Отчет по лабораторной работе №2

Валиева Найля Разимовна

Содержание

1 Цель работы **5**

2 Задание **6**
2.1 Провести рассуждения и вывод дифференциальных уравнений по условию заданной задачи 6
2.2 Построение траектории движения катера и лодки для двух случаев 6
2.3 Нахождение точки пересечения траектории катера и лодки 6

3 Выполнение лабораторной работы **7**
3.1 Рассуждения и вывод дифференциальных уравнений по условию заданной задачи 7
3.2 Построение траектории движения катера и лодки для двух случаев 11
3.3 Нахождение точки пересечения траектории катера и лодки 14

4 Выводы **15**

Список таблиц

Список иллюстраций

3.1 Вычисления 1 9
3.2 Вычисления 2 10
3.3 Вычисления 3 10
3.4 Начало кода 11
3.5 Движение береговой охраны 11
3.6 Случай 1 11
3.7 Решение 1 12
3.8 Случай 2 12
3.9 Решение 2 13
3.10 Движение браконьеров 13
3.11 Перевод координат 13
3.12 Код графиков 14
3.13 Код точки пересечения 14
3.14 Точка пересечения. Случай 1 14
3.15 Точка пересечения. Случай 2 14

1 Цель работы

Рассмотреть один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

2 Задание

2.1 Провести рассуждения и вывод дифференциальных уравнений по условию заданной задачи

2.2 Построение траектории движения катера и лодки для двух случаев

2.3 Нахождение точки пересечения траектории катера и лодки

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Рассуждения и вывод дифференциальных уравнений по условию заданной задачи

- Вариант 52. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 17,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,9 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Принимаем за $t_0 = 0, x_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_0 = k$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_0(\theta = x_0 = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После

этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер $k-x$ (или $k+x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{k-x}{4{,}9v}$ (во втором случае $\frac{x+k}{4{,}9v}$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v}=\frac{k-x}{4{,}9v}$ в первом случае или $\frac{x}{v}=\frac{k+x}{4{,}9v}$ во втором. Отсюда мы найдем два значения $x_1=\frac{k}{5{,}9}$ и $x_2=\frac{k}{3{,}9}$, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость. (рис. @fig:001)

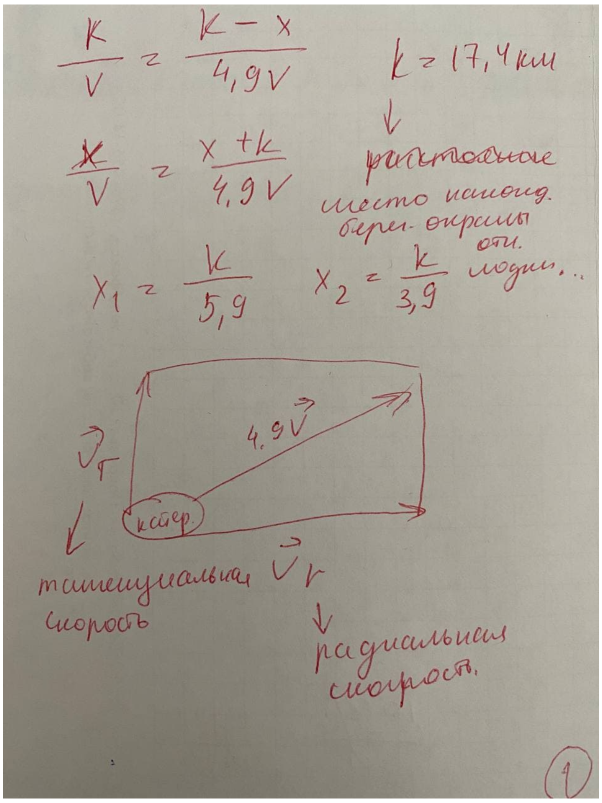

Рис. 3.1: Вычисления 1

Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = v$. Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ на радиус r, $v_\tau = r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$. Из рисунка видно: $v_\tau = \sqrt{24,01v^2 - v^2} = \sqrt{23,01}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем $r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \sqrt{23,01}v$.

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений $\begin{cases} \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = v \\ r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \sqrt{23,01}v \end{cases}$ с начальными условиями $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$ или $\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$. Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению: $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\theta} = \frac{r}{\sqrt{23,01}}$ Началь-

ные условия остаются прежними. Решив это уравнение, я получу траекторию движения катера в полярных координатах. (рис. @fig:002)

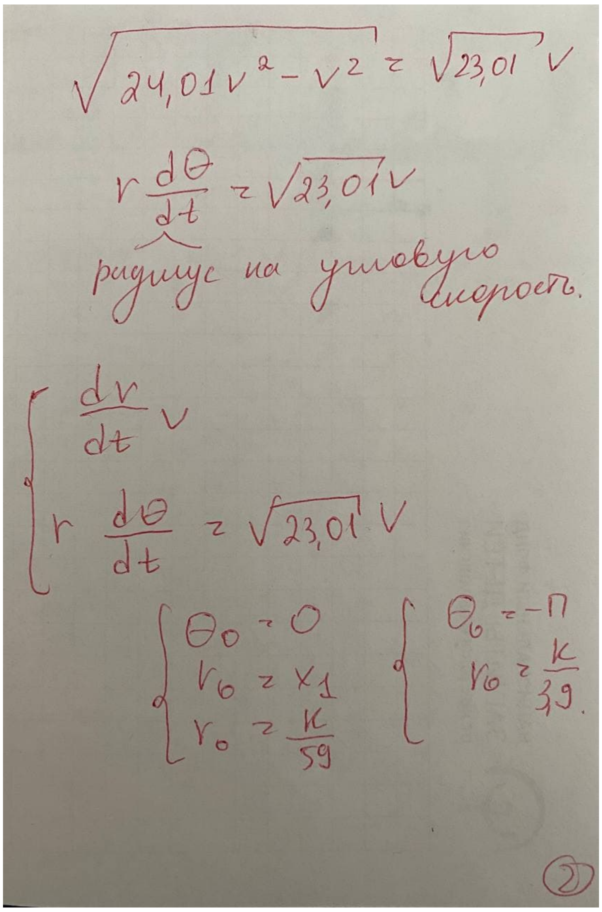

Рис. 3.2: Вычисления 2

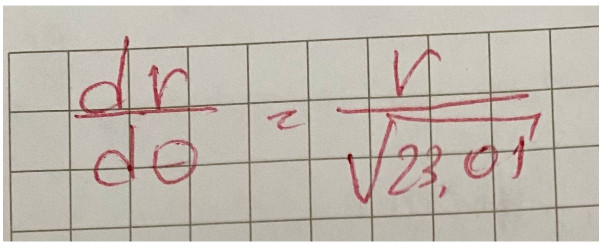

Рис. 3.3: Вычисления 3

3.2 Построение траектории движения катера и лодки для двух случаев

Для начала задам расстояние своего варинта k=17.4 и константу $fi = \frac{3\pi}{4}$. (рис. @fig:003)

```
#начальное расстояние от лодки до катера
k=17.4
fi=3*math.pi/4
```

Рис. 3.4: Начало кода

Следующие строки описывают движение береговой охраны. (рис. @fig:004)

```
#движение катера береговой охраны
def dr(r, tetha):
    dr = r/math.sqrt(23.01)
    return dr
```

Рис. 3.5: Движение береговой охраны

Первый случай. (рис. @fig:005)

```
#начальные условия в случае 1
r0 = k/5.9
tetha = np.arange(0, 2*math.pi, 0.01)
r = odeint(dr, r0, tetha)
```

Рис. 3.6: Случай 1

Решение для первого случая.(рис. @fig:006)

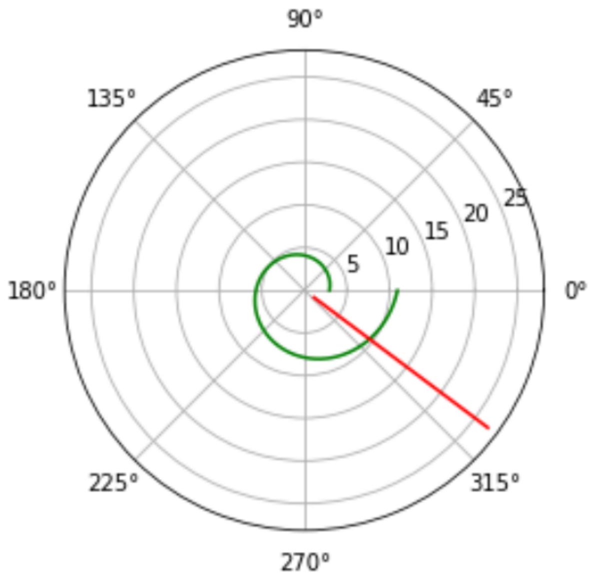

Рис. 3.7: Решение 1

Второй случай. (рис. @fig:007)

```
#начальные условия в случае 2
r0 = k/3.9
tetha = np.arange(-math.pi, math.pi, 0.01)
r = odeint(dr, r0, tetha)
```

Рис. 3.8: Случай 2

Решение для второго случая.(рис. @fig:008)

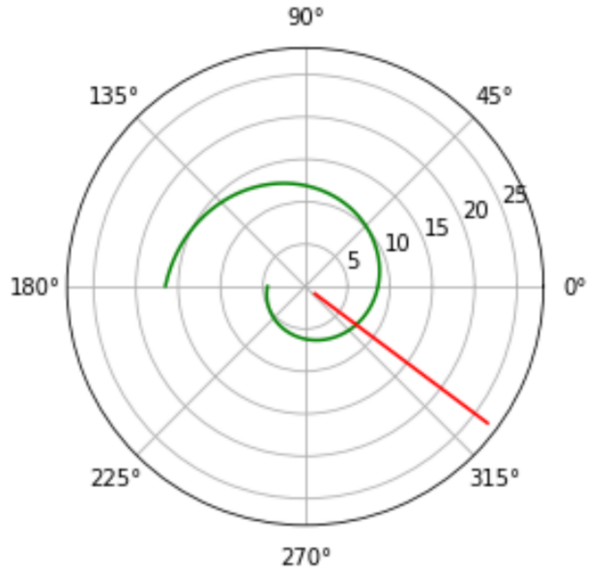

Рис. 3.9: Решение 2

Движение браконьеров. (рис. @fig:009)

```
#движение лодки браконьеров
def f2(t):
    xt=math.tan(fi)*t
    return xt

t = np.arange(0, 20, 1)
```

Рис. 3.10: Движение браконьеров

Декартовые координаты в полярные. Перевод. (рис. @fig:010)

```
#полярная система координат
r2 = np.sqrt(t*t + f2(t)*f2(t))
tetha2 = (np.tan(f2(t)/t))**-1
```

Рис. 3.11: Перевод координат

Строим графики. (рис. @fig:011)

```
#построение графиков
plot.polar(tetha, r, 'g') #охрана
plot.polar(tetha2, r2, 'r') #браконьеры
```

Рис. 3.12: Код графиков

3.3 Нахождение точки пересечения траектории катера и лодки

Нахождение точки пересечения двух графиков. (рис. @fig:012)

```
#построение графиков
plot.polar(tetha, r, 'g') #охрана
plot.polar(tetha2, r2, 'r') #браконьеры

m = 0
for i in range(len(tetha)):
    if round(tetha[i],2) == round(fi+math.pi,2):
        m=i

print("tetha = " , tetha[m], "and r = ", r[m],[0])
```

Рис. 3.13: Код точки пересечения

Вывод для первого случая. (рис. @fig:013)

```
  tetha2 = (np.tan(f2(t)/t))**-1
tetha =  5.5 and r =  [9.28219377] [0]
```

Рис. 3.14: Точка пересечения. Случай 1

Вывод для второго случая. (рис. @fig:014)

```
  tetha2 = (np.tan(f2(t)/t))**-1
tetha =  -3.141592653589793 and r =  [4.46153846] [0]
```

Рис. 3.15: Точка пересечения. Случай 2

4 Выводы

В процессе я рассмотрела один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска, а также научилась определять, по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтобы догнать лодку.