**2.9 Método de Steffensen.**

El método de Steffensen tiene en cuenta la observación anterior y se construye combinando el método iterativo del punto fijo y el método de Aitken, de manera que solamente se considera una sucesión de la siguiente forma:

http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image176.gif, http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image175.gif, http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image177.gif, ^http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image952.gif, http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image178.gif, http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image179.gif, ^http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image180.gif, http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image181.gif, http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image182.gif, ^http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image183.gif, ...

o sea, cada dos iteraciones del punto fijo normal obtiene otro punto a partir de la fórmula:

http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image270.gif

de esta forma se acelera la convergencia, llegando a obtener una convergencia cuasi-cuadrática, y algunas veces cuadrática, con lo que este método puede llegar a competir con el método de Newton.

**Ejemplo 2.5**

Obtener una raíz de la función *f*(*x*) *= x - cos x* por la iteración del punto fijo y aplicando el método de Steffensen, si tomamos *g*(*x*) *= cos x* http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image949.gif= 0 y error<0.01.

|  |  |
| --- | --- |
| http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image949.gif= 0 | http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image950.gif= *g*(0) = 1 |
| http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image151.gif= *g*(1) = 0.5403 | http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image271.gif |
| http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image953.gif= *g*(0.685) = 0.7744 | http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image154.gif= *g*(0.7744) = 0.7148 |
| http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image272.gif | http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image956.gif= *g*(0.7384) = 0.7395 |

Como | http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image956.gif*-* http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image955.gif| = 0.0007 < 0.01 la solución aproximada es http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/IMAGENES/Image956.gif= 0.7393.

**Algoritmo 2.8: Algoritmo de Steffensen.**

***Introducir*** los datos: *x0*, error, *g*(*x*), I (número máximo de iteraciones).

***Hacer*** K = 0

***Repetir***

*x1* = g(*x0*)

*x2* = g(*x1*)

I*x0* = *x1 - x0*

I*x1* = *x2 - x1*

R1 = I*x1* / I*x0*

*x2N* = *x1* + I*x1* / (1-R1)

*x0* = *x2N*

K = K+1

***Hasta que*** (| *x2 - x2N* | < error o *K* > I).

***Si*** *K* > I entonces "No converge"

***si no*** solución = *x2N*

**NOTA**.- La iteración de punto fijo es efectiva cuando converge cuadráticamente, como en el método de Newton. En general la iteración de punto fijo, converge sólo linealmente; por tanto no ofrece competencia real al método de la secante o de regula falsi modificada. Aún con extrapolación repetida, como en la iteración de Steffensen, la convergencia es a lo sumo cuadrática. Como una etapa de la iteración de Steffensen cuesta dos evaluaciones de la función de iteración *g(x)*, la iteración de Steffensen es comparable, por tanto, con el método de Newton.

**Método de Steffensen**

De Wikipedia, la enciclopedia libre

Saltar a: [navegación](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Steffensen#mw-head), [búsqueda](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Steffensen#p-search)

El **método de Steffensen** (por [Johan Frederik Steffensen](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Johan_Frederik_Steffensen&action=edit&redlink=1)) es un algoritmo para [obtener los ceros de una función](https://es.wikipedia.org/wiki/Resoluci%C3%B3n_num%C3%A9rica_de_ecuaciones_no_lineales). El método de Steffensen se puede considerar como una combinación del [método de punto fijo](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_del_punto_fijo) y del método de [Aitken](https://es.wikipedia.org/wiki/Proceso_%CE%94%C2%B2_de_Aitken). Como el método de Aitken esencialmente acelera la convergencia de otro método, se puede definir este método como el *método de punto fijo acelerado*.

**Índice**

 [[ocultar](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Steffensen)]

* [1 Ventajas](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Steffensen#Ventajas)
* [2 Algoritmo](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Steffensen#Algoritmo)
  + [2.1 Código Matlab](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Steffensen#C.C3.B3digo_Matlab)
* [3 Enlaces externos](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Steffensen#Enlaces_externos)

**Ventajas[[editar](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=M%C3%A9todo_de_Steffensen&action=edit&section=1" \o "Editar sección: Ventajas)]**

El método de Steffensen presenta una convergencia rápida y no requiere, como en el caso del [método de Newton](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Newton), la evaluación de derivada alguna. Presenta además, la ventaja adicional de que el proceso de iteración sólo necesita un punto inicial.

Otra ventaja del método de Steffensen es que -al igual que el de Newton- tiene convergencia cuadrática. Es decir, ambos métodos permiten encontrar las raíces de una función *f* "rápidamente" - en este caso rápidamente significa que en cada iteración, el número de dígitos correctos en la respuesta se duplica. Pero la fórmula para el método de Newton requiere la evaluación de la derivada de la función, el método de Steffensen no, por lo que este último puede ser programado para una función genérica, mientras que la función cumpla la restricción mencionada anteriormente.

El precio de la convergencia rápida es una doble evaluación de la función: tanto f(x_n)como f(x_n + h)deben ser calculadas, lo que podría llevar un tiempo considerable dependiendo de la función *f*. Por comparación, el [método de la secante](https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_la_secante) sólo necesita una evaluación de la función por cada paso, así que con dos evaluaciones de la función del método de la secante se pueden hacer dos pasos, y esos dos pasos aumentan el número de dígitos correctos en un factor de 1,6. En un solo paso de tiempo el método de Steffensen (o de Newton) aumenta los dígitos correctos en un factor de 2, lo que es sólo un poco mejor.

Al igual que el método de Newton y otros métodos cuadráticamente convergentes, la debilidad fundamental en el método de Steffensen es la elección del valor inicial x_0. Si el valor de x_0no está "lo suficientemente cerca" de la solución, el método puede fallar y la secuencia de valores x_0, x_1, x_2, x_3,\dotso bien puede oscilar entre dos valores, o bien diverger hacia infinito (ambas alternativas pueden suceder).

Se calcula el siguiente punto de iteración a partir de la expresión:

x_{n+1} = x_n - {[f(x_n)]^2 \over {f(x_n + f(x_n)) - f(x_n)} }

**Algoritmo[[editar](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=M%C3%A9todo_de_Steffensen&action=edit&section=2" \o "Editar sección: Algoritmo)]**

Para una sucesión {xn}, obtenida por el método del punto fijo xn+1 = f(xn), partimos de tres puntos:[[*cita requerida*](https://es.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Verificabilidad)]

y0= f(x0)

z0= f(y0)

donde x0 es el punto inicial. Obteniendo así:

x1 = x0 – (y0 –x0)1/2

z0 – 2\*y0 – x0

En forma general:

Xn+1 = xn – (yn – xn)1/2

zn – 2\* yn – xn

Donde si |xn+1 – xn| = error < Tol entonces se satisface la tolerancia.

**Código Matlab[[editar](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=M%C3%A9todo_de_Steffensen&action=edit&section=3" \o "Editar sección: Código Matlab)]**

function [x,i,tolf]=steffensen(x0,f,tolx,nmax)

err=tolx+1;

x=x0;

phi=0;

while(i<nmax & err>tolx)

xx=x;

fxk=feval(f,x);

tolf=tolx\*abs(phi);

if abs(fxk)<=tolf

break

end

fxk2=feval(f,x+fxk);

phi=(fxk2-fxk)/fxk;

x=xx-fxk/phi;

err=abs(x-xx);

i=i+1;

end

}

# Steffensen

El **método de Steffensen** (por Johan Frederik Steffensen) es un algoritmo para obtener los ceros de una función. Puede considerar como una combinación del método de punto fijo y del método de Aitken. presenta una convergencia rápida y no requiere, como en el caso del método de la secante, la evaluación de derivada alguna. Presenta además, la ventaja adicional de que el proceso de iteración sólo necesita un punto inicial.

El método de Steffensen presenta una convergencia rápida y no requiere, como en el caso del [método de Newton](http://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Newton), la evaluación de derivada alguna. Presenta además, la ventaja adicional de que el proceso de iteración sólo necesita un punto inicial.

Otra ventaja del método de Steffensen es que al igual que el de Newton  tiene convergencia cuadrática. Es decir, ambos métodos permiten encontrar las raíces de una función *f* “rápidamente” – en este caso rápidamente significa que en cada iteración, el número de dígitos correctos en la respuesta se duplica. Pero la fórmula para el método de Newton requiere la evaluación de la derivada de la función, el método de Steffensen no, por lo que este último puede ser programado para una función genérica, mientras que la función cumpla la restricción mencionada anteriormente.

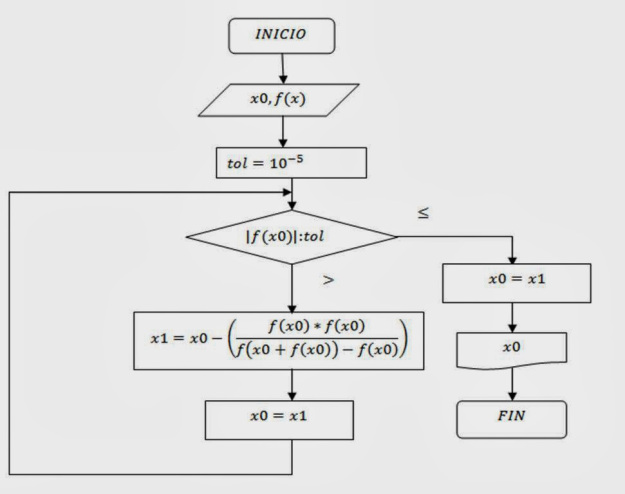
El precio de la convergencia rápida es una doble evaluación de la función: tanto **f(xn)**  como **f(xn+h)** deben ser calculadas, lo que podría llevar un tiempo considerable dependiendo de la función *f*. Por comparación, el método de la secante sólo necesita una evaluación de la función por cada paso, así que con dos evaluaciones de la función del método de la secante se pueden hacer dos pasos, y esos dos pasos aumentan el número de dígitos correctos en un factor de 1,6. En un solo paso de tiempo el método de Steffensen (o de Newton) aumenta los dígitos correctos en un factor de 2, lo que es sólo un poco mejor.

Al igual que el método de Newton y otros métodos cuadráticamente convergentes, la debilidad fundamental en el método de Steffensen es la elección del valor inicial **xo** . Si el valor de **xo** no está “lo suficientemente cerca” de la solución, el método puede fallar y la secuencia de valores   **xo**, **x1**, **x2**, **x3**, **…** o bien puede oscilar entre dos valores, o bien diverger hacia infinito (ambas alternativas pueden suceder).

Se calcula el siguiente punto de iteración a partir de la expresión:

steffensen02

**Algoritmo:**

****

La iteración de punto fijo es efectiva cuando converge cuadráticamente, como en el método de Newton. En general la iteración de punto fijo, converge sólo linealmente; por tanto no ofrece competencia real al método de la secante o de regula falsi modificada. Aún con extrapolación repetida, como en la iteración de Steffensen, la convergencia es a lo sumo cuadrática. Como una etapa de la iteración de Steffensen cuesta dos evaluaciones de la función de iteración *g(x)*, la iteración de Steffensen es comparable, por tanto, con el método de Newton.

**Bibliografía:**

-“Wladimiro Diaz Villanueva”, “Método de la secante”, <http://www.uv.es/~diaz/mn/node21.html>, Mayo 1998.  
-”Wikipedia”, “Método de Steffensen ”<http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%A9todo_de_Steffensen>, Abril 2014.  
-“UPV”, “José L. Pérez”, <http://users.dsic.upv.es/asignaturas/eui/cnu/libro/tema2/tema29.htm>,  Valencia España, Septiembre 2000.