

Taller 1

Jimenez Nelson, Velandia Joan

4 de agosto de 2019

Ejercicio 1

Error de truncamiento

La precisión de la respuesta entre el último valor calculado y la respuesta esperada

Error de redondeo

Imposibilidad de almacenar todas la cifras significativas, el error puede aumentar si los valores que se obtienen son usados de forma consecutiva en una secuencia de calculos.

Ejemplo: Para el truncamiento de una maquina que solo almacena 4 cifras significativas, el error de redondeo al almacenar la cifra: 536.78 es:

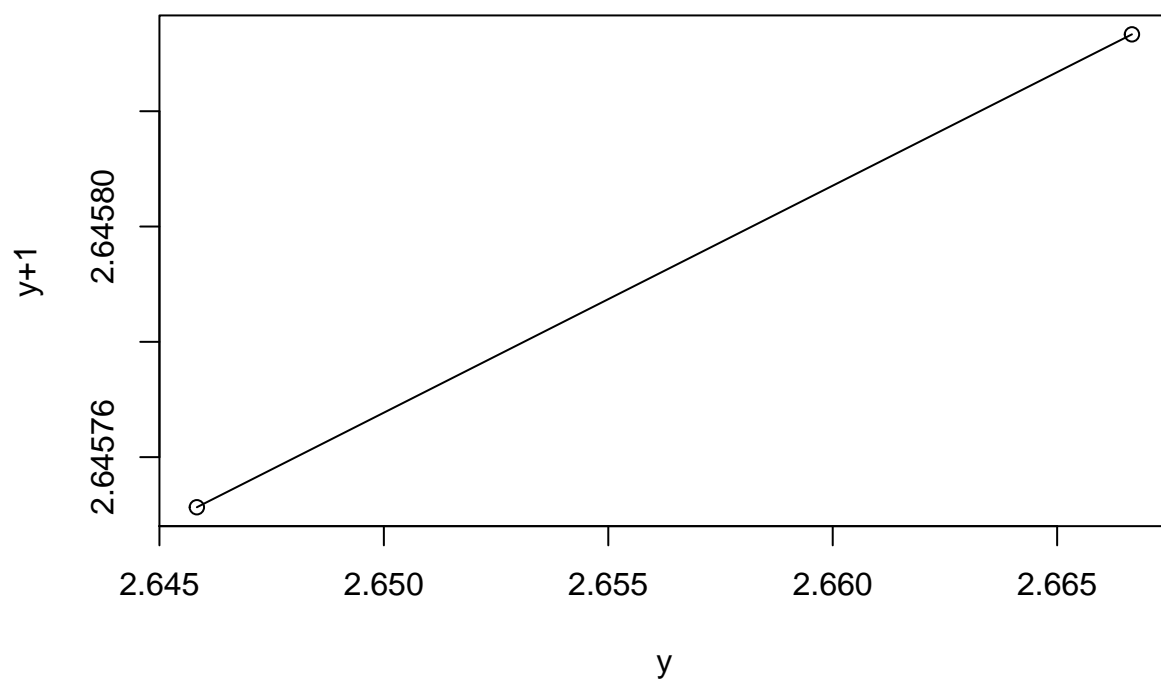
valor almacenado: 536.7 con un error = 0.08

Ejercicio 2

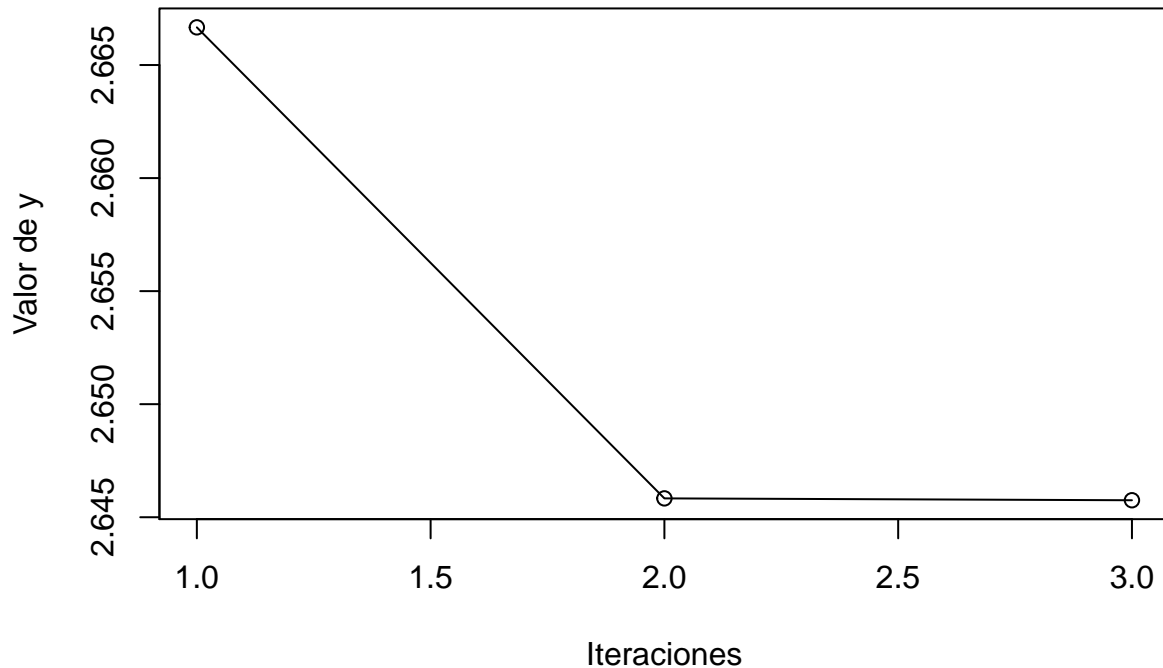
Precisión, validez y convergencia

```
##
##      Iteracion      valor de Y
## 1.0000000000000000 2.64583333333333
## 2.0000000000000000 2.645751312335958
## 3.0000000000000000 2.645751311064591
## Solucion real = 2.645751
## Solución dada por el algoritmo: 2.645751 con un error relativo = 0.0000 %
## y^2 = 7
```

Convergencia raiz cuadrada



Y vs Iteraciones



Para este ejercicio la precisión dada es de 16 cifras significativas que podemos verificar en algun resultado de la variable Y, en la tabla Iteracion vs Valor de Y. La convergencia se podria evalua realizando una grafica entre el resultado $x+1$ vs x de los valores de Y. Finalmente la validez del algoritmo se resuelve hallando el cuadrado de la solución dada por el mismo.

Ejercicio 3

Teorema de Taylor

El polinomio $P_n(f, x_0)$ es una aproximación de la función f en el intervalo $[a, b]$ con un error que podemos acortar fácilmente.

$$P_n(f, x_0) = f(x_0) + \sum_{k=1}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$$

donde $f^{(k)}$ representa la derivada k -ésima de f

En la solución se usó un $x_0 = 0$.

El resutado es = 1.6486

Ejercicio 4

Propagación del error de redondeo en las operaciones aritméticas

La magnitud del error de redondeo en la multiplicación puede ser tan grande como la suma de los errores de redondeo de los operandos ponderada por cada uno de sus respectivos valores.

##

```
## El Error absoluto es = 0.9
##
## El error relativo es = 4.5 %
```

Ejercicio 5

Evaluar el valor de un polinomio

Usando el método de Horner, se calcula con n multiplicaciones el valor aproximado de un polinomio $P(x)$ dado un x_0 .

Sea $P_0(x) = a_0x^0 = a_0$. El número de multiplicaciones para hallar $P_0(x_0)$ es igual a 0. Por lo que se cumple para el primer caso $k = 0$.

Se asume por lo tanto que $P_k(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_kx^k$ y que $P_k(x_0) = a_0 + a_1x_0 + \dots + a_kx_0^k$ tiene k multiplicaciones y que el método de Horner se expresa de la siguiente manera:

$$b_k = a_k$$

$$b_{k-1} = a_{k-1} + b_k * x_0$$

...

$$b_0 = a_0 + b_1 * x_0$$

Y se debe llegar a la forma $k + 1$ del polinomio: $P_{k+1}(x_0) = a_0 + a_1x_0 + \dots + a_kx_0^k + x_0^{k+1}$

o reescrito de otra forma: $P_{k+1}(x_0) = a_0 + x_0(a_1 + x_0(a_2 + \dots + x_0(a_k + x_0a_{k+1})))$

Se reescribe $P_k(x_0)$ y se reemplaza a_k por b_k (Primera instrucción del método): $P_k(x_0) = a_0 + x_0(a_1 + \dots + x_0(a_{k-1} + x_0 * b_k))$

Se añade una iteración al método de Horner para b_{k+1} , añadiendo una multiplicación más al método ($mult_{k+1} = k + 1$)

$$b_{k+1} = a_{k+1}$$

$$b_k = a_k + b_{k+1} * x_0$$

...

$$b_0 = a_0 + b_1 * x_0$$

Y se reemplaza b_k en $P_k(x_0)$: $P_k(x_0) = a_0 + x_0(a_1 + \dots + x_0(a_{k-1} + x_0 * (a_k + b_{k+1} * x_0)))$

Despejando la ecuación se llega a la forma: $P_k(x_0) = a_0 + x_0(a_1 + \dots + x_0(a_{k-1} + x_0 * (a_k + b_{k+1} * x_0)))$

La cual es equivalente a $P_{k+1}(x_0)$, quedando demostrado el número de multiplicaciones iguales a k , el grado del polinomio

```
## El polinomio: 2x^4-3x^2+3x-4 evaluado en -2 es = 10 con 4 multiplicaciones
```