

# Reto Mortero Valenciano

Jimenez Nelson, Velandia Joan

10/10/2019

## Introducción

### Curvas de Bezier

“Las curvas de Bezier son curvas paramétricas utilizadas con frecuencia en el modelado de superficies lisas en gráficos de computadora y muchos otros campos relacionados. Estas curvas se pueden escalar indefinidamente. Las curvas de Bezier enlazadas contienen trazados que son combinaciones intuitivas y pueden modificarse. Esta herramienta también se utiliza para controlar movimientos en videos de animación. Cuando los programadores de estas animaciones hablan sobre la física involucrada, en esencia están hablando de estas curvas de Bezier. Las curvas de Bezier fueron desarrolladas por primera vez por Paul de Castlejau utilizando el algoritmo de Castlejau, que se considera un método estable para desarrollar tales curvas. Sin embargo, estas curvas se hicieron famosas en 1962 cuando el diseñador francés Pierre Bezier las utilizó para diseñar automóviles.”[1]

### Curvas de B-Spline

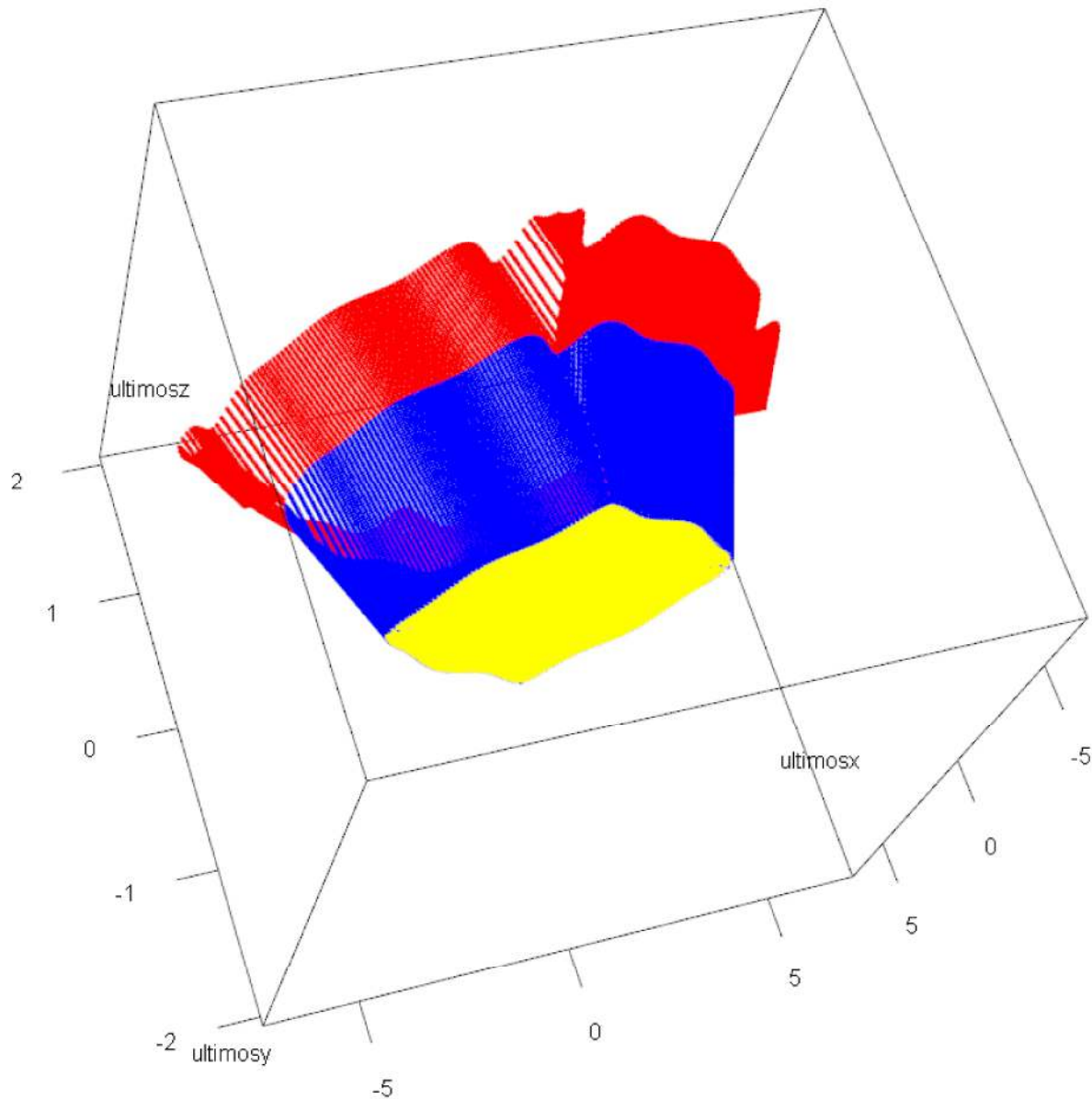
“Las curvas B-Spline se consideran una generalización de las curvas de Bezier y, como tales, comparten muchas similitudes con ella. Sin embargo, tienen propiedades más deseadas que las curvas de Bezier. Las curvas B-Spline requieren más información, como un grado de la curva y un vector de nudo, y en general, implican una teoría más compleja que las curvas de Bezier. Sin embargo, poseen muchas ventajas que compensan esta deficiencia. En primer lugar, una curva B-Spline puede ser una curva Bezier cuando el programador así lo desee. La curva B-Spline adicional ofrece más control y flexibilidad que una curva Bezier. Es posible utilizar curvas de menor grado y aún mantener una gran cantidad de puntos de control. B-Spline, a pesar de ser más útiles, siguen siendo curvas polinómicas y no pueden representar curvas simples como círculos y elipses. Para estas formas, se usa una generalización adicional de las curvas B-Spline conocidas como NURBS.” [1]

### Splines Cúbicos

“Un spline es una curva que se forma a partir de una colección de segmentos simples colgados de extremo a extremo para que sus cruces sean bastante suaves. Hay splines exóticas que utilizan funciones trigonométricas e hiperbólicas, pero la mayoría de las splines consisten en segmentos polinómicos. Si solo hay un segmento (polinomio), el spline a menudo se denomina curva de Bézier. Si cada segmento se expresa en forma de Bézier (utilizando funciones con base en Bernstein), entonces podría decir que el spline es un “spline de Bézier”, aunque este término no es estándar. Si cada segmento polinómico tiene grado 3, el spline se denomina spline cúbico”. [2]

# Procedimiento

1. Se Realizó un modelo 3D Propio del mortero de valenciano a través de la aplicación Blender para tomarlo como referencia para la interpolación.
2. Tomando como referencia el plano eucludiano, se dividió la cara superior del mortero en los cuatro cuadrantes (teniendo en cuenta una vista en una dimensión x,y)
3. Se decició dividir el objeto en 3 superficies, la parte superior del mortero que contiene las “puntas” del mismo, el “tronco” del mortero, y finalmente el suelo del mortero.

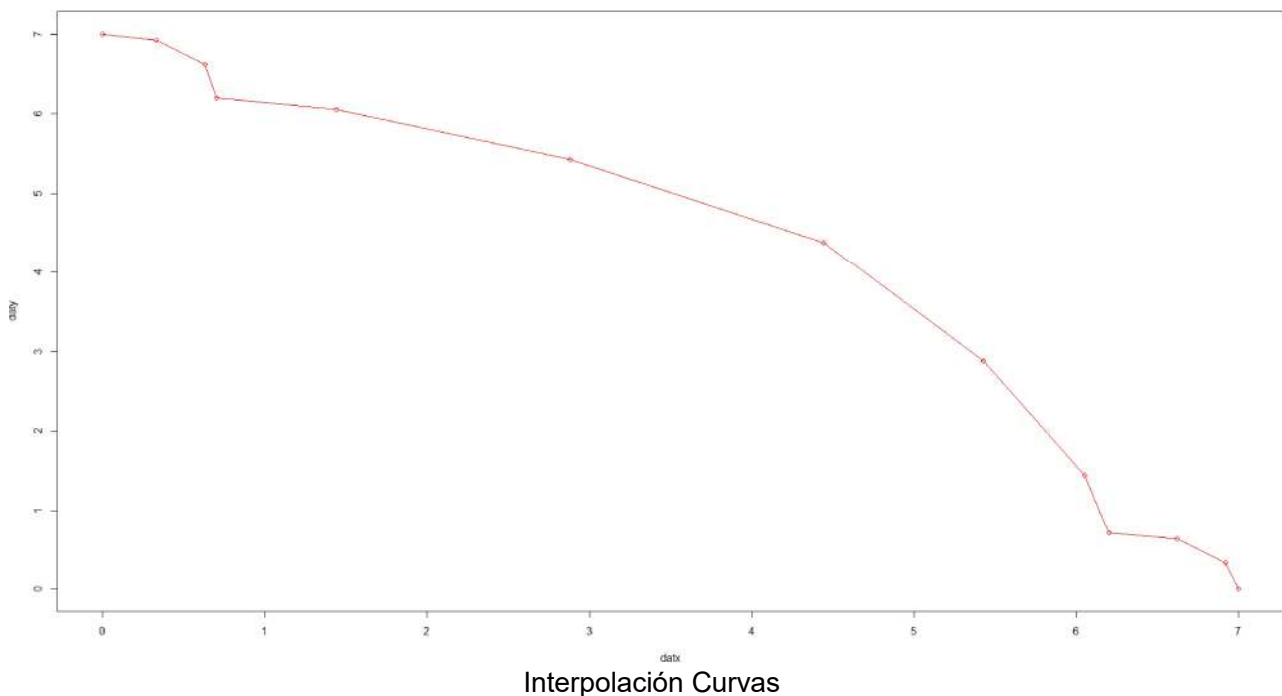


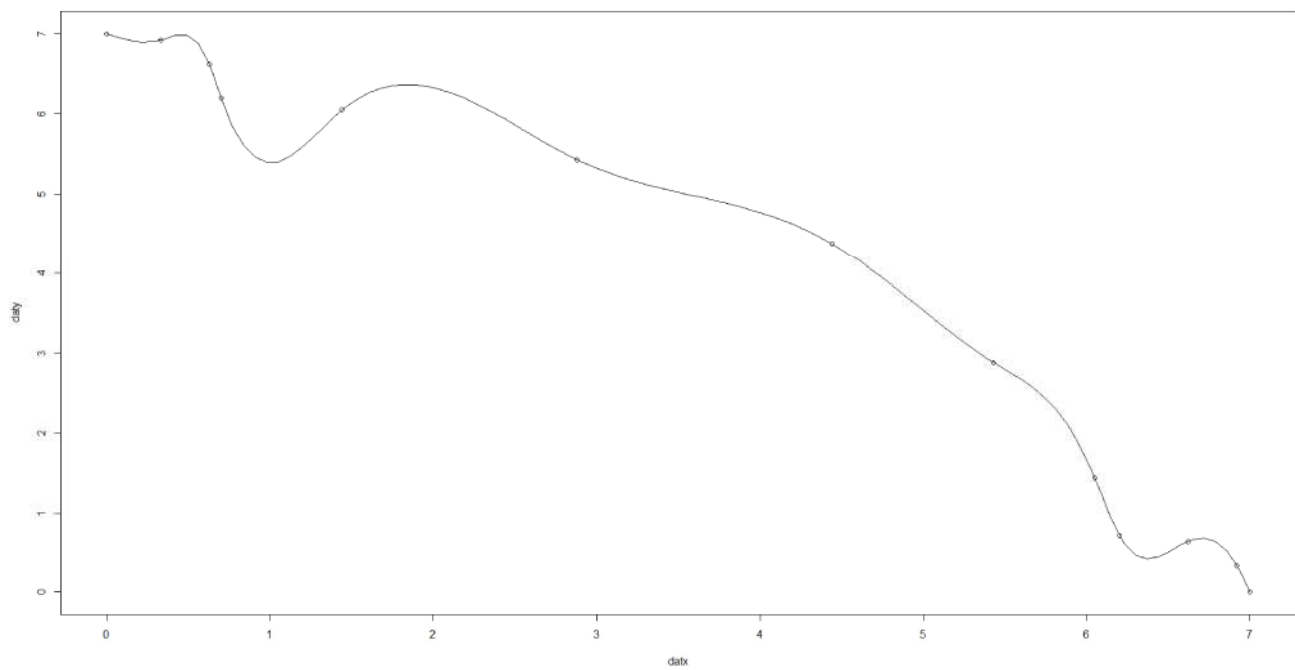
División de superficies

4. Se tomaron 13 puntos de control para realizar la interpolación del primer cuadrante. Se utilizó la función “bezier” de la libreria bezier de R para halla una interpolación del contorno del primer cuadrante, la cual nos retornó 100 puntos que forman dicha curva.

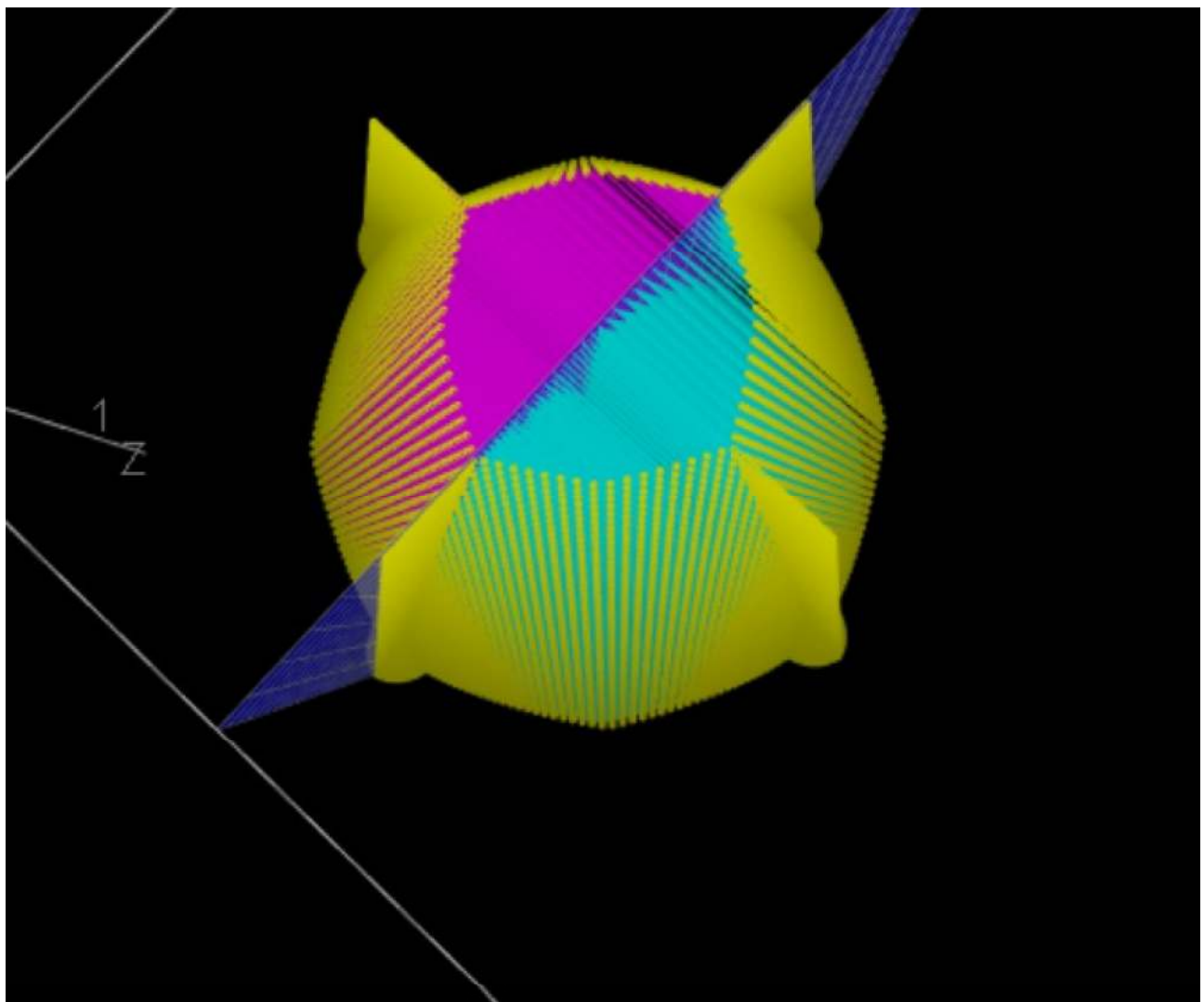
5. Con esta nueva curva obtenida a partir de la interpolación se proyectó en el mismo cuadrante, pero esta vez teniendo en cuenta una vista 3D (x,y,z), donde variamos la posición de los puntos en el eje Z.
6. Una vez teniendo un cuadrante completo, se realizó el mismo proceso para los cuadrantes faltantes, usando un desfase de 0.01 para el eje Z, 0.02 para los ejes Y y X. En este momento solo se obtiene la primera superficie de tres del mortero.
7. Para realizar la segunda superficie que compone el mortero, el tronco, se tomaron los puntos finales de la superficie de "puntas" sin tener en cuenta las puntas, y se realizó la nueva superficie únicamente proyectando en Z y desfasando todos los ejes 0.01.
8. Para realizar la última superficie, nuevamente se tomaron los últimos puntos de la superficie del "tronco" y se empezó a crear puntos acercándolos a (0,0,Z) dependiendo del cuadrante en que se encontraba dichos puntos.
9. Para el segundo método se realizarán los mismos procedimientos donde únicamente cambia el paso 4, donde se utiliza la función "cubicspline" de "R".

Uno de los mayores problemas abarcados fue al realizar la superficie de las "puntas" y "suelo" donde estas, al ser proyectadas, generaban un estilo de crestas; este problema se intentó solucionar marcando los puntos que generaban dichas crestas teniendo en cuenta que en cada cuadrante se debe ser precabido con los límites de estos puntos.



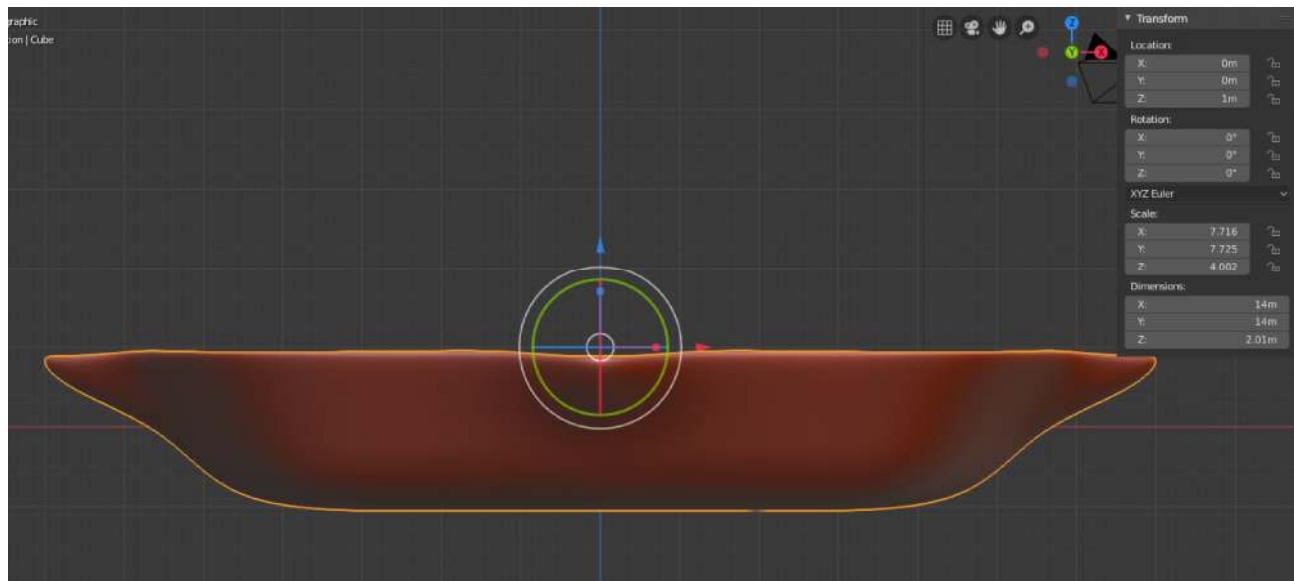


Interpolación Splines Cúbicos

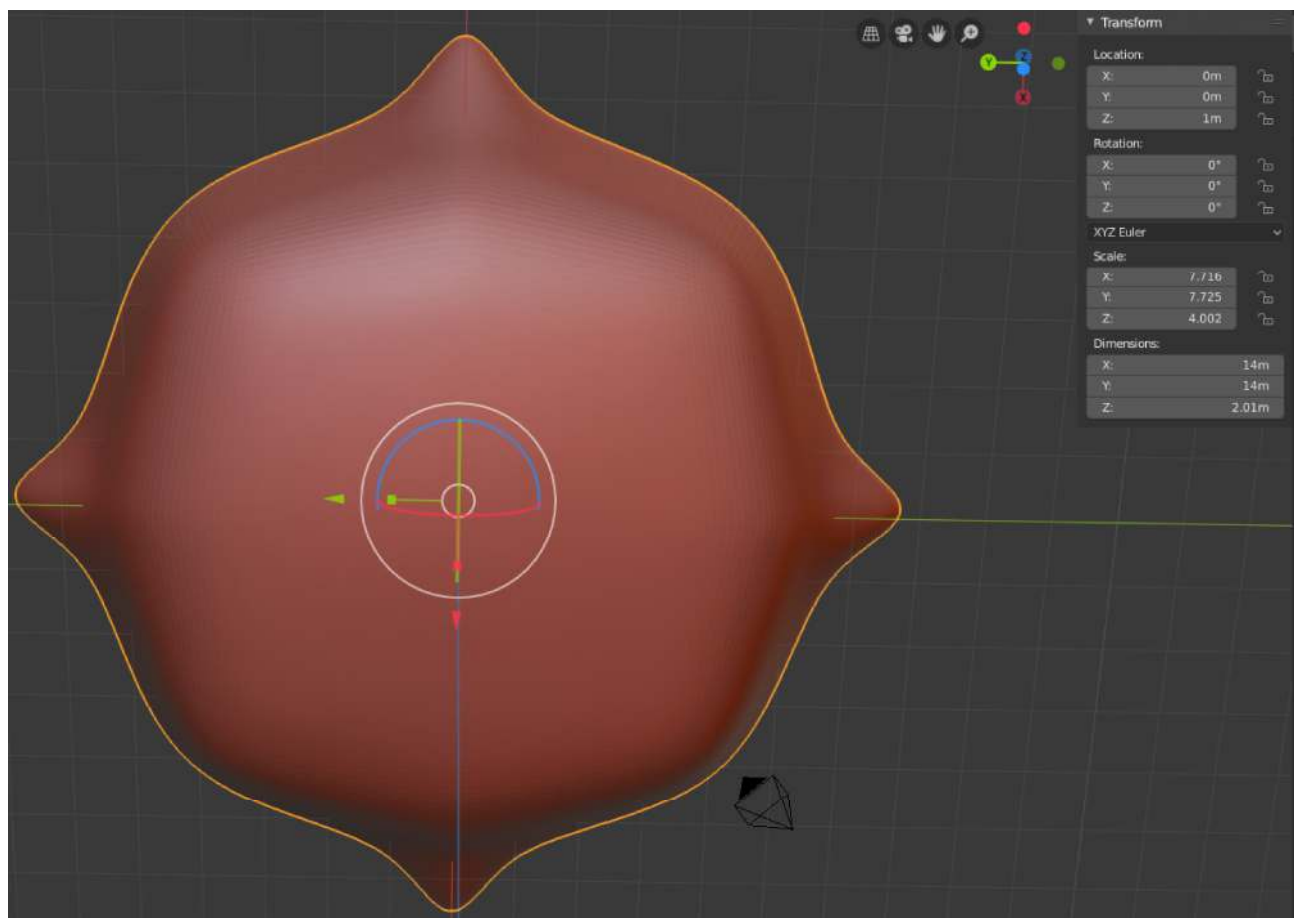


Crestas

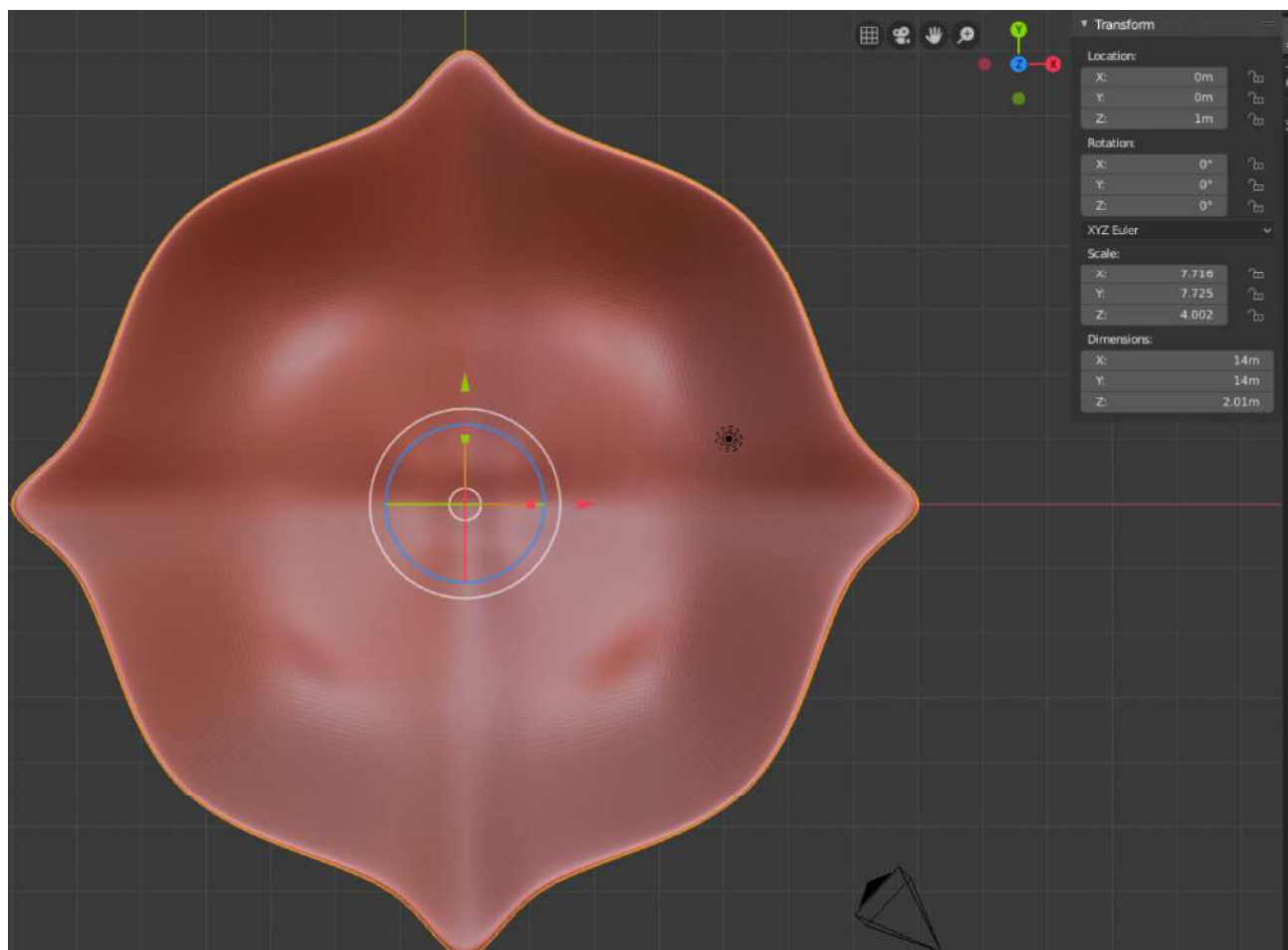
# Modelo Usado



Modelo Vista frontal



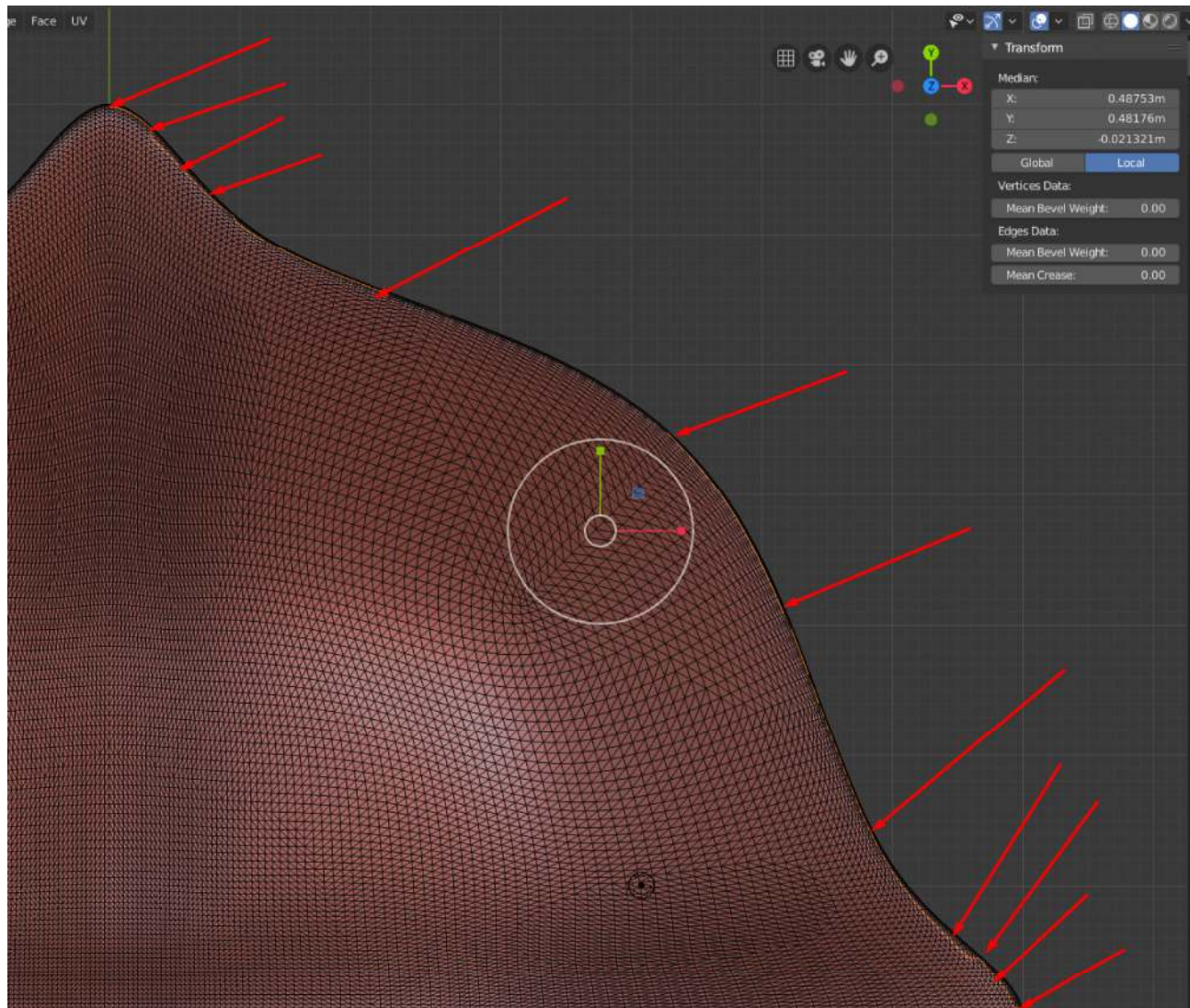
Modelo Vista inferior



Modelo Vista superior



# Toma de datos:



Puntos

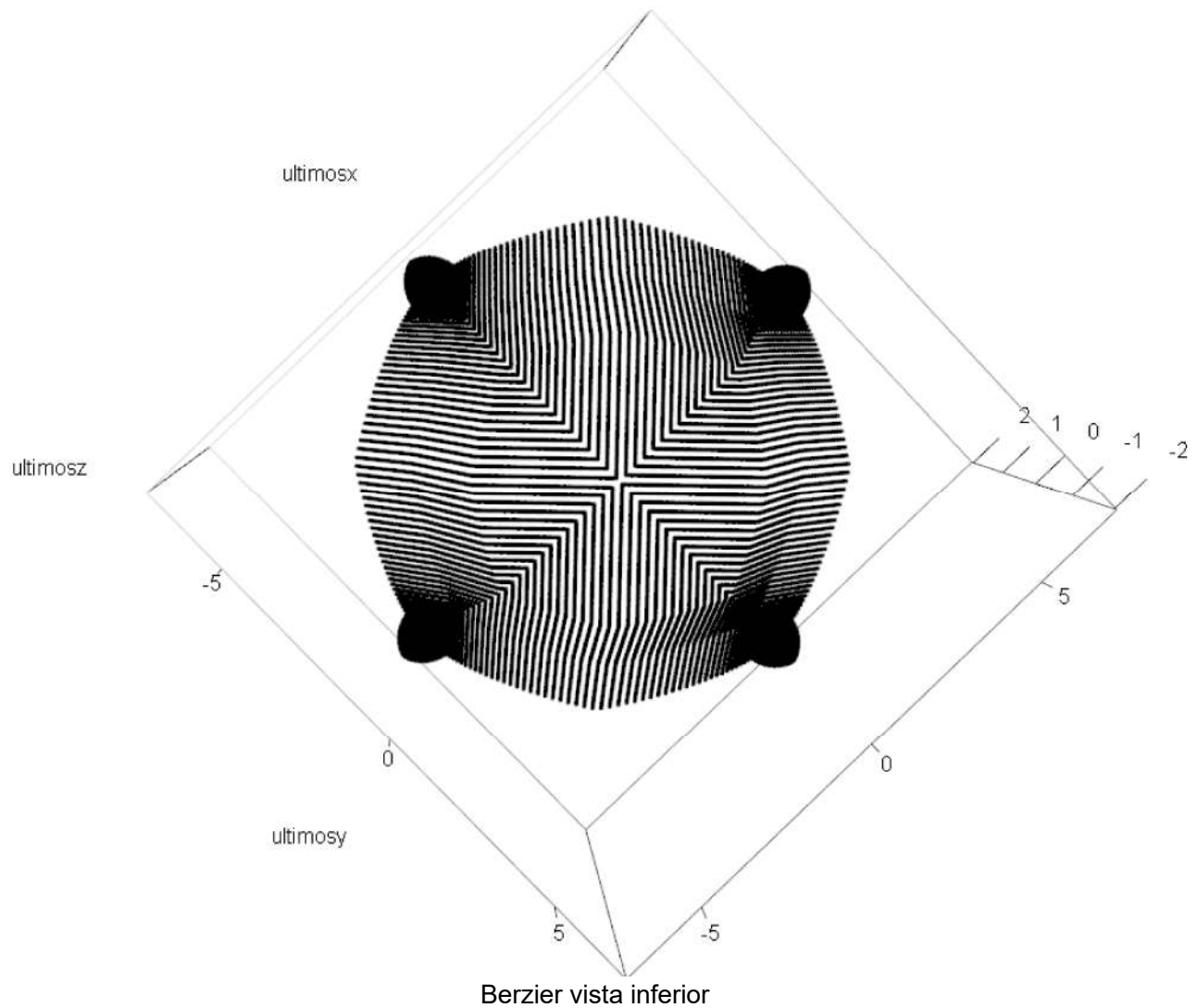
## Puntos de control:

$\{(0,7,1), (0.33,6.92,1), (0.63, 6.62,1), (0.7,6.2,1), (1.44,6.05,1), (2.88,5.43,1), (4.44,4.38,1),$   
 $(5.43,2.88,1),(6.05,1.44,1),(6.2,0.7,1),(6.62,0.63,1),(6.92,0.33,1),(7,0,1)\}$

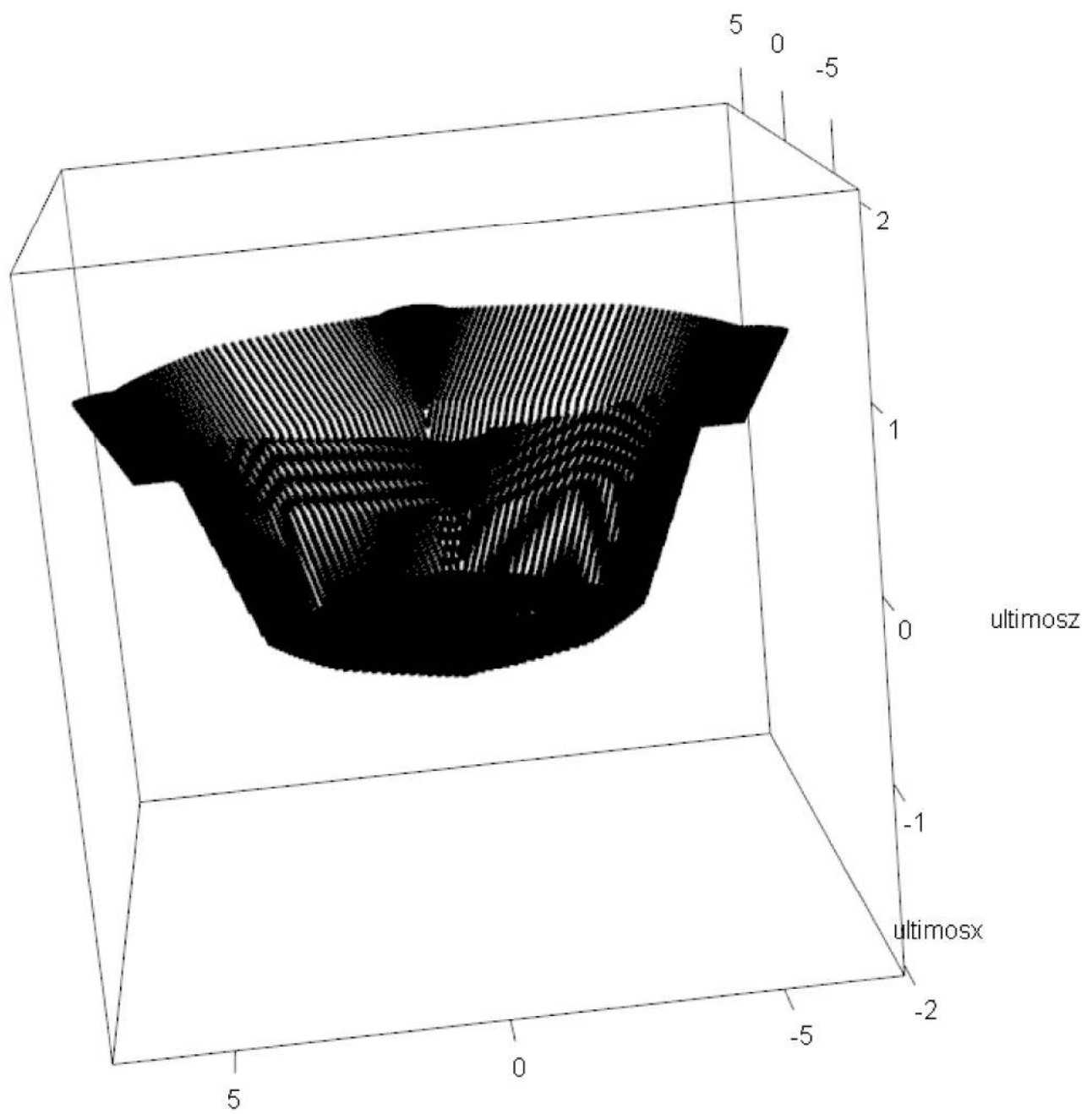
Total = 13.

# Resultados: Modelos Adquiridos con interpolación

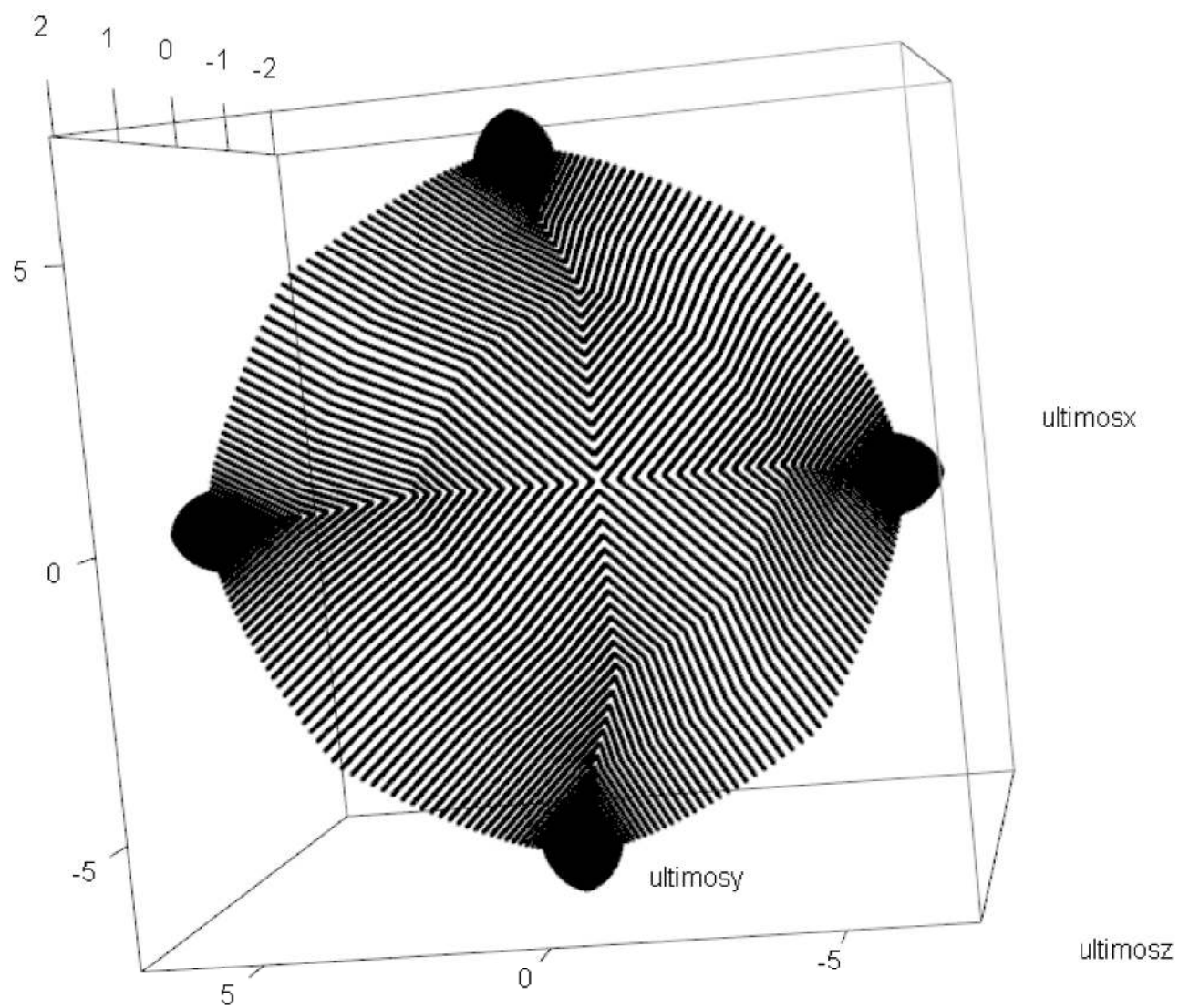
## Curvas de Berzier





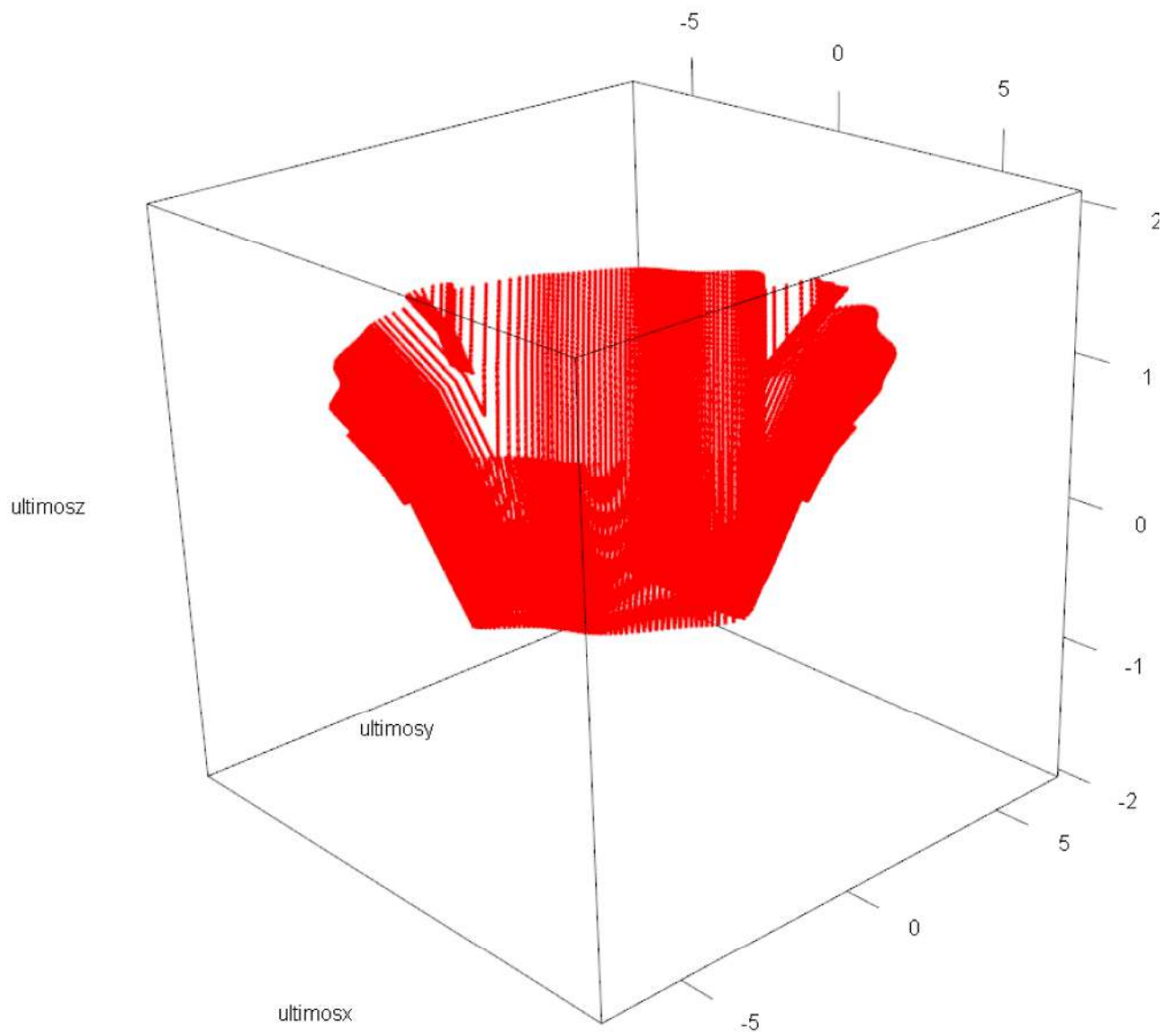


ultimosy  
Berzier vista frontal

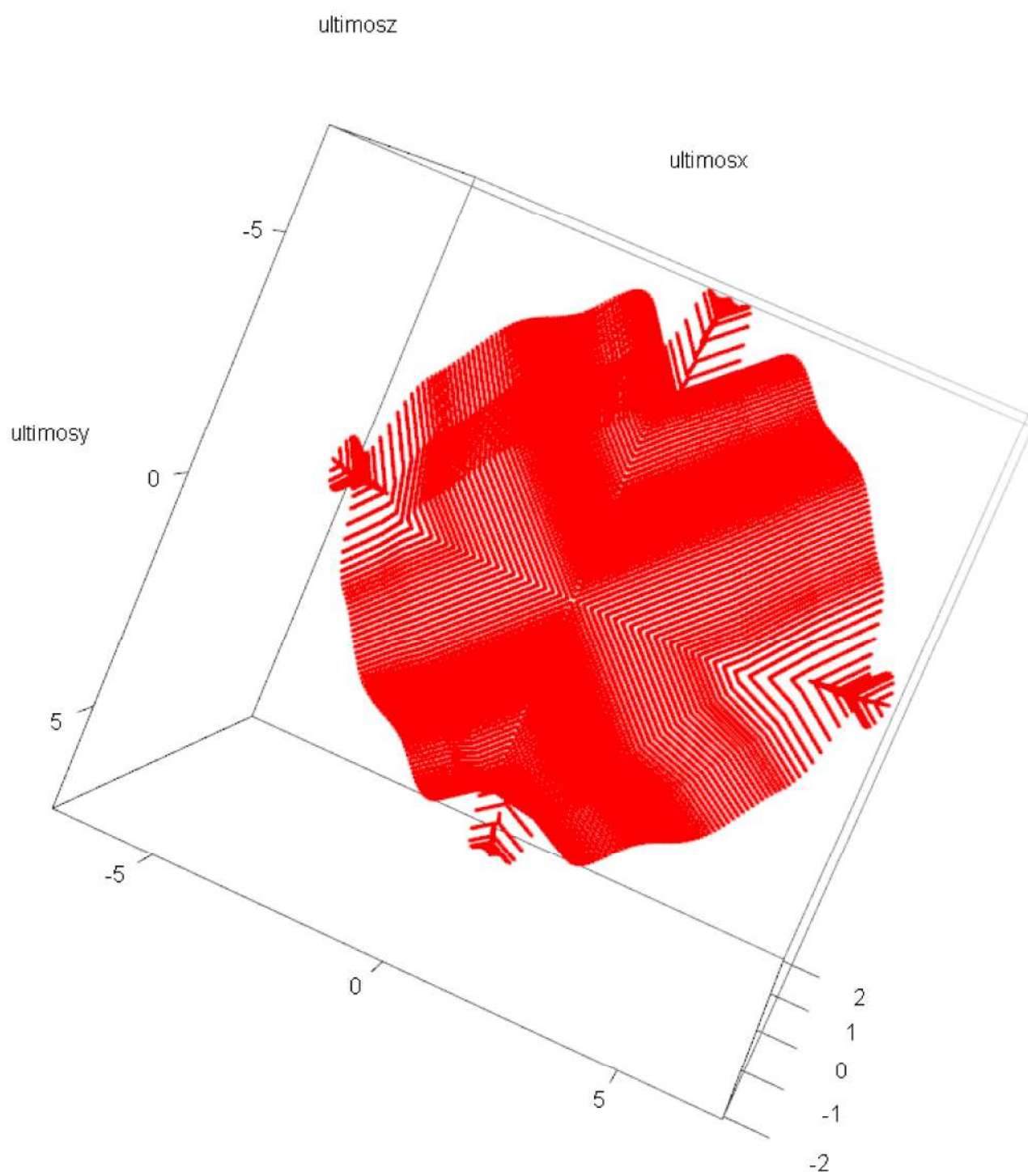


Berzier vista superior

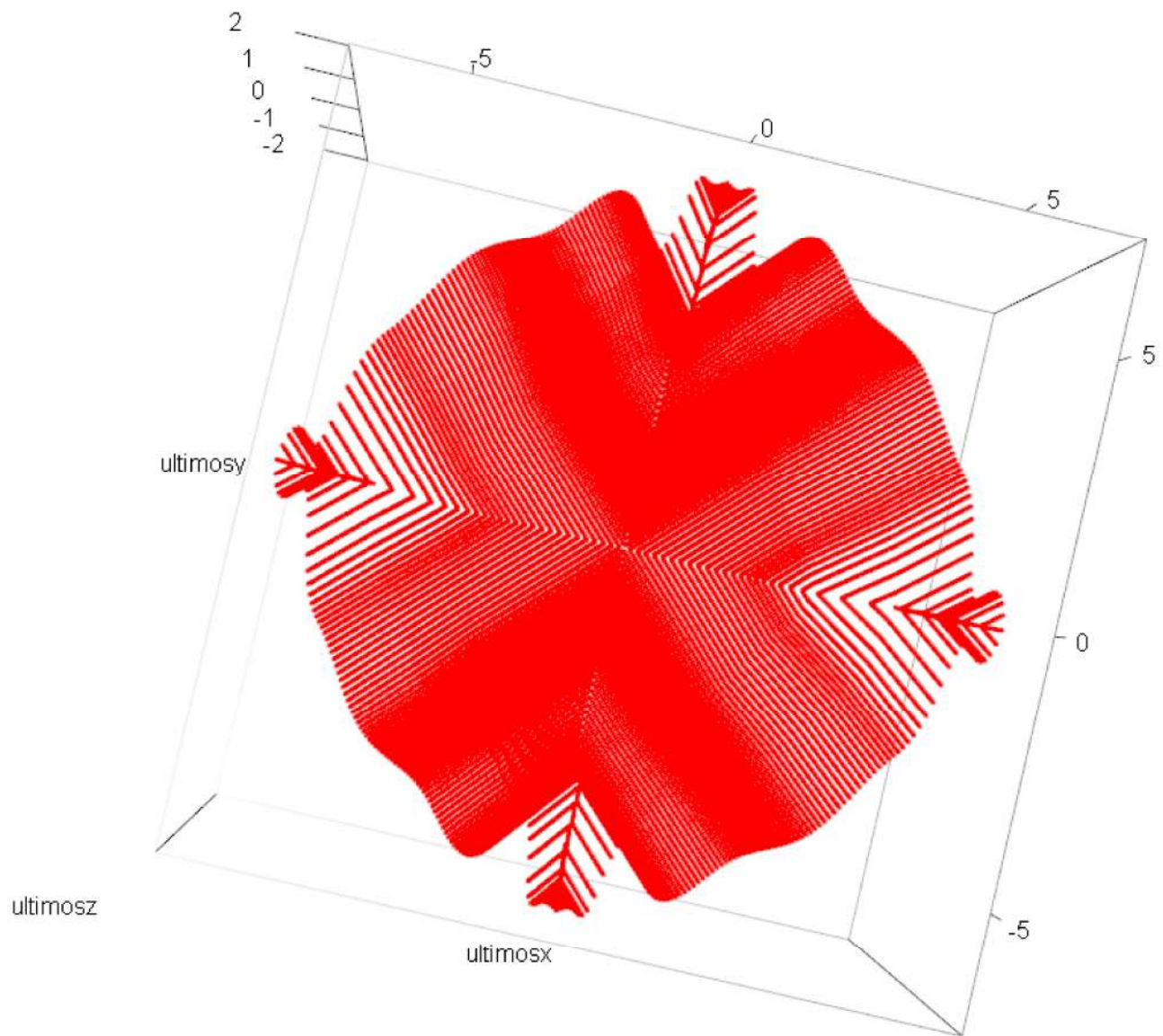
# Splines Cúbicos



Splines vista inferior



Splines vista frontal



Splines vista superior

## Análisis del error

Se tomaron puntos al azar del modelo obtenido por medio de la interpolación de curvas de bezier, y se buscaron las mismas coordenadas en el modelo realizado con interpolación de splines cúbicos encontrando la cantidad de aciertos y de fallos. Para Realizar este procedimiento se tomaron 20000 puntos de la superficie “puntas”, 14534 para la superficie del “tronco” y finalmente 20158 para la superficie del “suelo”, con un total de 54692 puntos. Un resumen de los resultado se observan a continuación.

error absoluto x	1.785485 y	6.20729 z	0.47	error relativo x	-1.607075 y	1.907016 z	-1 i	14289
error absoluto x	1.681005 y	6.026425 z	0.47	error relativo x	-1.306908 y	1.908562 z	-1 i	14290
error absoluto x	1.573857 y	5.83286 z	0.47	error relativo x	-1.074934 y	1.908747 z	-1 i	14291
error absoluto x	1.464272 y	5.627701 z	0.47	error relativo x	-0.8904177 y	1.907797 z	-1 i	14292
error absoluto x	1.352479 y	5.412197 z	0.47	error relativo x	-0.7402643 y	1.906009 z	-1 i	14293
error absoluto x	1.238706 y	5.187599 z	0.47	error relativo x	-0.615799 y	1.903721 z	-1 i	14294
error absoluto x	1.123185 y	4.955154 z	0.47	error relativo x	-0.5110462 y	1.901322 z	-1 i	14295
error absoluto x	1.006144 y	4.716112 z	0.47	error relativo x	-0.421756 y	1.899277 z	-1 i	14296

### Resultado "Puntas"

error absoluto x	0 y	0.03361246 z	0 error relativo x	NaN y	-0.005430797 z	0 i	19002
error absoluto x	0 y	0.05723844 z	0 error relativo x	NaN y	-0.009267358 z	0 i	19003
error absoluto x	0 y	0.06304633 z	0 error relativo x	NaN y	-0.01023248 z	0 i	19004
error absoluto x	0 y	0.04320453 z	0 error relativo x	NaN y	-0.007031535 z	0 i	19005
error absoluto x	0 y	0.009672319 z	0 error relativo x	NaN y	-0.00157905 z	0 i	19006
error absoluto x	0 y	0.07664347 z	0 error relativo x	NaN y	-0.01255533 z	0 i	19007
error absoluto x	0 y	0.09821857 z	0 error relativo x	NaN y	-0.01615015 z	0 i	19008
error absoluto x	0 y	0.01144888 z	0 error relativo x	NaN y	-0.001890238 z	0 i	19009

### Resultado "Tronco"

error absoluto x	0.1263563 y	2.733229 z	0 error relativo x	-2.770591 y	-19.09886 z	0 i	20134
error absoluto x	0.1158937 y	2.393697 z	0.01 error relativo x	3.254871 y	17.98291 z	-0.02040816 i	20135
error absoluto x	0.2578563 y	2.33674 z	0.01 error relativo x	-7.241881 y	17.55502 z	-0.02040816 i	20136
error absoluto x	0.2573937 y	2.285408 z	0 error relativo x	7.228892 y	17.16938 z	0 i	20137
error absoluto x	0.3993563 y	2.238968 z	0 error relativo x	-11.2159 y	16.82049 z	0 i	20138
error absoluto x	0.3988937 y	2.462909 z	0 error relativo x	11.20291 y	-18.50287 z	0 i	20139
error absoluto x	0.5408563 y	2.42406 z	0 error relativo x	-15.18992 y	-18.21102 z	0 i	20140
error absoluto x	0.5503937 y	2.131691 z	0.01 error relativo x	21.49451 y	17.3154 z	-0.02040816 i	20141

### Resultado "Suelo"

## Conclusiones

Contrastando los dos métodos usados para resolver el problema tratado, definimos al método de curvas de Bezier como el más adecuado para resolver interpolaciones de curvas abstraídas de objetos del mundo real, debido a que el resultado obtenido por el método de los splines de Bezier no fue mejor que el de las curvas de Bezier.

La idea de dividir el mortero en cuatro cuadrantes y proyectarlo fue más complejo que haber tomado todo el contorno desde un principio, sin embargo, la idea de separar el mortero en tres superficies, fue optimo.

La aproximación tuvo un Error relativo para el eje X de 187.2746 con respecto al modelo dado por las curvas de bezier. La aproximación tuvo un Error relativo para el eje Y de 586.7771 con respecto al modelo dado por las curvas de bezier. La aproximación tuvo un Error relativo para el eje Z de  $\sqrt{-5.144269e^{14}}$  con respecto al modelo dado por las curvas de bezier. Estos calculos se realizaron hallando el promedio de los errores mostrados en la figura de "resultados".

## Referencias

[1] Amruta Surve. (SF, Apl 11). Quora [Online]. Available: <https://www.quora.com/What-is-the-difference-between-a-Bezier-curve-and-a-spline> (<https://www.quora.com/What-is-the-difference-between-a-Bezier-curve-and-a-spline>)

[2] bubba (2019, may, 23). Matematics [Online]. Available: <https://math.stackexchange.com/questions/97233/what-is-the-difference-between-natural-cubic-spline-hermite-spline-bézier-spli> (<https://math.stackexchange.com/questions/97233/what-is-the-difference-between-natural-cubic-spline-hermite-spline-bézier-spli>)