

#### 4. Filtrado de señales de tiempo discreto

##### Conceptos previos:

- Muestreo y digitalización de señales
- Representación de señales en el dominio de la frecuencia
- Representación de señales y sistemas mediante la transformada Z

##### Competencias:

Meta ABET	Resultados de Aprendizaje
Habilidad para identificar, formular y resolver problemas complejos de Ingeniería aplicando principios de Ingeniería, ciencias y matemáticas	Hace uso de criterios de ingeniería para crear y aplicar sistemas de digitalización de señales.
	Aplica técnicas de procesamiento de señales a diferentes tipos de señal de tiempo discreto identificando sus propiedades.
	Aplica y desarrolla algoritmos de filtrado de señales con el fin de eliminar o disminuir el ruido y extraer la información útil.
Habilidad para comunicarse efectivamente ante un rango de audiencias	Aplica diferentes estrategias de comunicación (escrita, oral, gráfica, etc.) para dar a entender conceptos, métodos y aplicaciones.
Capacidad de desarrollar y llevar a cabo la experimentación adecuada, analizar e interpretar datos y usar el juicio de ingeniería para sacar conclusiones.	Realiza pruebas y experimentos con datos reales y/o simulados usando herramientas de ingeniería.

##### Recursos:

[https://github.com/CyM\\_PDS](https://github.com/CyM_PDS)

##### Clases grabadas:

<https://youtu.be/8jMgvGq683I>

<https://youtu.be/XfjQG7ku3bA>

[https://youtu.be/sihmdK\\_GEGw](https://youtu.be/sihmdK_GEGw)

[https://youtu.be/4ng0wQ\\_GcSk](https://youtu.be/4ng0wQ_GcSk)

##### Metodología:

Los temas de esta asignatura se manejan mediante la estrategia de aula invertida. Esta técnica se basa en que el estudiante resuelve una actividad propuesta consultando información sugerida por el docente y/o obtenida a partir de la búsqueda propia. Se espera que con la investigación y desarrollo de la actividad previa se generen curiosidad, preguntas, dudas, etc. sobre el tema. Previo al espacio de la clase se aplicará un test de entrada (Aula virtual) y luego mediante una actividad colectiva y con el apoyo del docente se resolverán las dudas y reforzarán los conceptos para que posterior a la clase los estudiantes desarrollen un producto que demuestre el aprendizaje logrado sobre del tema.

El presente documento corresponde a una guía para adelantar el trabajo previo al espacio de la clase. Para desarrollarlo, use los recursos sugeridos y/o haga su propia búsqueda de información.

## **ASPECTOS TEÓRICOS:**

### **Filtrado lineal de señales:**

En procesamiento digital de señales la aplicación típica es el filtrado de señales; con ello se busca principalmente la reducción o eliminación de ruido. Esto se logra siempre y cuando la señal de interés y el ruido no compartan el mismo ancho de banda.

Un filtro se debe entender como un sistema lineal que recibe una entrada (señal sin filtrar) y genera una señal de salida (señal filtrada). De forma general se entiende que entre el filtro y la señal de entrada hay una interacción que da origen a la salida del filtro. La mencionada interacción consiste en la convolución entre la señal de entrada y la respuesta impulsional del filtro. El estudiante debe repasar el concepto de respuesta impulsional o respuesta al impulso de un sistema, así como el de convolución entre señales.

### **Representación del filtrado en el dominio frecuencial:**

Para entender cómo un filtro opera es fundamental entender cómo las señales son representadas en el dominio frecuencial. Revise el tema y realice un esquema o gráfico que representa la acción de un filtro sobre una señal en el dominio de la frecuencia. Una vez entienda la acción del filtro en el dominio frecuencial responda:

¿Cómo se representa un filtro ideal en el dominio de la frecuencia?

¿Qué características tiene la magnitud?

¿Qué características tiene la fase?

¿Qué es y qué importancia tiene la respuesta impulsional de un filtro?

¿Cómo es la respuesta impulsional de un filtro pasa-bajo ideal?, dibújela.

Un filtro ideal es un caso de estudio más no es algo que se pueda realizar para una aplicación cualquiera. Esto se debe a que un filtro ideal posee ciertas condiciones (respuesta impulsional infinita y no causalidad) que no lo hacen implementable en el dominio temporal.

Un filtro cuya respuesta impulsional sea infinita hace que aplicar el filtro en tiempo real no sea posible ya que la convolución de la señal (aunque sea de duración finita) tendría que operarse con infinitas muestras de la mencionada respuesta impulsional del filtro. Al trabajarse con filtros con respuesta impulsional infinita tendría que buscarse una alternativa a la convolución.

Un filtro que tenga una parte de su respuesta impulsional no causal impide la implementación del filtro en aplicaciones de tiempo real debido a que se necesita conocer las muestras futuras de la señal. Revise la operación de la convolución entre señales para que pueda entender esta situación.

Una forma de poder llevar un filtro ideal a una forma implementable consiste en truncar (cortar en algún punto) la respuesta impulsional y posteriormente desplazarla de forma que se evite la parte no causal de la misma. Luego de entender las dos modificaciones mencionadas continúe con lo siguiente:

¿Cómo se ve afectada la respuesta en frecuencia del filtro ideal al ser truncada y desplazada su respuesta impulsional?

¿Cómo se afecta la magnitud?

¿Cómo se afecta la fase?

Realice los gráficos correspondientes donde indique los cambios.

### **Diseño de filtros digitales**

En esta asignatura se trabajará con filtros digitales, los cuales presentan ventajas y desventajas frente a su contraparte analógica. Resuelva las siguientes preguntas:

¿Qué ventajas tienen los filtros digitales sobre los análogos?  
¿Qué desventajas tienen los filtros digitales con respecto a los filtros análogos?  
¿Todo filtro análogo es reemplazable por su versión digital?  
¿Qué condiciones se requieren para escoger el filtro digital en vez del análogo?  
De no ser posible el reemplazo, ¿Cuáles son las condiciones lo impiden?

Para diseñar un filtro es necesario definir varias condiciones particulares de la aplicación. De forma general los criterios usados para los filtros análogos se aplican en el diseño de los filtros digitales. Dentro de dichos parámetros se consideran:

- El tipo de filtro, pasa-bajas, pasa altas, pasa-bandas, rechaza-bandas.
- La o las frecuencias de corte.
- El ancho de la banda de transición.
- Ganancia en la banda pasante.
- Ganancia en la banda rechazada.

Del análisis de lo que se requiere del filtro se espera que el diseñador sea capaz de definir los requerimientos y así generar las especificaciones y los parámetros.

En Procesamiento digital de señales se consideran dos familias principales de filtros, los denominados como FIR o filtros de respuesta impulsional finita y los filtros IIR o de respuesta impulsional infinita. Para cada una de estas categorías es posible obtener filtros pasa-bajas, pasa-bandas, pasa-altas, etc. En esta parte del curso se explorarán algunos métodos para diseñar filtros digitales de los tipos mencionados.

En actividades anteriores se ha hecho referencia a la respuesta impulsional de los sistemas. Se le recomienda revisar los conceptos con relación a lo que sería un filtro FIR y un filtro IIR y su implicación en la forma como se implementan dichos filtros (ecuación en diferencias). Qué características poseen y cómo se diferencian estos filtros en cuanto a:

- Ecuación en diferencias
- Función de transferencia
- Ubicación de polos y ceros del filtro
- Estabilidad
- Orden (longitud) del filtro

Una de las características más importantes que poseen los filtros FIR es lo que se conoce como la respuesta en fase lineal. Esto hace referencia al desplazamiento en el dominio temporal de los armónicos. De forma más específica la respuesta en fase implica que cada armónico se desplaza cierto número de unidades de tiempo dependiendo de su frecuencia. Así al hablar de fase lineal dicho desplazamiento será proporcional a la frecuencia. Esto último ocurre en el caso de los filtros FIR, pero un filtro IIR no cumple esta relación de proporcionalidad. Para abordar este tema se le recomienda revisar la literatura al respecto y realizar un gráfico que represente lo que alcance a entender sobre este tema.

Para que un filtro FIR tenga la mencionada condición de fase lineal debe cumplir con ciertas condiciones relacionadas con la organización de los coeficientes de la ecuación en diferencias. Es así como se requiere que los coeficientes del filtro FIR sigan una organización con simetría. Esto último tiene implicaciones relacionadas con la ubicación de los ceros en el plano Z. Para profundizar en este aspecto se recomienda que trate de resolver las siguientes preguntas tomando como base la información disponible en los recursos y en la literatura sobre el tema.

¿A qué se refieren cuando hablan de un filtro FIR simétrico o anti-simétrico?

¿Alguna forma (simétrico o anti-simétrico) es más favorable que otra para el diseño del filtro?, es decir si alguna es mejor para filtros pasa-bajo, pasa-alto, pasa-banda, etc.

¿Qué relación existe entre la posición de los ceros y las respuestas en magnitud y fase del filtro?, revise los gráficos de magnitud y fase (puede ayudarse con ejercicios en MATLAB).

Los filtros IIR no poseen respuesta en fase lineal, esa condición implica que se puede presentar una distorsión adicional en las señales de salida. Esta última circunstancia puede ser de vital importancia en aplicaciones de audio de alta fidelidad, pero en el caso de la ingeniería mecatrónica la alta fidelidad no es una condición habitualmente necesaria. Revise y compare los gráficos de respuesta en magnitud y fase de los dos tipos de filtros estudiados (FIR a IIR). Identifique las diferencias tanto en la forma de las gráficas, los rangos de las variables y el desempeño de los filtros en relación con el número de coeficientes. Algo que podrá notar es que para un filtro IIR es necesario un número de coeficientes mucho menor que para el caso del filtro FIR. ¿Cómo puede explicar esto último?

Una vez entienda los aspectos generales de los filtros digitales, se puede pasar a estudiar los métodos de diseño. Dependiendo de si se trata de un filtro FIR o de un filtro IIR, la forma de enfocar el diseño es diferente.

Para el caso de los filtros FIR los tres métodos básicos entregan directamente los coeficientes de la ecuación en diferencias del filtro. Los métodos clásicos son:

- Enventanado.
- Muestreo en frecuencia
- Método de Parks-McClellan.

Existen muchas fuentes de información donde se explica el fundamento de cada método. Revise dichas fuentes para entender en qué consiste cada uno.

Los filtros IIR se diseñan desde un enfoque diferente a los filtros FIR. Se inicia por considerar las condiciones de diseño del filtro para obtener un filtro analógico (coeficientes de la función de transferencia). Luego mediante un método de transformación del dominio S al dominio Z se obtienen los coeficientes de la ecuación en diferencias. Para este último paso existen varias alternativas, la más comúnmente usada es el método de transformación bilineal también conocido como método de Tustin. Se recomienda revisar fuentes bibliográficas para entender este proceso.

Finalmente, desde el punto de vista de la aplicación resuelva las siguientes preguntas:

- ¿En qué aplicaciones resulta más conveniente el uso de filtros FIR?, ¿Por qué?, Sustente su respuesta.
- ¿En qué aplicaciones resulta más conveniente el uso de filtros IIR?, ¿Por qué?, Sustente su respuesta.

## **EJERCICIOS PRÁCTICOS:**

### **Filtrado lineal de señales**

En el código ejemplo Ejemplo\_6 disponible en GitHub aparece una implementación de un filtro ideal operando en el dominio de la frecuencia. Teniendo como base el programa mencionado y sin modificar los valores responda lo siguiente:

1. Explique la relación que hay entre la amplitud de los armónicos y la amplitud de los picos predominantes de la señal a filtrar.
2. Explique la ubicación de los mencionados picos y los correspondientes valores de la frecuencia normalizada.

3. Si se conociera la frecuencia de muestreo ¿Cómo se puede conocer la frecuencia de un armónico análogo?
4. Explique las diferencias del funcionamiento entre el filtro pasa-bajos y pasa-altos.
5. Explique las diferencias entre las gráficas de las señales reconstruidas.

Modifique a su voluntad los valores de las variables de frecuencia ( $f_1$  y  $f_2$ ) del Ejemplo y responda:

1. ¿Qué ocurre con los picos relevantes correspondientes a los armónicos al modificar sus valores?
2. ¿Qué ocurre con el filtro al cambiar las frecuencias de los armónicos?, ¿Sigue manteniendo su funcionamiento el filtro ideal?

Modifique las frecuencias de corte del filtro y responda:

1. Explique cómo al modificar el valor de la frecuencia de corte cambia el funcionamiento del filtro.
2. Fije dos valores diferentes para  $f_1$  y  $f_2$  y ajuste la frecuencia de corte en un valor intermedio entre ellas. Describa y explique los resultados observados tanto en el dominio de la frecuencia como en las señales reconstruidas.
3. Fije la frecuencia de corte en un valor mayor a  $f_1$  y  $f_2$ . Describa y explique los resultados observados tanto en el dominio de la frecuencia como en las señales reconstruidas.
4. Fije la frecuencia de corte en un valor menor a  $f_1$  y  $f_2$ . Describa y explique los resultados observados tanto en el dominio de la frecuencia como en las señales reconstruidas.

### **Diseño de filtros digitales**

Para este apartado se partirá de un supuesto para realizar un filtro digital pasa-bajos con una frecuencia de corte de 1/32 ciclos/muestra. Se procederá con las implementaciones respectivas para un filtro FIR y un filtro IIR aplicando diferentes opciones disponibles en Matlab. Note que para cada método los argumentos para la ejecución de las rutinas de diseño pueden variar.

#### **(Filtros FIR)**

En el repositorio github hay un ejemplo de diseño y aplicación de filtros FIR (Ejemplo\_FIR). Revíselo, entiéndalo, ejecútelo, observe los resultados. El ejemplo toma como base el diseño de un filtro FIR pasa-bajos con las directrices mencionadas anteriormente.

Consulte la ayuda de Matlab sobre el uso de las funciones FIR1, FIR2, FIRPM.

#### **(Filtros IIR)**

En el repositorio github hay un ejemplo de diseño y aplicación de filtros IIR (Ejemplo\_IIR). Revíselo, entiéndalo, ejecútelo, observe los resultados. El ejemplo toma como base el diseño de un filtro IIR pasa-bajos con las directrices mencionadas anteriormente.

Consulte la ayuda de Matlab sobre el uso de las funciones BUTTER, CHEBY1, CHEBY2, ELLIP y las propiedades del filtro resultante de cada una.

Una vez revisados, estudiados y entendidos los ejemplos realice lo siguiente:

- Modifique los ejemplos para realizar filtros pasa-banda y pasa-alto. Describa y justifique las modificaciones realizadas.
- En el gráfico de ganancia ubique la frecuencia de corte y determine la ganancia en dicha frecuencia.
- En el gráfico de fase, explique dónde y cómo se puede observar la respuesta en fase lineal y no lineal de los filtros.
- Fíjese en los gráficos de ganancia y fase y haga las comparaciones entre los tipos de filtros solicitados.
- Compare las señales antes y después de filtrar. ¿Se puede determinar cuál filtro es más selectivo?, ¿Cuál de los filtros distorsiona más la forma de la señal?

Realice el filtrado de la señal usando los mismos parámetros (frecuencia(s) de corte) pero usando filtros ideales directamente en el dominio de la frecuencia y FFT (Ver parte inicial).

- Compare los espectros de frecuencia antes y después de filtradas las señales.
- Observe las diferencias en el dominio temporal.
- ¿Cuál cree que es la causa de las diferencias?
- ¿Puede identificar si hay distorsiones de fase?

### **AUTOEVALUACIÓN:**

En este apartado debe realizar una autoevaluación del proceso desarrollado y de las habilidades adquiridas con las actividades propuestas. Para ello responda las siguientes preguntas otorgando el valor porcentual (0 - 100 %) a cada una de ellas.

1. ¿Desarrolló la totalidad de las actividades propuestas?
2. ¿La metodología le permitió construir saberes significativos que le aporten al desarrollo del tema planteado?
3. ¿Qué tanto fue su grado de dedicación durante el desarrollo de las actividades planteadas?
4. ¿Qué tanto fue su grado de interés en el tema propuesto?
5. Otorgue un valor porcentual a cada uno de los indicadores de las metas propuestas según su cumplimiento

### **RETROALIMENTACIÓN:**

En esta sección se espera que, a partir de lo vivido durante el desarrollo de las actividades propuestas, Ud pueda dar algunas recomendaciones o sugerencias sobre el tema y el desarrollo de estas. Tenga en cuenta que sus aportes enriquecen el ejercicio docente, gracias.