido por la siguiente ecuación diferencial.

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + ky = b \frac{dx}{dt} + kx$$

Y cuya función de transferencia, luego de aplicar la transformada de Laplace, viene siendo:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_1 s + b_2}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

Donde $b_1 = a_1 = \frac{b}{m}$, $b_2 = a_2 = \frac{k}{m}$

En el programa Ejemplo2, disponible en el repositorio Github, encontrará la simulación de un sistema LTI de segundo orden para un intervalo de tiempo de 30 segundos. A la señal de tiempo continuo obtenida se le aplicará muestreo utilizando un periodo de muestreo de 1 segundo. Bajo estas condiciones observe la forma que tendría la señal obtenida de la discretización del sistema.

¿Considera que el periodo de muestreo establecido es adecuado para representar la dinámica del sistema en tiempo discreto?

Haga modificaciones de los parámetros del sistema y del periodo de muestreo. Revise y analice los resultados al tratar de definir un periodo de muestreo máximo para diferentes condiciones del sistema a analizar. ¿Logra encontrar una relación entre las características (temporales) de la respuesta al escalón unitario del sistema y el periodo de muestreo adecuado? Consulte la literatura para encontrar la mencionada relación.

Cuantificación de señales y error de cuantificación

En el código correspondiente a Ejemplo3, encontrará la simulación del proceso de cuantificación de una señal de tiempo discreto el cual será la base del siguiente ejercicio.

El código suministrado simula el proceso de cuantificación de una señal análoga utilizando el redondeo de los valores. Analice el código, entiéndalo, y haga simulaciones cambiando el número de bits (variable nbits)

- ¿Cuáles cree Ud que deberían ser los valores de la media y la desviación estándar de la señal de error? Tenga en cuenta que es un proceso de redondeo.
- ¿Qué debería pasar con las propiedades estadísticas (media y desviación estándar) si en vez de redondeo se aplican aproximaciones por truncamiento y por exceso?
- ¿Cómo cambian las propiedades estadísticas (media y desviación estándar) a medida que aumenta el número de bits de cuantificación?

- ¿Cómo cambian las propiedades estadísticas (media y desviación estándar) a medida que disminuye el número de bits de cuantificación?

Por último, descomente la parte del código que está indicada como adición de ruido. Repita el análisis de las variables estadísticas del error de cuantificación variando la magnitud del ruido adicionado. ¿Qué puede concluir sobre el comportamiento de estas variables?

AUTOEVALUACIÓN:

En este apartado debe realizar una autoevaluación del proceso desarrollado y de las habilidades adquiridas con las actividades propuestas. Para ello responda las siguientes preguntas otorgando el valor porcentual (0 - 100 %) a cada una de ellas.

1. ¿Desarrolló la totalidad de las actividades propuestas?
2. ¿La metodología le permitió construir saberes significativos que le aporten al desarrollo del tema planteado?
3. ¿Qué tanto fue su grado de dedicación durante el desarrollo de las actividades planteadas?
4. ¿Qué tanto fue su grado de interés en el tema propuesto?
5. Otorgue un valor porcentual a cada uno de los indicadores de las metas propuestas según su cumplimiento

RETROALIMENTACIÓN:

En esta sección se espera que, a partir de lo vivido durante el desarrollo de las actividades propuestas, Ud pueda dar algunas recomendaciones o sugerencias sobre el tema y el desarrollo de estas. Tenga en cuenta que sus aportes enriquecen el ejercicio docente, gracias.