

## 8. Filtros de Kalman

### Conocimientos requeridos:

- Modelado de sistemas
- Muestreo y digitalización de señales
- Probabilidad y estadística

### Competencias a desarrollar:

Meta ABET	Resultados de Aprendizaje
Habilidad para identificar, formular y resolver problemas complejos de Ingeniería aplicando principios de Ingeniería, ciencias y matemáticas	Hace uso de criterios de ingeniería para crear y aplicar sistemas de digitalización de señales.
	Aplica técnicas de procesamiento de señales a diferentes tipos de señal de tiempo discreto identificando sus propiedades.
	Aplica y desarrolla algoritmos de filtrado de señales con el fin de eliminar o disminuir el ruido y extraer la información útil.
Habilidad para comunicarse efectivamente ante un rango de audiencias	Aplica diferentes estrategias de comunicación (escrita, oral, gráfica, etc.) para dar a entender conceptos, métodos y aplicaciones.
Capacidad de desarrollar y llevar a cabo la experimentación adecuada, analizar e interpretar datos y usar el juicio de ingeniería para sacar conclusiones.	Realiza pruebas y experimentos con datos reales y/o simulados usando herramientas de ingeniería.

### Recursos:

[https://github.com/nelsonft/CyM\\_PDS/](https://github.com/nelsonft/CyM_PDS/)

### Clases grabadas:

<https://youtu.be/HQqOyfE6lgw>

<https://youtu.be/gxssV93ZN70>

[https://youtu.be/Z7irDG1d\\_po](https://youtu.be/Z7irDG1d_po)

<https://youtu.be/Wa9eMqtckfw>

### Infografía:

<https://towardsdatascience.com/kalman-filter-interview-bdc39f3e6cf3>

<https://towardsdatascience.com/extended-kalman-filter-43e52b16757d>

<https://towardsdatascience.com/the-unscented-kalman-filter-anything-ekf-can-do-i-can-do-it-better-ce7c773cf88d>

<http://studentdavestutorials.weebly.com/kalman-filter-with-matlab-code.html>

[https://www.mathworks.com/discovery/kalman-filter.html%20.html?s\\_eid=PEP\\_12669](https://www.mathworks.com/discovery/kalman-filter.html%20.html?s_eid=PEP_12669)

<https://www.mathworks.com/videos/series/understanding-kalman-filters.html>

[Simplified method to derive the Kalman Filter covariance matrices to predict wind speeds from a NWP model](#)

<https://thekalmanfilter.com/covariance-matrix-explained/>

### Metodología:

Los temas de esta asignatura se manejan mediante la estrategia de aula invertida. Esta técnica se basa en que el estudiante resuelve una actividad propuesta consultando información sugerida por el docente y/o obtenida a partir de la búsqueda propia. Se espera que con la investigación y desarrollo de la actividad previa se generen curiosidad, preguntas, dudas, etc. sobre el tema. Previo al espacio de la clase se aplicará un test de entrada (Aula virtual) y luego mediante una actividad colectiva y con el apoyo del docente se resolverán las dudas y reforzarán los conceptos para que posterior a la clase los estudiantes desarrollen un producto que demuestre el aprendizaje logrado sobre del tema.

El presente documento corresponde a una guía para adelantar el trabajo previo al espacio de la clase. Para desarrollarlo, use los recursos sugeridos y/o haga su propia búsqueda de información. Debe realizar una entrega preliminar del desarrollo de esta guía.

## **PARTE TEÓRICA**

Recursos web que puede revisar:

[https://www.researchgate.net/publication/273381901\\_Simple\\_Example\\_of\\_Applying\\_Extended\\_Kalman\\_Filter](https://www.researchgate.net/publication/273381901_Simple_Example_of_Applying_Extended_Kalman_Filter)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Extended\\_Kalman\\_filter](https://en.wikipedia.org/wiki/Extended_Kalman_filter)

<https://www.cse.sc.edu/~terejanu/files/tutorialEKF.pdf>

<https://www.youtube.com/watch?v=wdx7GBKoBck>

### **Filtro de Kalman**

En aplicaciones de ingeniería mecatrónica es habitual que se requiera la captura de señales provenientes de sensores. Dichas señales suelen estar contaminadas con diferentes formas de ruido y en muchos casos no miden las variables físicas de interés de forma directa. En el escenario descrito es necesario aplicar métodos o técnicas de procesamiento digital de señales que permitan hacer una estimación de la información requerida a partir de observaciones indirectas y ruidosas.

El filtro de Kalman se puede entender como un estimador estadístico que observa un proceso (contaminado con ruido aditivo) usando series de datos capturadas a lo largo del tiempo. Lo que pretende el filtro es obtener aproximaciones más precisas al considerar la distribución conjunta de las observaciones y las predicciones de un modelo del proceso o sistema. Los usos del filtro de Kalman son amplios, tal vez los de mayor interés en ingeniería mecatrónica estén relacionados con la navegación, control y guiado de vehículos no tripulados y/o autónomos. Es recomendable que investigue un poco más que otras aplicaciones existen.

El proceso que realiza el filtro de Kalman está dividido en dos partes o etapas. La primera se denomina etapa de predicción y está seguida por la etapa de ajuste o actualización.

En la primera etapa se hace uso de un modelo del sistema o proceso de interés, con el modelo se hace una predicción del estado futuro (estado un periodo de muestreo adelante). Luego dentro de la misma etapa se considera la posible desviación que la predicción del modelo puede tener con respecto a los valores reales desconocidos. Esta desviación se actualiza dentro de la matriz denominada como estimación de matriz de covarianza. La actualización de esta matriz depende de la matriz de covarianza del sistema.

En la etapa de actualización se toman las observaciones o señales capturadas del sensor y se comparan con la predicción del paso anterior, pero antes se requiere tener un modelo de la relación que existe entre las variables de estado del sistema y las variables capturadas. Una vez se tiene la diferencia entre las

señales capturadas y las predichas se calcula la ganancia de Kalman que es un factor de ajuste que se aplica a los valores predichos de las variables de estado. En este punto se recomienda consultar las fuentes sugeridas para que observe las ecuaciones y vea explicaciones adicionales y con más detalle.

En su forma básica el filtro de Kalman usa un modelo lineal para realizar predicciones del comportamiento del sistema. Esto representa una limitación frente a varios escenarios donde un modelo lineal resulta poco adecuado. Para ello existen formas alternativas del filtro de Kalman, es así como se cuenta con el filtro extendido de Kalman.

Revise recursos en la web donde se muestre y explique el algoritmo del filtro de Kalman. Verá que se trata de una serie de ecuaciones que se deben calcular en secuencia. Verá que existen dos etapas, la primera se denomina la etapa de predicción mientras que la segunda se conoce como la etapa de actualización. En la primera interviene el modelo del sistema para obtener una predicción de los estados del sistema. Posteriormente mediante varios cálculos en los que intervienen el modelo de los sensores y la varianza de los errores (ruido) es posible corregir las predicciones a un valor más cercano al valor real. Revise las fuentes de información y trate de identificar las dos etapas mencionadas anteriormente. También identifique el papel y utilización del modelo del sensor (matriz de observación) y la varianza de los errores (ruido).

### **Filtro de Kalman Extendido**

En el apartado anterior se estudió el filtro de Kalman y se mencionó la condición de linealidad de los modelos en que está basado. Para este apartado se considerará el filtro extendido de Kalman (EKF por sus siglas en inglés) que es una variación del filtro original. En principio este filtro se puede aplicar en situaciones donde los modelos de sistema y/o sensor no son lineales, pero se requiere que sus ecuaciones sean diferenciables. Esto último con el objetivo de poder aplicar un método que aproxima la no linealidad a un problema lineal y de esa forma se puede seguir aplicando el mismo procedimiento del filtro de Kalman original.

De acuerdo con las referencias que se indicaron previamente, Ud podrá observar que las ecuaciones que se usan en el proceso del filtro tienen la misma forma que el original. Las diferencias se observan en las etapas donde se realizan los cálculos correspondientes a la estimación de los estados futuros y a la estimación de la lectura del sensor a partir de los estados futuros estimados en la predicción. La mencionada diferencia en las ecuaciones es que en el filtro de Kalman convencional las ecuaciones son matriciales. Mientras que en el filtro extendido de Kalman estas ecuaciones ya no tienen forma matricial. A partir de lo dicho, identifique la mencionada diferencia, trate de elaborar un ejemplo que ilustre dicha diferencia.

Para aplicar el proceso del filtro las ecuaciones del sistema y/o del sensor, que no se pueden expresar en forma matricial por la no linealidad, deben tener una representación que se pueda usar en las subsiguientes operaciones del filtro. Para ello se echa mano de un concepto básico de ecuaciones diferenciales y cálculo multivariado. El concepto a que se hace referencia es la matriz Jacobiana. Esta matriz se construye como una matriz cuyos elementos son las derivadas parciales del modelo con respecto a cada una de las variables de estado. Repase los conceptos de derivada parcial y matriz jacobiana que Ud debió haber visto en asignaturas previas. Ahora aplique el cálculo de la matriz Jacobiana al ejemplo que elaboró previamente.

### **EJERCICIO PRÁCTICO**

Revise la siguiente referencia en la web:

<https://towardsdatascience.com/kalman-filter-in-a-nutshell-e66154a06862>

Y el correspondiente código de ejemplo:

<https://gist.github.com/swang225/1cadaf1759561902b3ccc023987a65c9>

El ejemplo recrea la caída de una pelota de tenis y las perturbaciones de dicho proceso. Entienda la explicación que el autor realiza en el artículo on-line y haga el correspondiente análisis de las etapas del filtro en el código. Ejecútelo y observe los resultados. Haga diferentes experimentos cambiando los parámetros del modelo y del filtro para que logre entender el funcionamiento del ejemplo y del filtro.

Con base en la siguiente referencia:

[https://www.researchgate.net/publication/273381901\\_Simple\\_Example\\_of\\_Applying\\_Extended\\_Kalman\\_Filter](https://www.researchgate.net/publication/273381901_Simple_Example_of_Applying_Extended_Kalman_Filter)

Que corresponde al artículo:

Chadaporn, Keatmanee & Baber, Junaid & Bakhtyar, Maheen. (2014). Simple Example of Applying Extended Kalman Filter.

Lea y entienda el artículo, en él se describe un caso ficticio para aplicar el EKF. En el repositorio github encontrará la implementación en matlab del autor del artículo. A partir de su revisión del texto y de la revisión y ejecución del código ejemplo realice lo siguiente:

- Identifique los modelos de sistema y de observación (sensor). Reconozca la no linealidad y la matriz jacobiana de los modelos.
- Identifique qué estrategia se utilizó para la generación de los datos.
- Identifique el proceso y cada una de las etapas del EKF.
- Al ejecutar el código aparece una gráfica con tres trazos, identifique a que se refiere cada uno.
- Identifique dentro de las variable del programa cuales corresponden a:
  - Variables de estado
  - Variables observadas (lectura sensores)

¿Qué puede concluir luego del ejercicio sobre el EKF?

¿Cómo se puede saber si el EKF tiene o no un buen rendimiento?

¿Conoce algún sistema donde cree que se puede aplicar este filtro?, descríballo y explique por qué se necesita el EKF.

¿Cómo podría aplicarlo en el escenario del trabajo de laboratorio?

### **AUTOEVALUACIÓN:**

En este apartado debe realizar una autoevaluación del proceso desarrollado y de las habilidades adquiridas con las actividades propuestas. Para ello responda las siguientes preguntas otorgando el valor porcentual (0 - 100 %) a cada una de ellas.

1. ¿Desarrolló la totalidad de las actividades propuestas?
2. ¿La metodología le permitió construir saberes significativos que le aporten al desarrollo del tema planteado?
3. ¿Qué tanto fue su grado de dedicación durante el desarrollo de las actividades planteadas?
4. ¿Qué tanto fue su grado de interés en el tema propuesto?
5. Otorgue un valor porcentual a cada uno de los indicadores de las metas propuestas según su cumplimiento

### **RETROALIMENTACIÓN:**

En esta sección se espera que a partir de lo vivido durante el desarrollo de las actividades propuestas, Ud pueda dar algunas recomendaciones o sugerencias sobre el tema y el desarrollo de las mismas. Tenga en cuenta que sus aportes enriquecen el ejercicio docente, gracias.