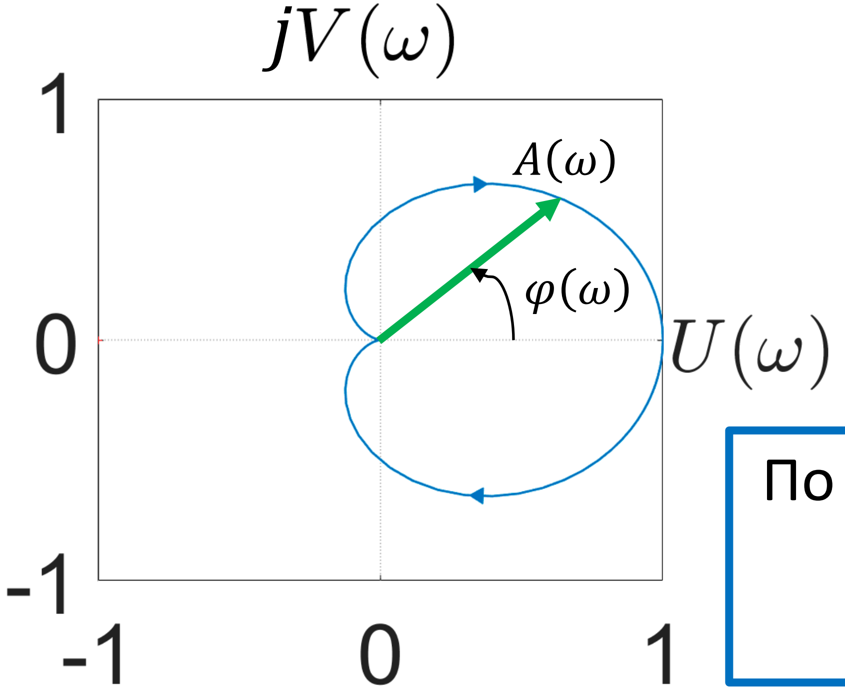
ИТМО

Теория автоматического управления

Критерий Найквиста и системы с запаздыванием

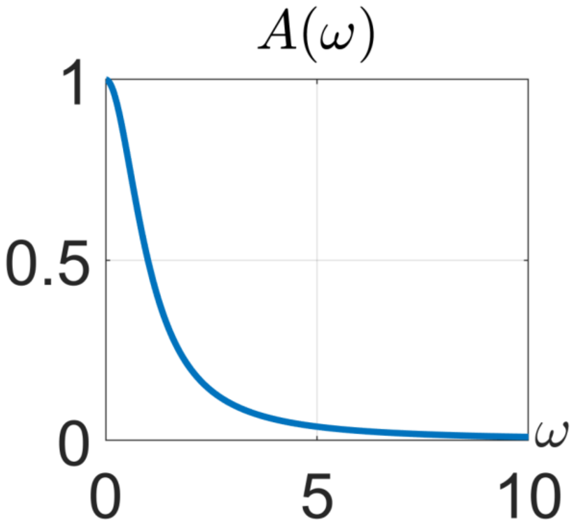
С предыдущей практики: АФЧХ

$V(U)$:
Амплитудно-фазовая частотная характеристика

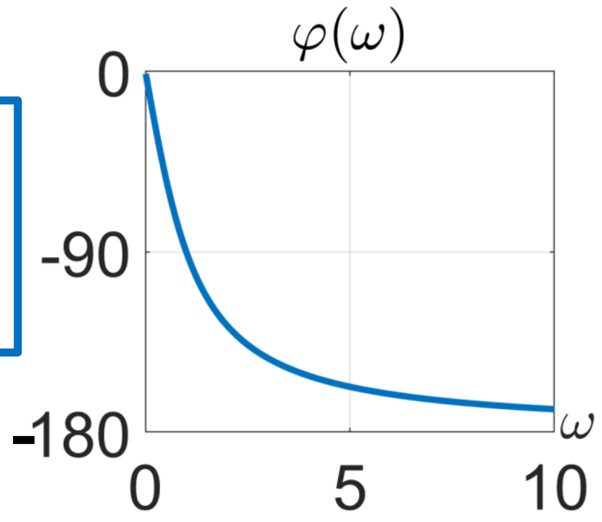


$$W(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

$A(\omega)$:
Амплитудная частотная характеристика



$\varphi(\omega)$:
Фазовая

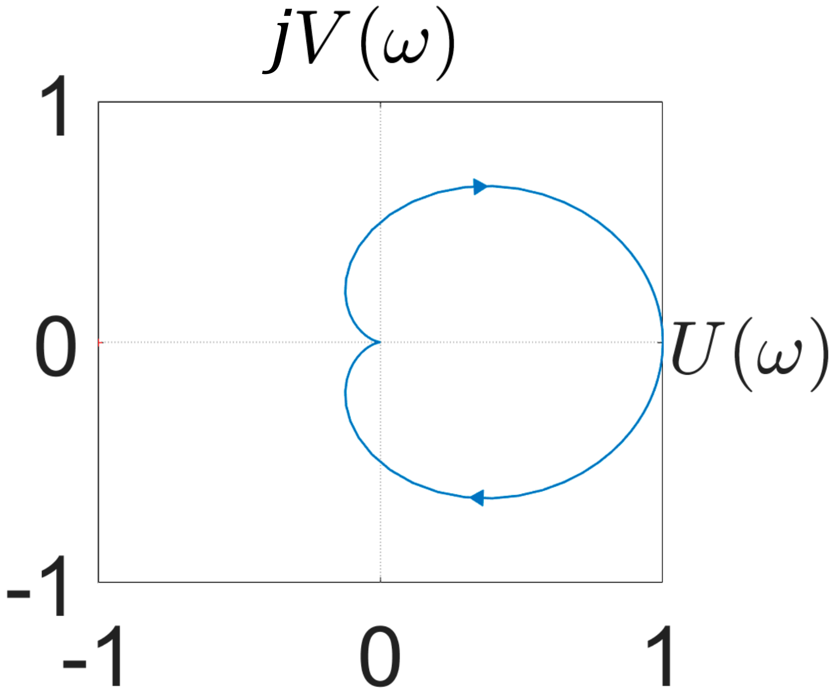


По сути полярные координаты, можно сопоставить одновременное изменение фазы и амплитуды

С предыдущей практики: АФЧХ

$V(U)$:

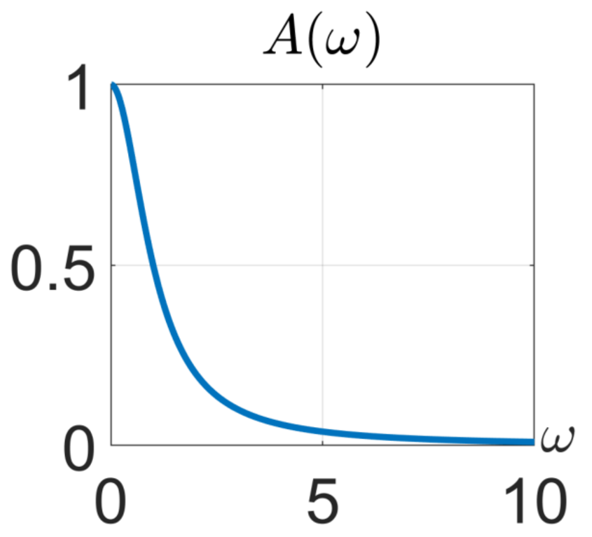
Амплитудно-фазовая частотная характеристика



$$W(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

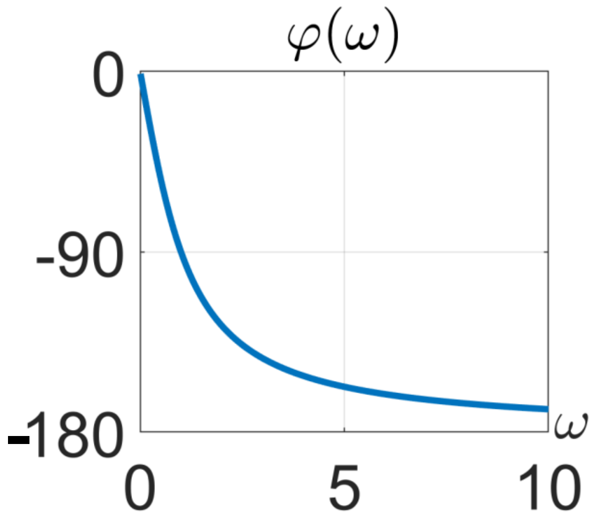
$A(\omega)$:

Амплитудная частотная характеристика



$\varphi(\omega)$:

Фазовая частотная характеристика

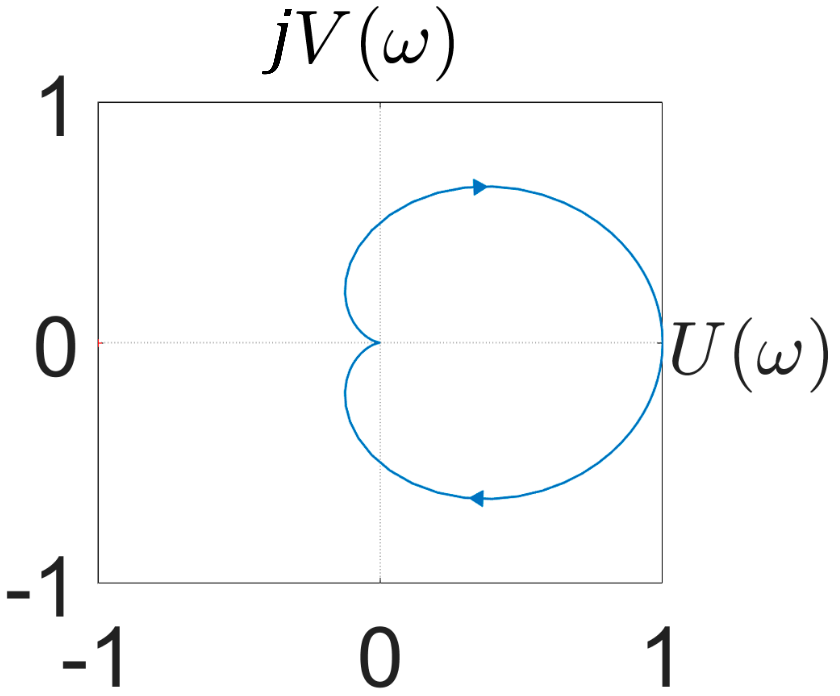


Критерий Найквиста: с лекции

$V(U)$:

Амплитудно-фазовая частотная характеристика /

Годограф Найквиста



$$W(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

Число неустойчивых полюсов разомкнутой системы

+

Число оборотов АФЧХ по часовой стрелке вокруг точки (-1,0)

=

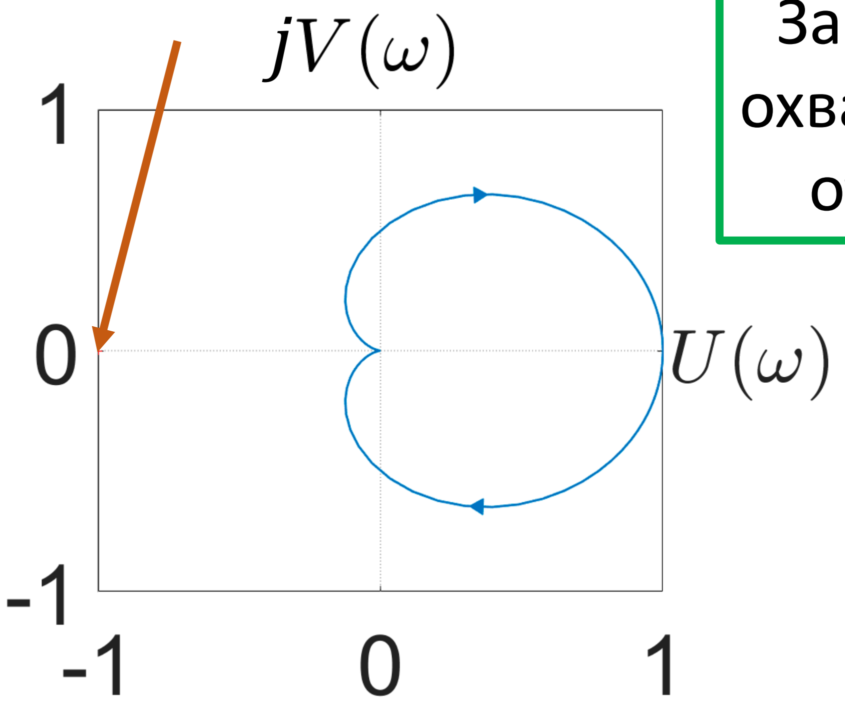
Число неустойчивых полюсов замкнутой системы

Критерий Найквиста: с лекции

$V(U)$:

Амплитудно-фазовая частотная характеристика /

Годограф Найквиста



Замкнутая система = охваченная единичной отрицательной ОС

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

Число неустойчивых полюсов разомкнутой системы

+

Число оборотов АФЧХ по часовой стрелке вокруг точки (-1,0)

=

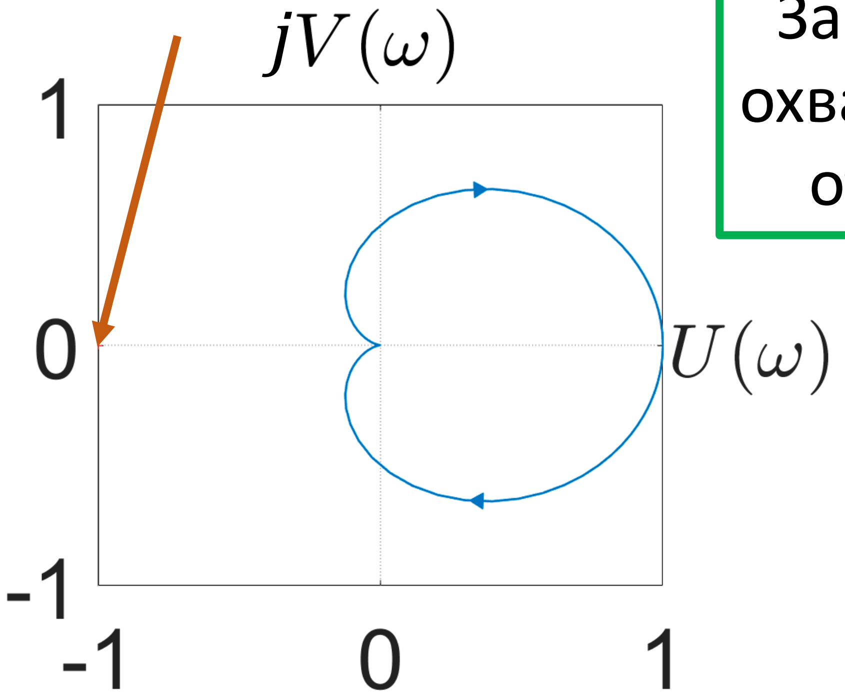
Число неустойчивых полюсов замкнутой системы

Критерий Найквиста: с лекции

$V(U)$:

Амплитудно-фазовая частотная характеристика /

Годограф Найквиста



Замкнутая система = охваченная единичной отрицательной ОС

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

Число неустойчивых полюсов разомкнутой системы

—

Число оборотов АФЧХ против часовой стрелки вокруг точки (-1,0)

=

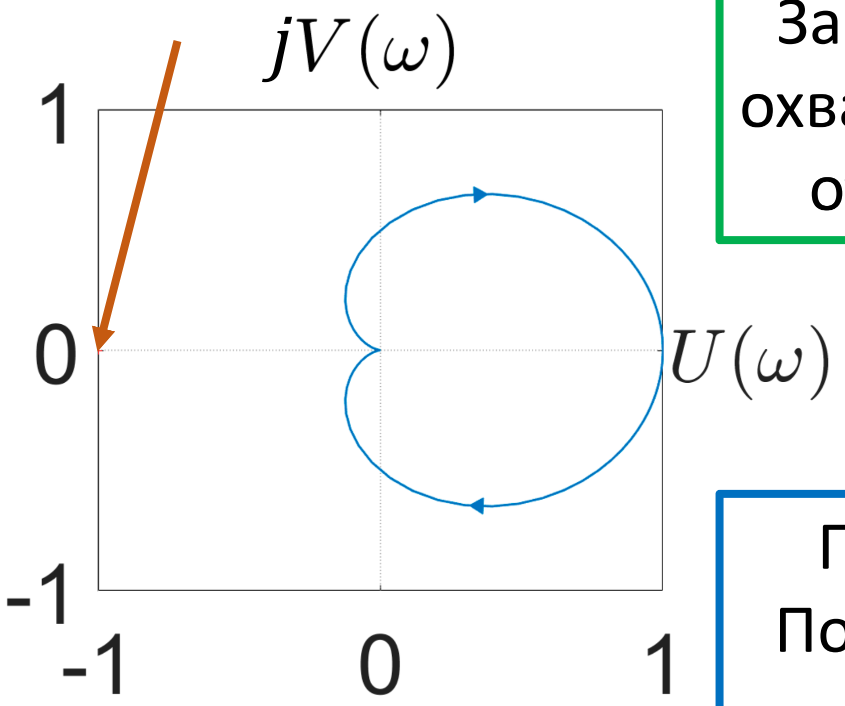
Число неустойчивых полюсов замкнутой системы

Критерий Найквиста: с лекции

$V(U)$:

Амплитудно-фазовая частотная характеристика /

Годограф Найквиста



Замкнутая система = охваченная единичной отрицательной ОС

Почему обороты? Почему вокруг точки (-1,0)?

$$W(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

Число неустойчивых полюсов разомкнутой системы

+

Число оборотов АФЧХ по часовой стрелке вокруг точки (-1,0)

=

Число неустойчивых полюсов замкнутой системы

Принцип аргумента

Почему обороты?

Принцип аргумента

Почему обороты?

Оборот = изменение фазы

Принцип аргумента

Рассмотрим частотный полином

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0$$

Принцип аргумента

Рассмотрим частотный полином

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0$$

$$\boxed{j\omega - \lambda_i = A_1(\omega)e^{j\varphi_1(\omega)}}$$

$$\Downarrow$$

Можно разложить $D(j\omega) = a_n(j\omega - \lambda_1)(j\omega - \lambda_2) \dots (j\omega - \lambda_n) = (\prod A_i(\omega))e^{j\sum \varphi_i(\omega)}$,

пусть среди n корней $(n - m)$ левых и m правых (считая граничные).

Принцип аргумента

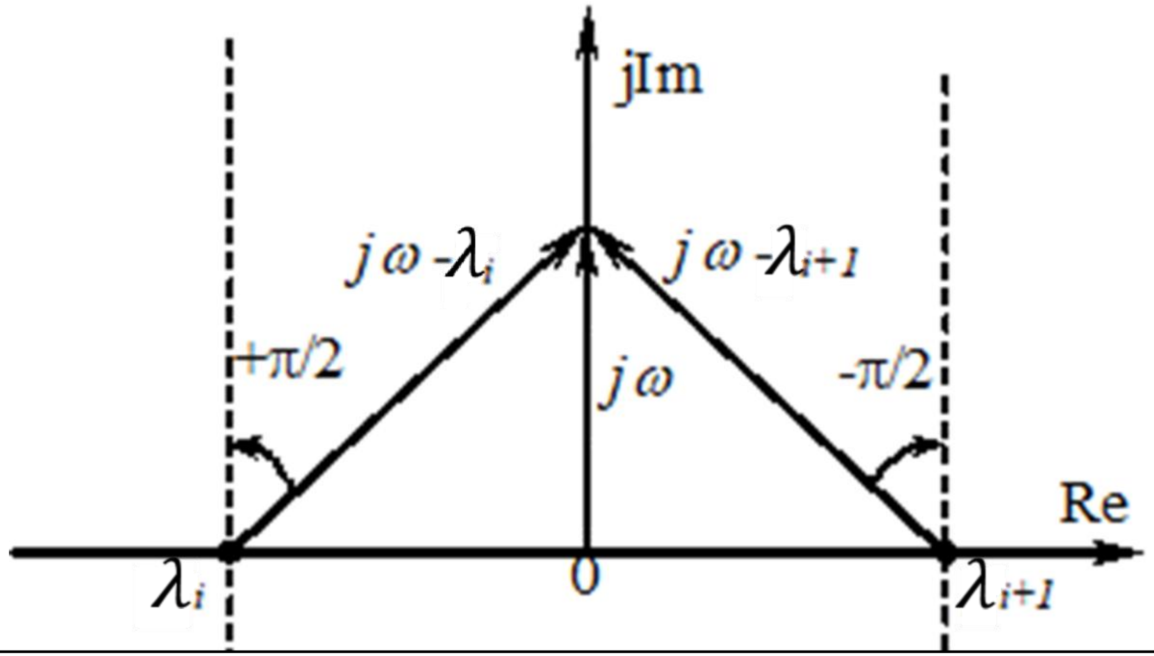
Рассмотрим частотный полином

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0$$

$$\Downarrow$$

Можно разложить $D(j\omega) = a_n(j\omega - \lambda_1)(j\omega - \lambda_2)\ldots(j\omega - \lambda_n) = \left(\prod A_i(\omega)\right)e^{j\sum \varphi_i(\omega)}$,
пусть среди n корней $(n - m)$ левых и m правых (считая граничные).

Пусть все корни – вещественные.
При изменении ω от 0 до $+\infty$ аргумент (угол вектора $j\omega - \lambda_i$) изменится на $\frac{\pi}{2}$ для левого корня
и на $-\frac{\pi}{2}$ для правого корня.



Принцип аргумента

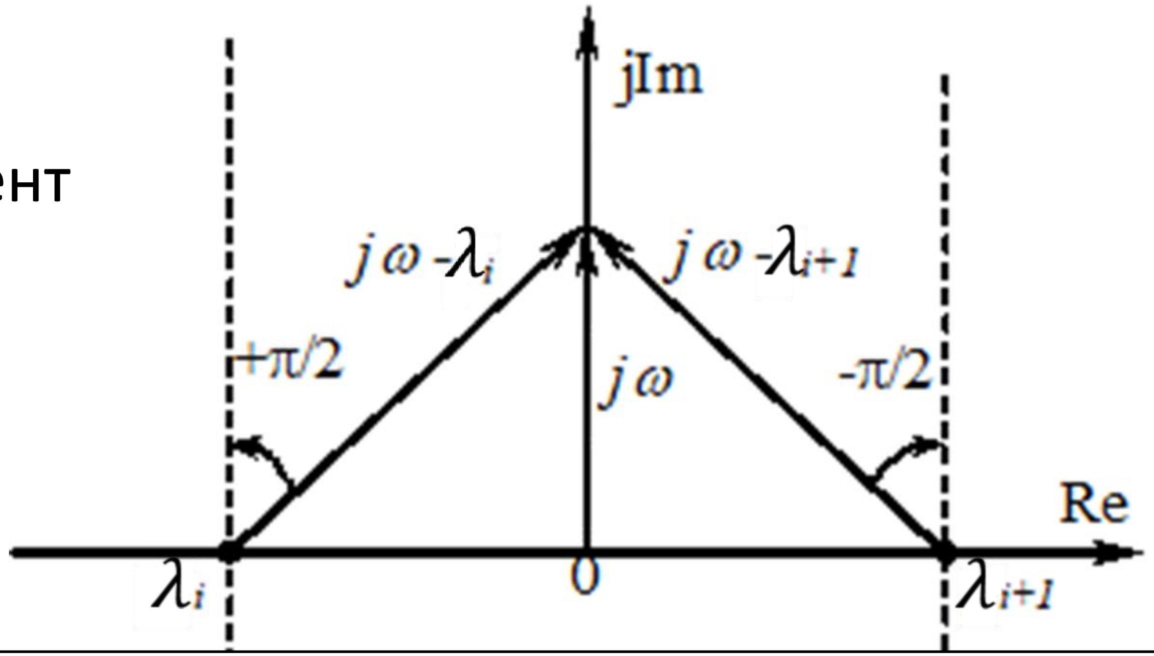
Рассмотрим частотный полином

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0$$

$$\Downarrow$$

Можно разложить $D(j\omega) = a_n(j\omega - \lambda_1)(j\omega - \lambda_2)\dots(j\omega - \lambda_n) = \left(\prod A_i(\omega)\right)e^{j\sum \varphi_i(\omega)}$,
пусть среди n корней $(n - m)$ левых и m правых (считая граничные).

Пусть все корни – вещественные.
При изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$ аргумент (угол вектора $j\omega - \lambda_i$) изменится
на π для левого корня
и на $-\pi$ для правого корня.



Принцип аргумента

Рассмотрим частотный полином

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0$$

$$\Downarrow$$

Можно разложить $D(j\omega) = a_n(j\omega - \lambda_1)(j\omega - \lambda_2)\dots(j\omega - \lambda_n) = \left(\prod A_i(\omega)\right)e^{j\sum\varphi_i(\omega)}$,

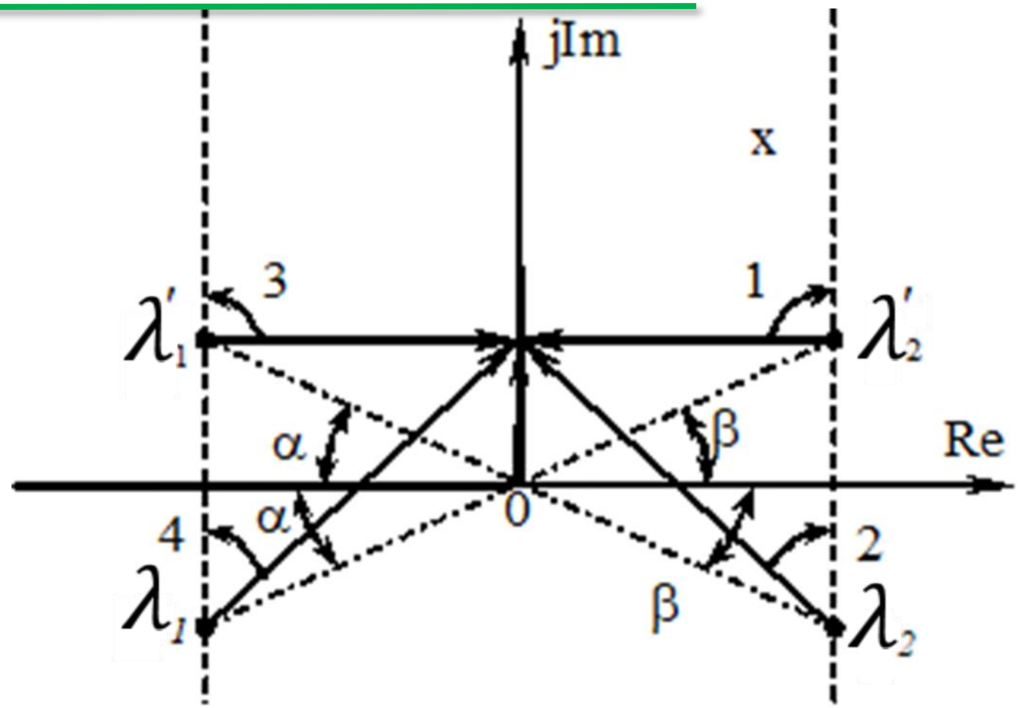
пусть среди n корней $(n - m)$ левых и m правых (считая граничные).

В случае пары комплексных корней при изменении ω от 0 до $+\infty$ изменение аргумента составит

π для пары левых корней

и $-\pi$ для пары правых корней.

То есть все равно по $\pm\frac{\pi}{2}$ на корень.



Принцип аргумента

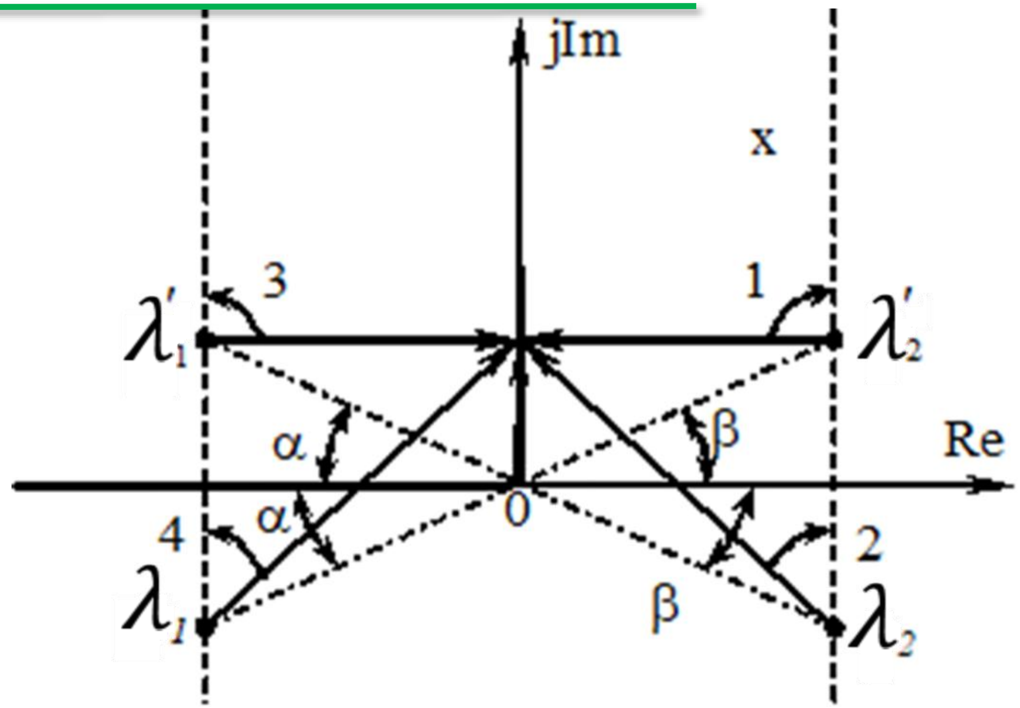
Рассмотрим частотный полином

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0$$

$$\Downarrow$$

Можно разложить $D(j\omega) = a_n(j\omega - \lambda_1)(j\omega - \lambda_2) \dots (j\omega - \lambda_n) = \left(\prod A_i(\omega)\right) e^{j\sum \varphi_i(\omega)}$,
пусть среди n корней $(n - m)$ левых и m правых (считая граничные).

В случае пары комплексных корней
при изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$
изменение аргумента составит
2π для пары левых корней
и -2π для пары правых корней.
То есть все равно по $\pm\pi$ на корень.



Принцип аргумента

Рассмотрим частотный полином

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0$$

$$\Downarrow$$

Можно разложить $D(j\omega) = a_n(j\omega - \lambda_1)(j\omega - \lambda_2)\dots(j\omega - \lambda_n) = \left(\prod A_i(\omega)\right)e^{j\sum \varphi_i(\omega)}$,

пусть среди n корней $(n-m)$ левых и m правых (считая граничные).

По правилу перемножения комплексных чисел:

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\Big|_0^{+\infty} = \sum \Delta\varphi_i(\omega)\Big|_0^{+\infty} = m\left(-\frac{\pi}{2}\right) + (n-m)\frac{\pi}{2} = n\frac{\pi}{2} - 2m\frac{\pi}{2}$$

Если ω от 0 до $+\infty$

Принцип аргумента

Рассмотрим частотный полином

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0$$

$$\Downarrow$$

Можно разложить $D(j\omega) = a_n(j\omega - \lambda_1)(j\omega - \lambda_2)\ldots(j\omega - \lambda_n) = \left(\prod A_i(\omega)\right)e^{j\sum\varphi_i(\omega)}$,

пусть среди n корней $(n-m)$ левых и m правых (считая граничные).

По правилу перемножения комплексных чисел:

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\Big|_{-\infty}^{+\infty} = \sum \Delta\varphi_i(\omega)\Big|_{-\infty}^{+\infty} = m(-\pi) + (n-m)\pi = n\pi - 2m\pi$$

$\boxed{\text{Если } \omega \text{ от } -\infty \text{ до } +\infty}$

Принцип аргумента

Рассмотрим частотный полином

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0$$

$$\Downarrow$$

Можно разложить $D(j\omega) = a_n(j\omega - \lambda_1)(j\omega - \lambda_2)\dots(j\omega - \lambda_n) = \left(\prod A_i(\omega)\right)e^{j\sum \varphi_i(\omega)}$,

пусть среди n корней $(n-m)$ левых и m правых (считая граничные).

По правилу перемножения комплексных чисел:

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\Big|_0^{+\infty} = \sum \Delta\varphi_i(\omega)\Big|_0^{+\infty} = m\left(-\frac{\pi}{2}\right) + (n-m)\frac{\pi}{2} = n\frac{\pi}{2} - 2m\frac{\pi}{2}$$

Основная идея: на основании порядка и количества правых корней можно **однозначно** определить изменение фазы между крайними значениями частоты

Принцип аргумента

Рассмотрим частотный полином

$$D(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0$$

$$\Downarrow$$

Можно разложить $D(j\omega) = a_n(j\omega - \lambda_1)(j\omega - \lambda_2)\ldots(j\omega - \lambda_n) = \left(\prod A_i(\omega)\right)e^{j\sum \varphi_i(\omega)}$,

пусть среди n корней $(n-m)$ левых и m правых (считая граничные).

По правилу перемножения комплексных чисел:

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\Big|_0^{+\infty} = \sum \Delta\varphi_i(\omega)\Big|_0^{+\infty} = m\left(-\frac{\pi}{2}\right) + (n-m)\frac{\pi}{2} = n\frac{\pi}{2} - 2m\frac{\pi}{2}$$

$W(s) = \frac{R(s)}{D(s)}$ – асимптотически устойчива (нет правых корней) $\Leftrightarrow$ $\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\Big|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2}$

Принцип аргумента

$W(s) = \frac{R(s)}{D(s)}$ – асимптотически устойчива (нет правых корней)

$\Leftrightarrow$

$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\Big|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2}$ (вращение против часовой)

На основании этого существует критерий устойчивости Эрмита-Михайлова:
Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова (АФЧХ знаменателя ПФ) при изменении ω от 0 до $+\infty$ пересек против часовой стрелки n четвертей без пропусков, где n – порядок системы.

Принцип аргумента

$W(s) = \frac{R(s)}{D(s)}$ – асимптотически устойчива (нет правых корней)

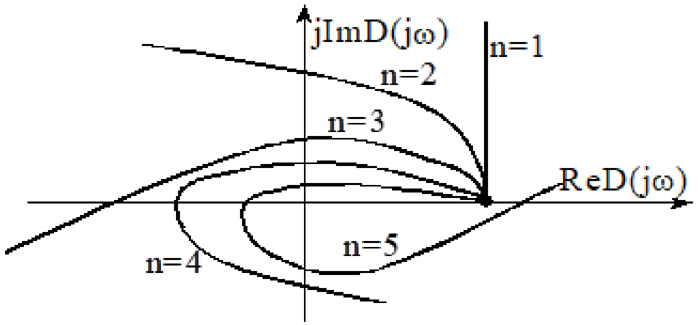
$\Leftrightarrow$

$$\Delta\varphi_{D}(\omega)\Big|_{0}^{+\infty} = n\frac{\pi}{2}$$

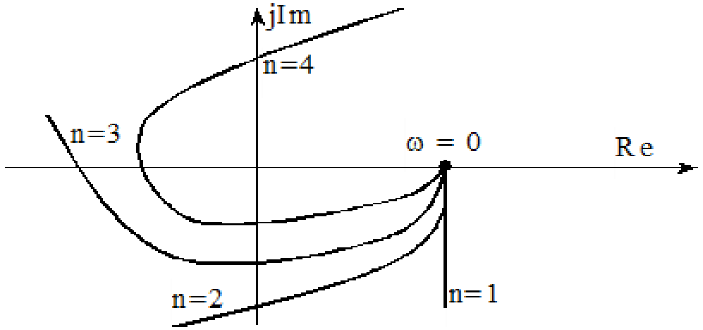
(вращение против часовой)

На основании этого существует критерий устойчивости Эрмита-Михайлова:

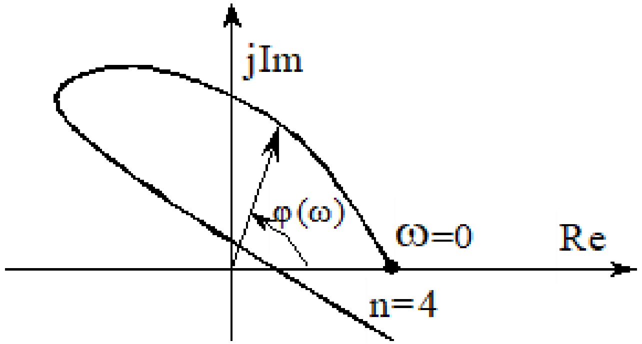
Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова (АФЧХ знаменателя ПФ) при изменении ω от 0 до $+\infty$ пересек против часовой стрелки n четвертей без пропусков, где n – порядок системы.



Системы устойчивы



Системы неустойчивы (по часовой)



Система неустойчива (не по порядку)

Принцип аргумента

$W(s) = \frac{R(s)}{D(s)}$ – асимптотически устойчива (нет правых корней)

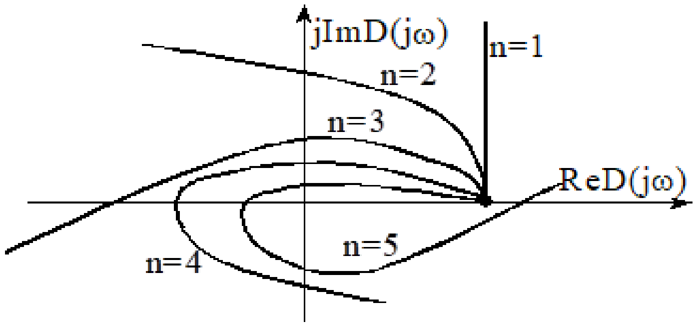
⇔

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\Big|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2}$$

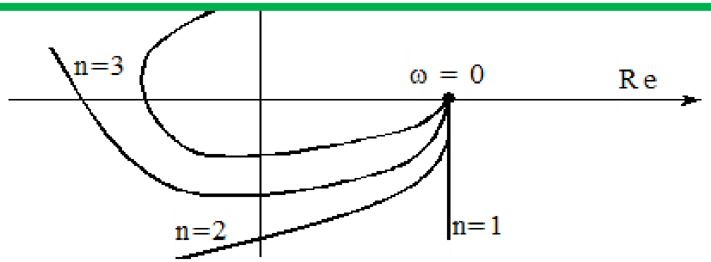
(вращение против часовой)

На основании этого сущес… …ита-Михайлова:
Для устойчивости систе… …чтобы годограф
*Михайлова (*АФЧХ знамен… *…0 до +∞ пересек*
против часовой стрелки … n – порядок системы.

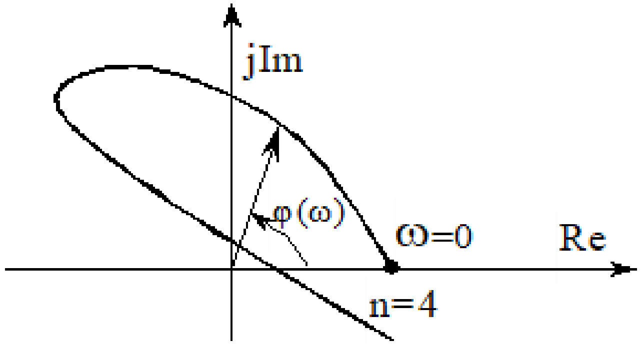
При желании можете подробнее ознакомиться в специализированной литературе (например, что делать для систем на границе)



Системы устойчивы

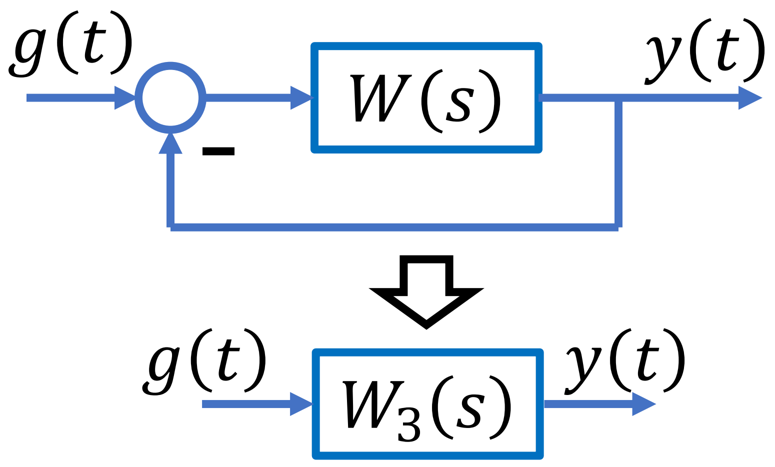


Системы неустойчивы (по часовой)



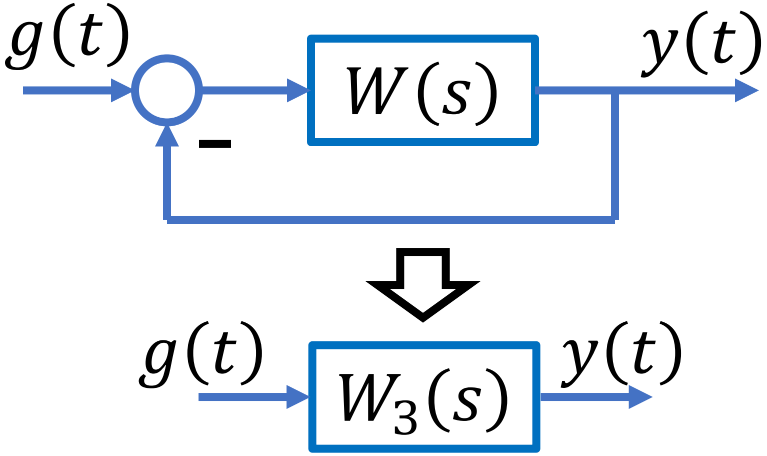
Система неустойчива (не по порядку)

Критерий Найквиста: обоснование



Почему вокруг точки (-1,0)?

Критерий Найквиста: обоснование

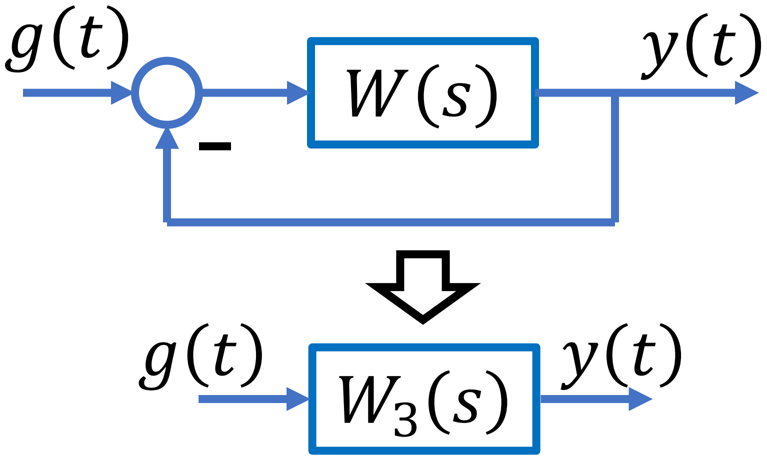


$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}$$

Почему вокруг точки (-1,0)?

$$W_3(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{R(s)}{Q(s) + R(s)} = \frac{R(s)}{D(s)}$$

Критерий Найквиста: обоснование



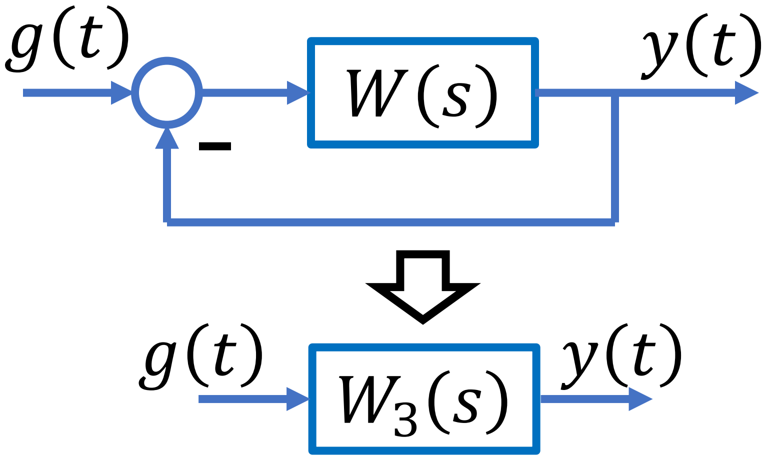
$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}$$

Почему вокруг точки (-1,0)?

$$W_3(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{R(s)}{Q(s) + R(s)} = \frac{R(s)}{D(s)}$$

Для асимптотической устойчивости нужны левые корни $D(s)$

Критерий Найквиста: обоснование



$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}$$

$$W_З(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{R(s)}{Q(s) + R(s)} = \frac{R(s)}{D(s)}$$

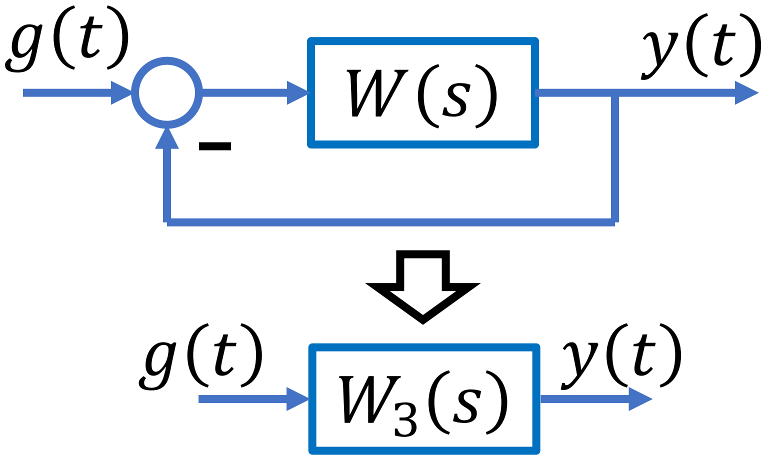
Почему вокруг точки (-1,0)?

Вспомогательная ПФ:

$$W_{\text{Вс}}(s) = 1 + W(s) = \frac{Q(s) + R(s)}{Q(s)} = \frac{D(s)}{Q(s)}$$

Для асимптотической устойчивости нужны левые корни $D(s)$

Критерий Найквиста: обоснование



$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}$$

Почему вокруг точки (-1,0)?

$$W_З(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{R(s)}{Q(s) + R(s)} = \frac{R(s)}{D(s)}$$

Вспомогательная ПФ:

$$W_{\mathrm{Вс}}(s) = 1 + W(s) = \frac{Q(s) + R(s)}{Q(s)} = \frac{D(s)}{Q(s)}$$

Для асимптотической устойчивости нужны левые корни $D(s)$

Отношение полинома знаменателя замкнутой системы $D(s)$ к полиному разомкнутой $Q(s)$

Критерий Найквиста: обоснование

1. Пусть $W(s)$ – асимптотически устойчивая, тогда

$$\Delta\varphi_{\mathrm{Q}}(\omega)\big|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2},$$ где n – порядок системы

Почему вокруг точки (-1,0)?

Критерий Найквиста: обоснование

Почему вокруг точки (-1,0)?

1. Пусть $W(s)$ – асимптотически устойчивая, тогда

$$\Delta\varphi_{\mathrm{Q}}(\omega)|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2},$$ где n – порядок системы

2.

Если замкнутая система $W_3(s)$ ас. устойчива, тогда

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2}$$

Если замкнутая система $W_3(s)$ неустойчива, тогда

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\Big|_0^{+\infty} = (n-2m)\frac{\pi}{2},$$

где m – количество корней в правой полуплоскости полинома $D(j\omega)$

Критерий Найквиста: обоснование

1. Пусть $W(s)$ – асимптотически устойчивая, тогда

$$\Delta\varphi_{\mathrm{Q}}(\omega)\big|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2},$$ где n – порядок системы

Почему вокруг точки (-1,0)?

2.

Если замкнутая система $W_3(s)$ ас. устойчива, тогда

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\big|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2}$$

Если замкнутая система $W_3(s)$ неустойчива, тогда

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\Big|_0^{+\infty} = (n-2m)\frac{\pi}{2},$$

$$\Delta\varphi_{\mathrm{Bc}}(\omega) = \Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega) - \Delta\varphi_{\mathrm{Q}}(\omega)$$

$$W_{\mathrm{Bc}}(s) = 1 + W(s) = \frac{D(s)}{Q(s)}$$

Критерий Найквиста: обоснование

Почему вокруг точки (-1,0)?

1. Пусть $W(s)$ – асимптотически устойчивая, тогда

$$\Delta\varphi_{\mathrm{Q}}(\omega)|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2},$$ где n – порядок системы

2.

Если замкнутая система $W_3(s)$ ас. устойчива, тогда

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2}$$

Если замкнутая система $W_3(s)$ неустойчива, тогда

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\Big|_0^{+\infty} = (n-2m)\frac{\pi}{2},$$

$$\Delta\varphi_{\mathrm{Bc}}(\omega) = \Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega) - \Delta\varphi_{\mathrm{Q}}(\omega)$$

$\Downarrow$ (для обоих случаев)

3.

$$\Delta\varphi_{\mathrm{Bc}}(\omega)|_0^{+\infty} = 0$$

$$\Delta\varphi_{\mathrm{Bc}}(\omega)|_0^{+\infty} = -m\pi$$

Критерий Найквиста: обоснование

Почему вокруг точки (-1,0)?

1. Пусть $W(s)$ – асимптотически устойчивая, тогда

$$\Delta\varphi_Q(\omega)|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2},$$ где n – порядок системы

2.

Если замкнутая система $W_З(s)$ ас. устойчива, тогда

$$\Delta\varphi_D(\omega)|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2}$$

Если замкнутая система $W_З(s)$ неустойчива, тогда

$$\Delta\varphi_D(\omega)\Big|_0^{+\infty} = (n-2m)\frac{\pi}{2},$$

$$\Downarrow \qquad \Delta\varphi_{Bc}(\omega) = \Delta\varphi_D(\omega) - \Delta\varphi_Q(\omega) \qquad \Downarrow$$

3.

$$\Delta\varphi_{Bc}(\omega)|_0^{+\infty} = 0$$

$$\Delta\varphi_{Bc}(\omega)|_0^{+\infty} = -m\pi$$

Если замкнутая система устойчива, то АФЧХ вспомогательной системы не охватывает начало координат

Критерий Найквиста: обоснование

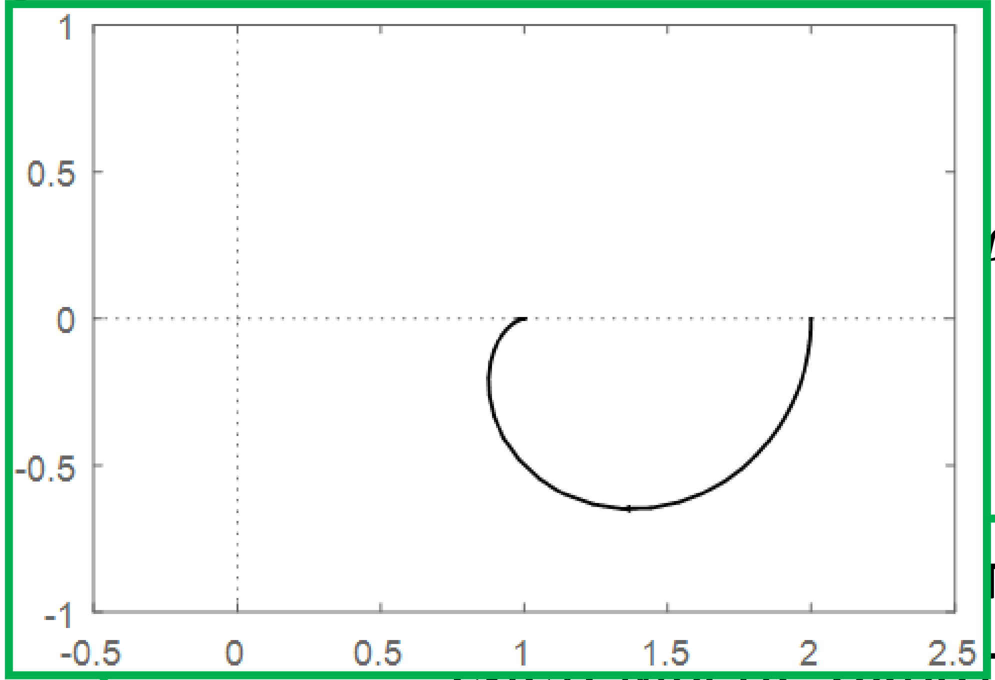
1. Пусть $W(s)$ – асимптотически устойчивая, тогда

$$\Delta\varphi_{\mathrm{Q}}(\omega)|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2},$$ где n – порядок системы

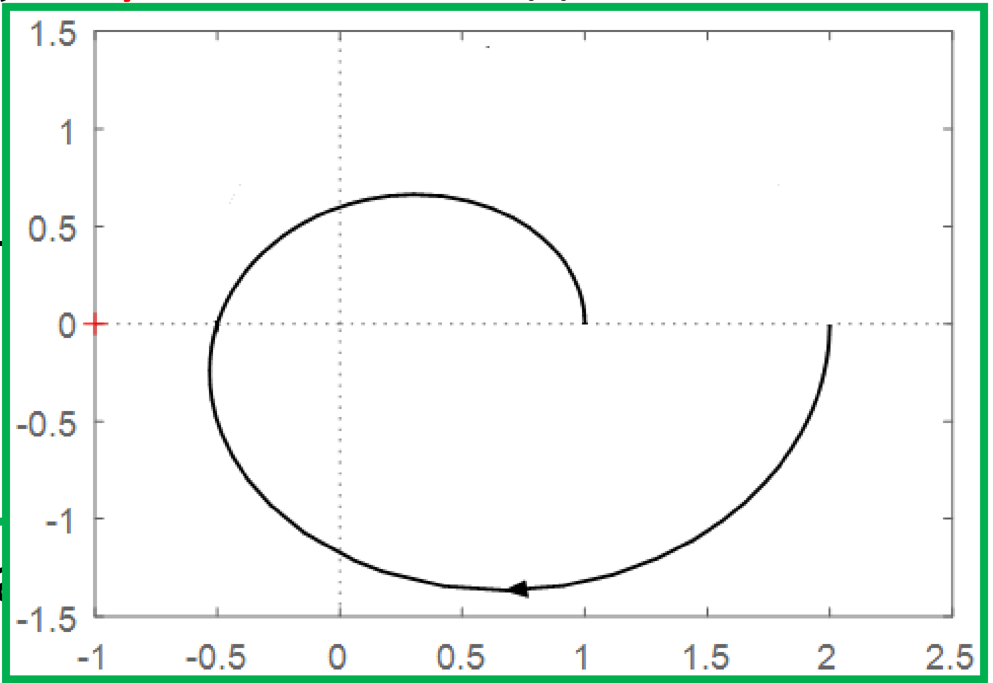
Почему вокруг точки (-1,0)?

2.

Если замкнутая система $W_3(s)$ ас. устойчива, тогда



Если замкнутая система $W_3(s)$ неустойчива, тогда



$\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)$ –

3.

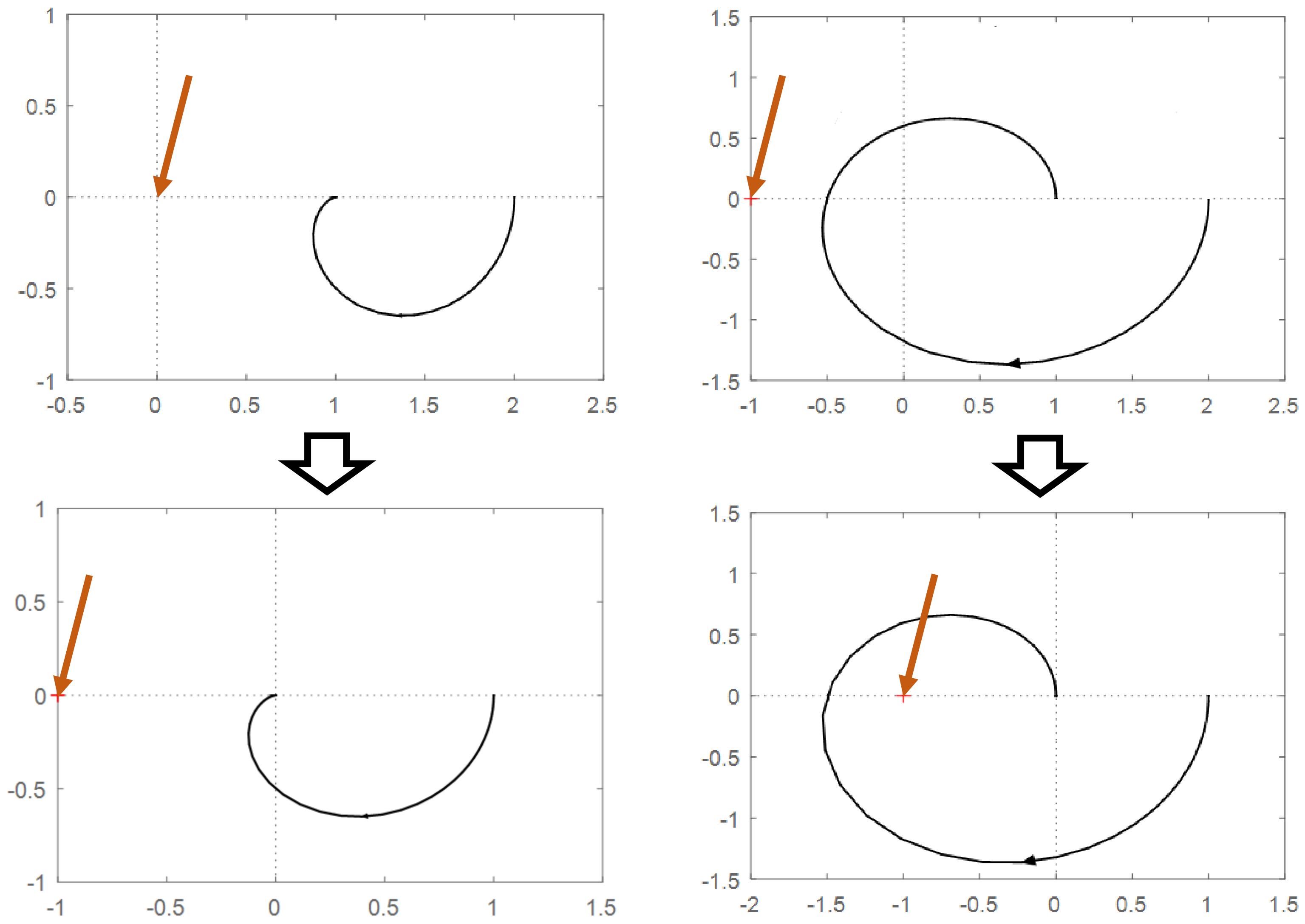
тойчива

системы не охватывает начало координат

Критерий Найквиста: обоснование

$W_{\text{Вс}}(s)$

$W(s)$
$= W_{\text{Вс}}(s) - 1$

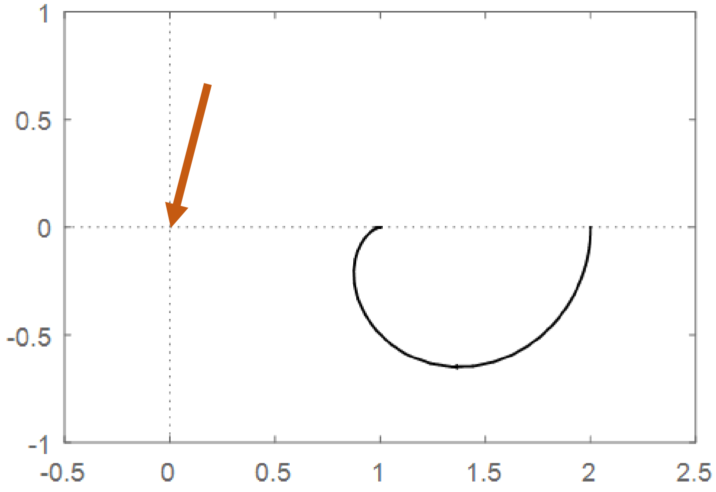


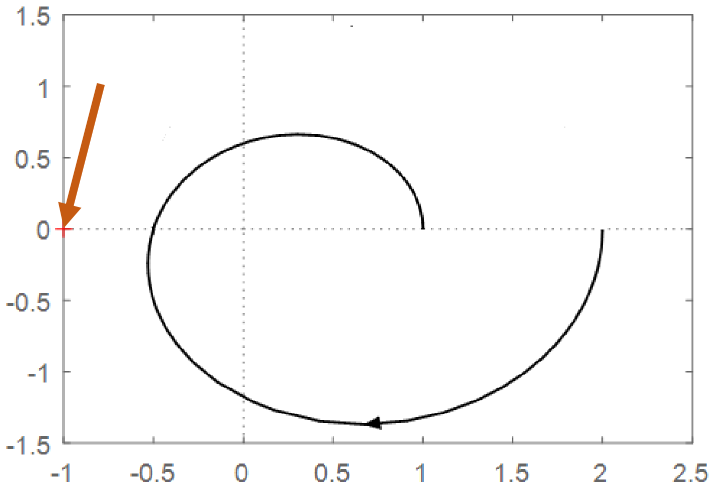
Почему вокруг точки (-1,0)?

Для $W_{\text{Вс}}(s)$ это (0,0), начало координат!

Критерий Найквиста: обоснование

$W_{\text{Вс}}(s)$

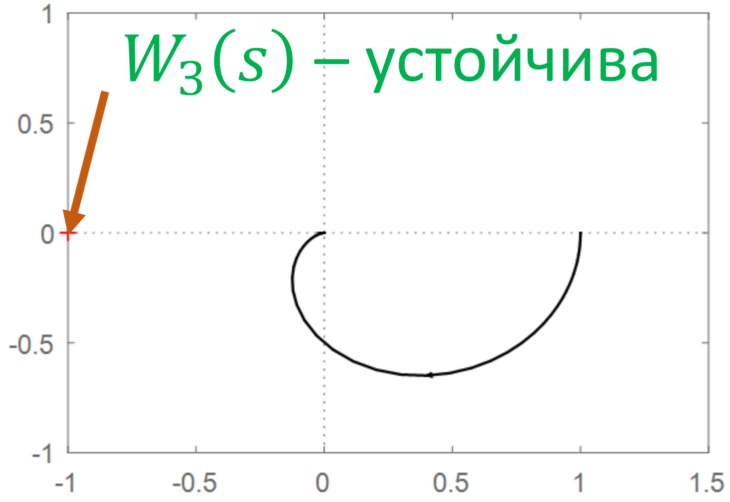


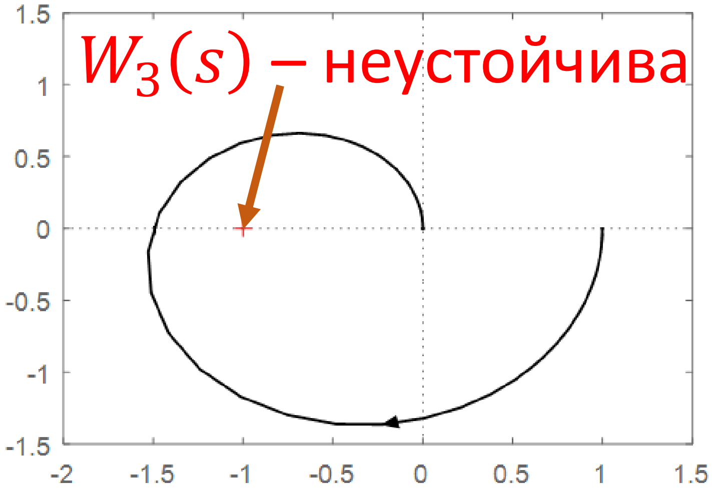


Почему вокруг точки (-1,0)?

Для $W_{\text{Вс}}(s)$ это (0,0), начало координат!

$W(s)$
$= W_{\text{Вс}}(s) - 1$





Критерий Найквиста: обоснование

Откуда взялись обороты и зависимость знака от направления?

Критерий Найквиста: обоснование

1. Пусть $W(s)$ имеет r правых полюсов, тогда

$$\Delta\varphi_{\text{Q}}(\omega)|_0^{+\infty} = (n-2r)\frac{\pi}{2}$$

Откуда взялись обороты и зависимость знака от направления?

2.

Если замкнутая система $W_3(s)$ ас. устойчива, тогда

$$\Delta\varphi_{\text{D}}(\omega)|_0^{+\infty} = n\frac{\pi}{2}$$

Если замкнутая система $W_3(s)$ неустойчива (m правых полюсов), то

$$\Delta\varphi_{\text{D}}(\omega)|_0^{+\infty} = (n-2m)\frac{\pi}{2}$$

$$\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega) = \Delta\varphi_{\text{D}}(\omega) - \Delta\varphi_{\text{Q}}(\omega)$$

3.

$$\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_0^{+\infty} = r\pi$$

$$\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_0^{+\infty} = (r-m)\pi$$

$$W_{\text{Вс}}(s) = 1 + W(s) = \frac{D(s)}{Q(s)}$$

Критерий Найквиста: обоснование

Откуда взялись обороты и зависимость знака от направления?

1. Пусть $W(s)$ имеет r правых полюсов, тогда

$$(n-2r)\frac{\pi}{2}$$

Число неустойчивых полюсов разомкнутой системы

$+$

Число оборотов АФЧХ по часовой стрелке вокруг точки (-1,0)

$=$

Число неустойчивых полюсов замкнутой системы

Если замкнутая система $W_3(s)$ неустойчива (m правых полюсов), то

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\big|_0^{+\infty} = (n-2m)\frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_{\mathrm{D}}(\omega) - \Delta\varphi_{\mathrm{Q}}(\omega)$$

$\Downarrow$

$$\Delta\varphi_{\mathrm{Bc}}(\omega)\big|_0^{+\infty} = (r-m)\pi$$

$$W_{\mathrm{Bc}}(s) = 1 + W(s) = \frac{D(s)}{Q(s)}$$

Критерий Найквиста: обоснование

1. Пусть $W(s)$ имеет r правых полюсов, тогда

$$(n-2r)\frac{\pi}{2}$$

Если замкнутая система $W_З(s)$ неустойчива (m правых полюсов), то

$$\Delta\varphi_{\mathrm{D}}(\omega)\big|_0^{+\infty} = (n-2m)\frac{\pi}{2}$$

$$\ldots\varphi_{\mathrm{D}}(\omega) - \Delta\varphi_{\mathrm{Q}}(\omega)$$

$$\Delta\varphi_{\mathrm{Bc}}(\omega)\big|_0^{+\infty} = (r-m)\pi$$

$$r$$

$$+$$

$$-\frac{\Delta\varphi_{\mathrm{Bc}}(\omega)\big|_{\omega\to+\infty}}{\pi}$$

$$=$$

$$m$$

$$\boxed{W_{\mathrm{Bc}}(s) = 1 + W(s) = \frac{D(s)}{Q(s)}}$$

Откуда взялись обороты и зависимость знака от направления?

Критерий Найквиста: обоснование

1. Пусть $W(s)$ имеет r правых полюсов, тогда

$$(n-2r)\frac{\pi}{2}$$

Откуда взялись обороты и зависимость знака от направления?

r

$+$

$$-\frac{\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_{\omega\to+\infty}}{\pi}$$

$=$

m

Если замкнутая система $W_З(s)$ неустойчива (m правых полюсов), то

$$\Delta\varphi_{\text{D}}(\omega)|_0^{+\infty} = (n-2m)\frac{\pi}{2}$$

Но оборот это 2π!

$\omega)$

$$\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_0^{+\infty} = (r-m)\pi$$

$$W_{\text{Вс}}(s) = 1 + W(s) = \frac{D(s)}{Q(s)}$$

Критерий Найквиста: обоснование

1. Пусть $W(s)$ имеет r правых полюсов, тогда

$$r + \frac{-\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_{\omega\to+\infty}}{\pi} = m$$

$(n-2r)\frac{\pi}{2}$

Если замкнутая система $W_3(s)$ неустойчива (m правых полюсов), то

$= (n-2m)\frac{\pi}{2}$

Откуда взялись обороты и зависимость знака от направления?

Мы рассматривали изменение ω от 0 до +∞, *а отрицательных частот не существует…*

$$\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_0^{+\infty} = (r-m)\pi$$

$$W_{\text{Вс}}(s) = 1 + W(s) = \frac{D(s)}{Q(s)}$$

Критерий Найквиста: обоснование

1. Пусть $W(s)$ имеет r правых полюсов, тогда

$(n - 2r)\frac{\pi}{2}$

$$r$$

$$+$$

$$-\frac{\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_{\omega\to+\infty}}{\pi}$$

$$=$$

$$m$$

Если замкнутая система $W_3(s)$ неустойчива (m правых полюсов), то

$= (n - 2m)\frac{\pi}{2}$

Мы рассматривали изменение ω от 0 до $+\infty$, диапазон от $-\infty$ до 0 даст вторую половину

$$\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_0^{+\infty} = (r - m)\pi$$

Откуда взялись обороты и зависимость знака от направления?

$$W_{\text{Вс}}(s) = 1 + W(s) = \frac{D(s)}{Q(s)}$$

Критерий Найквиста: обоснование

1. Пусть $W(s)$ имеет r правых полюсов, тогда

$(n-2r)\frac{\pi}{2}$

$$r$$

$$+$$

$$\frac{\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_{\omega\to-\infty} - \Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_{\omega\to+\infty}}{2\pi}$$

$$=$$

$$m$$

Откуда взялись обороты и зависимость знака от направления?

Если замкнутая система $W_3(s)$ неустойчива (m правых полюсов), то

$= (n-2m)\frac{\pi}{2}$

Мы рассматривали изменение ω от 0 до $+\infty$, диапазон от $-\infty$ до 0 даст вторую половину

$$\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_0^{+\infty} = (r-m)\pi$$

$$W_{\text{Вс}}(s) = 1 + W(s) = \frac{D(s)}{Q(s)}$$

Критерий Найквиста: обоснование

1. Пусть $W(s)$ имеет r правых полюсов, тогда

$(n-2r)\frac{\pi}{2}$

$$r$$

$$+$$

$$-\frac{\Delta\varphi_{\text{Вс}}(\omega)|_{\omega\to+\infty}}{\pi}$$

$$=$$

$$m$$

Если замкнутая система

Откуда взялись обороты и зависимость знака от направления?

Но вообще с инженерной точки зрения отрицательных частот действительно нет, на объект их не подать, данные не снять, характеристику по ним не построить…
и классическая формулировка критерия дается для ω от 0 до $+\infty$

$$W_{\text{Вс}}(s) = 1 + W(s) = \frac{D(s)}{Q(s)}$$

Критерий Найквиста: (классическая) формулировка

Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_3(s)$ с единичной отрицательной обратной связью была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ (для ω от 0 до $+\infty$) разомкнутой системы $W(s)$ охватывала точку $(-1,0)$ на угол $r\pi$, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_3(s)$ с единичной отрицательной обратной связью была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ (для ω от 0 до $+\infty$) разомкнутой системы $W(s)$ охватывала точку $(-1,0)$ в положительном направлении $r/2$ раз, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Критерий Найквиста: (классическая) формулировка

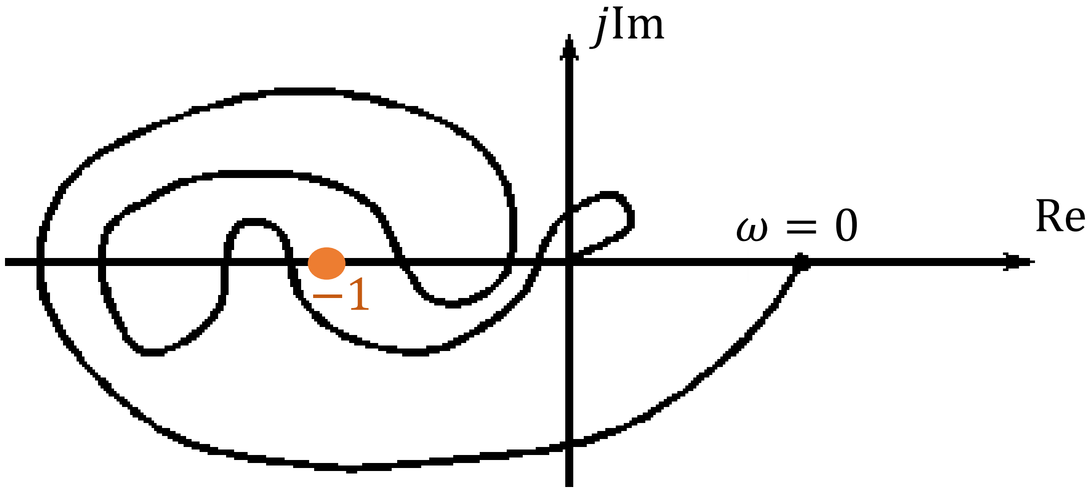
Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_3(s)$ с единичной отрицательной обратной связью была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ (для ω от 0 до $+\infty$) разомкнутой системы $W(s)$ охватывала точку $(-1,0)$ на угол $r\pi$, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_3(s)$ с единичной отрицательной обратной связью была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ (для ω от 0 до $+\infty$) разомкнутой системы $W(s)$ охватывала точку $(-1,0)$ в положительном направлении $r/2$ раз, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Положительное направление / Против часовой стрелки / «Сверху вниз»

Критерий Найквиста: (классическая) формулировка

Считают не обороты, а переходы левее точки (-1,0), «сверху вниз» положительные, «снизу вверх» отрицательные



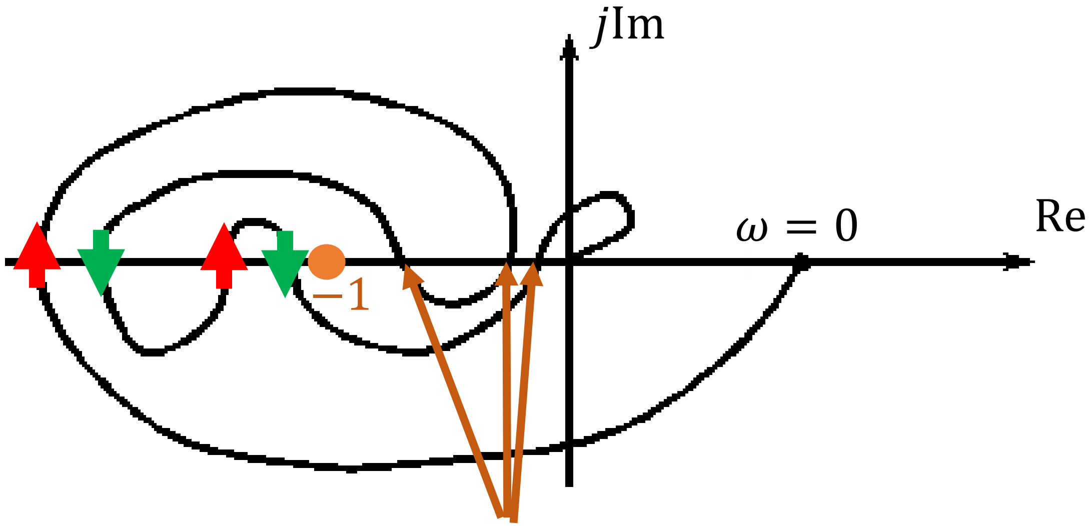
ая система $W_3(s)$ с единичной необходимо и достаточно, чтобы $W(s)$ охватывала точку $(-1{,}0)$ характеристического уравнения

ая система $W_3(s)$ с единичной необходимо и достаточно, чтобы $W(s)$ охватывала точку $(-1{,}0)$ r — число правых корней емы.

Положительное направление / Против часовой стрелки / «Сверху вниз»

Критерий Найквиста: (классическая) формулировка

Считают не обороты, а переходы левее точки (-1,0), «сверху вниз» положительные, «снизу вверх» отрицательные



Переходы правее не учитываем!

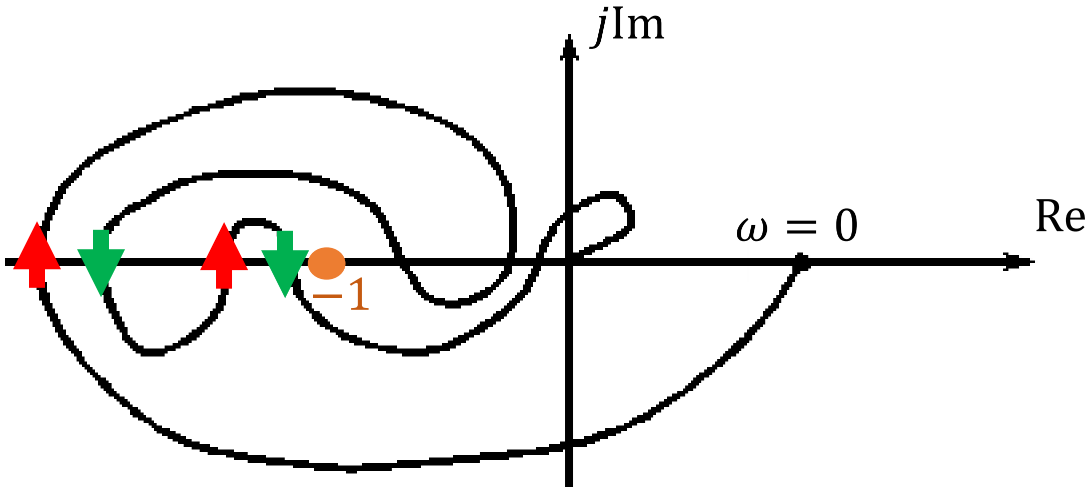
...ая система $W_3(s)$ с единичной ... необходимо и достаточно, чтобы ... $W(s)$ охватывала точку $(-1{,}0)$ ... характеристического уравнения

...ая система $W_3(s)$ с единичной ... необходимо и достаточно, чтобы ... $W(s)$ охватывала точку $(-1{,}0)$ ... r — число правых корней ...емы.

Положительное направление / Против часовой стрелки / «Сверху вниз»

Критерий Найквиста: (классическая) формулировка

Считают не обороты, а переходы левее точки (-1,0), «сверху вниз» положительные, «снизу вверх» отрицательные



Переходы правее не учитываем!

Если сумма переходов $> \frac{r}{2}$

(половина т.к. $0 \leq \omega < +\infty$),

то замкнутая система устойчива

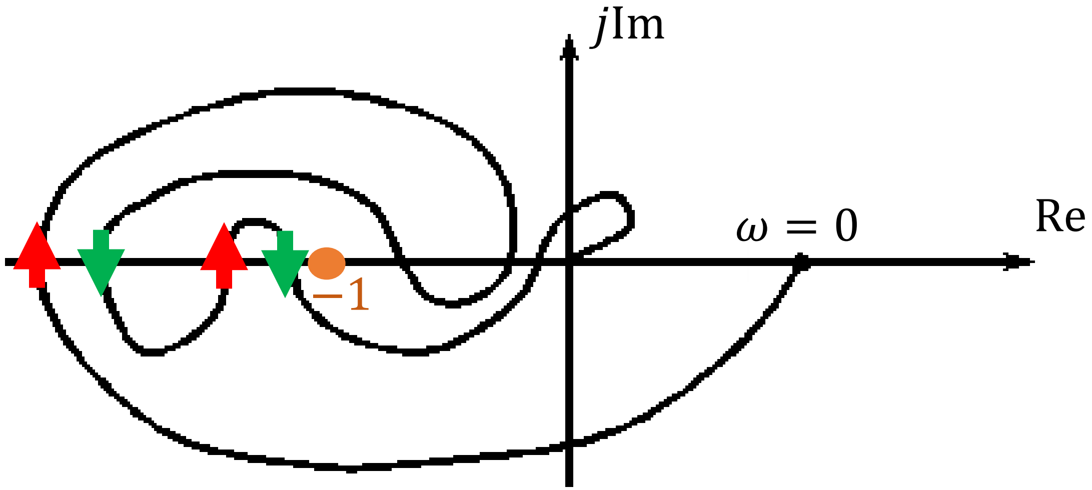
…ая система $W_3(s)$ с единичной …необходимо и достаточно, чтобы … $W(s)$ охватывала точку $(-1{,}0)$ …характеристического уравнения

…ая система $W_3(s)$ с единичной …необходимо и достаточно, чтобы … $W(s)$ охватывала точку $(-1{,}0)$ … r — число правых корней …емы.

Положительное направление / Против часовой стрелки / «Сверху вниз»

Критерий Найквиста: (классическая) формулировка

Считают не обороты, а переходы левее точки (-1,0), «сверху вниз» положительные, «снизу вверх» отрицательные



Переходы правее не учитываем!

Сумма переходов Х2 есть изменение количества неустойчивых полюсов

...ая система $W_3(s)$ с единичной ...необходимо и достаточно, чтобы ... $W(s)$ охватывала точку $(-1{,}0)$ ...характеристического уравнения

...ая система $W_3(s)$ с единичной ...необходимо и достаточно, чтобы ... $W(s)$ охватывала точку $(-1{,}0)$ ... r — число правых корней ...емы.

Положительное направление / Против часовой стрелки / «Сверху вниз»

Критерий Найквиста: (классическая) формулировка

Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_З(s)$ с единичной отрицательной обратной связью была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ (для ω от 0 до $+\infty$) разомкнутой системы $W(s)$ охватывала точку $(-1{,}0)$ на угол $r\pi$, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

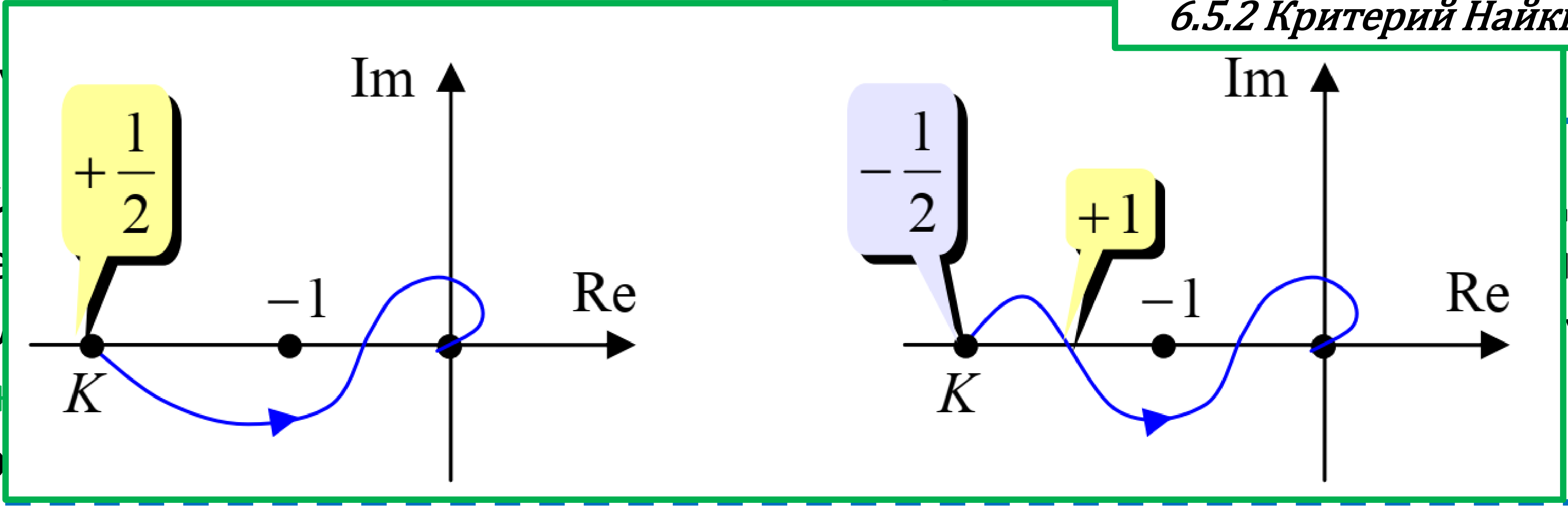
Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_З(s)$ с единичной отрицательной обратной связью была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ (для ω от 0 до $+\infty$) разомкнутой системы $W(s)$ охватывала точку $(-1{,}0)$ в положительном направлении $r/2$ раз, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Если АФЧХ начинается на отрезке вещественной оси левее $(-1{,}0)$, то переход считается равным $1/2$ с соответствующим знаком!

Критерий Найквиста: (классическая) формулировка

Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_{з}(s)$ с единичной
отрицательной обратной связью была устойчива, необх ... бы
АФЧХ (для ω от 0 до $+\infty$) разомкнутой системы $W(s$ ... $0)$
на угол ... ия
разомкн

Поляков К. Ю.
«Теория автоматического управления для “чайников”»
6.5.2 Критерий Найквиста



Критери ... иничной
отрицате ... о, чтобы
АФЧХ (д ... у $(-1{,}0)$
в полож ... корней
характер

Если АФЧХ начинается на отрезке вещественной оси левее $(-1{,}0)$, то переход считается равным $1/2$ с соответствующим знаком!

Критерий Найквиста: (классическая) формулировка

Критерий Найквиста: для того чтобы замкну… й
отрицательной обратной связью была устойчива… ы
АФЧХ (для ω от 0 до $+\infty$) разомкнутой систем…)
на угол $r\pi$, где r — число правых корней… я
разомкнутой системы.

В классической литературе как правило все формулировки для ω от 0 до $+\infty$, отрицательные частоты не рассматриваются

Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_3(s)$ с единичной отрицательной обратной связью была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ (для ω от 0 до $+\infty$) разомкнутой системы $W(s)$ охватывала точку $(-1{,}0)$ в положительном направлении $r/2$ раз, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Если АФЧХ начинается на отрезке вещественной оси левее $(-1{,}0)$, то переход считается равным $1/2$ с соответствующим знаком!

Критерий Найквиста: (классическая) формулировка

Критерий Найквиста: для того чтобы за… й
отрицательной обратной связью была устойч… ы
АФЧХ (для ω от $-\infty$ до $+\infty$) разомкнутой си…)
на угол $2r\pi$, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Если рассматриваем годограф для ω от $-\infty$ до $+\infty$, то уточнение про начало АФЧХ не нужно

Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_3(s)$ с единичной отрицательной обратной связью была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ (для ω от $-\infty$ до $+\infty$) разомкнутой системы $W(s)$ охватывала точку $(-1,0)$ в положительном направлении r раз, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

~~Если АФЧХ начинается на отрезке вещественной оси левее $(-1,0)$, то переход считается равным $1/2$ с соответствующим знаком!~~

Критерий Найквиста: (классическая) формулировка

Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_3(s)$ с единичной отрицательной обратной связью была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ (для ω от $-\infty$ до $+\infty$) разомкнутой системы $W(s)$ охватывала точку $(-1,0)$ на угол $2r\pi$, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

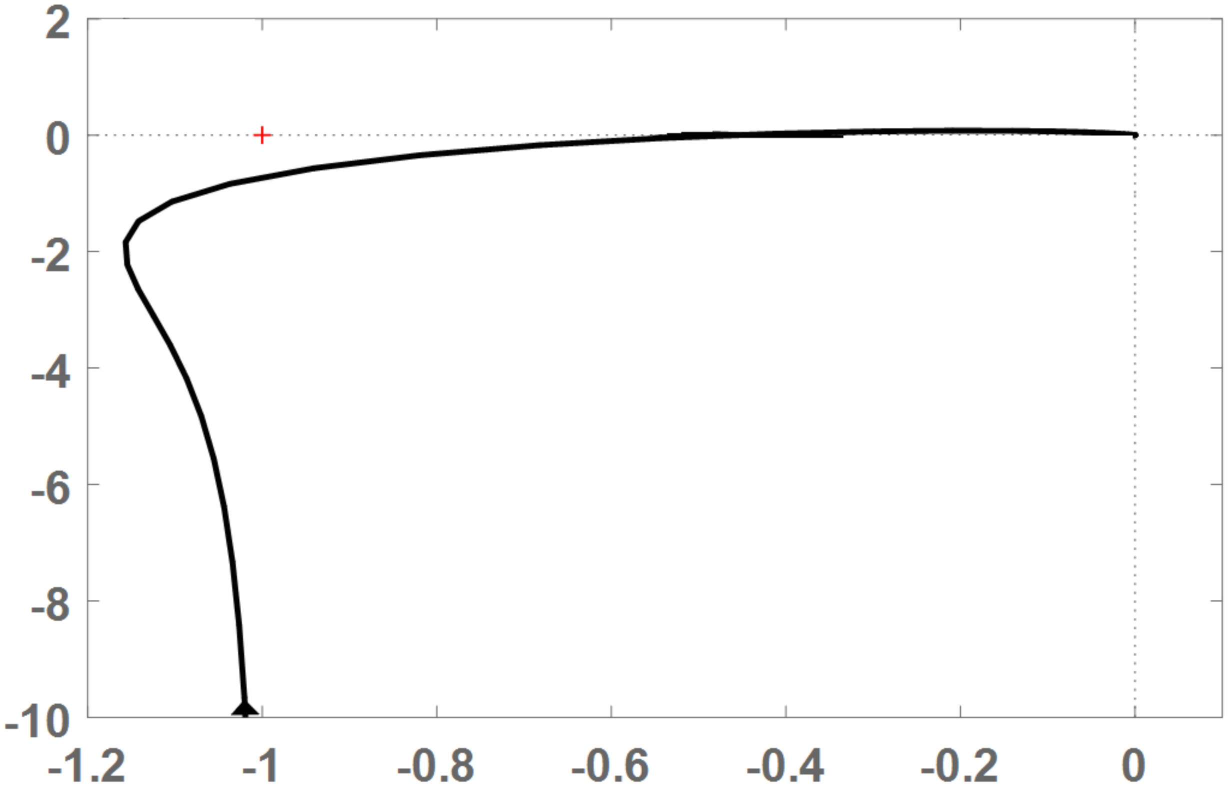
Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_3(s)$ с единичной отрицательной обратной связью была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ (для ω от $-\infty$ до $+\infty$) разомкнутой системы $W(s)$ охватывала точку $(-1,0)$ в положительном направлении r раз, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

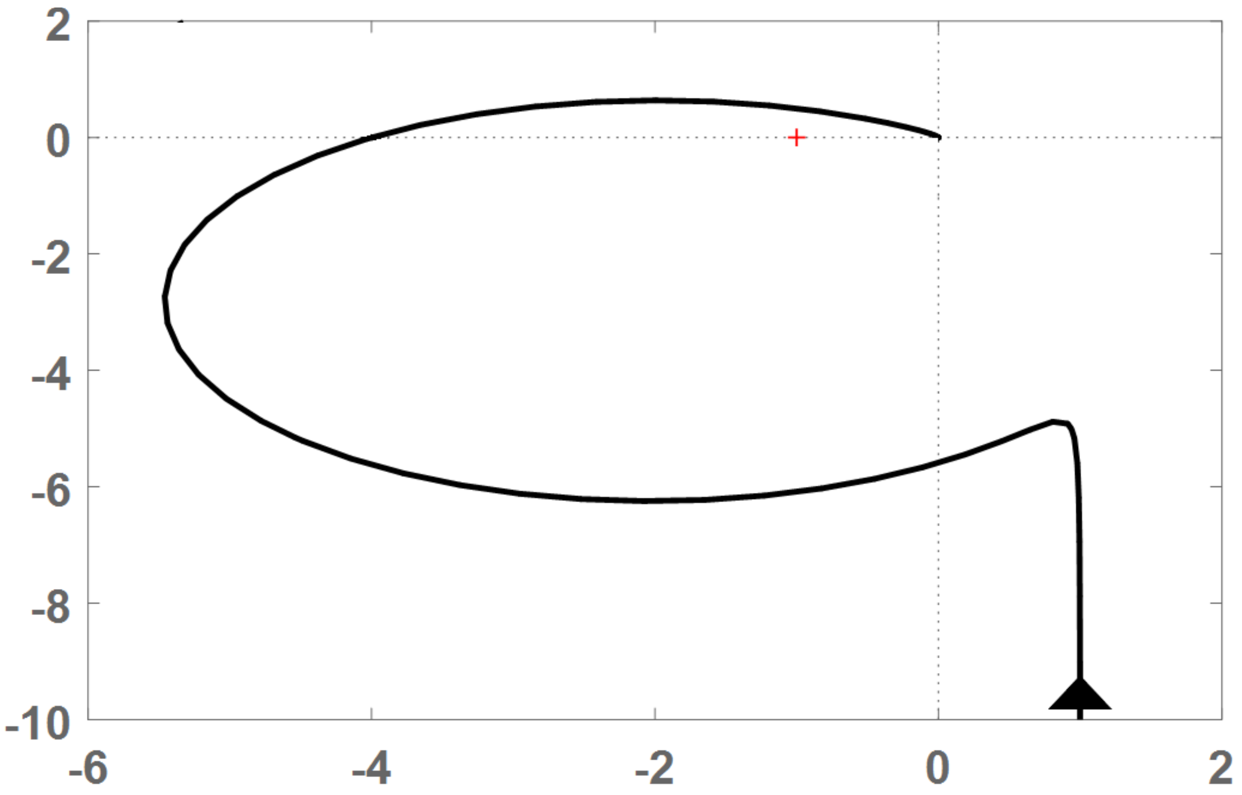
Критерий Найквиста: частные случаи

1. Пусть $W(s)$ имеет r нулевых полюсов

$$\Downarrow$$

2. $A_Q(\omega)|_{\omega\to 0} = \infty, \varphi_Q(\omega)|_{\omega\to 0} = r\frac{\pi}{2}$





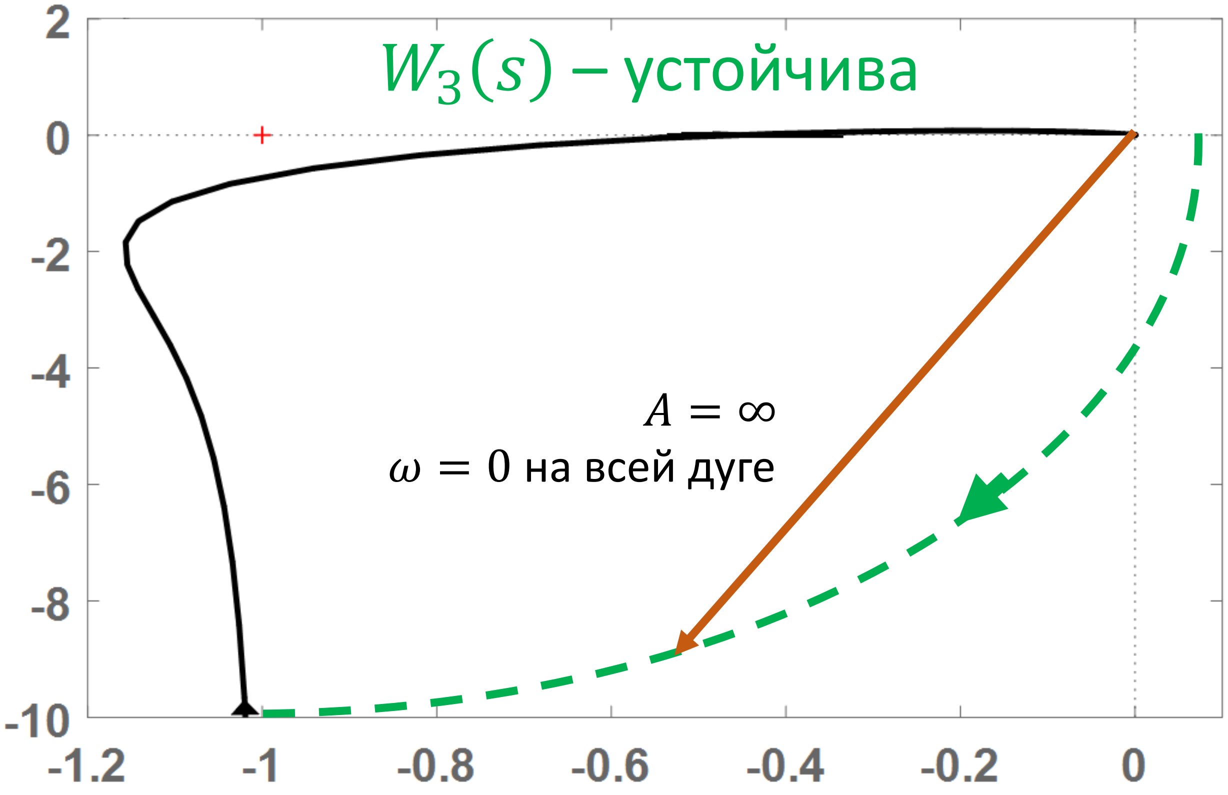
Критерий Найквиста: частные случаи

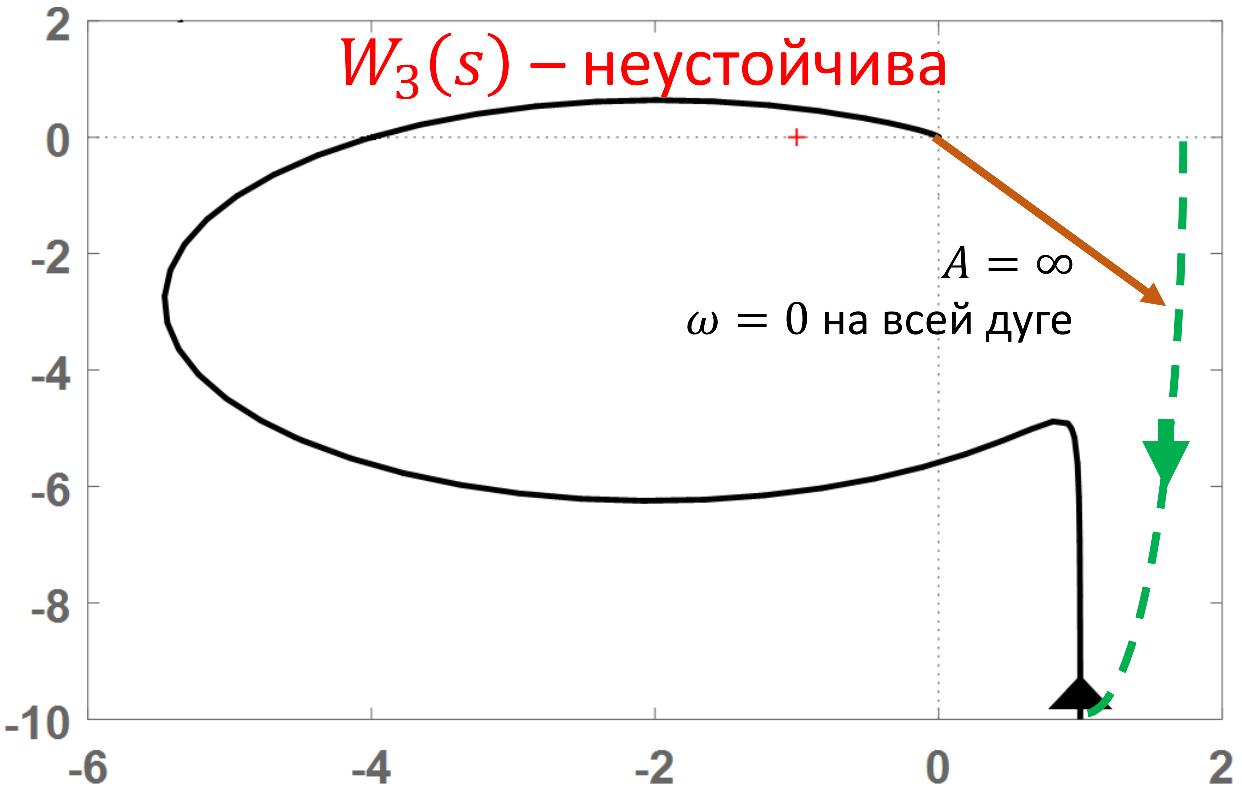
1. Пусть $W(s)$ имеет r нулевых полюсов

⇩

2. $A_Q(\omega)|_{\omega\to 0} = \infty, \varphi_Q(\omega)|_{\omega\to 0} = r\frac{\pi}{2}$

«Дополнение» – дуга с $A = \infty$, повернутая от оси вещественных корней на угол $-r\frac{\pi}{2}$



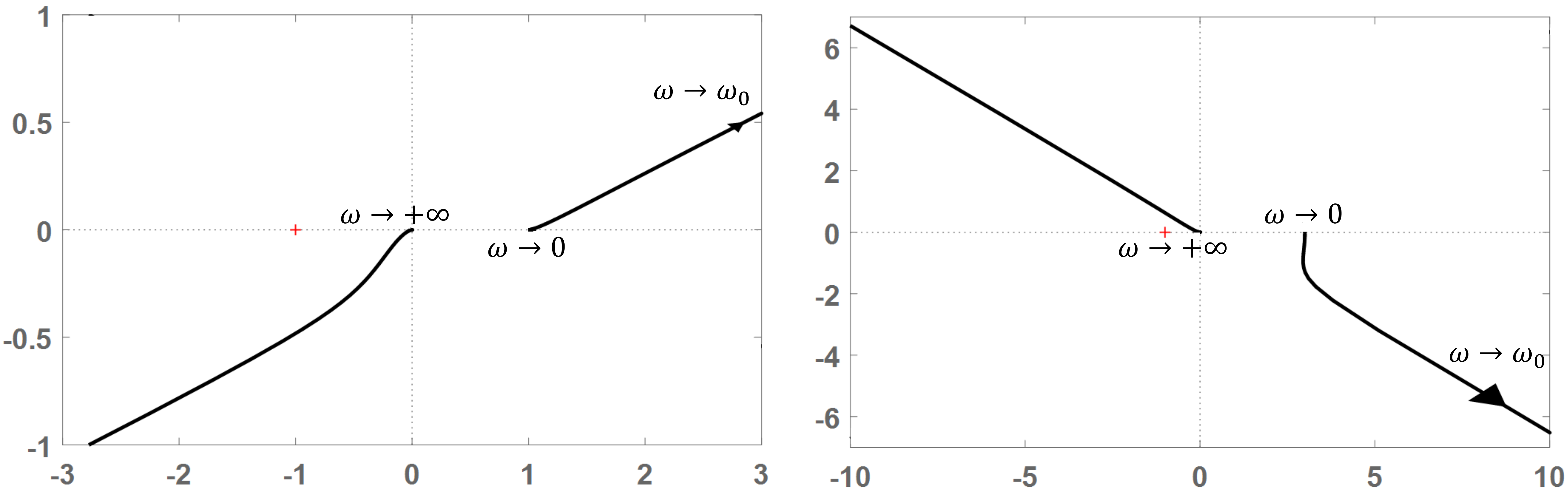


Критерий Найквиста: частные случаи

1. Пусть $W(s)$ имеет пару чисто мнимых полюсов $\pm i\omega_0$

$\Downarrow$

2. $A_Q(\omega)|_{\omega\to 0} = \infty,\ \varphi_Q(\omega)|_{\omega\to\omega_0} - \varphi_Q(\omega)|_{\omega\leftarrow\omega_0} = -\pi$

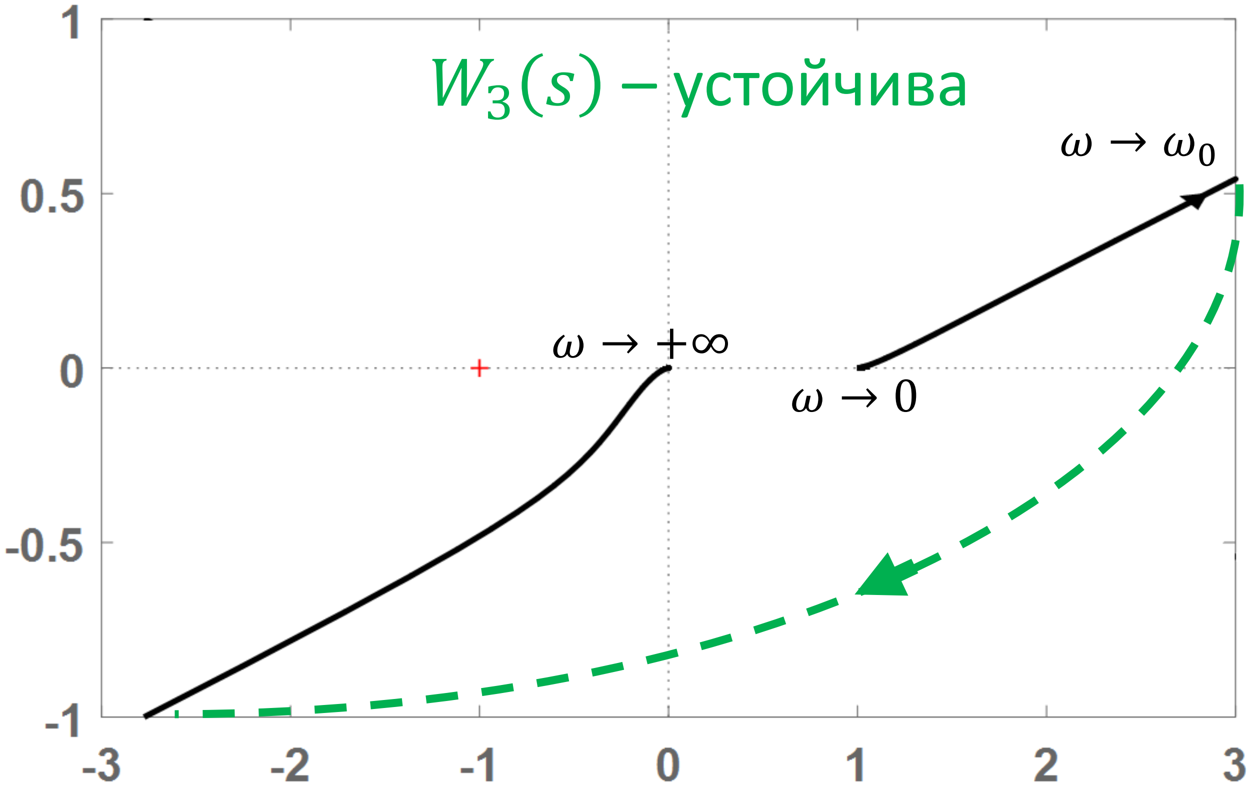


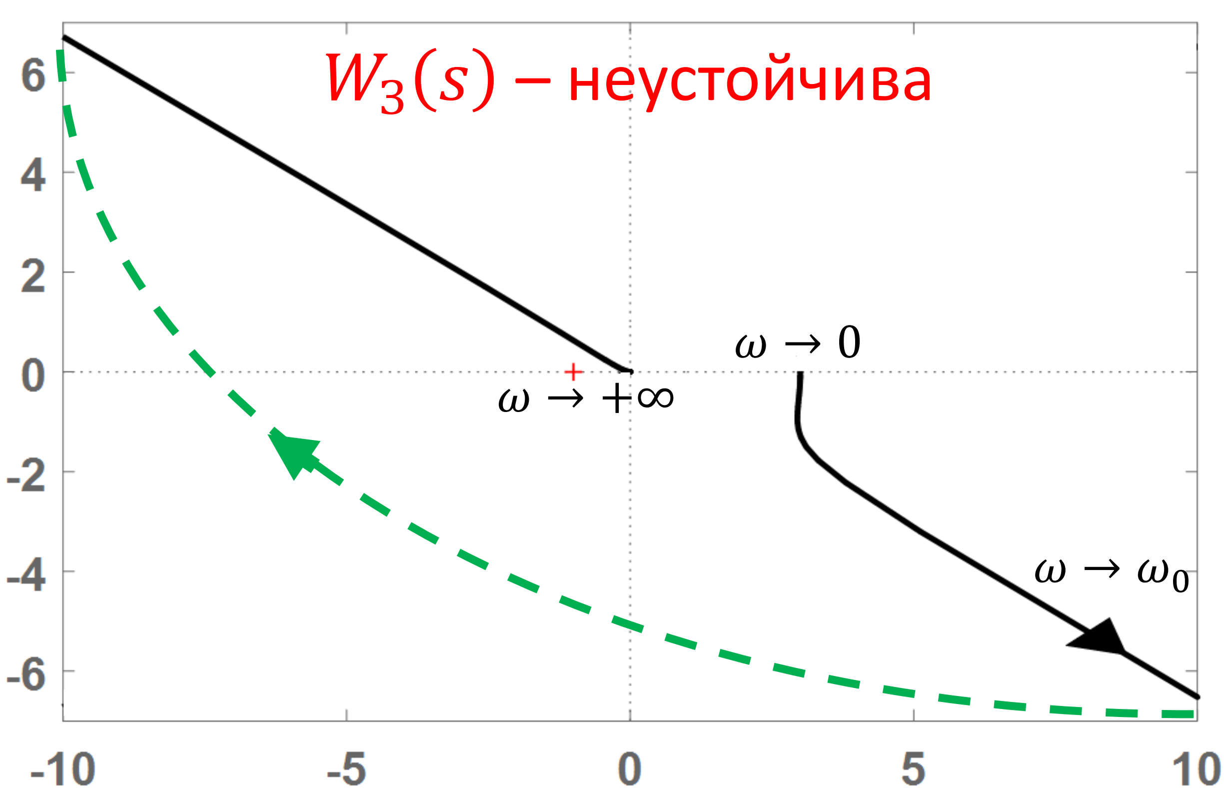
Критерий Найквиста: частные случаи

1. Пусть $W(s)$ имеет пару чисто мнимых полюсов $\pm i\omega_0$

$\Downarrow$

2. $A_Q(\omega)|_{\omega\to 0} = \infty,\ \varphi_Q(\omega)|_{\omega\to\omega_0} - \varphi_Q(\omega)|_{\omega\leftarrow\omega_0} = -\pi$





Критерий Найквиста: логарифмический

Логарифмический Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_3(s)$ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы разность между положительными и отрицательными переходами ЛФЧХ прямых $\varphi(\omega) = (2k+1)\pi, (k \in \mathbb{Z})$ при частотах, когда $L(\omega) > 0$, была равна $r/2$, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

«Снизу вверх» – положительные, «Сверху вниз» – отрицательные;
Если ЛФЧХ начинается на критическом отрезке, то переход считается равным $1/2$ с соответствующим знаком.
Критические отрезки — отрезки прямой проходящей на уровнях $\varphi(\omega_{кр}) = (2k+1)\pi, (k \in \mathbb{Z})$при частотах, когда $L(\omega) > 0$.
$\omega_{кр}$ – критическая частота.

Критерий Найквиста: логарифмический

Логарифмический Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система $W_3(s)$ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы разность между положительными и отрицательными переходами ЛФЧХ прямых $\varphi(\omega) = (2k+1)\pi, (k \in \mathbb{Z})$ при частотах, когда $L(\omega) > 0$, была равна $r/2$, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Внимание! «Положительность» переходов обратна нелогарифмическому случаю!

«Снизу вверх» – положительные, «Сверху вниз» – отрицательные;

Если ЛФЧХ начинается на критическом отрезке, то переход считается равным $1/2$ с соответствующим знаком.

Критические отрезки — отрезки прямой проходящей на уровнях $\varphi(\omega_{кр}) = (2k+1)\pi, (k \in \mathbb{Z})$при частотах, когда $L(\omega) > 0$.

$\omega_{кр}$ – критическая частота.

Критерий Найквиста: логарифмический

Логарифмический Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система
…имо и достаточно, чтобы разность между
…ельными переходами ЛФЧХ прямых
…тотах, когда $L(\omega) > 0$, была равна $r/2$, где
…стического уравнения разомкнутой системы.

Число
неустойчивых полюсов
разомкнутой системы

$+$

Число оборотов АФЧХ
по часовой стрелке
вокруг точки (-1,0)

$=$

Число
неустойчивых полюсов
замкнутой системы

…ьные, «Сверху вниз» – отрицательные;
…тическом отрезке, то переход считается
…оответствующим знаком.
…езки прямой проходящей на уровнях
…$\in \mathbb{Z}$)при частотах, когда $L(\omega) > 0$.
…итическая частота.

Критерий Найквиста: логарифмический

Логарифмический Критерий Найквиста: для того чтобы замкнутая система
имо и достаточно, чтобы разность между
ельными переходами ЛФЧХ прямых
тотах, когда $L(\omega) > 0$, была равна $r/2$, где
стического уравнения разомкнутой системы.

Число
неустойчивых полюсов
разомкнутой системы

—

Сумма переходов ЛФЧХ
(при $L(\omega) > 0$) X2

=

Число
неустойчивых полюсов
замкнутой системы

ьные, «Сверху вниз» – отрицательные;
тическом отрезке, то переход считается
оответствующим знаком.
резки прямой проходящей на уровнях
$\in \mathbb{Z}$)при частотах, когда $L(\omega) > 0$.
итическая частота.

Критерий Найквиста: логарифмический

Логарифмический Критерий Найкви

им

ель

тот

сти

Число
неустойчивых полюсов
разомкнутой системы

—

Сумма переходов ЛФЧХ
(при $L(\omega) > 0$) X2

=

Число
неустойчивых полюсов
замкнутой системы

ьны

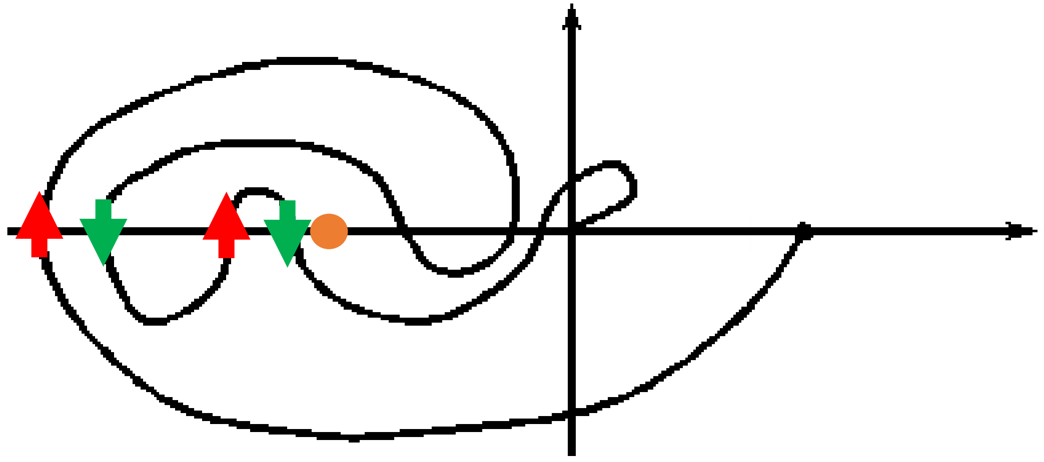
тич

оо

езки прямой проходящей на уровнях

$\in \mathbb{Z}$)при частотах, когда $L(\omega) > 0$.

итическая частота.



Критерий Найквиста: логарифмический

Логарифмический Критерий Найкви

им

ель

тот

сти

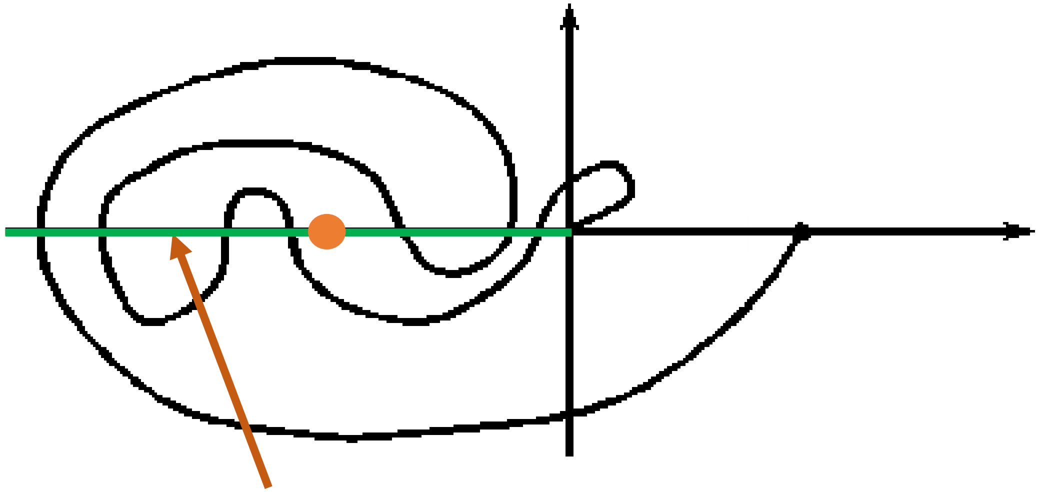
Число
неустойчивых полюсов
разомкнутой системы

—

Сумма переходов ЛФЧХ
(при $L(\omega) > 0$) X2

=

Число
неустойчивых полюсов
замкнутой системы



Все критические отрезки - это левая вещественная полуось!

ьнь

тич

оо

езки прямой проходящей на уровнях

$\in \mathbb{Z}$)при частотах, когда $L(\omega) > 0$.

итическая частота.

Критерий Найквиста: логарифмический

Логарифмический Критерий Найкви

им

ель

тот

сти

Число
неустойчивых полюсов
разомкнутой системы

—

Сумма переходов ЛФЧХ
(при $L(\omega) > 0$) X2

=

Число
неустойчивых полюсов
замкнутой системы

ьны

тич

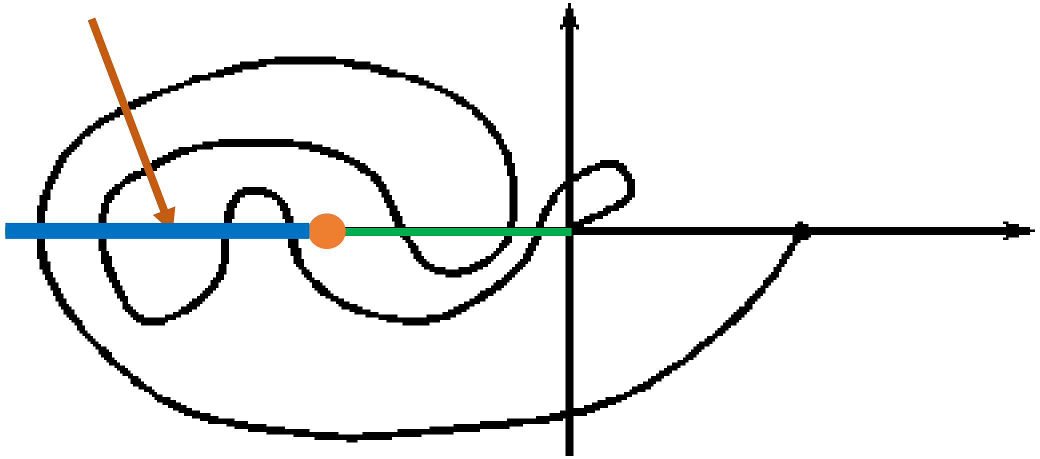
оо

езки прямой проходящей на уровнях

$\in \mathbb{Z}$)при частотах, когда $L(\omega) > 0$.

итическая частота.

$L(\omega) > 0 \rightarrow A(\omega) > 1$



Все критические отрезки - это левая вещественная полуось!

Критерий Найквиста: логарифмический

Логарифмический Критерий Найквиста: для того ч
$W_3(s)$ была устойчива, необходимо и достаточно
положительными и отрицательными перехо
$\varphi(\omega) = (2k+1)\pi, (k \in \mathbb{Z})$ при частотах, когда $L(\omega) > 0$, была равна $r/2$, где r — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

Отмечаем на ЛАЧХ и ЛФЧХ нужные уровни и смотрим переходы

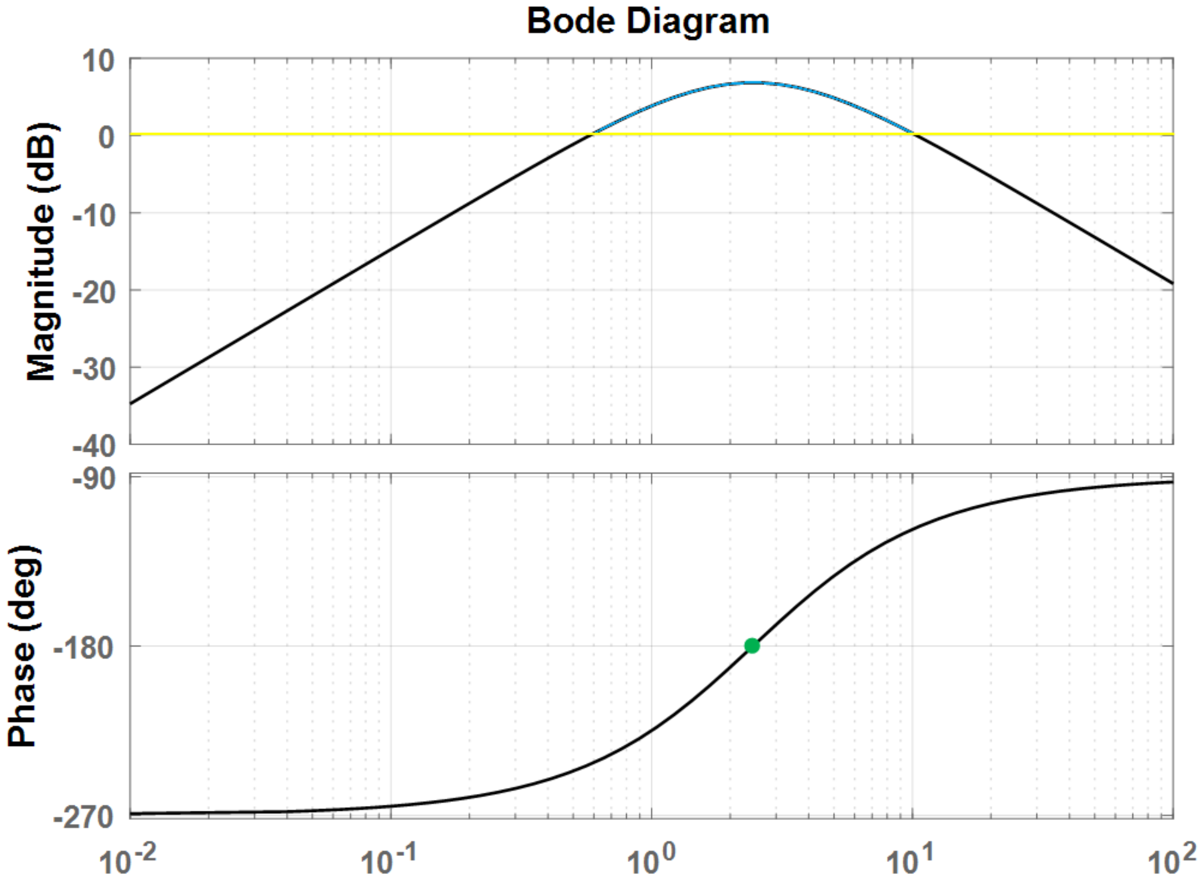
«Снизу вверх» – положительные, «Сверху вниз» – отрицательные;
Если ЛФЧХ начинается на критическом отрезке, то переход считается равным $1/2$ с соответствующим знаком.
Критические отрезки — отрезки прямой проходящей на уровнях $\varphi(\omega_{\text{кр}}) = (2k+1)\pi, (k \in \mathbb{Z})$ при частотах, когда $L(\omega) > 0$.
$\omega_{\text{кр}}$ – критическая частота.

Критерий Найквиста: логарифмический

$$W(s) = \frac{11s}{s^2 - 5s + 6}$$

Корни $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$
$r = 2$, нужен в сумме 1 переход

Отмечаем на ЛАЧХ и ЛФЧХ нужные уровни и смотрим переходы

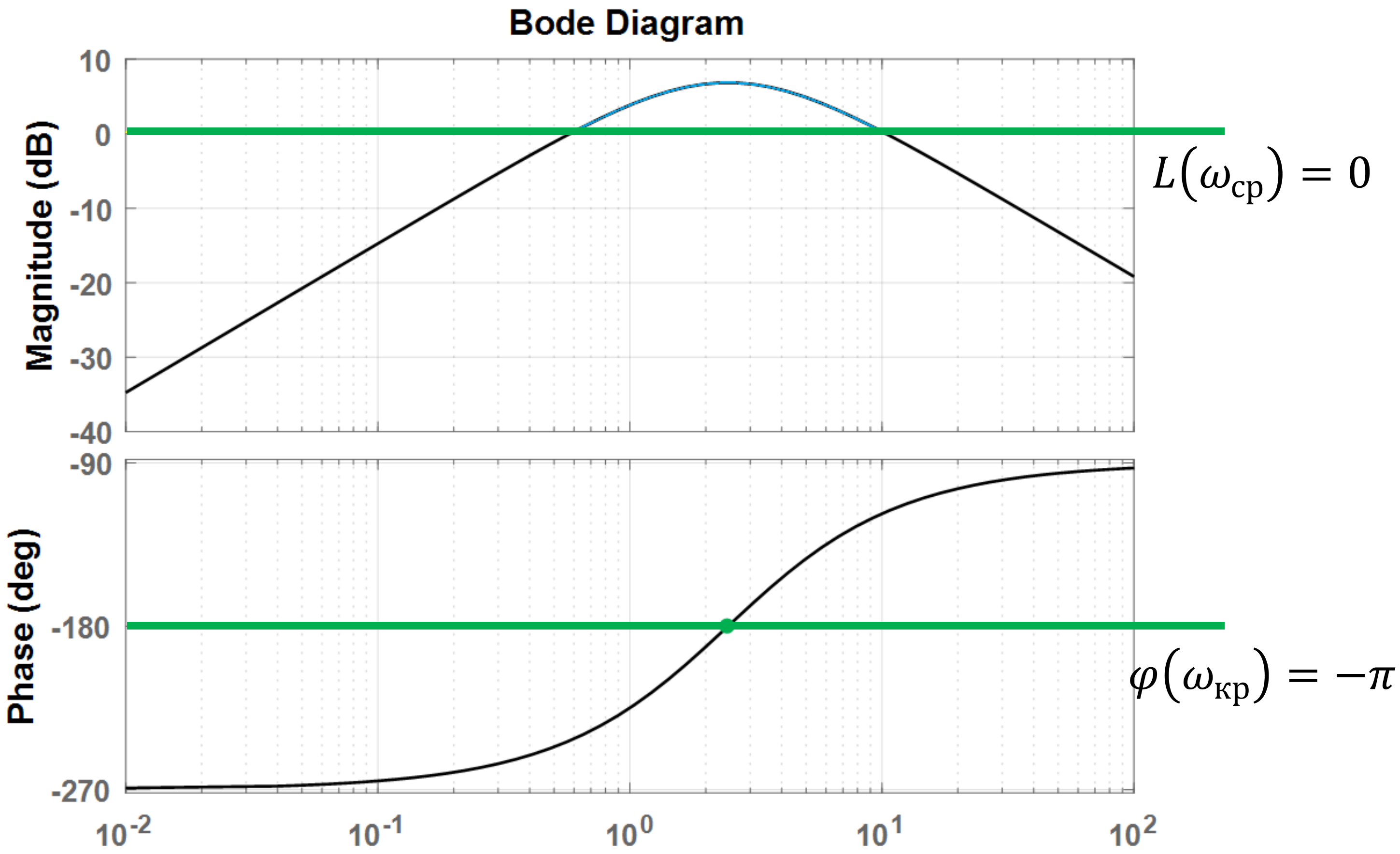


Критерий Найквиста: логарифмический

$$W(s) = \frac{11s}{s^2 - 5s + 6}$$

Корни $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$
$r = 2$, нужен в сумме 1 переход

Отмечаем на ЛАЧХ и ЛФЧХ нужные уровни и смотрим переходы



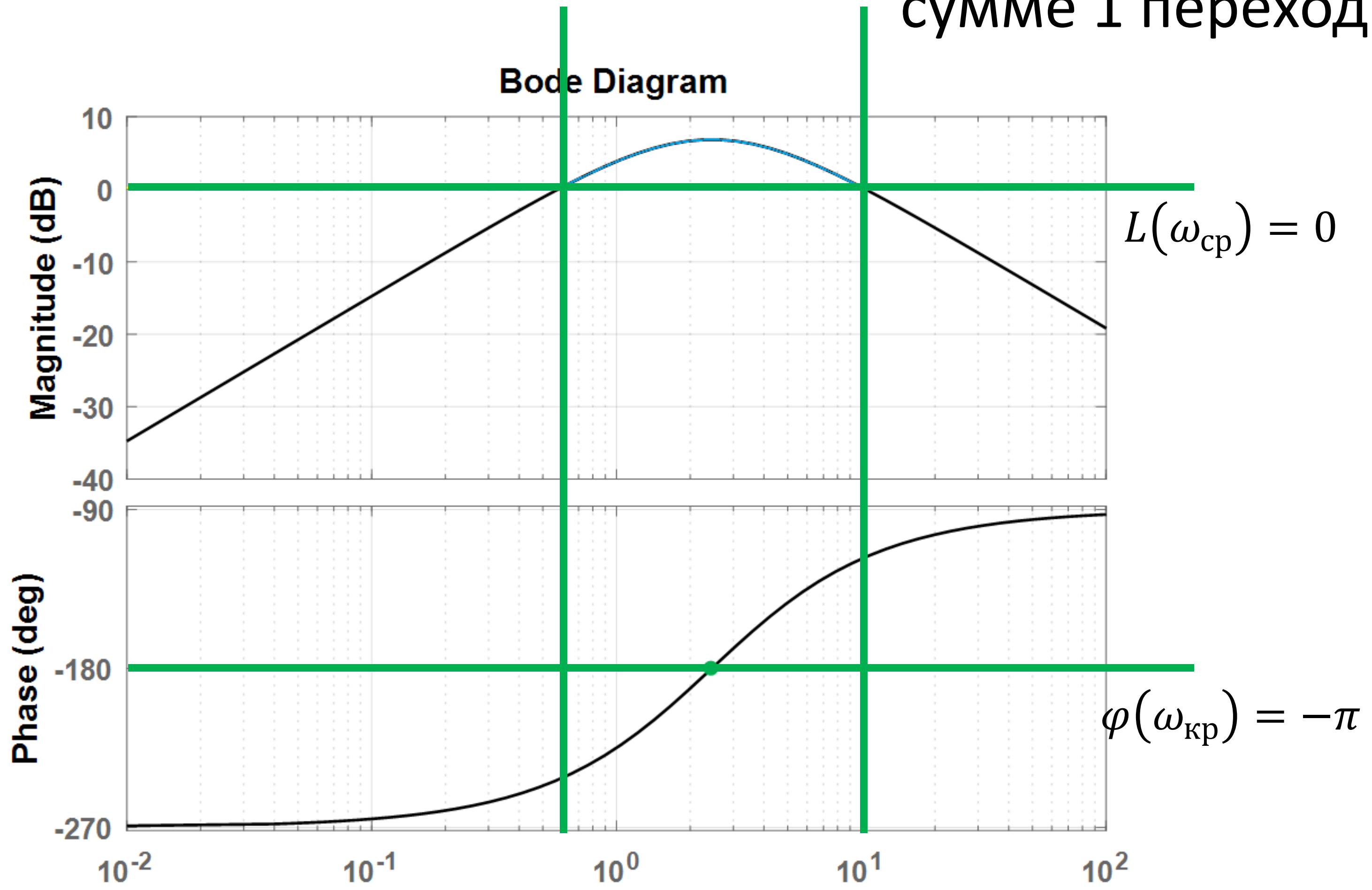
Критерий Найквиста: логарифмический

$$W(s) = \frac{11s}{s^2 - 5s + 6}$$

Корни $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$

$r = 2$, нужен в сумме 1 переход

Отмечаем на ЛАЧХ и ЛФЧХ нужные уровни и смотрим переходы

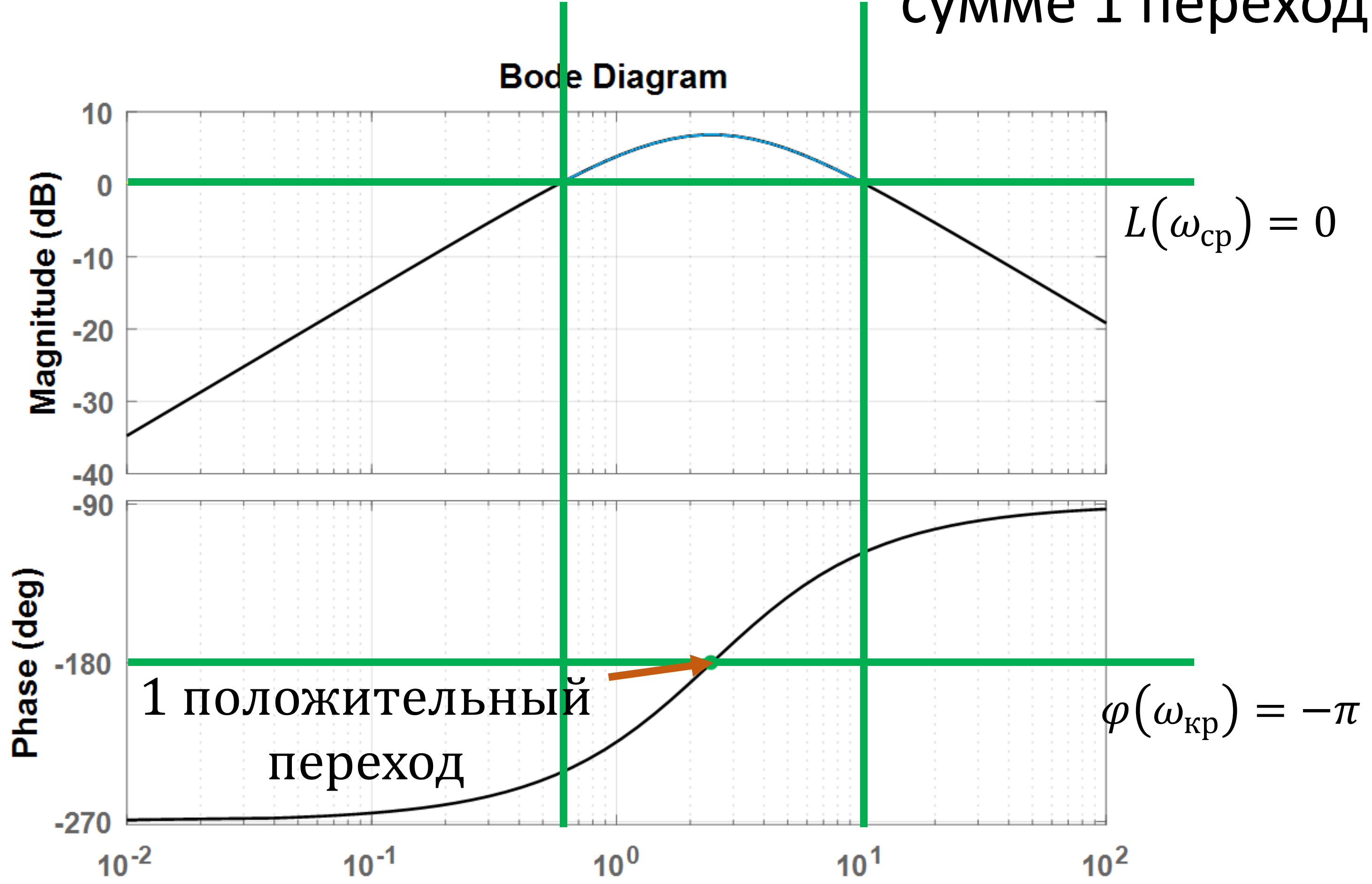


Критерий Найквиста: логарифмический

$$W(s) = \frac{11s}{s^2 - 5s + 6}$$

Корни $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$
$r = 2$, нужен в сумме 1 переход

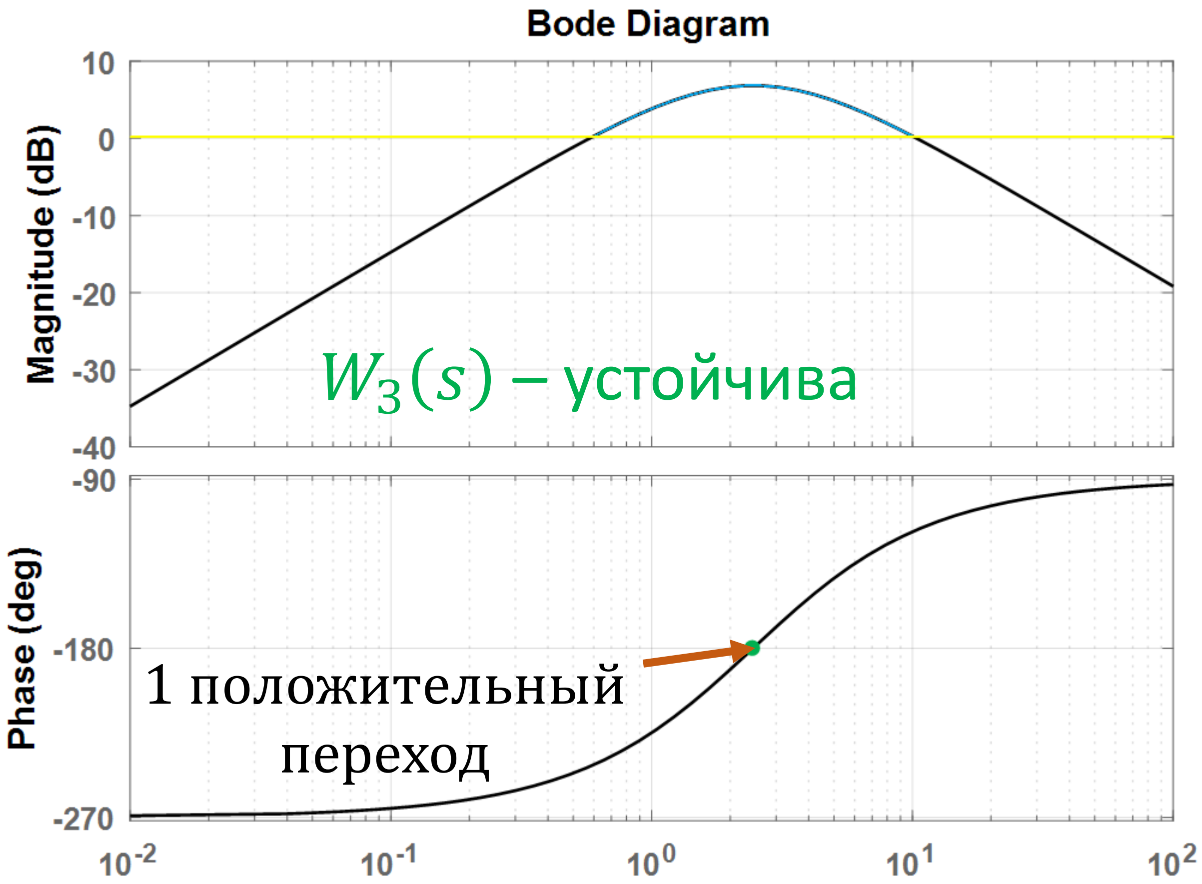
Отмечаем на ЛАЧХ и ЛФЧХ нужные уровни и смотрим переходы



Критерий Найквиста: логарифмический

$$W(s) = \frac{11s}{s^2 - 5s + 6}$$

Корни $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$
$r = 2$, нужен в сумме 1 переход

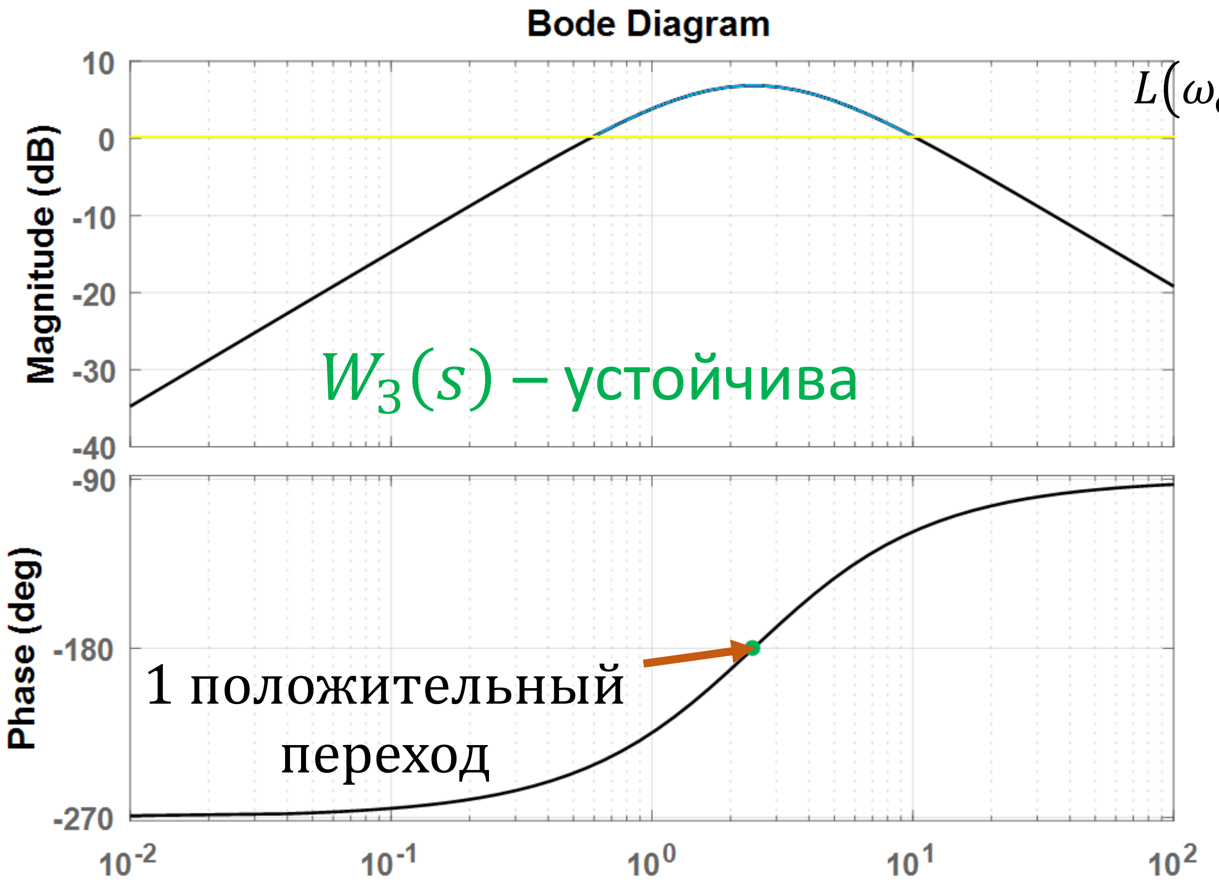


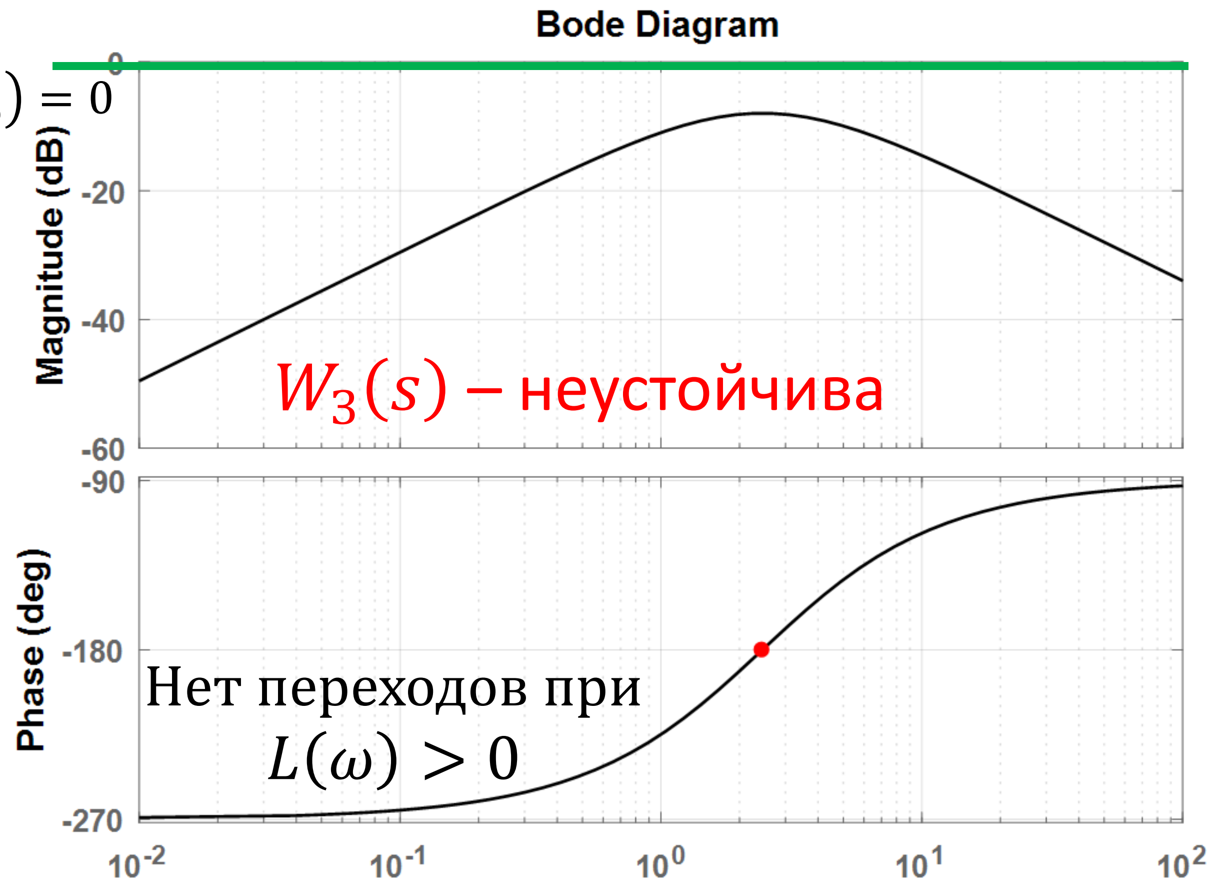
Критерий Найквиста: логарифмический

$$W(s) = \frac{11s}{s^2 - 5s + 6}$$

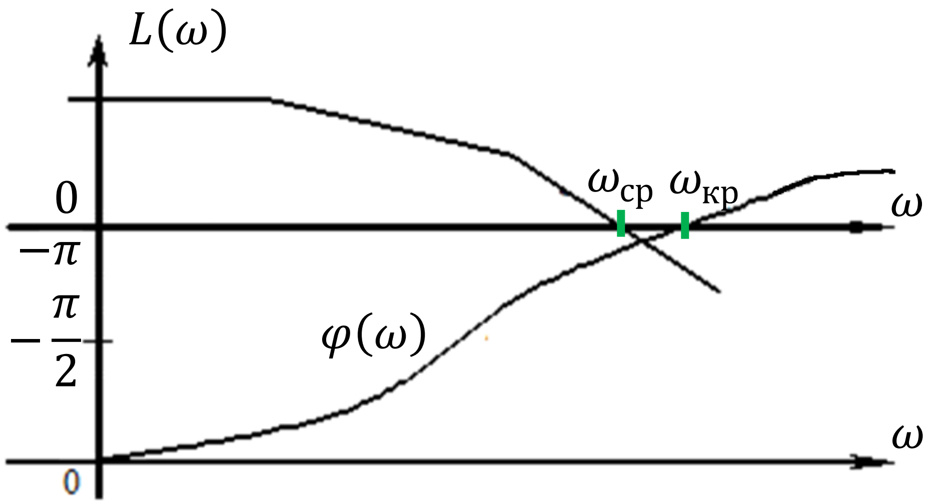
Корни $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$
$r = 2$, нужен в сумме 1 переход

$$W(s) = \frac{2s}{s^2 - 5s + 6}$$



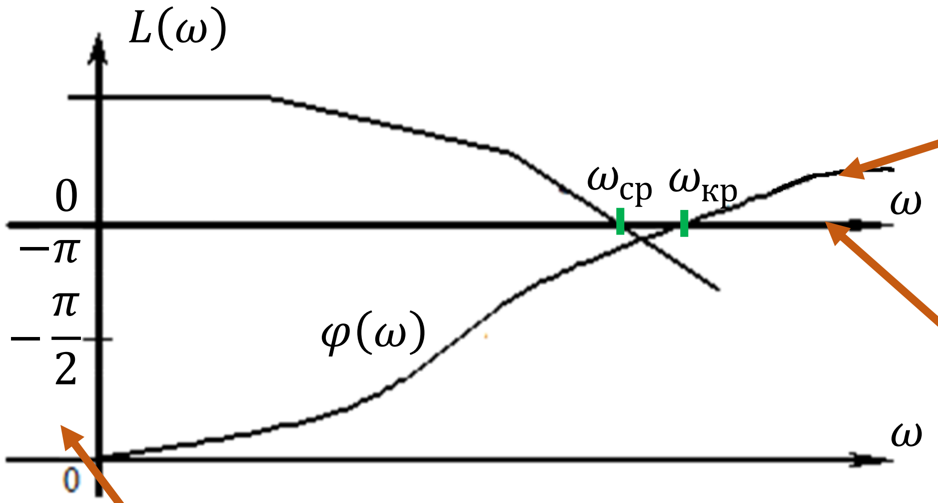


Критерий Найквиста: логарифмический



Иначе: строим ЛАЧХ и ЛФЧХ «по особому» и считаем переходы

Критерий Найквиста: логарифмический



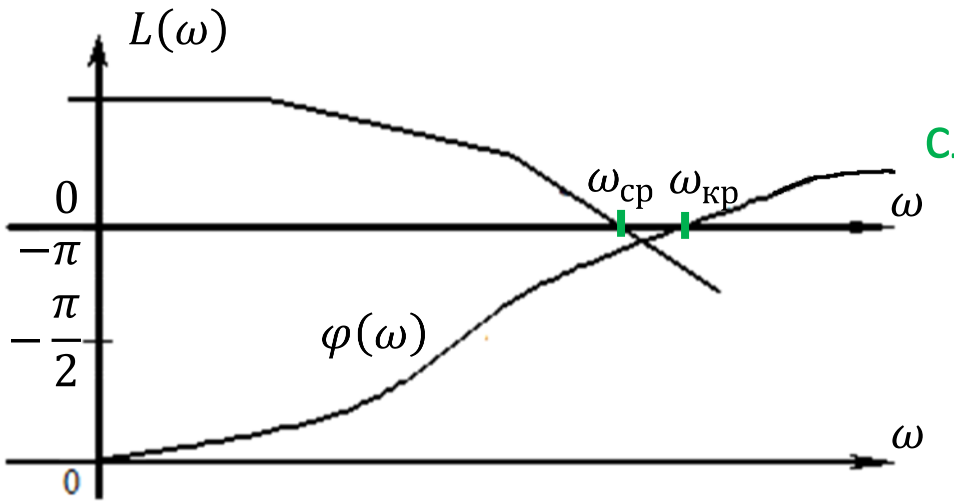
Применимо только когда ЛФЧХ пересекает только один критический отрезок!

Иначе: строим ЛАЧХ и ЛФЧХ «по особому» и считаем переходы

Критический отрезок совмещен с осью абсцисс $L(\omega)$

Шкала для $\varphi(\omega)$ инвертирована

Критерий Найквиста: логарифмический

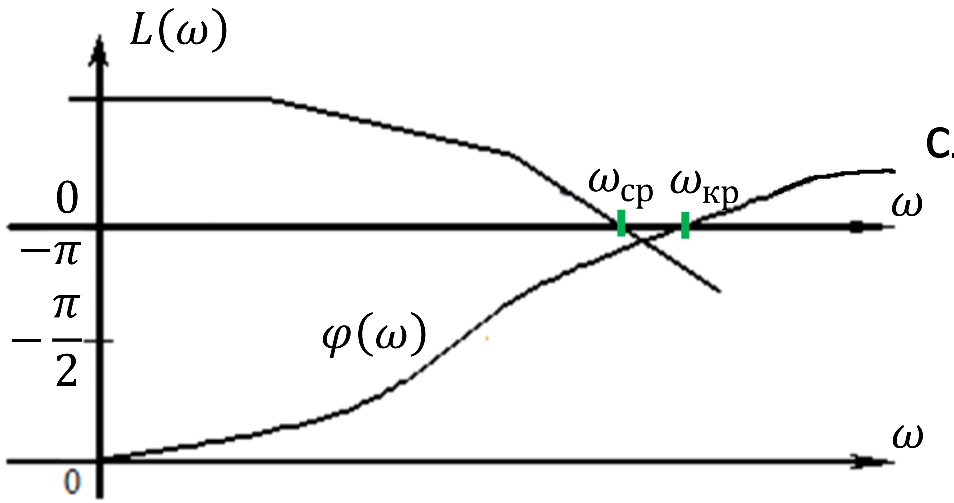


$\omega_{кр} > \omega_{ср}$ и переходов слева от пересечения нет.

Система устойчива, если $W(s)$ устойчива!

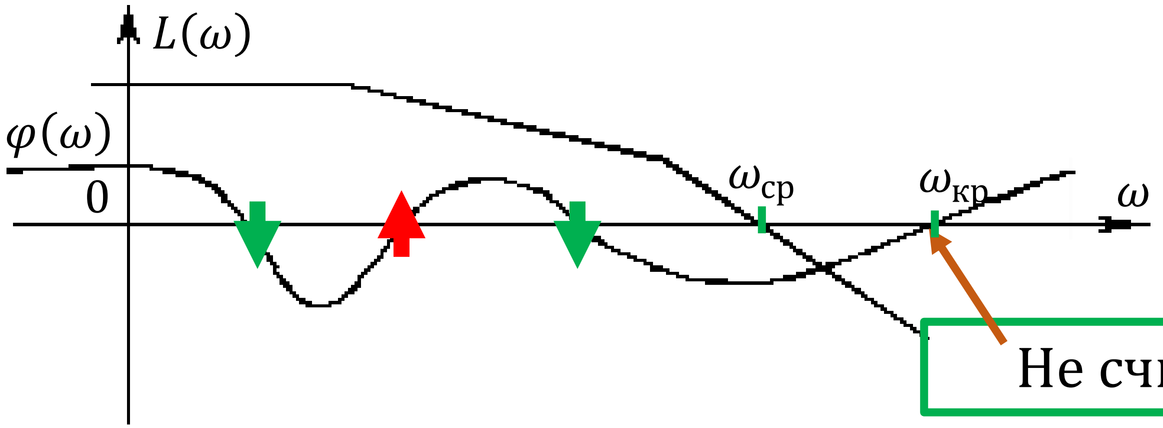
Иначе: строим ЛАЧХ и ЛФЧХ «по особому» и считаем переходы

Критерий Найквиста: логарифмический



$\omega_{кр} > \omega_{ср}$ и переходов слева от пересечения нет. Система устойчива, если $W(s)$ устойчива!

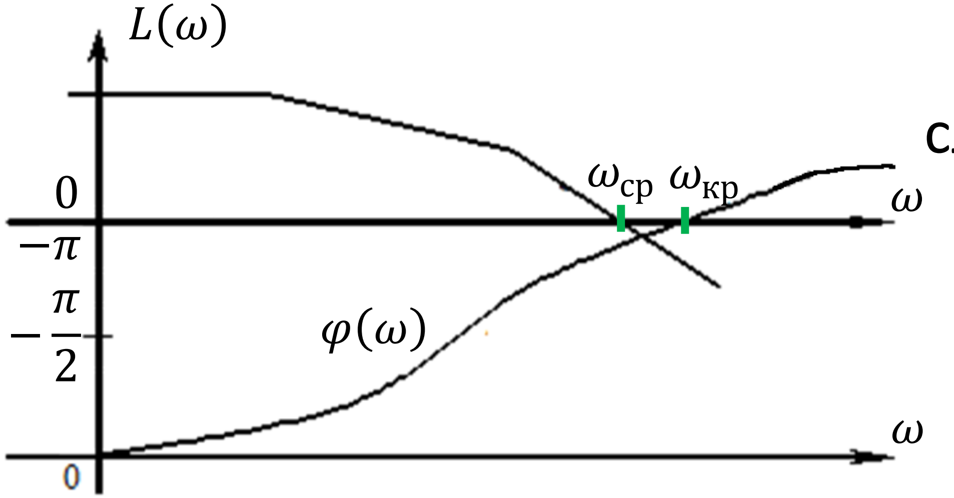
Иначе: строим ЛАЧХ и ЛФЧХ «по особому» и считаем переходы



Шкала инвертирована, переходы тоже инвертированы!

Не считаем

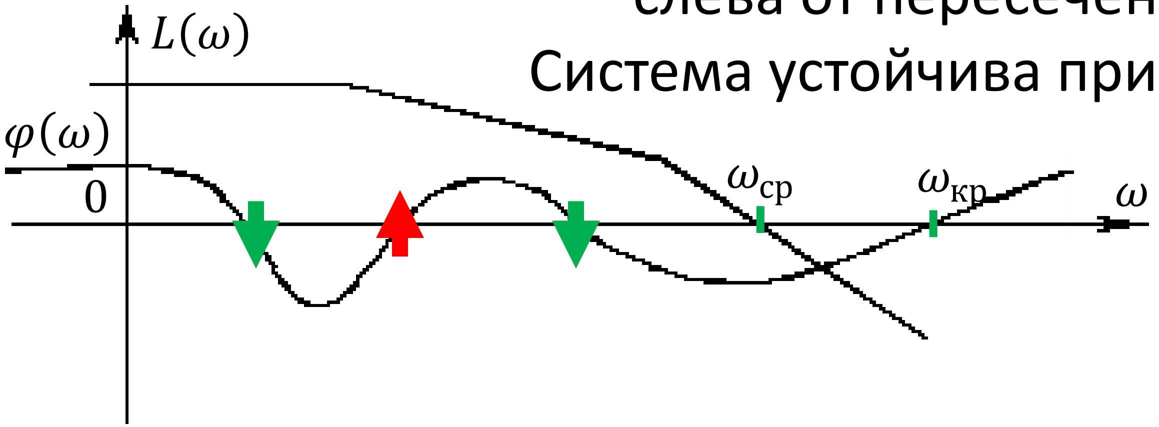
Критерий Найквиста: логарифмический



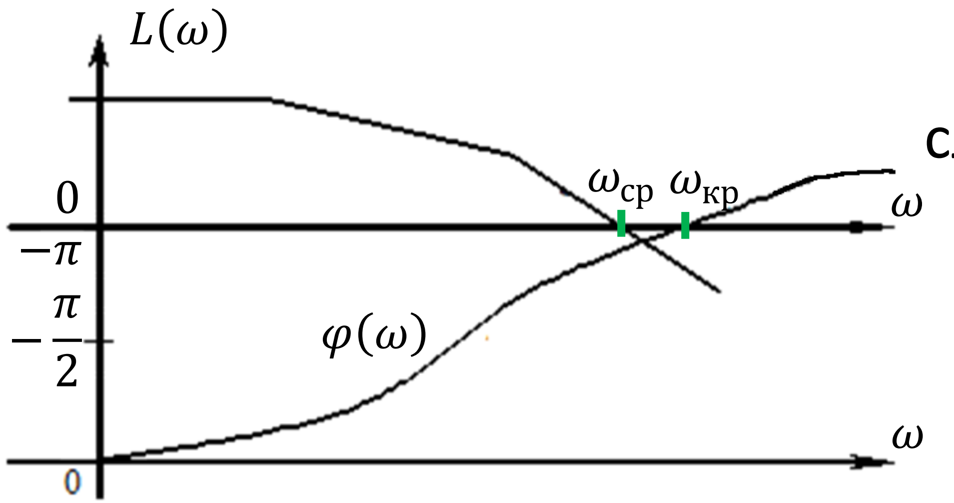
$\omega_{кр} > \omega_{ср}$ и переходов слева от пересечения нет. Система устойчива, если $W(s)$ устойчива!

Иначе: строим ЛАЧХ и ЛФЧХ «по особому» и считаем переходы

$\omega_{кр} > \omega_{ср}$ и суммарно 1 переход слева от пересечения. Система устойчива при $r = 2$!



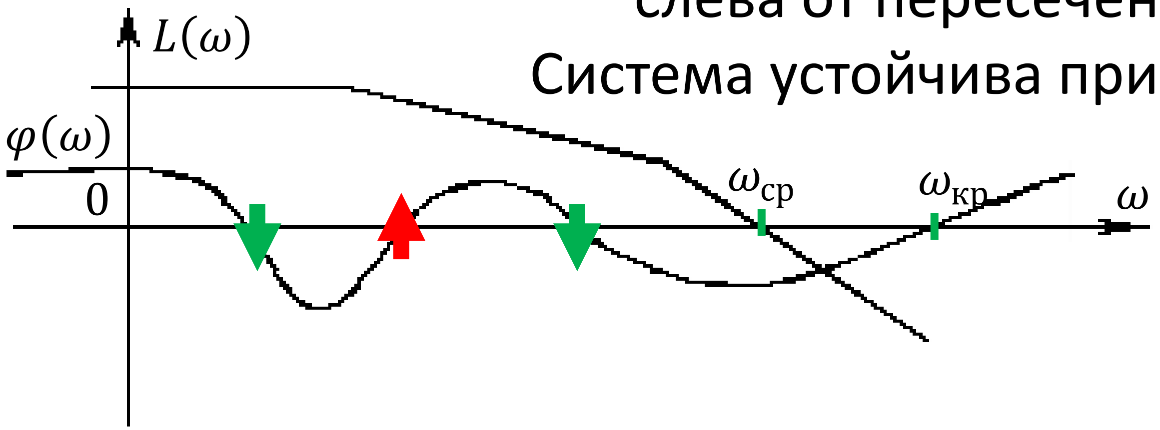
Критерий Найквиста: логарифмический



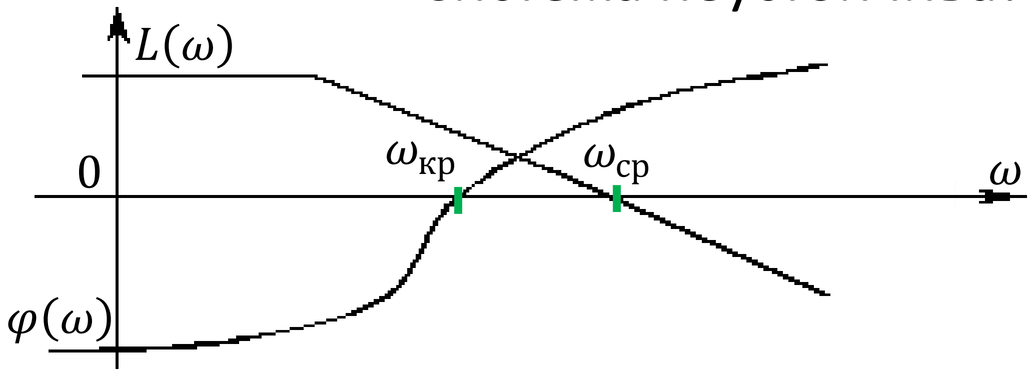
$\omega_{кр} > \omega_{ср}$ и переходов слева от пересечения нет. Система устойчива, если $W(s)$ устойчива!

Иначе: строим ЛАЧХ и ЛФЧХ «по особому» и считаем переходы

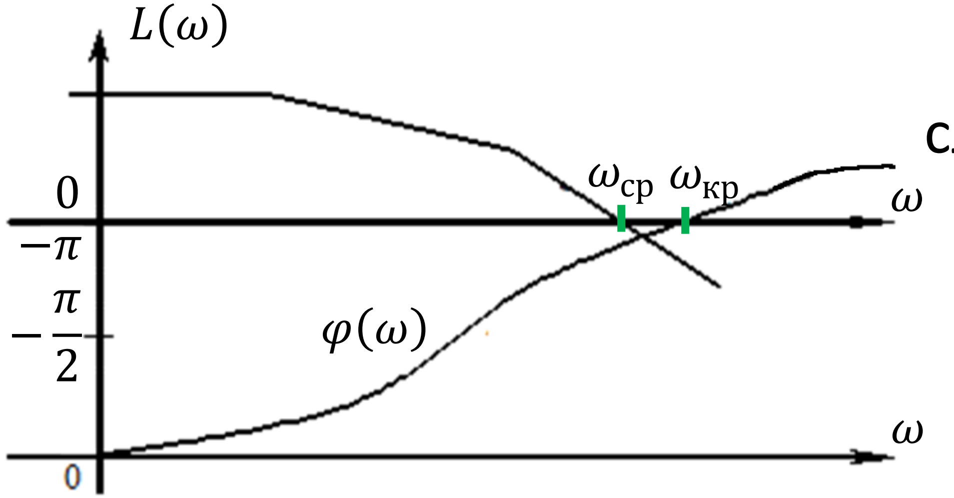
$\omega_{кр} > \omega_{ср}$ и суммарно 1 переход слева от пересечения. Система устойчива при $r = 2$!



$\omega_{кр} < \omega_{ср}$
Система неустойчива!



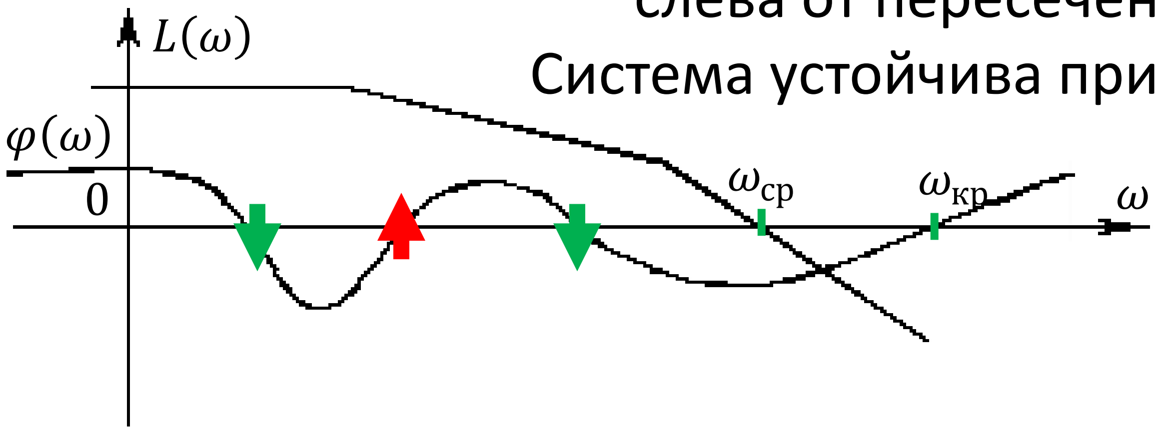
Критерий Найквиста: логарифмический



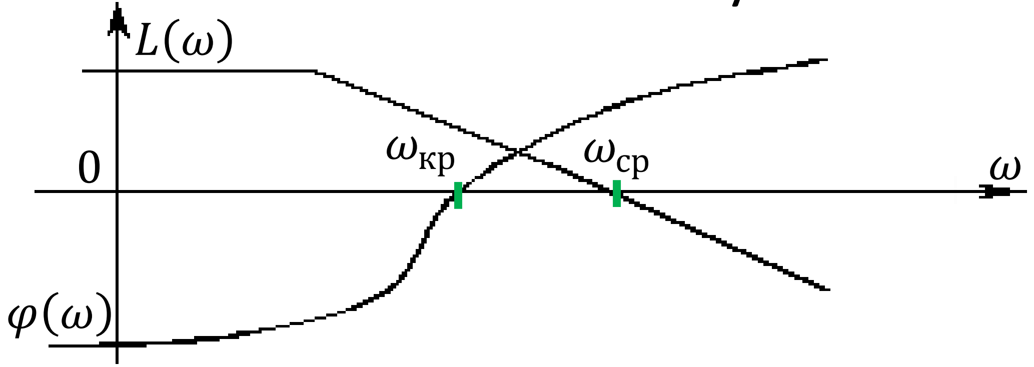
$\omega_{кр} > \omega_{ср}$ и переходов слева от пересечения нет. Система устойчива, если $W(s)$ устойчива!

Это связано с запасами устойчивости

$\omega_{кр} > \omega_{ср}$ и суммарно 1 переход слева от пересечения. Система устойчива при $r = 2$!



$\omega_{кр} < \omega_{ср}$
Система неустойчива!



Частотные показатели качества:
запасы устойчивости

1. **Резонансная частота**

2. **Показателем колебательности**

3а. **Частота среза (*фильтрация*)**

3б. **Частота среза (*частотные характеристики*)**

4. **Полосой пропускания**

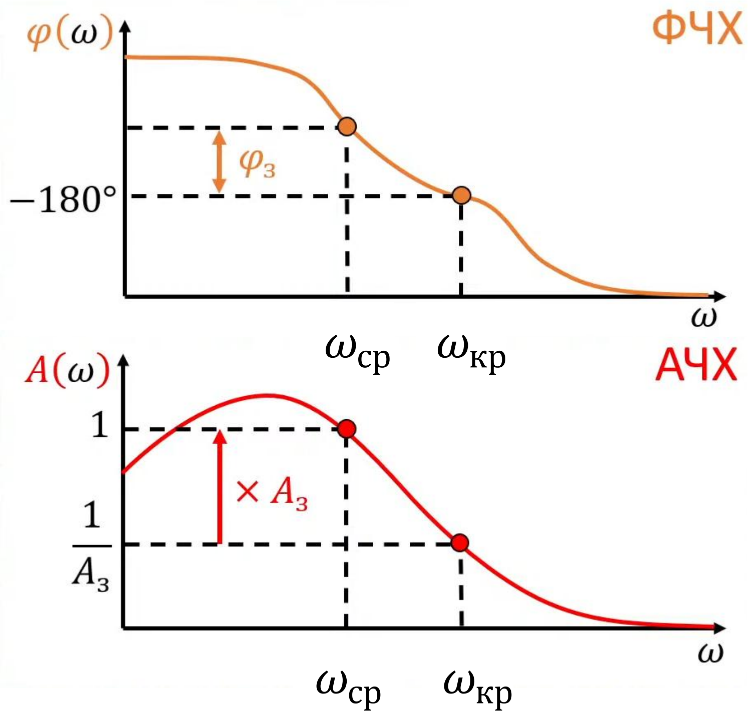
5. **Запасы устойчивости**

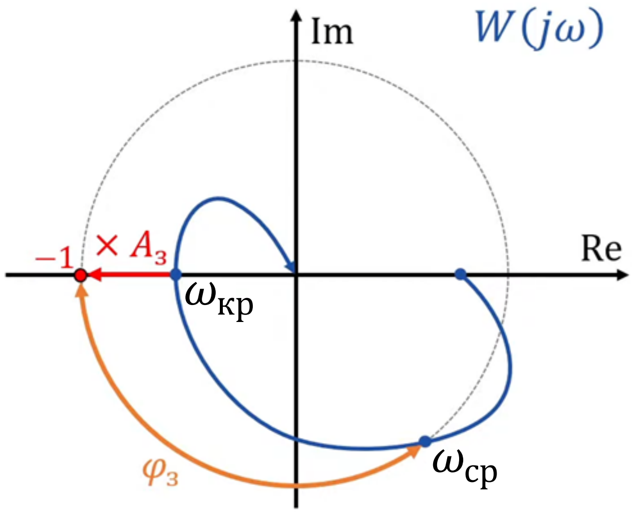
   5а. **Запас по фазе**

   5б. **Запас по амплитуде**

Частотные показатели качества: запасы устойчивости

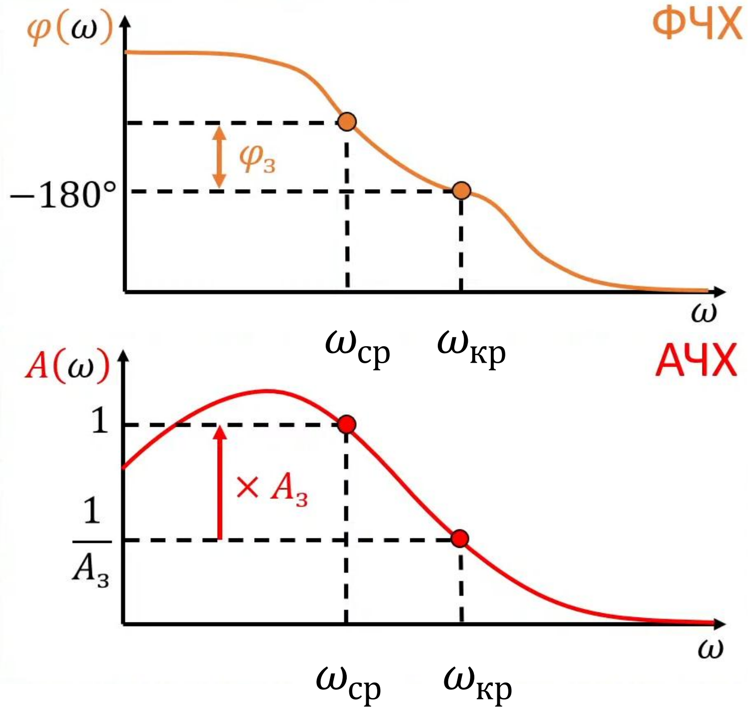
По АЧХ, ФЧХ, АФЧХ (с лекции):

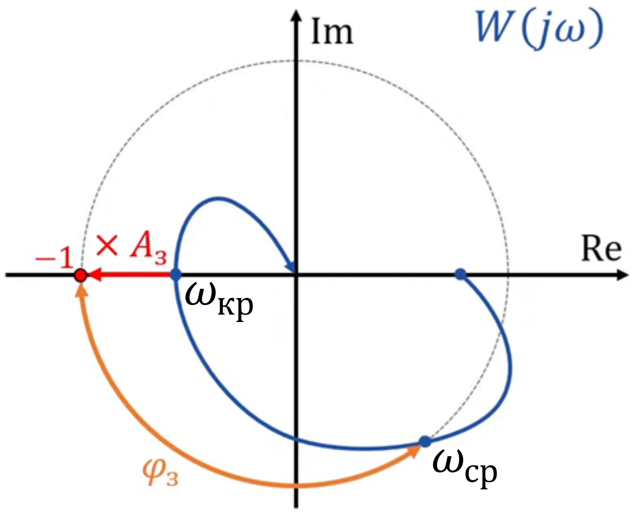




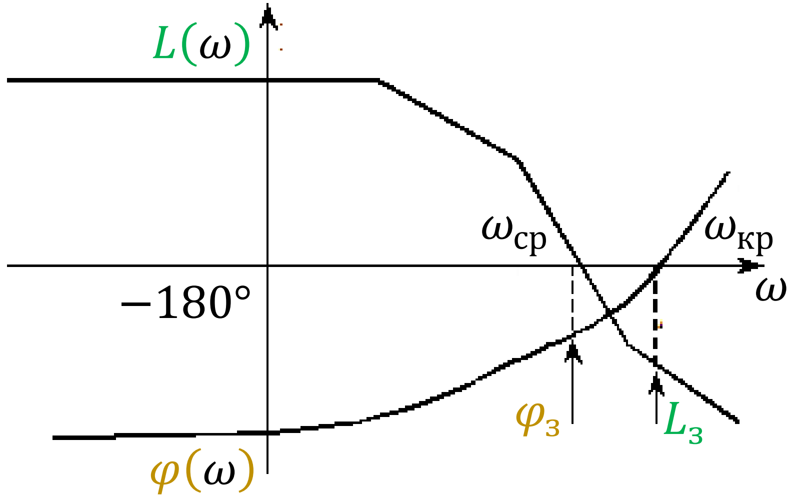
Частотные показатели качества: запасы устойчивости

По АЧХ, ФЧХ, АФЧХ (с лекции):





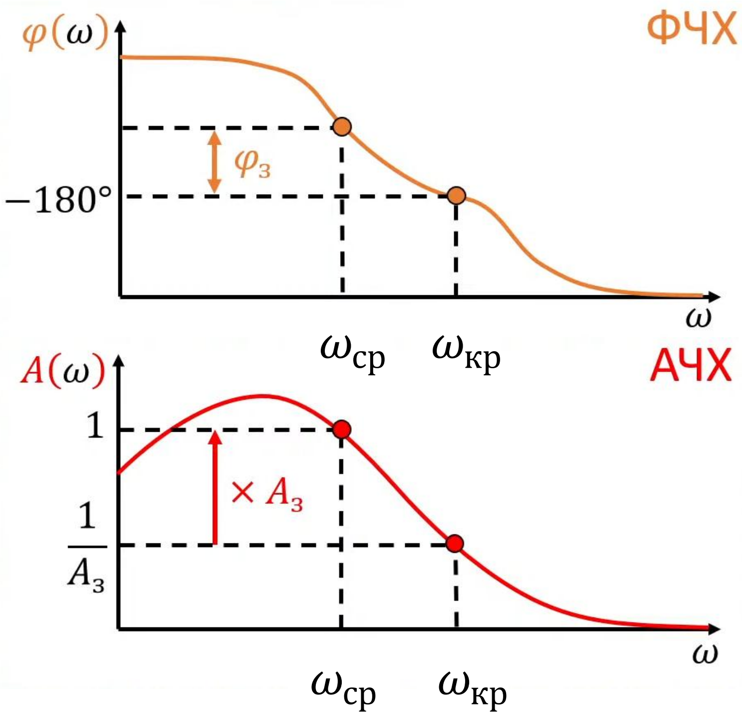
По логарифмическим:

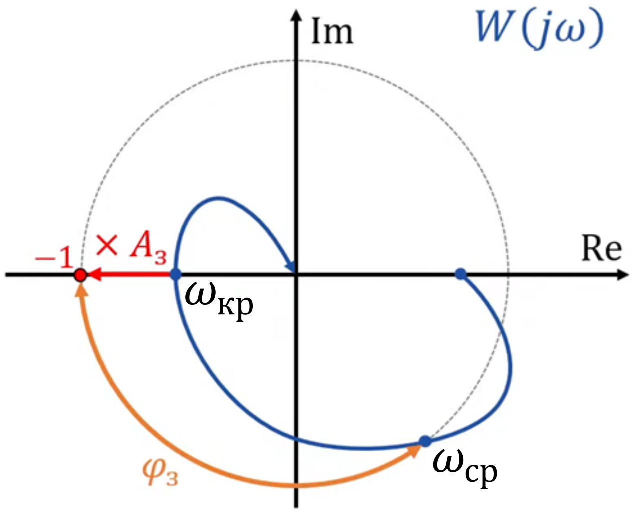


$$\boxed{L_з = 0 - L(\omega_{кр}) = 20\lg(A_з)}$$

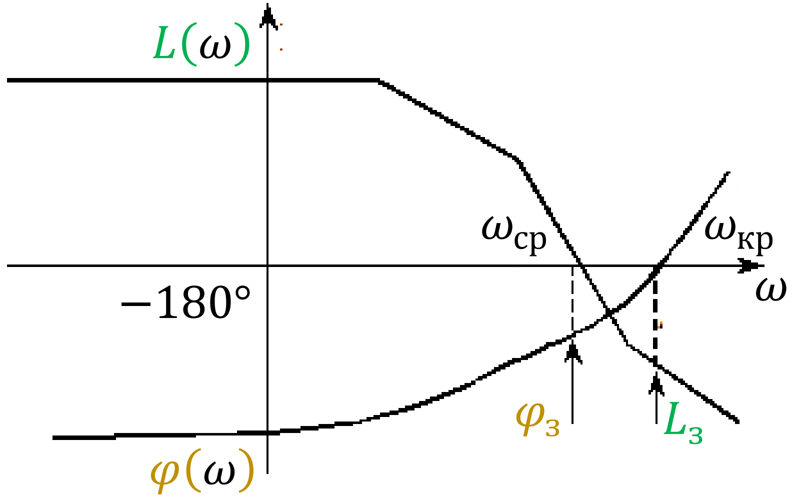
Частотные показатели качества: запасы устойчивости

По АЧХ, ФЧХ, АФЧХ (с лекции):





По логарифмическим:



Алгебраически:

$$A_з = A^{-1}(\omega_{кр})$$

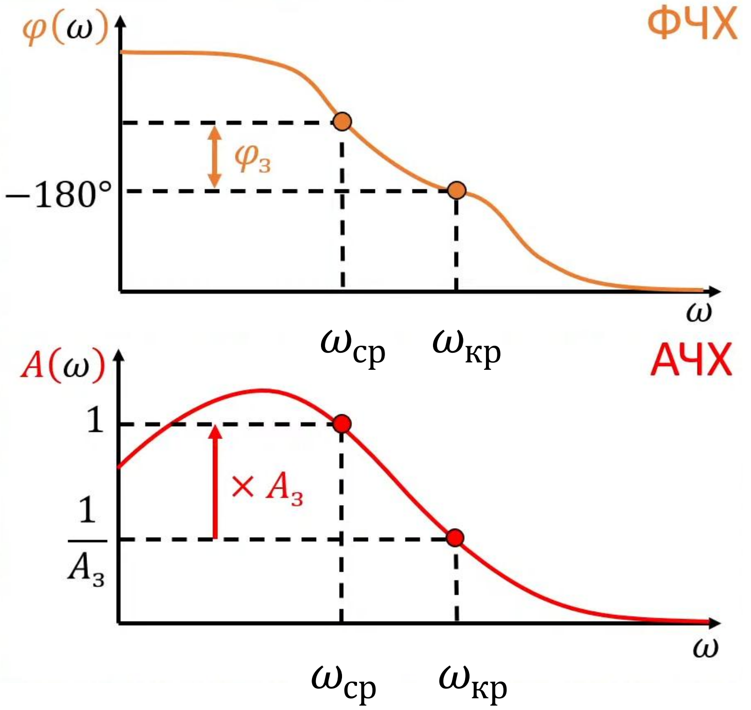
$$L_з = -L(\omega_{кр}) = 20\lg(A_з)$$

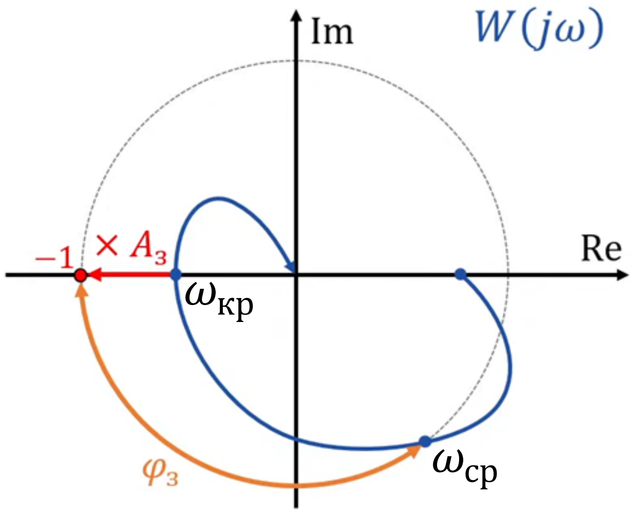
$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости

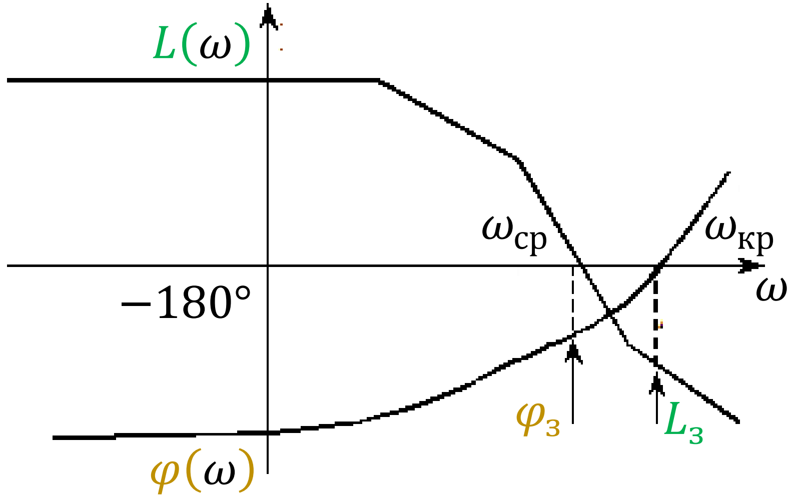
ИТМО

По АЧХ, ФЧХ, АФЧХ (с лекции):





По логарифмическим:



Если есть несколько кандидатов на запас (например, несколько $\omega_{кр}$), то запас – минимальный из них.

Алгебраически:

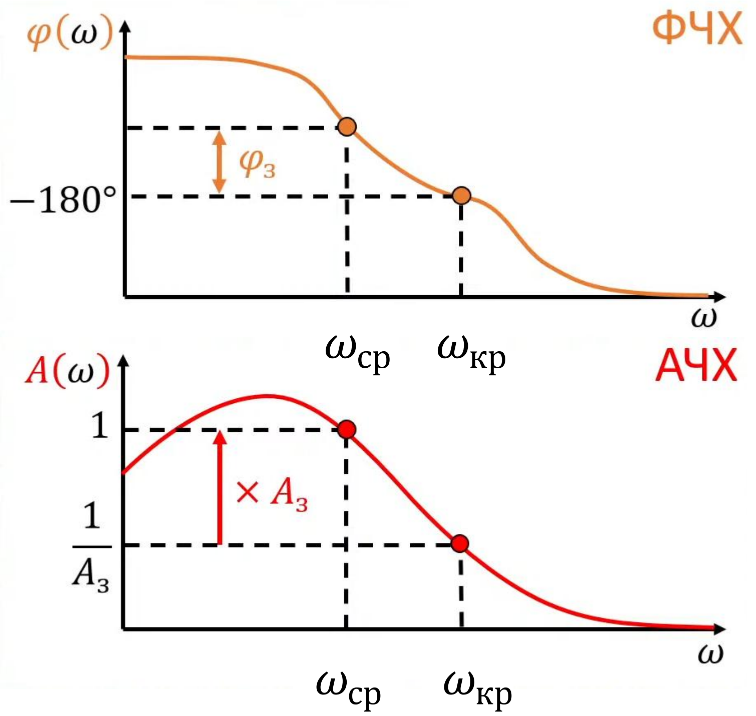
$$A_з = A^{-1}(\omega_{кр})$$

$$L_з = -L(\omega_{кр}) = 20\lg(A_з)$$

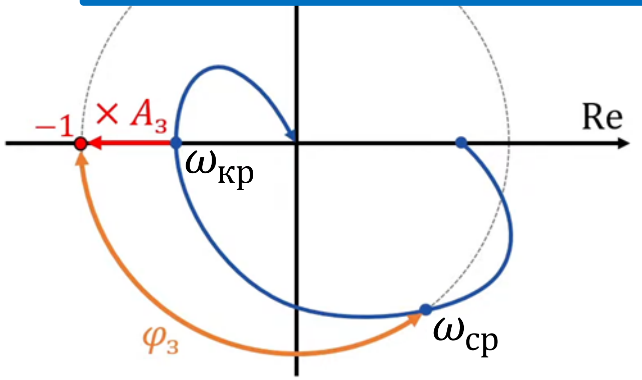
$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости

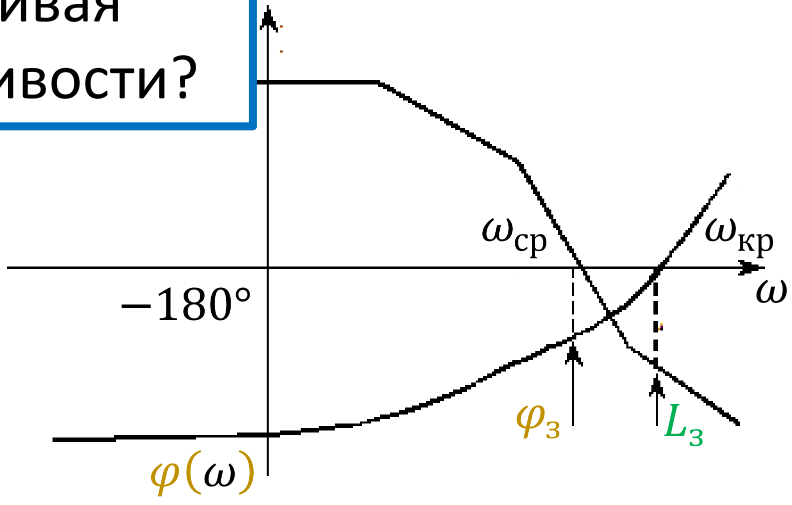
По АЧХ, ФЧХ, АФЧХ (с лекции):



Имеет ли неустойчивая система запас устойчивости?



По логарифмическим:



Если есть несколько кандидатов на запас (например, несколько $\omega_{кр}$), то запас – минимальный из них.

Алгебраически:

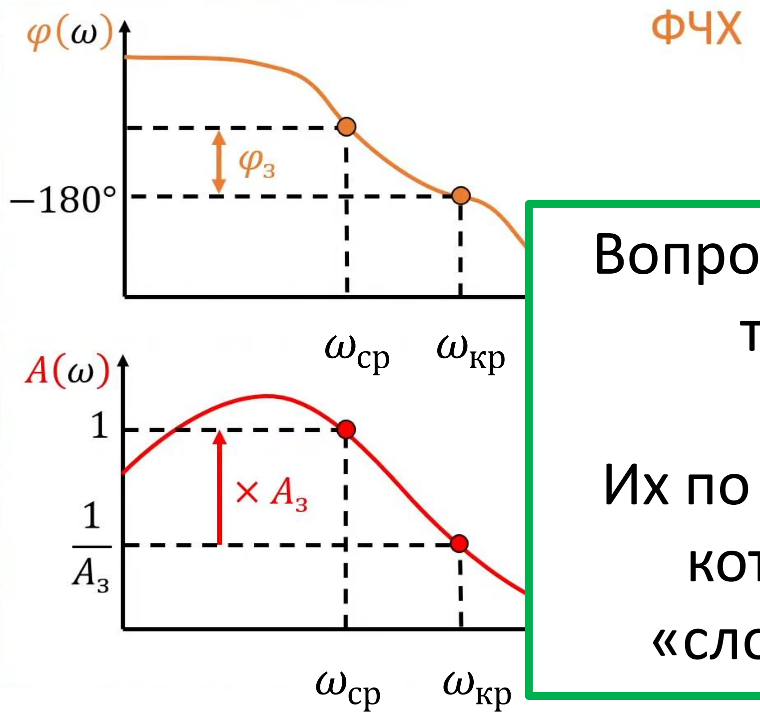
$$A_з = A^{-1}(\omega_{кр})$$

$$L_з = -L(\omega_{кр}) = 20\lg(A_з)$$

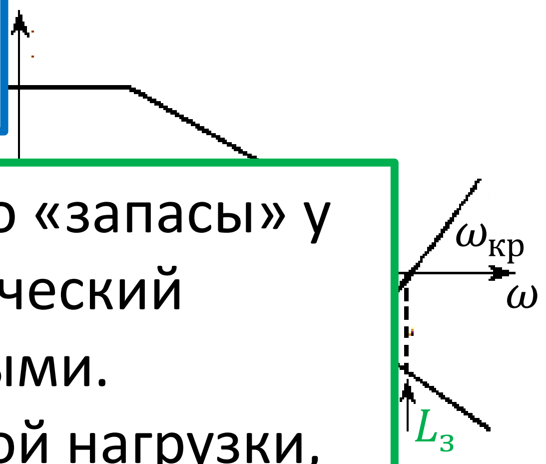
$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости

По АЧХ, ФЧХ, АФЧХ (с лекции):



По логарифмическим:



Имеет ли неустойчивая система запас устойчивости?

Вопрос дискуссионный. Если посчитать, то «запасы» у такой системы по фазе и логарифмический амплитудный будут отрицательными.
Их по сути нет, нет «запаса прочности», той нагрузки, которую наша система может вынести, пока не «сломается»! Настоящие запасы когда $\omega_{кр} > \omega_{ср}$!

Если есть несколько кандидатов на запас (например, несколько $\omega_{кр}$), то запас – минимальный из них.

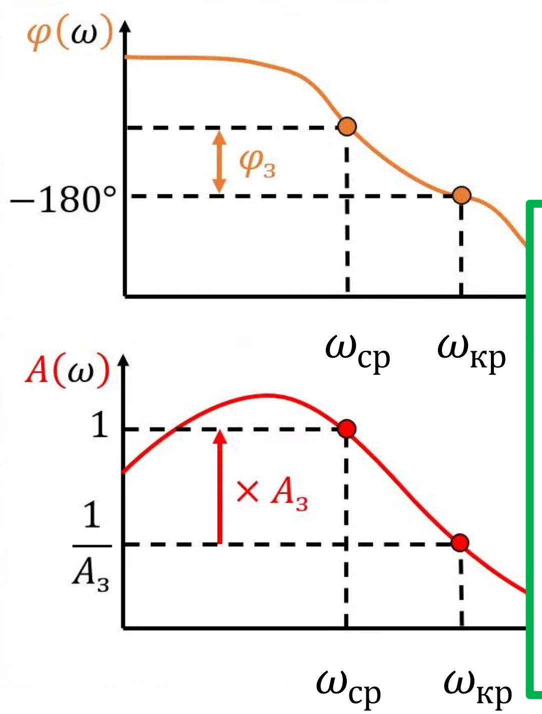
$$A_з = A^{-1}(\omega_{кр})$$

$$L_з = -L(\omega_{кр}) = 20\lg(A_з)$$

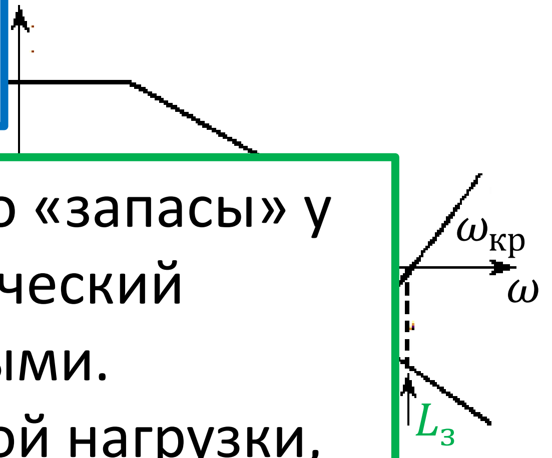
$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости

По АЧХ, ФЧХ, АФЧХ (с лекции):



По логарифмическим:



Имеет ли неустойчивая система запас устойчивости?

Вопрос дискуссионный. Если посчитать, то «запасы» у такой системы по фазе и логарифмический амплитудный будут отрицательными.
Их по сути нет, нет «запаса прочности», той нагрузки, которую наша система может вынести, пока не «сломается»! Настоящие запасы когда $\omega_{кр} > \omega_{ср}$!

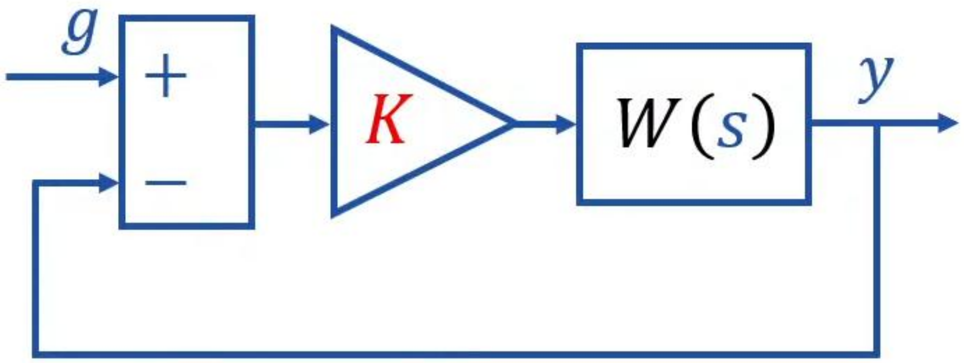
Если есть несколько кандидатов на запас (например, несколько $\omega_{кр}$), то запас – минимальный из них.

Но посчитать что-то можем…

$L_з$ … $A_з)$

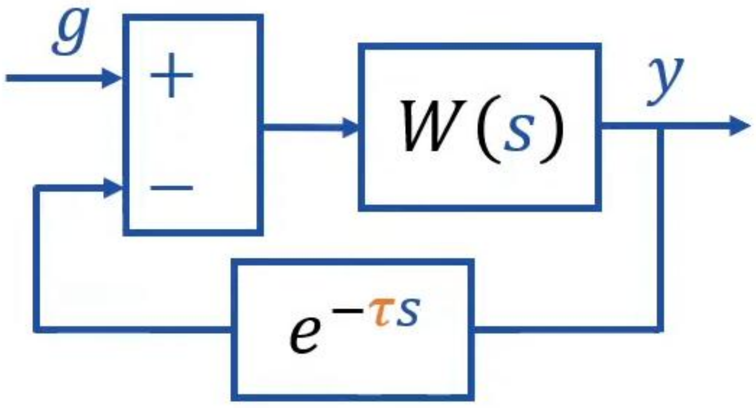
$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$

Частотные показатели качества:
запасы устойчивости



Критический допустимый коэффициент П-регулятора

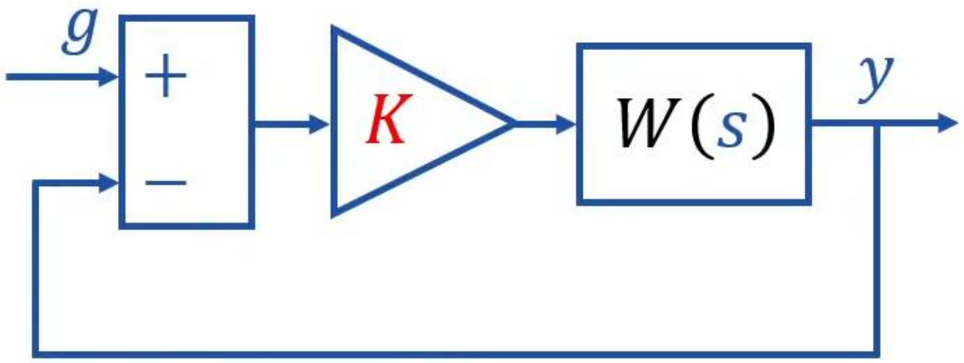
$$K_{\max} = A_з$$



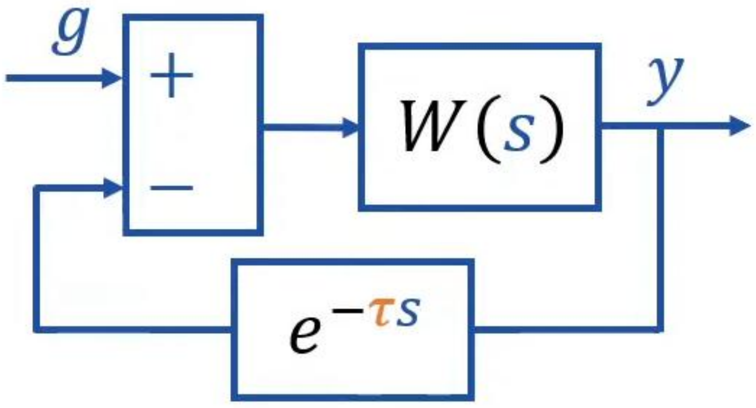
Критическое допустимое время запаздывания

$$\tau = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости



Критический допустимый коэффициент П-регулятора



Критическое допустимое время запаздывания

$$K_{\max} = A_з$$

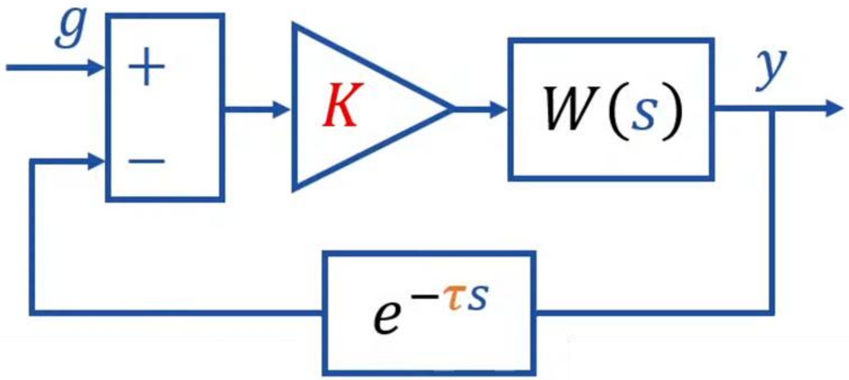
Это будет видно и на характеристиках.

$$\tau = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$

На лекциях показывали, как закручивает АФЧХ от $e^{-\tau s}$

$e^{-\tau s}$ не влияет на ЛАЧХ, но искажает ЛФЧХ, смещая $\omega_{кр}$ левее

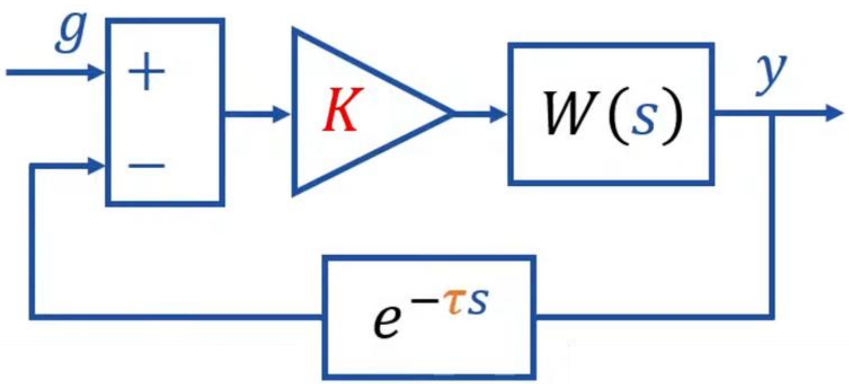
Частотные показатели качества: запасы устойчивости



Почему запас по фазе рассчитывается по данной формуле?

$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости



Именно звено чистого запаздывания «съедает» запас по фазе

С пятой практики:
Звено чистого запаздывания

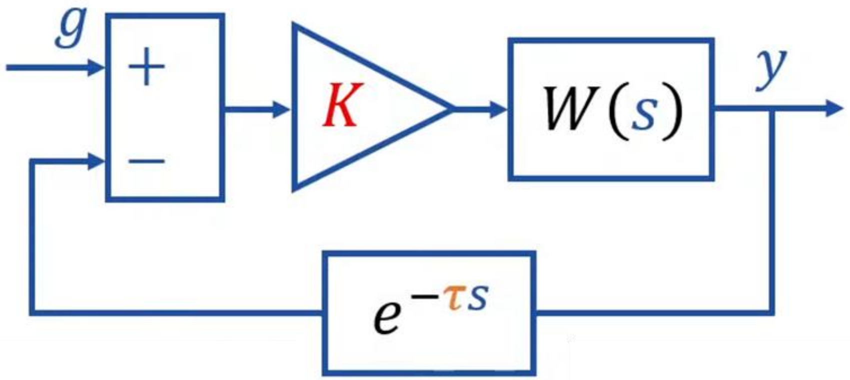
$$y(t) = u(t - \tau)$$

$$W(s) = e^{-s\tau}$$

$$A(\omega) = 1$$

$$\varphi(\omega) = -\omega\tau$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости



Именно звено чистого запаздывания «съедает» запас по фазе

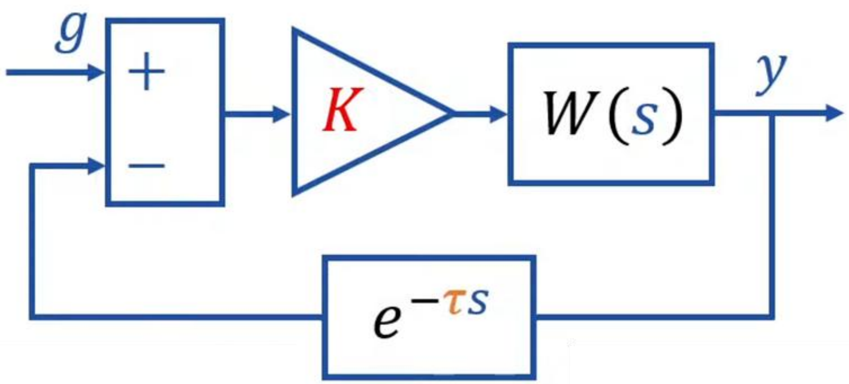
Характеристики системы, в которую ввели запаздывание

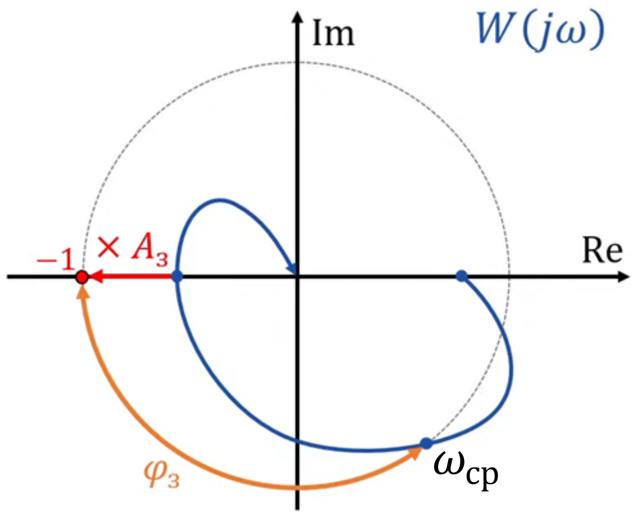
$$W^*(s) = W(s) \cdot e^{-s\tau}$$

$$A^*(\omega) = A(\omega) \cdot 1$$

$$\varphi^*(\omega) = \varphi(\omega) - \omega\tau$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости





Именно звено чистого запаздывания «съедает» запас по фазе

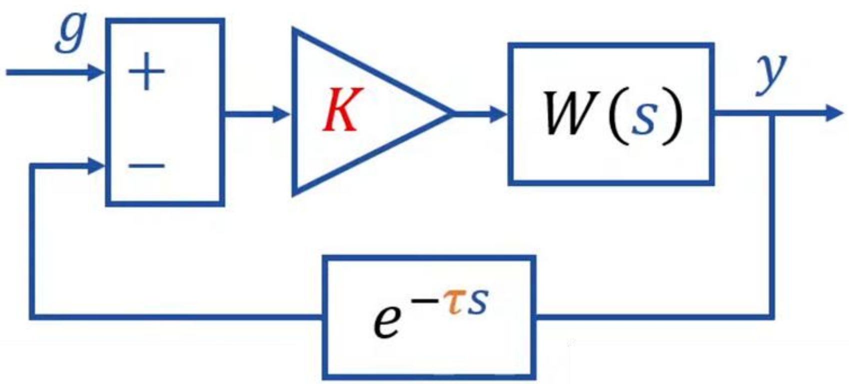
Если фаза попадёт на левую вещественную полуось – может появиться «охват» (-1;0)

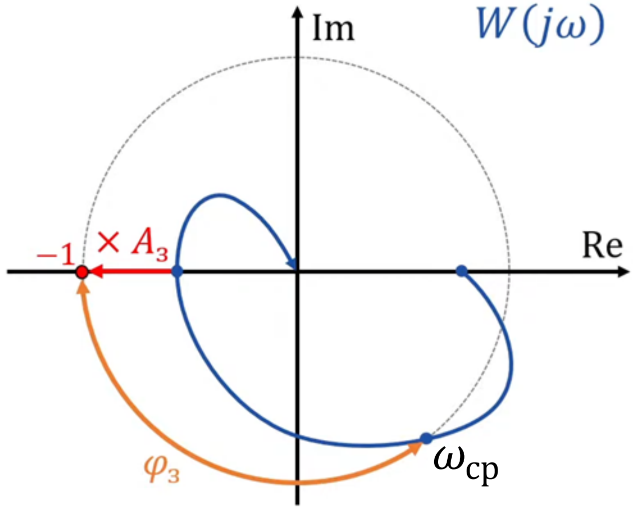
$$W^*(s) = W(s) \cdot e^{-s\tau}$$

$$A^*(\omega) = A(\omega) \cdot 1$$

$$\varphi^*(\omega) = \varphi(\omega) - \omega\tau = (2k+1)\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости





Именно звено чистого запаздывания «съедает» запас по фазе

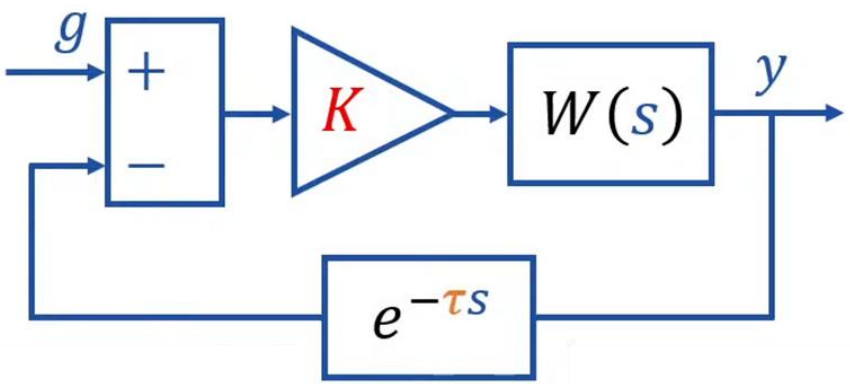
Исходя из принципа «наименьшее значение и есть запас» (*как правило*) можно брать $-\pi$

$$W^*(s) = W(s) \cdot e^{-s\tau}$$

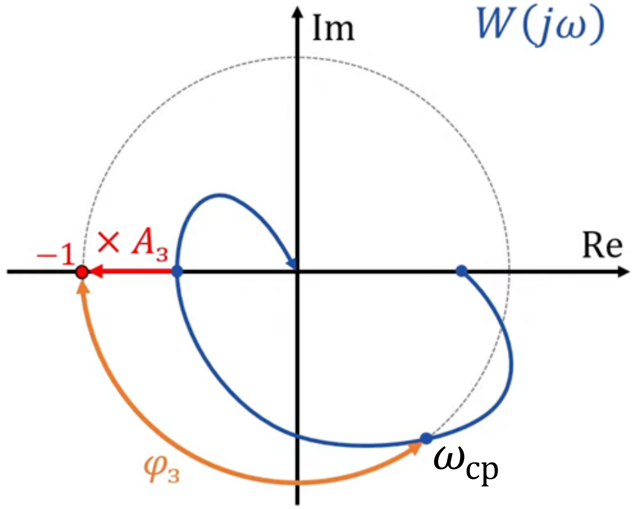
$$A^*(\omega) = A(\omega) \cdot 1$$

$$\varphi^*(\omega) = \varphi(\omega) - \omega\tau = -\pi$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости



Именно звено чистого запаздывания «съедает» запас по фазе



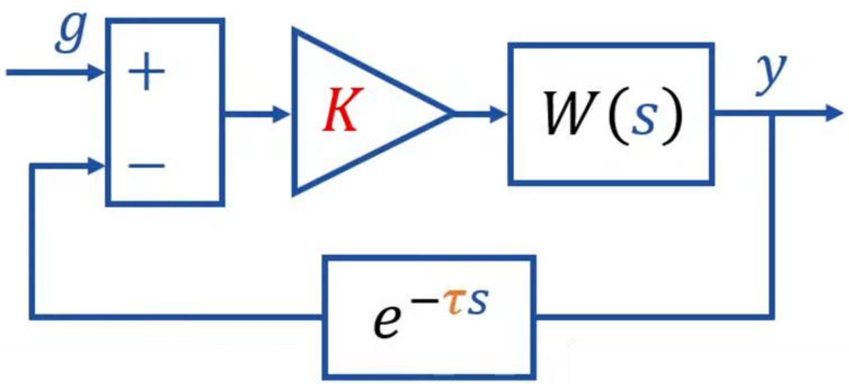
А если всё это происходит ещё и на $\omega_{ср}$, то закручивающаяся точка попадёт ровно в (-1;0)

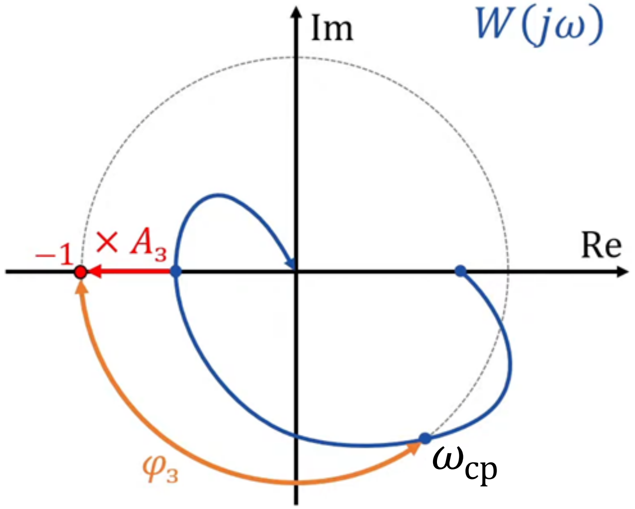
$$W^*(s) = W(s) \cdot e^{-s\tau}$$

$$A^*(\omega_{ср}) = A(\omega_{ср}) \cdot 1 = 1$$

$$\varphi^*(\omega_{ср}) = \varphi(\omega_{ср}) - \omega_{ср}\tau = -\pi$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости





Именно звено чистого запаздывания «съедает» запас по фазе

Перенесём слагаемые…

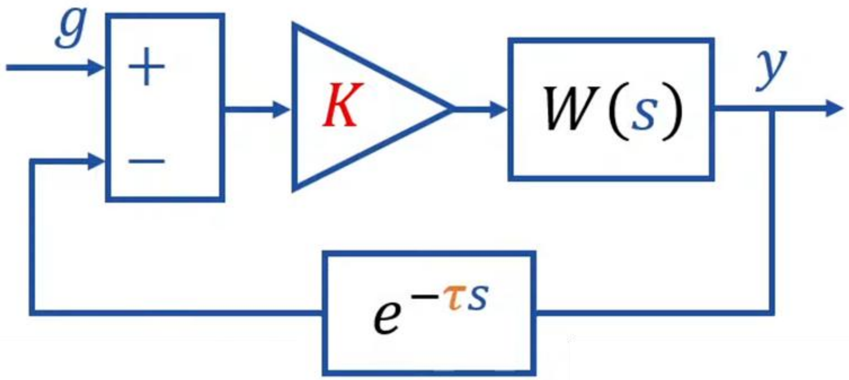
$$\varphi(\omega_{\text{ср}}) + \pi = \omega_{\text{ср}}\tau$$

$$W^*(s) = W(s) \cdot e^{-s\tau}$$

$$A^*(\omega_{\text{ср}}) = A(\omega_{\text{ср}}) \cdot 1 = 1$$

$$\varphi^*(\omega_{\text{ср}}) = \varphi(\omega_{\text{ср}}) - \omega_{\text{ср}}\tau = -\pi$$

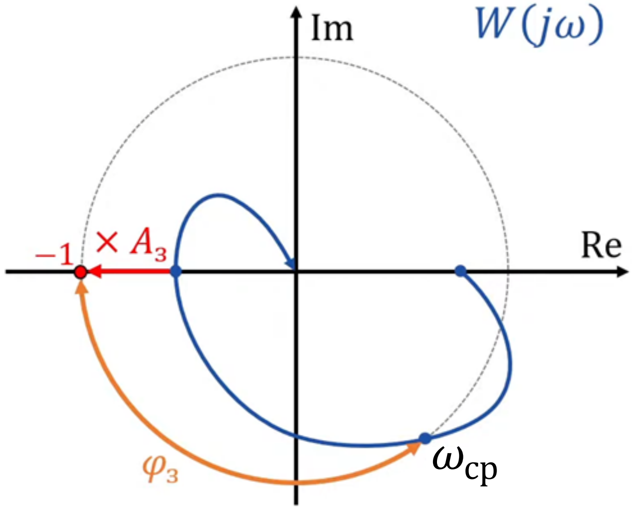
Частотные показатели качества: запасы устойчивости



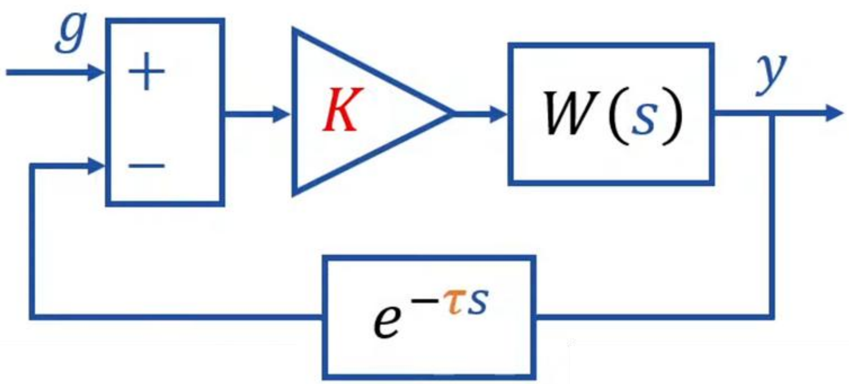
Именно звено чистого запаздывания «съедает» запас по фазе

Перенесём слагаемые…

$$\varphi(\omega_{\text{ср}}) + \pi = \omega_{\text{ср}}\tau$$

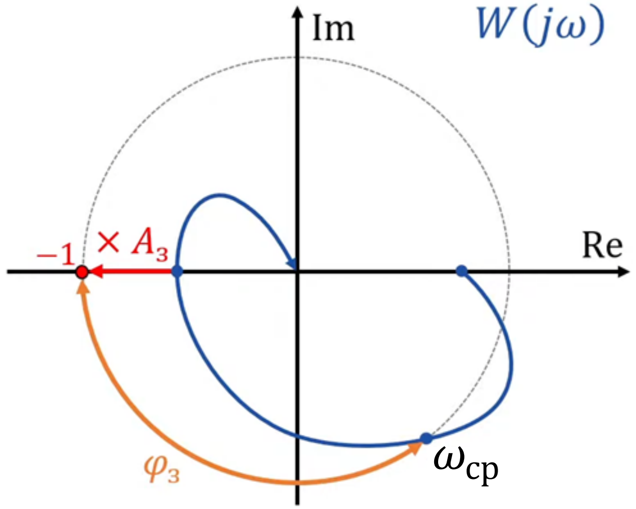


Частотные показатели качества: запасы устойчивости



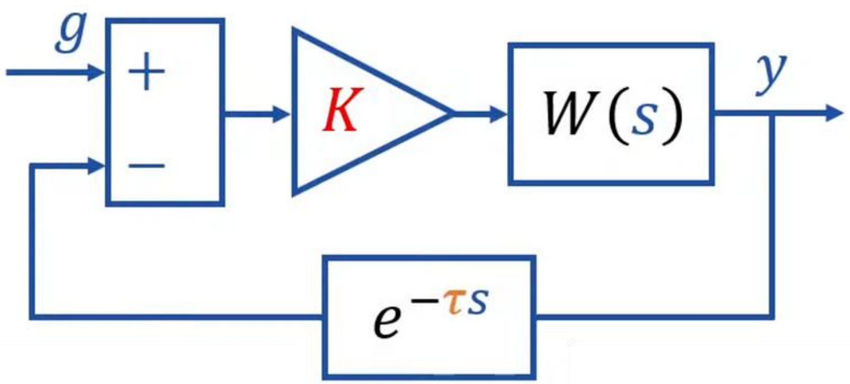
Именно звено чистого запаздывания «съедает» запас по фазе

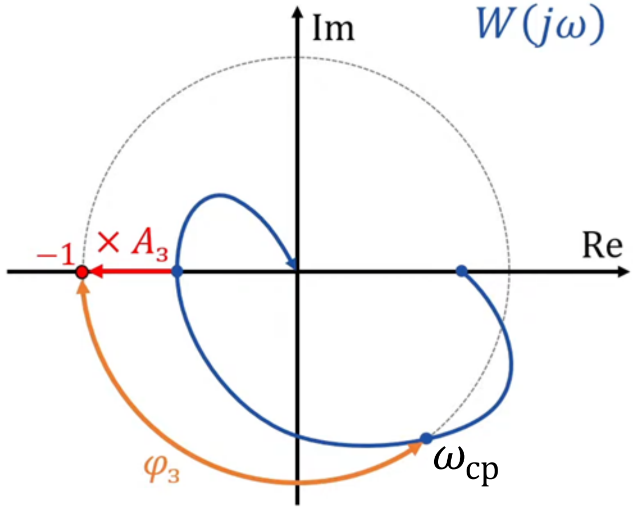
$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср}) = \omega_{ср}\tau$$



Что и требовалось продемонстрировать

Частотные показатели качества: запасы устойчивости





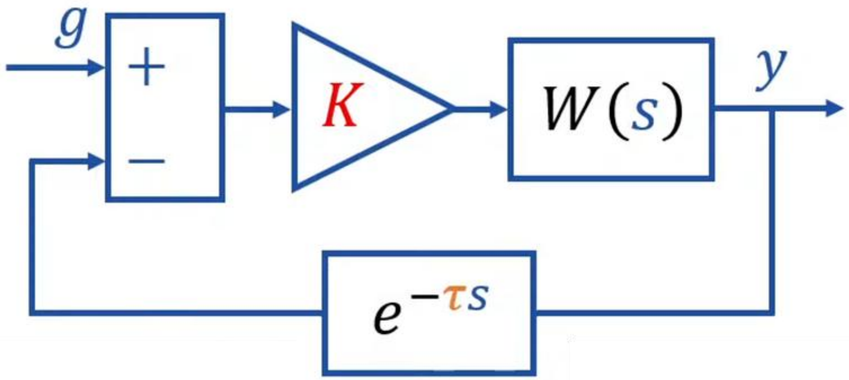
Именно звено чистого запаздывания «съедает» запас по фазе

$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср}) = \omega_{ср}\tau$$

$$\tau = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$

Отсюда же следует и формула расчета максимального запаздывания

Частотные показатели качества: запасы устойчивости

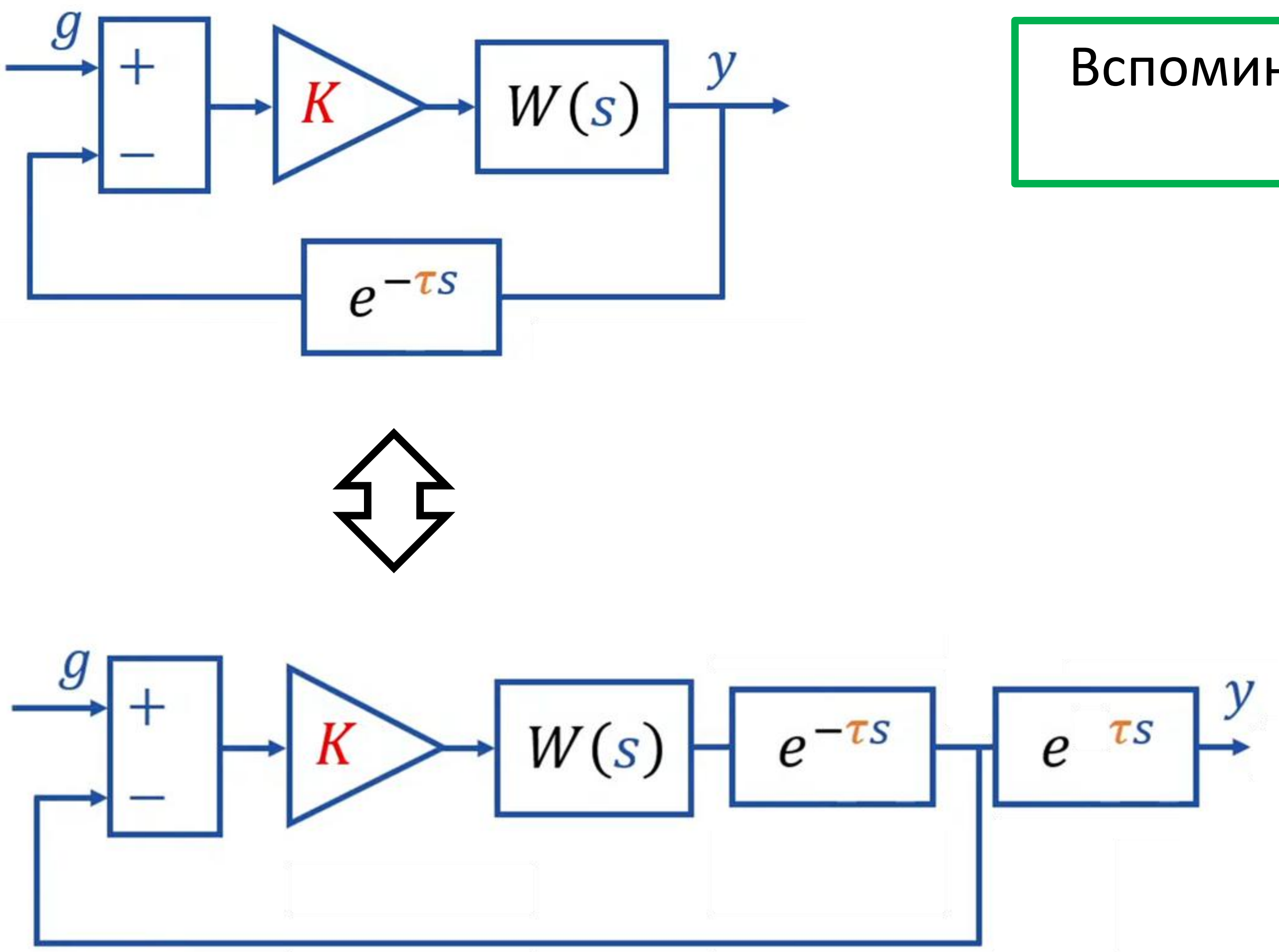


Почему расчет ведется будто запаздывание часть системы, а не в обратной связи?

$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

$$\tau = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$

Частотные показатели качества: запасы устойчивости

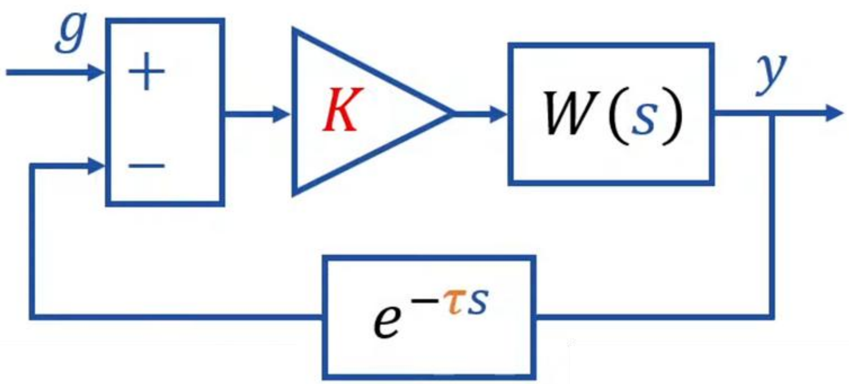


Вспоминаем правила преобразования структурных схем!

$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

$$\tau = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$

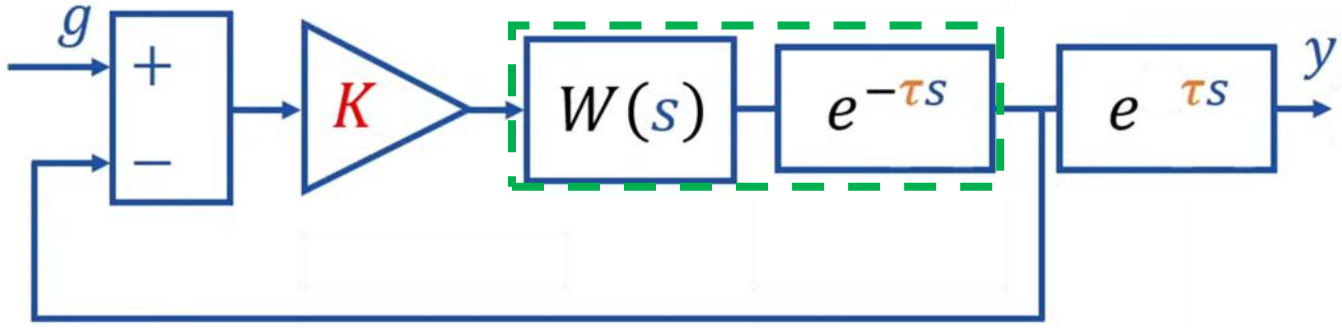
Частотные показатели качества: запасы устойчивости



«Честная» система

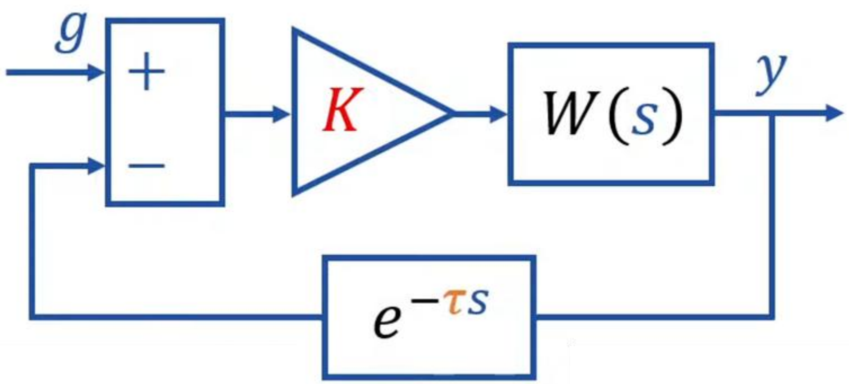
$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

$$\tau = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$



«Абстрактная» система для определения запасов по фазе и амплитуде

Частотные показатели качества: запасы устойчивости

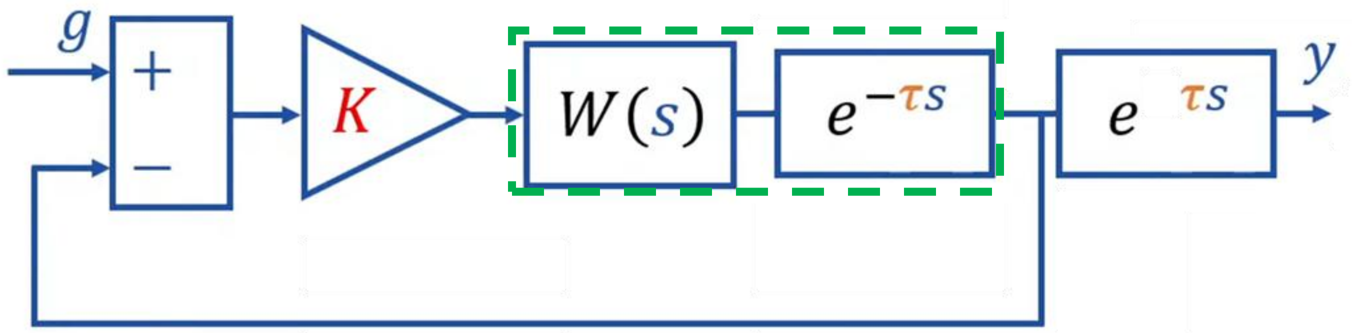


«Честная» система

Запасы, определенные по абстракции, справедливы для изначального случая

$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

$$\tau = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$



«Абстрактная» система для определения запасов по фазе и амплитуде

Частотные показатели качества: запасы устойчивости

1. **Резонансная частота**

2. **Показателем колебательности**

3а. **Частота среза (*фильтрация*)**

3б. **Частота среза (*частотные характеристики*)**

4. **Полосой пропускания**

5. **Запасы устойчивости**
   - 5а. **Запас по фазе**
   - 5б. **Запас по амплитуде**
   - 5в. **Обобщенный запас устойчивости**

Частотные показатели качества: запасы устойчивости

1. Резонансная ча

2. Показателем к

3а. Частота среза (фильтрация)

3б. Частота среза (*частотные характеристики*)

4. Полосой пропускания

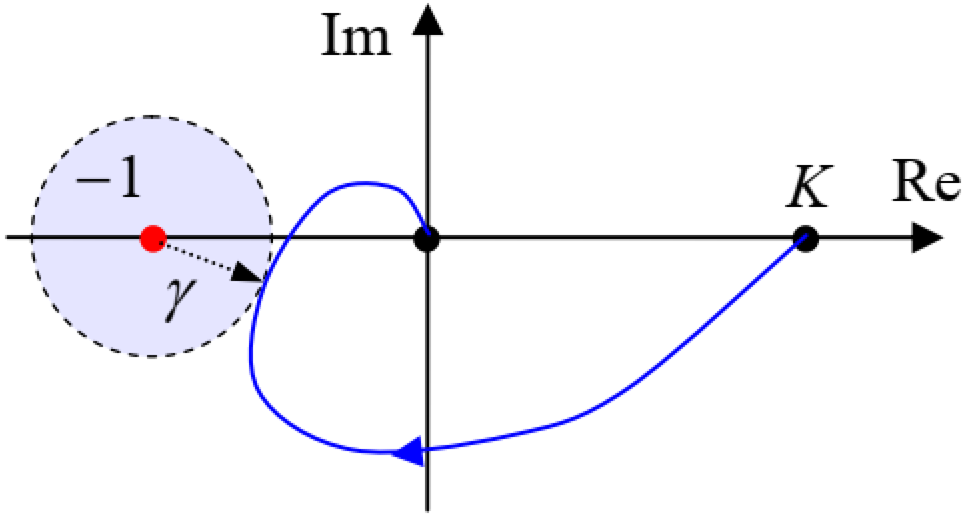
5. **Запасы устойчивости**

    5а. **Запас по фазе**

    5б. **Запас по амплитуде**

    5в. **Обобщенный запас устойчивости**

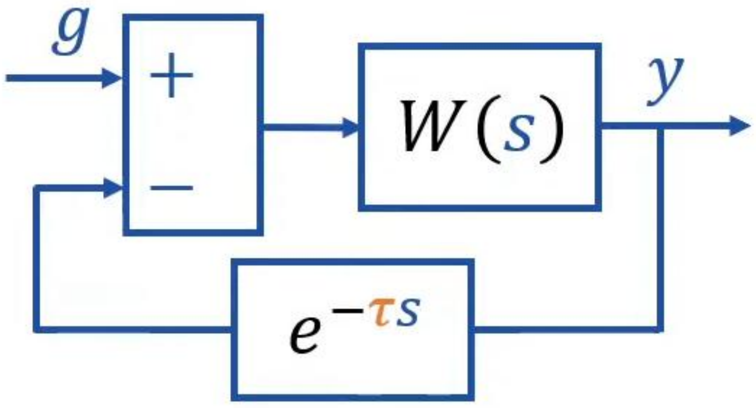
К сожалению, в некоторых случаях классические запасы устойчивости (по амплитуде и фазе) дают не совсем верное представление о том, насколько система действительно близка к границе устойчивости. Поэтому в качестве единой характеристики иногда используют кратчайшее расстояние γ от годографа до точки (−1; 0).



Поляков К. Ю.
«Теория автоматического управления для “чайников”»
6.7 Частотные оценки качества

Задержки: всегда ли это плохо?

Всегда ли задержка ведёт к потерей системой устойчивости?



Критическое допустимое время запаздывания

$$\tau = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$

$e^{-\tau s}$ не влияет на ЛАЧХ, но искажает ЛФЧХ, смещая $\omega_{кр}$ левее

Задержки: всегда ли это плохо?

Всегда ли задержка ведёт к потерей системой устойчивости?

Лабораторная работа 4
Задание 1

Задаться конкретными значениями параметров k_0 и k_1, обеспечивающими асимптотически устойчивую замкнутую систему, и выполнить моделирования движения замкнутой системы $y_з(t)$ с начальными условиями, выбранными в рамках предыдущего моделирования. При моделировании в программной среды MATLAB/Simulink для получения производной $\dot{y}(t)$ использовать блок Derivative (см рисунок 2), основанный на использовании конечной разности с малым шагом Δt

$$\dot{y}(t) \approx \frac{y(t) - y(t - \Delta t)}{\Delta t}.$$

Задержки: всегда ли это плохо?

Всегда ли задержка ведёт к потерей системой устойчивости?

Лабораторная работа 4
Задание 1

Задаться конкретными значениями параметров k_0 и k_1, обеспечивающими асимптотически устойчивую замкнутую систему, и выполнить моделирования движения замкнутой системы $y_з(t)$ с начальными условиями, выбранными в рамках предыдущего моделирования. При моделировании в программной среды MATLAB/Simulink для получения производной $\dot{y}(t)$ использовать блок Derivative (см рисунок 2), основанный на использовании конечной разности с малым шагом Δt

$$\dot{y}(t) \approx \frac{y(t) - y(t - \Delta t)}{\Delta t}.$$

$$\boxed{sY(s) - y(-0) \approx \frac{Y(s) - e^{-\Delta t s}Y(s)}{\Delta t}}$$

Задержки: всегда ли это плохо?

Всегда ли задержка ведёт к потерей системой устойчивости?

Лабораторная работа 4
Задание 1

Задаться конкретными значениями параметров k_0 и k_1, обеспечивающими асимптотически устойчивую замкнутую систему, и выполнить моделирования движения замкнутой системы $y_з(t)$ с начальными условиями, выбранными в рамках предыдущего моделирования. При моделировании в программной среды MATLAB/Simulink для получения производной $\dot{y}(t)$ использовать блок Derivative (см рисунок 2), основанный на

ости с малым шагом Δt

$$\dot{y}(t) \approx \frac{y(t) - y(t - \Delta t)}{\Delta t}.$$

Регулятор основанный на задержках стабилизировал вам систему!

Запаздывание может сделать неустойчивую систему **асимптотически устойчивой!**

$$sY(s) - y(-0) \approx \frac{\left(1 - e^{-\Delta t s}\right)}{\Delta t} Y(s)$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

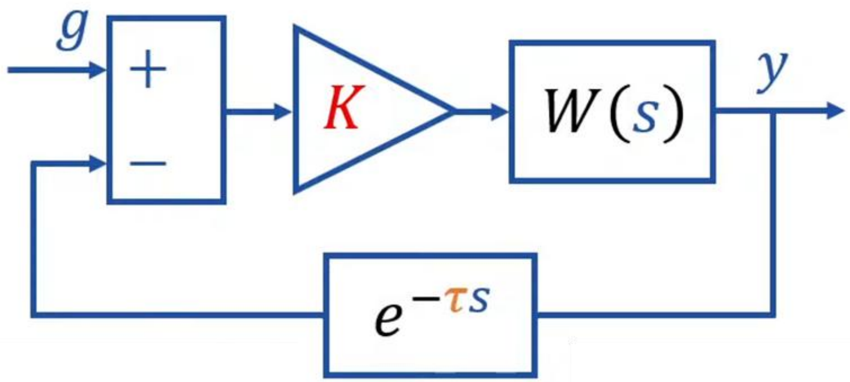
$\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$

$\hat{y}(t) = y(t - \tau)$

$u(t) = 8e(t)$

$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$

$\tau_{\max} = ?$



Запасы устойчивости: задачи

Пример:

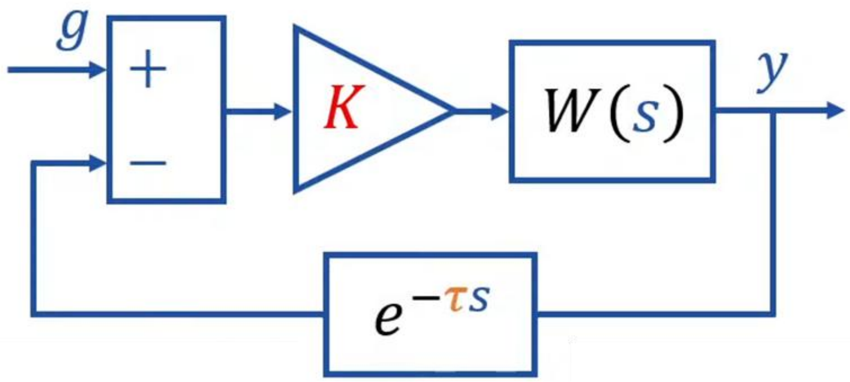
$\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$ — Объект управления

$\hat{y}(t) = y(t - \tau)$ — Датчик (в ОС)

$u(t) = 8e(t)$ — Регулятор

$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$ — Ошибка

$\tau_{\max} = ?$



Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$

$\hat{y}(t) = y(t - \tau)$

$u(t) = 8e(t)$

$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$

$\tau_{\max} = ?$

При $\tau = 0$ (без задержек):

$$W(s) = \frac{8}{s + 4}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$

$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

$$A(\omega_{ср}) = 1$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$$\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$$

$$\hat{y}(t) = y(t-\tau)$$

$$u(t) = 8e(t)$$

$$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$$

$$\tau_{\max} = ?$$

При $\tau = 0$ (без задержек):

$$W(s) = \frac{8}{s+4}$$

$$A(\omega) = \frac{8}{\sqrt{16+\omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{4}\right)$$

$$\tau_{\max} = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$

$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

$$A(\omega_{ср}) = 1$$

Типовое звено, частотные характеристики известны

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$

$\hat{y}(t) = y(t - \tau)$

$u(t) = 8e(t)$

$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$

$\tau_{\max} = ?$

При $\tau = 0$ (без задержек):

$$W(s) = \frac{8}{s + 4}$$

$$A(\omega) = \frac{8}{\sqrt{16 + \omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{4}\right)$$

$$\frac{8}{\sqrt{16 + \omega_{\text{ср}}^2}} = 1$$

$$\tau_{\max} = \frac{\varphi_{\text{з}}}{\omega_{\text{ср}}}$$

$$\varphi_{\text{з}} = \pi + \varphi(\omega_{\text{ср}})$$

$$A(\omega_{\text{ср}}) = 1$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$

$\hat{y}(t) = y(t-\tau)$

$u(t) = 8e(t)$

$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$

$\tau_{\max} = ?$

При $\tau = 0$ (без задержек):

$$W(s) = \frac{8}{s+4}$$

$$A(\omega) = \frac{8}{\sqrt{16+\omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{4}\right)$$

$$\tau_{\max} = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$

$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

$$A(\omega_{ср}) = 1$$

$$\frac{8}{\sqrt{16+\omega_{ср}^2}} = 1 \quad \rightarrow \quad \omega_{ср} = 4\sqrt{3}$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$

$\hat{y}(t) = y(t-\tau)$

$u(t) = 8e(t)$

$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$

$\tau_{\max} =?$

При $\tau = 0$ (без задержек):

$$W(s) = \frac{8}{s+4}$$

$$A(\omega) = \frac{8}{\sqrt{16+\omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{4}\right)$$

$$\tau_{\max} = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$

$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

$$A(\omega_{ср}) = 1$$

$$\frac{8}{\sqrt{16+\omega_{ср}^2}} = 1 \quad \rightarrow \quad \omega_{ср} = 4\sqrt{3}$$

$$\varphi_з = \pi - \operatorname{arctg}(\sqrt{3})$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$

$\hat{y}(t) = y(t-\tau)$

$u(t) = 8e(t)$

$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$

$\tau_{\max} = ?$

При $\tau = 0$ (без задержек):

$$W(s) = \frac{8}{s+4}$$

$$A(\omega) = \frac{8}{\sqrt{16+\omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{4}\right)$$

$$\boxed{\begin{gathered}\tau_{\max} = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}} \\ \varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср}) \\ A(\omega_{ср}) = 1\end{gathered}}$$

$$\frac{8}{\sqrt{16+\omega_{ср}^2}} = 1 \quad \rightarrow \quad \omega_{ср} = 4\sqrt{3}$$

$$\varphi_з = \pi - \operatorname{arctg}(\sqrt{3}) = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$

$\hat{y}(t) = y(t-\tau)$

$u(t) = 8e(t)$

$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$

$\tau_{max} = ?$

При $\tau = 0$ (без задержек):

$$W(s) = \frac{8}{s+4}$$

$$A(\omega) = \frac{8}{\sqrt{16+\omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{4}\right)$$

$$\tau_{max} = \frac{\varphi_з}{\omega_{ср}}$$

$$\varphi_з = \pi + \varphi(\omega_{ср})$$

$$A(\omega_{ср}) = 1$$

$$\frac{8}{\sqrt{16+\omega_{ср}^2}} = 1 \quad \rightarrow \quad \omega_{ср} = 4\sqrt{3}$$

$$\varphi_з = \pi - \operatorname{arctg}(\sqrt{3}) = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\tau_{max} = \frac{\pi\sqrt{3}}{18}$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$$\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$$

$$\hat{y}(t) = y(t - \tau)$$

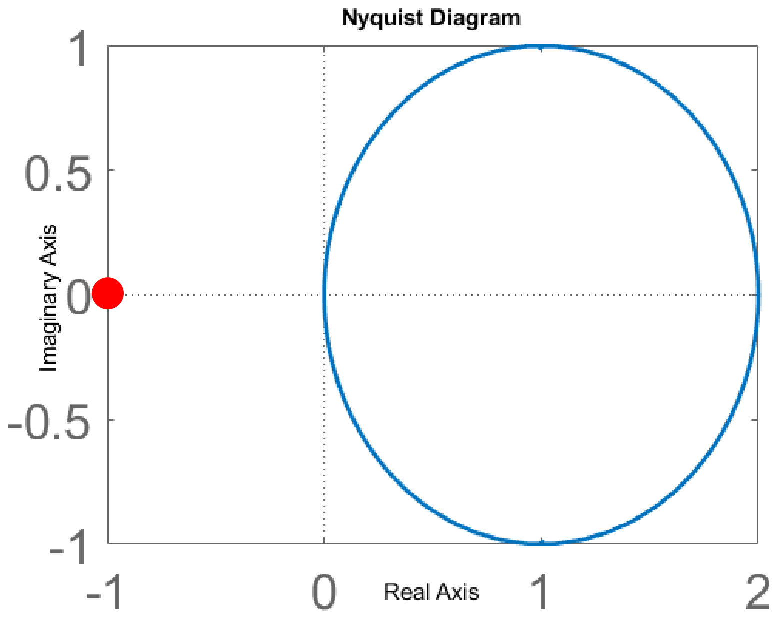
$$u(t) = 8e(t)$$

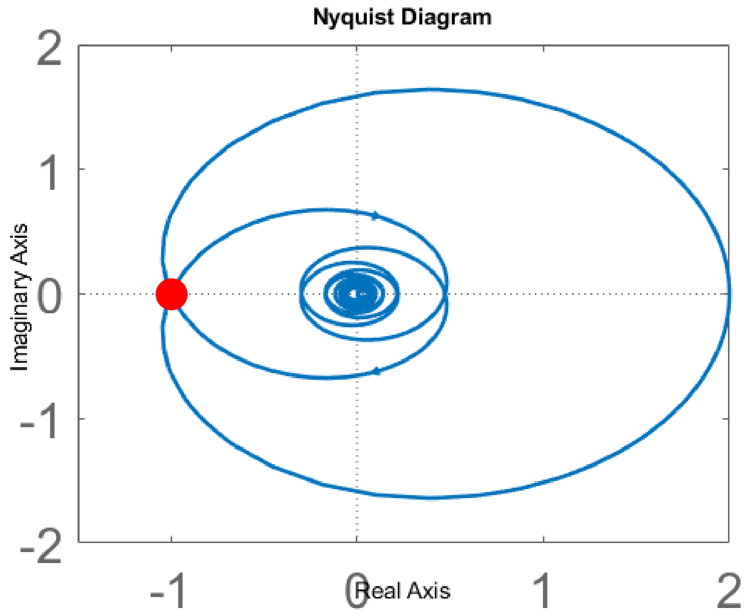
$$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$$

$$\tau_{\max} = ?$$

При $\tau = 0$ (без задержек):

$$W(s) = \frac{8}{s + 4}$$





$$\tau_{\max} = \frac{\pi\sqrt{3}}{18}$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$$\dot{y}(t) = 2u(t)$$

$$\hat{y}(t) = y(t-6)$$

$$u(t) = Ke(t)$$

$$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$$

$$K_{\max} = ?$$

При $K = 1$ (без усиления):

$$W(s) = \frac{2}{s} \cdot e^{-6s}$$

$$K_{\max} = A_з = A^{-1}(\omega_{кр})$$

$$\varphi(\omega_{кр}) = -\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$$\dot{y}(t) = 2u(t)$$

$$\hat{y}(t) = y(t-6)$$

$$u(t) = Ke(t)$$

$$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$$

$$K_{\max} = ?$$

При $K = 1$ (без усиления):

$$W(s) = \frac{2}{s} \cdot e^{-6s}$$

$$A(\omega) = \frac{2}{\omega} \cdot 1$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - 6\omega$$

$$K_{\max} = A_з = A^{-1}(\omega_{кр})$$

$$\varphi(\omega_{кр}) = -\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$W(j\omega) = W_1(j\omega)W_2(j\omega)\dots W_n(j\omega)$$

$$|W(j\omega)| = \prod |W_i(j\omega)|$$

$$\arg W(j\omega) = \sum \arg W_i(j\omega)$$

Типовые звенья
(идеальное интегрирующее и чистого запаздывания),
частотные характеристики известны

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$$\dot{y}(t) = 2u(t)$$

$$\hat{y}(t) = y(t-6)$$

$$u(t) = Ke(t)$$

$$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$$

$$K_{\max} = ?$$

При $K = 1$ (без усиления):

$$W(s) = \frac{2}{s} \cdot e^{-6s}$$

$$A(\omega) = \frac{2}{\omega}$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - 6\omega$$

$$\boxed{\begin{gathered} K_{\max} = A_з = A^{-1}(\omega_{кр}) \\ \varphi(\omega_{кр}) = -\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{gathered}}$$

$$-\frac{\pi}{2} - 6\omega_{кр} = -\pi$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$$\dot{y}(t) = 2u(t)$$

$$\hat{y}(t) = y(t-6)$$

$$u(t) = Ke(t)$$

$$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$$

$$K_{\max} = ?$$

При $K = 1$ (без усиления):

$$W(s) = \frac{2}{s} \cdot e^{-6s}$$

$$K_{\max} = A_з = A^{-1}(\omega_{кр})$$

$$\varphi(\omega_{кр}) = -\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$A(\omega) = \frac{2}{\omega}$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - 6\omega$$

$$-\frac{\pi}{2} - 6\omega_{кр} = -\pi \quad \to \quad \omega_{кр} = \frac{\pi}{12}$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$\dot{y}(t) = 2u(t)$

$\hat{y}(t) = y(t-6)$

$u(t) = Ke(t)$

$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$

$K_{\max} = ?$

При $K = 1$ (без усиления):

$$W(s) = \frac{2}{s} \cdot e^{-6s}$$

$$A(\omega) = \frac{2}{\omega}$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - 6\omega$$

$$K_{\max} = A_з = A^{-1}(\omega_{кр})$$

$$\varphi(\omega_{кр}) = -\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{\pi}{2} - 6\omega_{кр} = -\pi \quad \rightarrow \quad \omega_{кр} = \frac{\pi}{12}$$

$$K_{\max} = A^{-1}(\omega_{кр})$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$\dot{y}(t) = 2u(t)$

$\hat{y}(t) = y(t-6)$

$u(t) = Ke(t)$

$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$

$K_{\max} = ?$

При $K = 1$ (без усиления):

$$W(s) = \frac{2}{s} \cdot e^{-6s}$$

$$K_{\max} = A_з = A^{-1}(\omega_{кр})$$

$$\varphi(\omega_{кр}) = -\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$A(\omega) = \frac{2}{\omega}$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - 6\omega$$

$$-\frac{\pi}{2} - 6\omega_{кр} = -\pi \quad \rightarrow \quad \omega_{кр} = \frac{\pi}{12}$$

$$K_{\max} = A^{-1}(\omega_{кр}) = \frac{\omega_{кр}}{2} = \frac{\pi}{24}$$

Запасы устойчивости: задачи

Пример:

$$\dot{y}(t) = 2u(t)$$

$$\hat{y}(t) = y(t-6)$$

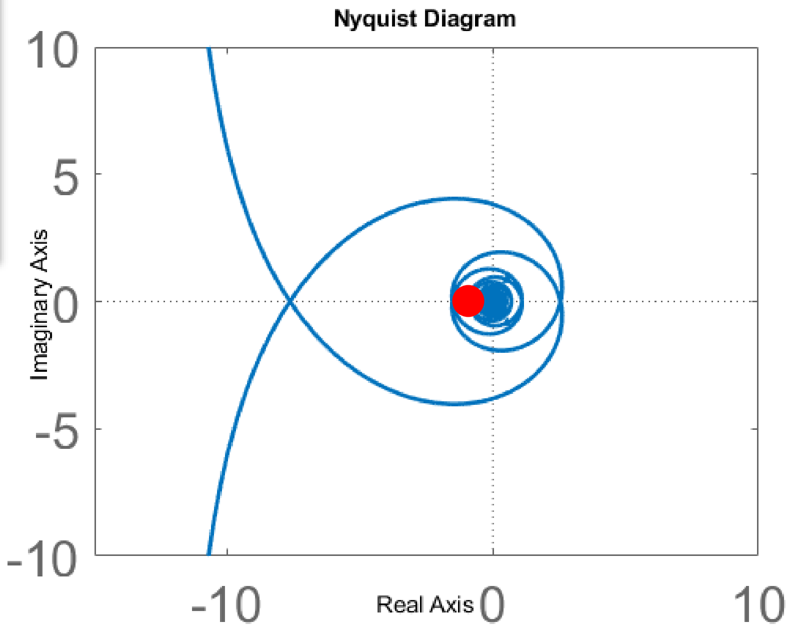
$$u(t) = Ke(t)$$

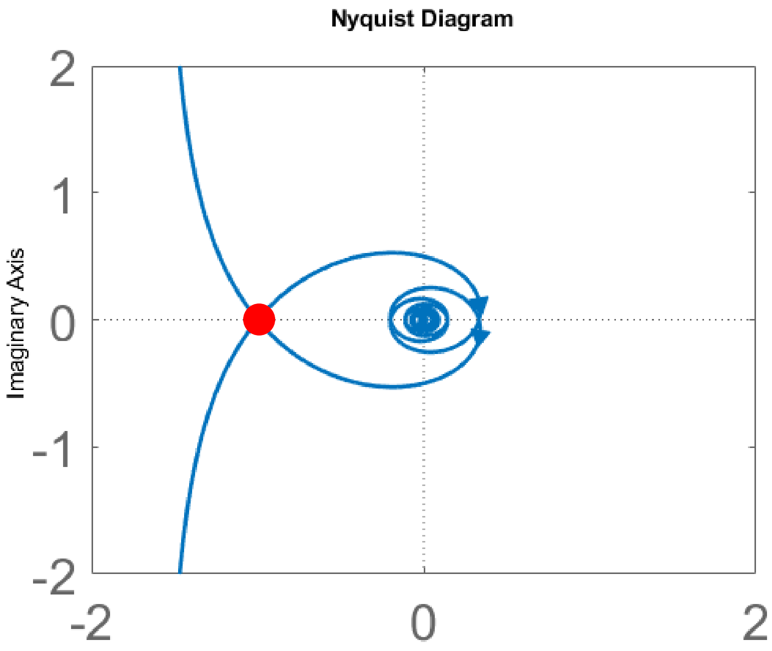
$$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$$

$$K_{\max} = ?$$

При $K = 1$ (без усиления):

$$W(s) = \frac{2}{s} \cdot e^{-6s}$$





$$K_{\max} = A^{-1}(\omega_{\text{кр}}) = \frac{\omega_{\text{кр}}}{2} = \frac{\pi}{24}$$

Запасы устойч

Пример изначально неустойчивой системы. «Запаса» по сути нет, $A_з < 1$. Но посчитав его, мы смогли узнать, насколько необходимо «ослабить» усиление системы, чтобы она стала устойчивой!

Пример:

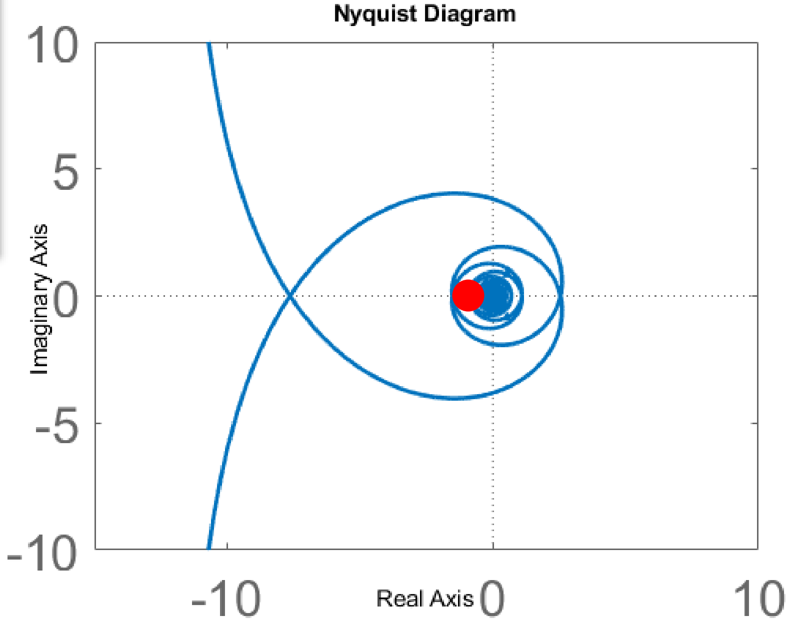
$$\dot{y}(t) = 2u(t)$$

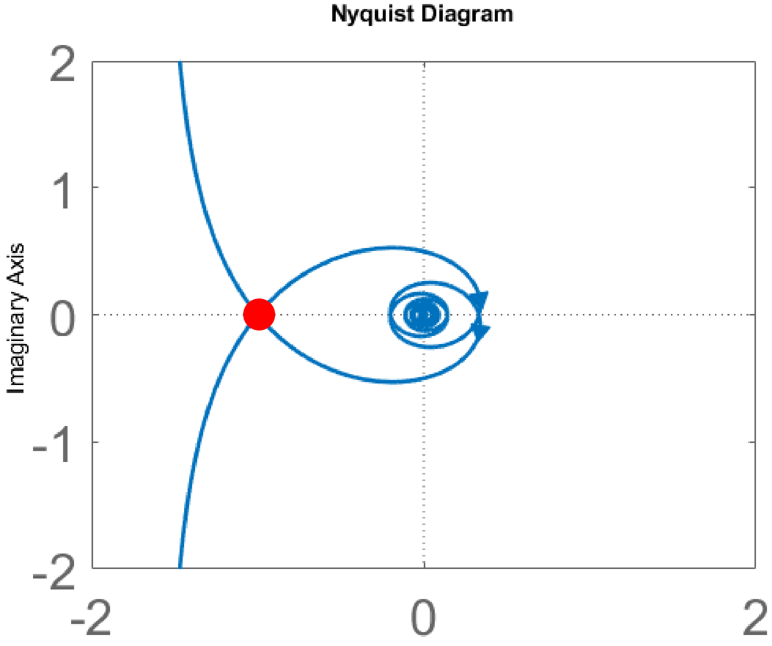
$$\hat{y}(t) = y(t-6)$$

$$u(t) = Ke(t)$$

$$e(t) = g(t) - \hat{y}(t)$$

$$K_{\max} = ?$$





$$K_{\max} = A^{-1}(\omega_{кр}) = \frac{\omega_{кр}}{2} = \frac{\pi}{24}$$