Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Валиева Найля Разимовна

Содержание

Список таблиц

Список иллюстраций

1 Цель работы

Ознакомление с моделью линейного гармонического осциллятора и ее построение с помощью языка программирования Modelica.

2 Задание

1. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы.
2. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы.
3. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы.

3 Выполнение лабораторной работы

Вариант 52.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

x — переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.) t — время w — частота γ — затухание
Интервал: $t \in [0; 47]$ (шаг 0.05).
Начальные условия: $x_0 = 0.7, y_0 = 0.7$

1. Уравнение гармонического осциллятора без затухания и без действия внешней силы:

$$\ddot{x} + 2.7x = f(t)$$

где
$w = \sqrt{2.7}$
$\gamma = 0.0$
$f(t) = 0.0$

Ниже представлен код программы для первого случая, выполненный на языке программирования Modelica. (рис 1. @fig:001)

```
model lab04
//1 случай
parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота
parameter Real g=0; //g-затухание

//2 случай
//parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота
//parameter Real g=2.7; //g-затухание

//3 случай
//parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота
//parameter Real g=17.0; //g-затухание

parameter Real x0 = 0.7;
parameter Real y0 = 0.7;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

function f
  input Real t;
  output Real result;
algorithm
  result:=0;
  //result:=0.7*sin(7.0*t);
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y -f(time);

end lab04;
```

Рис. 3.1: Код программы для первого случая

Ниже представле график для первого случая. (рис 2. @fig:001)

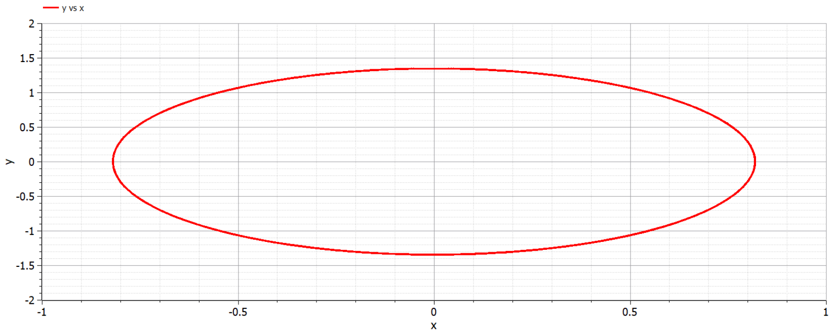

Рис. 3.2: График для первого случая

2. Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и без действия внешней силы:

$$\ddot{x} + 2.7\dot{x} + 2.7x = 0$$

где
$w = \sqrt{2.7}$
$\gamma = 2.7$
$f(t) = 0.0$

Ниже представлен код программы для второго случая, выполненный на языке программирования Modelica. (рис 3. @fig:001)

```
model lab04
//1 случай
//parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота
//parameter Real g=0; //g-затухание

//2 случай
parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота
parameter Real g=2.7; //g-затухание

//3 случай
//parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота
//parameter Real g=17.0; //g-затухание

parameter Real x0 = 0.7;
parameter Real y0 = 0.7;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

function f
  input Real t;
  output Real result;
algorithm
  result:=0;
  //result:=0.7*sin(7.0*t);
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y -f(time);

end lab04;
```

Рис. 3.3: Код программы для второго случая

Ниже представле график для второго случая. (рис 4. @fig:001)

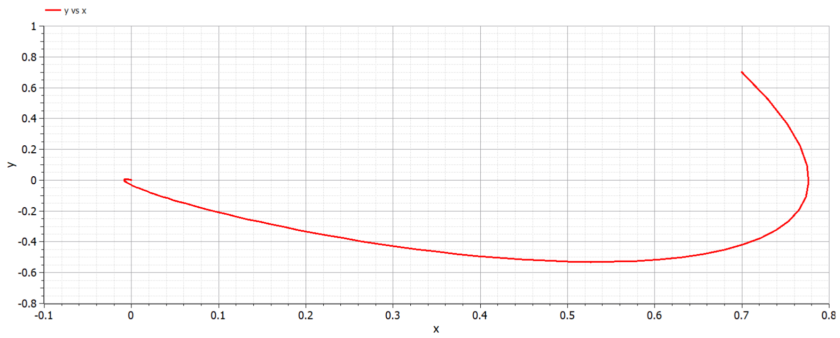

Рис. 3.4: График для второго случая

3. Уравнение гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы:

$$\ddot{x} + 17\dot{x} + 2.7x = 0.7sin(7t)$$

где
$w = \sqrt{2.7}$
$\gamma = 17.0$
$f(t) = 0.7sin(7t)$

Ниже представлен код программы для третьего случая, выполненный на языке программирования Modelica. (рис 5. @fig:001)

```
model lab04
//1 случай
//parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота
//parameter Real g=0; //g-затухание

//2 случай
//parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота
//parameter Real g=2.7; //g-затухание

//3 случай
parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота
parameter Real g=17.0; //g-затухание

parameter Real x0 = 0.7;
parameter Real y0 = 0.7;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

function f
  input Real t;
  output Real result;
algorithm
  //result:=0;
  result:=0.7*sin(7.0*t);
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y -f(time);

end lab04;
```

Рис. 3.5: Код программы для третьего случая

График для третьего случая. (рис 6. @fig:001)

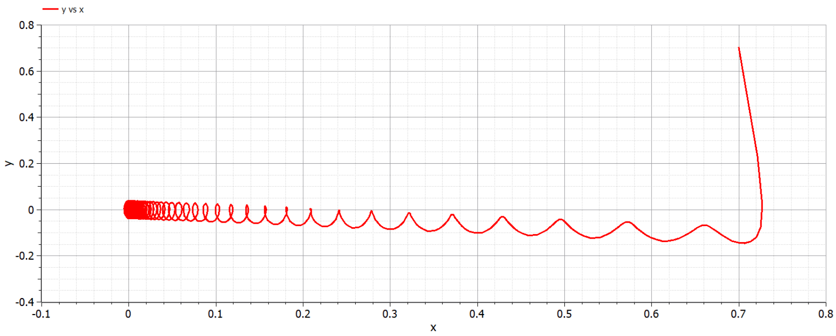

Рис. 3.6: График для третьего случая

Приведу полный код программы (Modelica):

model lab04 //1 случай //parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота //parameter Real g=0; //g-затухание

//2 случай //parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота //parameter Real g=2.7; //g-затухание

//3 случай parameter Real w=sqrt(2.7); //w-частота parameter Real g=17.0; //g-затухание

parameter Real x0 = 0.7; parameter Real y0 = 0.7;

Real x(start=x0); Real y(start=y0);

function f input Real t; output Real result; algorithm //result:=0; result:=0.7*sin(7.0*t); end f;

equation der(x) = y; der(y) = -w*w*x - g*y -f(time);

end lab04;

4 Вопросы к лабораторной работе №4

1. Запишите простейшую модель гармонических колебаний

Простейшая модель гармонических колебаний имеет следующий вид:

$$x = x_m cos(\omega t + \phi_0)$$

2. Дайте определение осциллятора

Осциллятор — система, которая при выведении её из положения равновесия испытывает действие возвращающей силы F, пропорциональной смещению x:

$$F = -kx$$

где k — постоянный коэффициент.

3. Запишите модель математического маятника

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} + \frac{\gamma}{L} sin\alpha = 0$$

4. Запишите алгоритм перехода от дифференциального уравнения второго порядка к двум дифференциальным уравнениям первого порядка

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

При отсутствии потерь в системе ($\gamma = 0$) вместо уравнения выше получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени:

$$\ddot{x} + w_0^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида(1):

$$x(t_0) = x_0$$

$$\dot{x}(t_0) = x_0$$

Уравнение второго порядка

$$\ddot{x} + w_0^2 x = 0$$

можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка(2):

$$\dot{x} = y$$

$$\dot{y} = -w_0^2 x$$

Начальные условия (1) для системы (2) примут вид:

$$x(t_0) = x_0$$

$$y(t_0) = y_0$$

5. Что такое фазовый портрет и фазовая траектория?

Независимые переменные x, y определяют пространство, в котором «движется» решение. Это фазовое пространство системы, поскольку оно двумерно будем называть его фазовой плоскостью.

Значение фазовых координат x, y в любой момент времени полностью определяет состояние системы. Решению уравнения движения как функции времени отвечает гладкая кривая в фазовой плоскости. Она называется **фазовой траекторией**. Если множество различных решений (соответствующих различным начальным условиям) изобразить на одной фазовой плоскости, возникает общая картина поведения системы. Такую картину, образованную набором фазовых траекторий, называют **фазовым портретом**.

5 Вывод

Я познакомилась с моделью линейного гармонического осциллятора, решив уравнения гармонического осциллятора и построив его фазовые портреты.