

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

Лабораторная работа №5  
**Типовые динамические звенья**

Студенты: Загайнов А.А.  
Поток: Лин САУ Р23 бак 1.1.2  
Вариант: 11  
Преподаватели: Перегудин. А.А., Пашенко А.В.

Санкт-Петербург  
2026

## Содержание

<b>1 Общее задание. Исследование типовых динамических звеньев.</b>	<b>3</b>
1.1 Объект 1. Двигатель постоянного тока (ДПТ) . . . . .	3
1.1.1 Вывод дифференциального уравнения . . . . .	3
1.1.2 Передаточная функция и стандартизированная форма . . . . .	3
1.1.3 Временные и частотные характеристики . . . . .	4
1.1.4 Моделирование . . . . .	4
1.1.5 Вывод по первому объекту . . . . .	5
1.2 Объект 2. ДПТ 2.0 (с учетом индуктивности $L$ ) . . . . .	5
1.2.1 Математическая модель . . . . .	5
1.2.2 Получение передаточной функции . . . . .	6
1.2.3 Стандартизированная форма и тип звена . . . . .	6
1.2.4 Временные и частотные характеристики . . . . .	7
1.2.5 Моделирование . . . . .	7
1.2.6 Вывод по второму объекту . . . . .	8
1.3 Объект 3. Конденсируй-умножай . . . . .	8
1.3.1 Математическая модель . . . . .	8
1.3.2 Получение передаточной функции . . . . .	9
1.3.3 Стандартизированная форма и тип звена . . . . .	9
1.3.4 Временные и частотные характеристики . . . . .	9
1.3.5 Моделирование . . . . .	10
1.3.6 Вывод по третьему объекту . . . . .	11
1.4 Объект 4. Пружинка . . . . .	11
1.4.1 Математическая модель . . . . .	11
1.4.2 Получение передаточной функции . . . . .	12
1.4.3 Стандартизированная форма и тип звена . . . . .	12
1.4.4 Временные и частотные характеристики . . . . .	12
1.4.5 Моделирование . . . . .	13
1.4.6 Вывод по четвертому объекту . . . . .	14
1.5 Объект 5. Что ты такое? . . . . .	15
1.5.1 Математическая модель . . . . .	15
1.5.2 Получение передаточной функции . . . . .	15
1.5.3 Стандартизированная форма и тип звена . . . . .	15
1.5.4 Временные и частотные характеристики . . . . .	16
1.5.5 Моделирование . . . . .	16
1.5.6 Вывод по пятому объекту . . . . .	17
1.6 Общие выводы по заданию . . . . .	17

# 1 Общее задание. Исследование типовых динамических звеньев.

В рамках данной лабораторной работы будем подробно исследовать модели реальных объектов. Для каждого будет задачей:

- подобрать соответствующее типовое динамическое звено;
- получить передаточную функцию  $W(s)$  в стандартизированной форме (через  $K$  и  $T$ );
- записать аналитические выражения: переходная  $h(t)$  и весовая  $g(t)$  характеристики;
- записать частотные характеристики: АЧХ, ФЧХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ;
- промоделировать звено и построить графики всех характеристик;
- сравнить результаты моделирования с теоретическими.

## 1.1 Объект 1. Двигатель постоянного тока (ДПТ)

Для базовой упрощённой модели двигателя постоянного тока используем систему уравнений:

$$\begin{aligned} J\dot{\omega} &= M, \\ M &= k_m I, \\ I &= \frac{U + \varepsilon_i}{R}, \\ \varepsilon_i &= -k_e \omega. \end{aligned}$$

и тогда в соответствии с вариантом 11:

$$\begin{aligned} k_m &= 0.3435 \text{ Н} \cdot \text{м}/\text{А}, \\ k_e &= 0.3435 \text{ В} \cdot \text{с}, \\ J &= 0.0021 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \\ R &= 4.5920 \Omega, \\ L &= 1.0575 \text{ Гн}. \end{aligned}$$

Входом системы считаем  $U(t)$ , выходом —  $\omega(t)$ .

### 1.1.1 Вывод дифференциального уравнения

Для получения необходимого нам ДУ постараемся выразить ток через вход и выход:

$$I = \frac{U + \varepsilon_i}{R} = \frac{U - k_e \omega}{R}$$

Подставляя в уравнение движения  $J\dot{\omega} = M = k_m I$ , получаем

$$\begin{aligned} J\dot{\omega} &= k_m \frac{U - k_e \omega}{R} \\ RJ\dot{\omega} + k_m k_e \omega &= k_m U \end{aligned}$$

Как видим — объект описывается линейным дифференциальным уравнением 1-го порядка.

### 1.1.2 Передаточная функция и стандартизированная форма

Переходя к операторной форме при нулевых начальных условиях ( $\dot{\omega} \rightarrow s\Omega(s)$ ):

$$(RJ s + k_m k_e) \Omega(s) = k_m U(s)$$

Отсюда передаточная функция по каналу  $U \rightarrow \omega$ :

$$W(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{k_m}{RJ s + k_m k_e}$$

Разделим числитель и знаменатель на  $k_m k_e$  и приведём к типовой форме апериодического звена 1-го порядка:

$$W(s) = \frac{1/k_e}{\left(\frac{RJ}{k_m k_e}\right)s + 1} = \frac{K}{Ts + 1} \quad K = \frac{1}{k_e}, \quad T = \frac{RJ}{k_m k_e}$$

Подсчитаем теперь значения исходя из данных для нашего варианта:

$$K = \frac{1}{k_e} = \frac{1}{0.3435} \approx 2.9112,$$

$$T = \frac{RJ}{k_m k_e} = \frac{4.5920 \cdot 0.0021}{0.3435 \cdot 0.3435} = \frac{0.0096432}{0.11799225} \approx 0.0817 \text{ с}$$

наша итоговая передаточная функция:

$$W(s) = \frac{2.9112}{0.0817 s + 1}$$

### 1.1.3 Временные и частотные характеристики

Теперь наконец мы перешли к нахождению всех интересующих нас характеристик. Переходная характеристика:

$$h(t) = K(1 - e^{-t/T}) = 2.9112(1 - e^{-t/0.0817})$$

Весовая характеристика:

$$\frac{1}{T} \approx 12.24, \quad \frac{K}{T} = \frac{2.9112}{0.0817} \approx 35.63, \quad g(t) = \frac{K}{T} e^{-t/T} \approx 35.63 e^{-t/0.0817}$$

Комплексная частотная характеристика:

$$W(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T}$$

АЧХ и ФЧХ:

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}, \quad \varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = -\arctan(\omega T)$$

ЛАЧХ и ЛФЧХ:

$$L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega), \quad \varphi(\omega) = -\arctan(\omega T)$$

### 1.1.4 Моделирование

Ниже приведены графики характеристик, полученные при моделировании, для сравнения с теоретическими зависимостями.

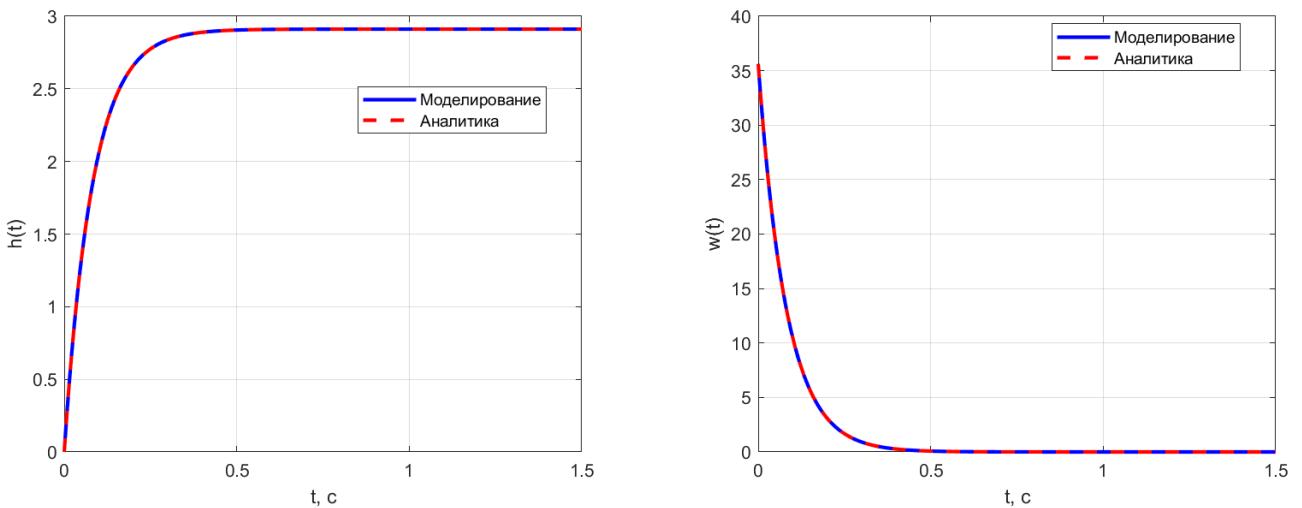
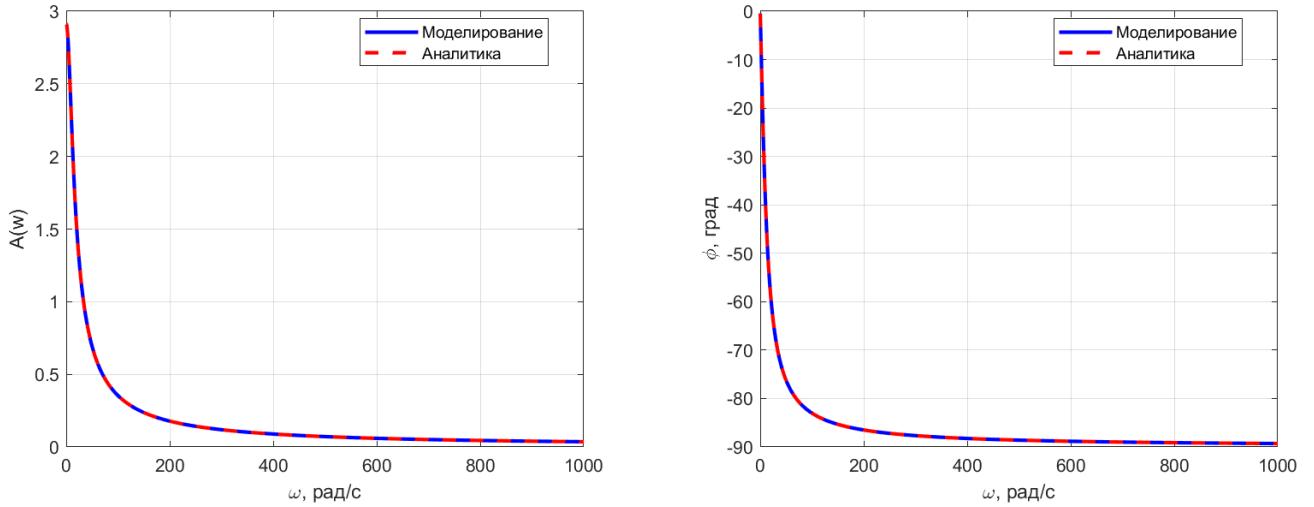
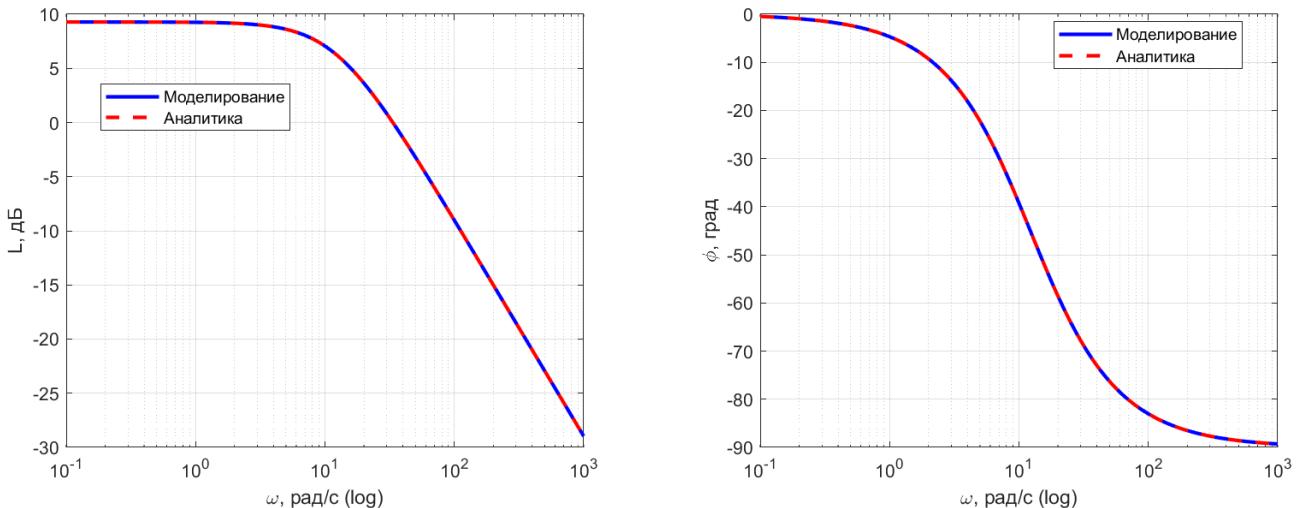


Рисунок 1: Слева: переходная характеристика  $h(t)$ . Справа: весовая характеристика  $g(t)$ .

Рисунок 2: Слева: АЧХ  $A(\omega)$ . Справа: ФЧХ  $\varphi(\omega)$ .Рисунок 3: Слева: ЛАЧХ  $L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega)$ . Справа: ЛФЧХ  $\varphi(\omega)$ .

### 1.1.5 Вывод по первому объекту

Модель ДПТ без индуктивности в сути своей представляет из себя апериодическое звено первого порядка, что подтверждают и наши аналитические расчеты временных и частотных характеристик, ведь они как раз соответствуют теоретическим для данного звена. Результаты моделирования также подтвердили наши вычисления – аналитическое решение полностью совпало с моделированием на всех графиках характеристик.

## 1.2 Объект 2. ДПТ 2.0 (с учетом индуктивности $L$ )

Теперь рассмотрим ту же модель ДПТ, но уже с учетом индуктивности обмоток, то есть система становится второго порядка.

### 1.2.1 Математическая модель

Связи те же, но добавляем работу с  $L$ :

$$\begin{aligned} J\dot{\omega} &= k_m I, \\ L\dot{I} + RI &= U - k_e \omega. \end{aligned}$$

Параметры остаются неизменными

### 1.2.2 Получение передаточной функции

Как и в прошлый раз, для удобства перейдем в операторную форму ( $\dot{\omega} \rightarrow s\Omega(s)$ ,  $\dot{I} \rightarrow sI(s)$ ):

$$\begin{aligned} Js\Omega(s) &= k_m I(s) \\ (Ls + R)I(s) &= U(s) - k_e\Omega(s) \end{aligned}$$

выражаем ток:

$$\begin{aligned} I(s) &= \frac{Js}{k_m}\Omega(s) \\ (Ls + R)\frac{Js}{k_m}\Omega(s) &= U(s) - k_e\Omega(s) \end{aligned}$$

переносим всё с  $\Omega(s)$ :

$$\begin{aligned} \left( \frac{JL}{k_m}s^2 + \frac{JR}{k_m}s + k_e \right) \Omega(s) &= U(s) \\ W(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} &= \frac{k_m}{JLs^2 + JRs + k_m k_e} \end{aligned}$$

### 1.2.3 Стандартизированная форма и тип звена

Сейчас сделаем форму стандартизированной для дальнейшей работы:

$$W(s) = \frac{1/k_e}{\left(\frac{JL}{k_m k_e}\right)s^2 + \left(\frac{JR}{k_m k_e}\right)s + 1}$$

сравним с типовой формой для звена второго порядка:

$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$$

Выходит именно так как и ожидалось. Теперь выделим наши параметры:

$$K = \frac{1}{k_e}, \quad T = \sqrt{\frac{JL}{k_m k_e}}, \quad \xi = \frac{JR}{2\sqrt{JL k_m k_e}}$$

Подсчитаем значения:

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{k_e} = \frac{1}{0.3435} \approx 2.9112, \\ T &= \sqrt{\frac{JL}{k_m k_e}} = \sqrt{\frac{0.0021 \cdot 1.0575}{0.3435 \cdot 0.3435}} = \sqrt{\frac{0.00222075}{0.11799225}} \approx 0.1372 \text{ с} \\ \xi &= \frac{JR}{2\sqrt{JL k_m k_e}} = \frac{4.5920 \cdot 0.0021}{2\sqrt{(0.0021 \cdot 1.0575)(0.3435 \cdot 0.3435)}} \approx 0.2977 \end{aligned}$$

Так как  $0 < \xi < 1$  значит получаем колебательное звено с затухающими колебаниями. Наша итоговая передаточная функция с учетом вычислений:

$$W(s) = \frac{2.9112}{(0.1372)^2 s^2 + 2 \cdot 0.2977 \cdot 0.1372 s + 1}$$

### 1.2.4 Временные и частотные характеристики

Для колебательного звена удобно будет использовать

$$\omega_d = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T}$$

Переходная характеристика:

$$\begin{aligned} h(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K}{s(T^2 s^2 + 2\xi T s + 1)} \right\} \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K}{s} - \frac{K(T^2 s + 2\xi T)}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K}{s} - K \cdot \frac{s + \frac{2\xi}{T}}{\left(s + \frac{\xi}{T}\right)^2 + \frac{1-\xi^2}{T^2}} \right\} \\ &= K - K e^{-\frac{\xi}{T}t} \cos \left( \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t \right) - K \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{T}t} \sin \left( \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t \right) \\ h(t) &= K(1 - e^{-\xi t/T}(\cos(\omega_d t) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_d t))) \end{aligned}$$

Весовая характеристика:

$$\begin{aligned} g(t) &= \mathcal{L}^{-1} \{W(s)\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K/T^2}{s^2 + \frac{2\xi}{T}s + \frac{1}{T^2}} \right\} \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K/T^2}{\left(s + \frac{\xi}{T}\right)^2 + \frac{1-\xi^2}{T^2}} \right\} = \frac{K}{T\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi}{T}t} \sin \left( \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t \right) \\ g(t) &= \frac{K \omega_d}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi t/T} \sin(\omega_d t) \end{aligned}$$

АЧХ и ФЧХ:

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1 - (\omega T)^2)^2 + (2\xi\omega T)^2}} \quad \varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{2\xi\omega T}{1 - (\omega T)^2}\right)$$

Здесь из-за малого  $\xi \approx 0.3$  на АЧХ можем ожидать выраженный резонансный пик.

### 1.2.5 Моделирование

Проведем моделирование:

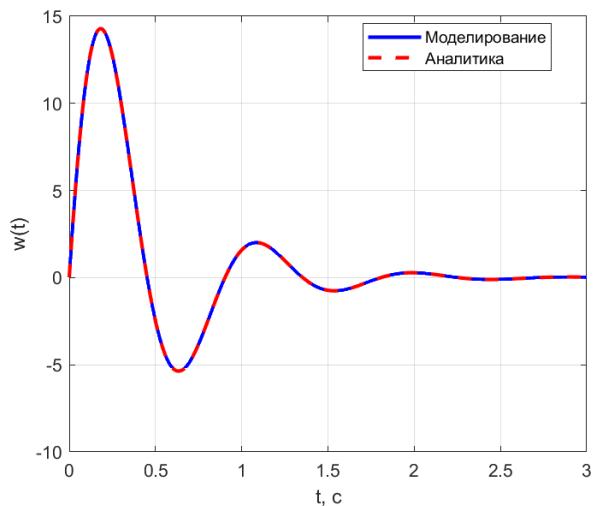
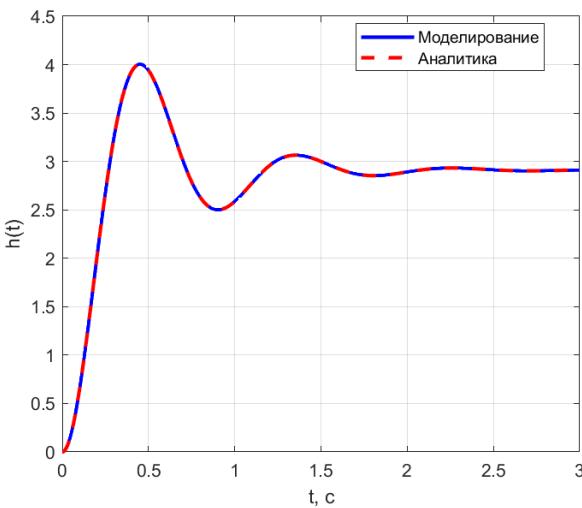
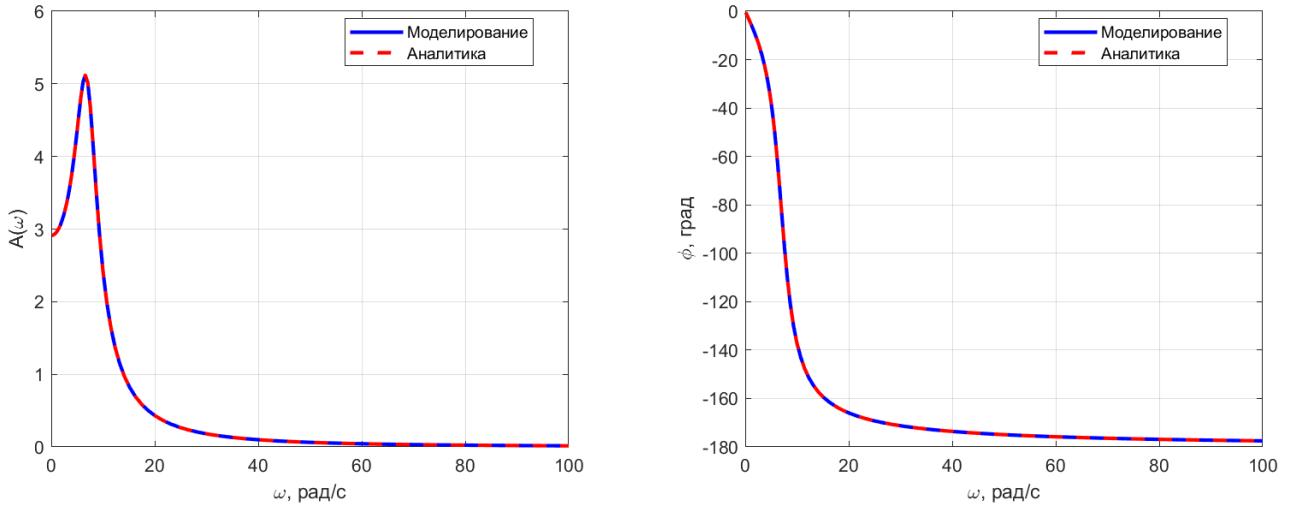
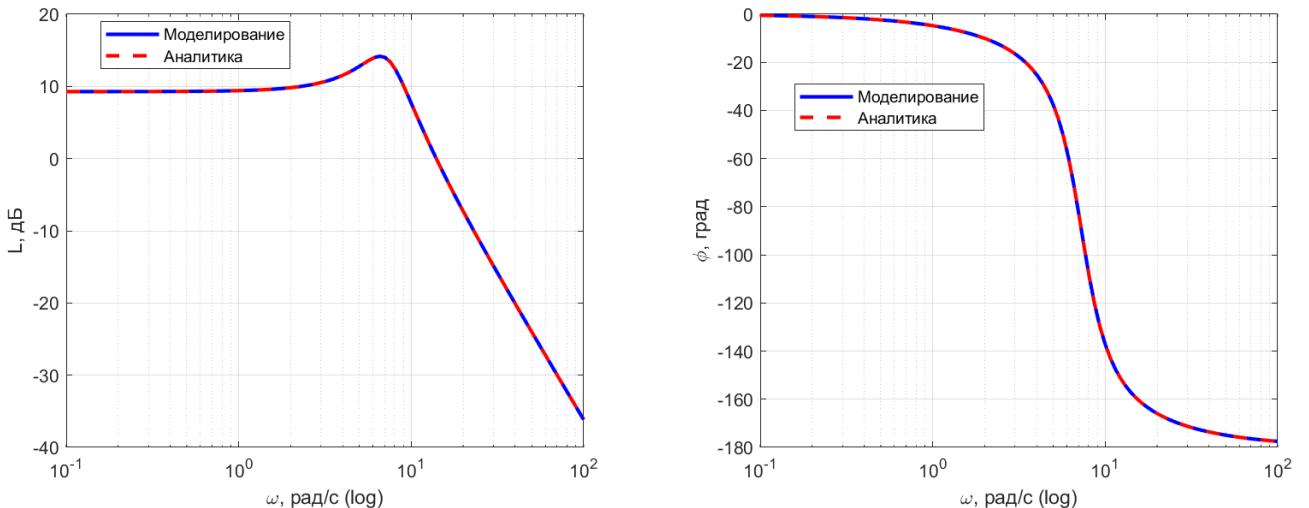


Рисунок 4: Слева: переходная характеристика  $h(t)$ . Справа: весовая характеристика  $g(t)$ .

Рисунок 5: Слева: АЧХ  $A(\omega)$ . Справа: ФЧХ  $\varphi(\omega)$ .Рисунок 6: Слева: ЛАЧХ  $L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega)$ . Справа: ЛФЧХ  $\varphi(\omega)$ .

### 1.2.6 Вывод по второму объекту

Учет индуктивности  $L$  увеличил порядок нашей модели до второго. Глядя на  $\xi \approx 0.2977$  можем определить что звено стало колебательным. Именно это мы и видим на графиках. Как теоретические расчеты, так и моделирование нам показывают график затухающего колебательного процесса. Так же мы видим и довольно заметный резонансный пик.

## 1.3 Объект 3. Конденсируй-умножай

Теперь же рассмотрим электрическую цепь с конденсатором. Согласно заданию, входом системы является ток  $I(t)$ , а выходом — напряжение  $U(t)$ .

### 1.3.1 Математическая модель

Имеем исходное дифференциальное уравнение, связывающее ток и напряжение на обкладках конденсатора:

$$I(t) = C \frac{dU(t)}{dt}$$

Для нашего варианта:

$$C = 359 \text{ мкФ} = 359 \cdot 10^{-6} \Phi = 0.000359 \Phi$$

### 1.3.2 Получение передаточной функции

Перейдем к операторной форме:

$$I(s) = CsU(s)$$

Тогда передаточная функция (выход  $U(s)$ , вход  $I(s)$ ) равна:

$$W(s) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{1}{Cs}$$

### 1.3.3 Стандартизированная форма и тип звена

Приведем  $W(s)$  к каноническому виду идеального интегрирующего звена:

$$W(s) = \frac{K}{s}, \quad K = \frac{1}{C}$$

Подставим значение емкости:

$$K = \frac{1}{359 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{359} \approx 2785.5153$$

Итого получаем:

$$W(s) = \frac{2785.5153}{s}$$

### 1.3.4 Временные и частотные характеристики

Переходная характеристика:

$$\begin{aligned} h(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K}{s^2} \right\} \\ &\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2} \right\} = t \\ &h(t) = Kt \\ &h(t) = 2785.5153 t \end{aligned}$$

Весовая характеристика:

$$\begin{aligned} g(t) &= \mathcal{L}^{-1} \{ W(s) \} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K}{s} \right\}. \\ &\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} = 1(t) \\ g(t) &= K 1(t) \quad g(t) = 2785.5153 \quad (t > 0) \end{aligned}$$

АЧХ и ФЧХ:

$$W(j\omega) = W(s)|_{s=j\omega} = \frac{K}{j\omega}$$

$$W(j\omega) = -j \frac{K}{\omega}$$

$$\begin{aligned} A(\omega) &= |W(j\omega)| = \frac{K}{\omega} \quad \varphi(\omega) = \arg \left( -j \frac{K}{\omega} \right) = -\frac{\pi}{2} \\ A(\omega) &= \frac{2785.5153}{\omega} \end{aligned}$$

ЛАЧХ:

$$L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega) = 20 \log_{10} \left( \frac{K}{\omega} \right) = 20 \log_{10} K - 20 \log_{10} \omega$$

ЛФЧХ:

$$L_\varphi(\omega) = \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$

### 1.3.5 Моделирование

Проведем моделирование:

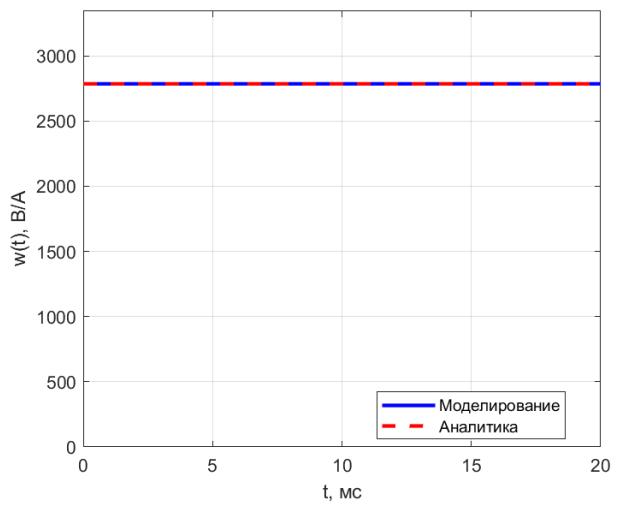
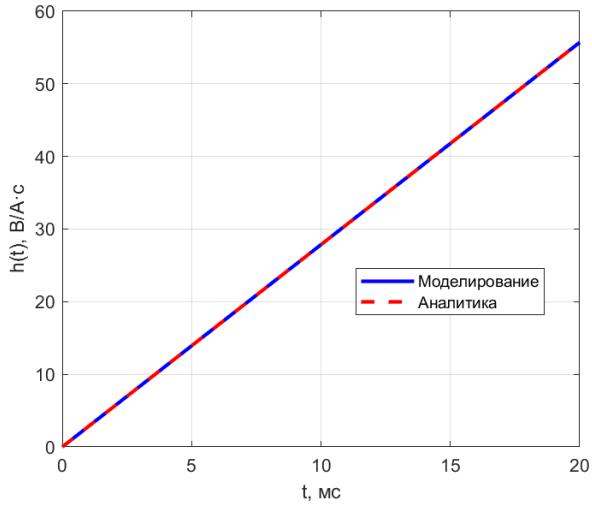


Рисунок 7: Слева: переходная характеристика  $h(t)$ . Справа: весовая характеристика  $g(t)$ .

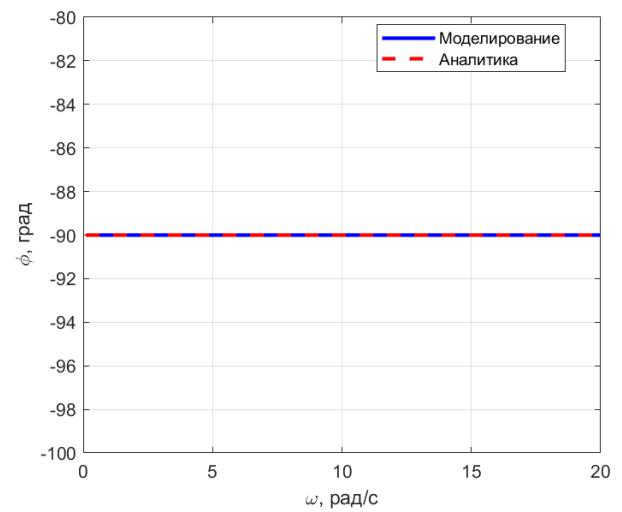
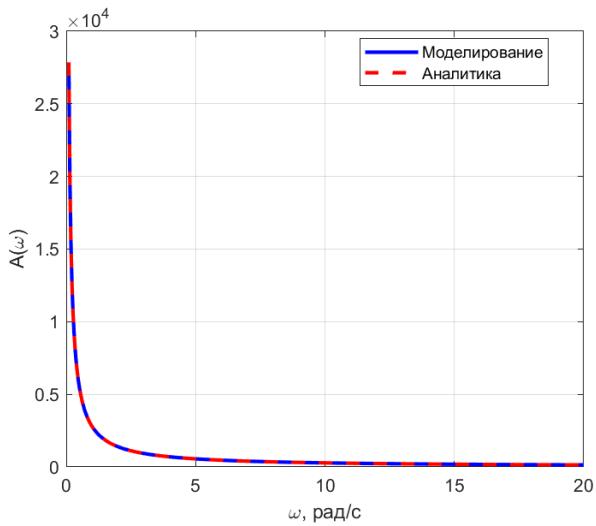
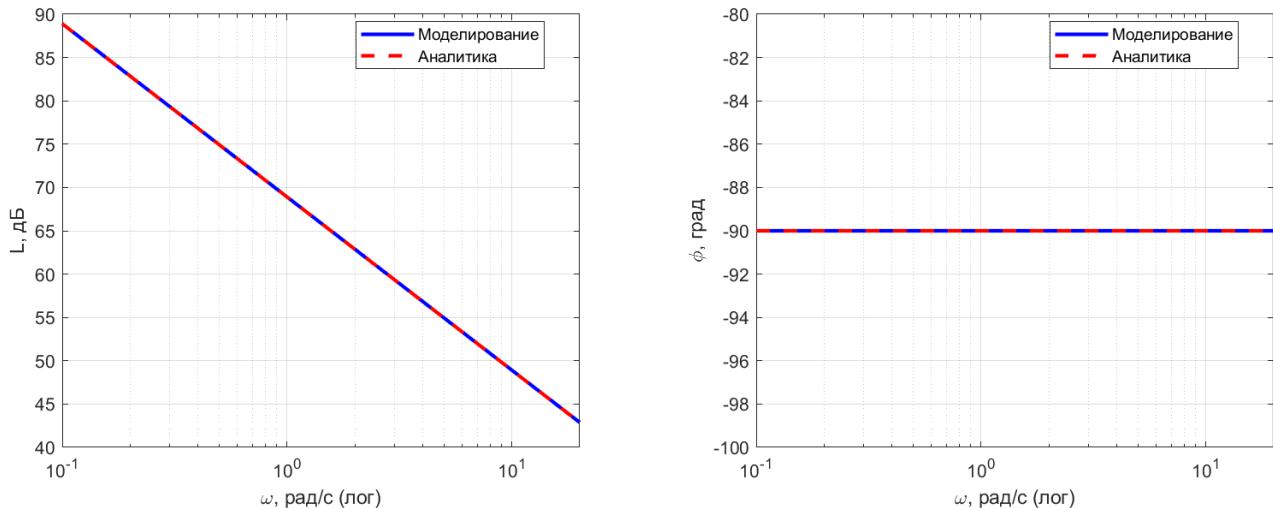


Рисунок 8: Слева: АЧХ  $A(\omega)$ . Справа: ФЧХ  $\varphi(\omega)$ .

Рисунок 9: Слева: ЛАЧХ  $L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega)$ . Справа: ЛФЧХ  $\varphi(\omega)$ .

### 1.3.6 Вывод по третьему объекту

Полученная передаточная функция имеет вид  $W(s) = K/s$ , следовательно, конденсатор в данной постановке описывается идеальным интегрирующим звеном. Это подтверждается тем, что  $h(t)$  представляет собой линейно возрастающую функцию, а фазовый сдвиг постоянен и равен  $-90^\circ$  на всех частотах.

## 1.4 Объект 4. Пружинка

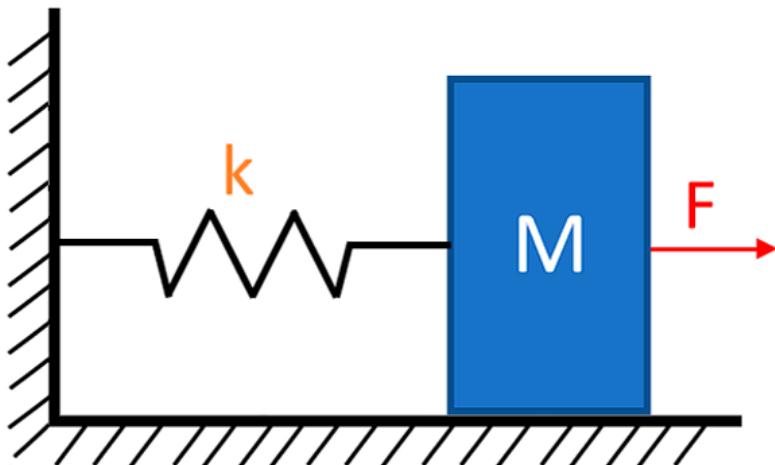


Рисунок 10: Схема пружинного маятника

Рассмотрим механическую систему с пружиной без учета вязкого трения. В качестве входного воздействия будем рассматривать силу  $F(t)$ , а выходной величиной — перемещение  $x(t)$ .

### 1.4.1 Математическая модель

Для одномассовой модели с массой  $m$  и жесткостью пружины  $k$  (без демпфирования) уравнение движения имеет вид:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$m = 16 \text{ кг}, \quad k = 105 \text{ Н/м}$$

### 1.4.2 Получение передаточной функции

Перейдем к операторной форме при нулевых начальных условиях:

$$(ms^2 + k) X(s) = F(s)$$

Тогда передаточная функция:

$$W(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + k}$$

### 1.4.3 Стандартизированная форма и тип звена

Вынесем  $k$  в знаменателе:

$$W(s) = \frac{1/k}{\left(\frac{m}{k}\right)s^2 + 1}$$

Сравним с типовой формой консервативного звена:

$$W(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 1}$$

Выделим параметры:

$$K = \frac{1}{k} \quad T = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \xi = 0$$

$$K = \frac{1}{105} \approx 0.0095238 \quad T = \sqrt{\frac{16}{105}} \approx 0.3904 \text{с} \quad \xi = 0$$

$$\omega_d = \frac{1}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{105}{16}} \approx 2.5617 \text{ рад/с}$$

$$K = \frac{1}{105} \approx 0.0095238 \quad T = \sqrt{\frac{16}{105}} \approx 0.3904 \text{с} \quad \xi = 0$$

### 1.4.4 Временные и частотные характеристики

Для звена второго порядка удобно ввести обозначение

$$\omega_d = \frac{1}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega_d = \sqrt{\frac{105}{16}} \approx 2.5617 \text{ рад/с}$$

Переходная характеристика:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K}{s(T^2 s^2 + 1)} \right\}$$

Получаем:

$$h(t) = K [1 - \cos(\omega_d t)]$$

$$h(t) \approx 0.0095238 [1 - \cos(2.5617 t)]$$

$$\frac{K}{s(T^2 s^2 + 1)} = \frac{K}{s} - K \cdot \frac{T^2 s}{T^2 s^2 + 1}$$

$$T^2 s^2 + 1 = T^2 \left( \left( s + \frac{1}{T} \right)^2 + \frac{1}{T^2} \right)$$

$$h(t) = K(1 - (\cos(\omega_d t) + \sin(\omega_d t)))$$

Весовая характеристика:

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{W(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K}{T^2s^2 + 1}\right\}$$

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K/T^2}{(s + \frac{1}{T})^2 + \frac{1}{T^2}}\right\} = \frac{K}{T} \sin(\omega_d t)$$

Так как  $\xi = 0$ , имеем:

$$g(t) = \frac{K}{T} \sin(\omega_d t)$$

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{mk}} \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t\right) \approx 0.02439 \sin(2.5617 t)$$

АЧХ и ФЧХ:

$$W(j\omega) = \frac{K}{1 - (\omega T)^2}$$

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{(1 - (\omega T)^2)^2}}$$

$$A(\omega) = \frac{K}{|1 - (\omega T)^2|} = \frac{1}{|k - m\omega^2|} = \frac{1}{|105 - 16\omega^2|} \quad \varphi(\omega) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \omega < \omega_0 \\ -\pi, & \omega > \omega_0 \end{cases}$$

где  $\omega_0 = \sqrt{k/m} \approx 2.5617$  рад/с.

ЛАЧХ:

$$L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega)$$

$$L(\omega) = 20 \log_{10} \left( \frac{1}{|105 - 16\omega^2|} \right)$$

ЛФЧХ:

$$L_\varphi(\omega) = \varphi(\omega) \quad L_\varphi(\omega) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \omega < \omega_0 \\ -\pi, & \omega > \omega_0 \end{cases}$$

#### 1.4.5 Моделирование

Проведем моделирование. Хочу отметить, что специально ограничивал резонансные пики, оставляя самую нарядную часть:

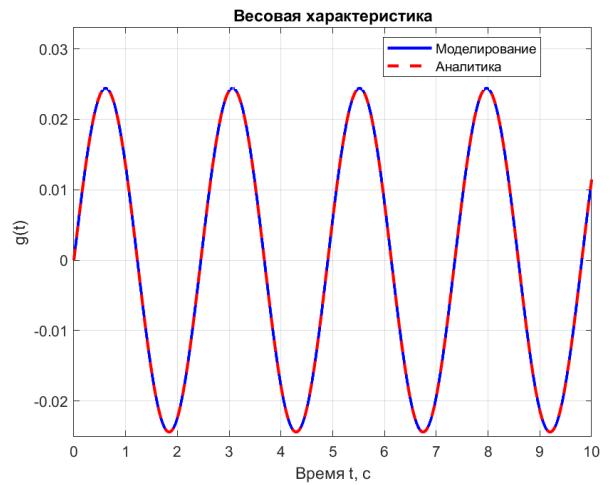
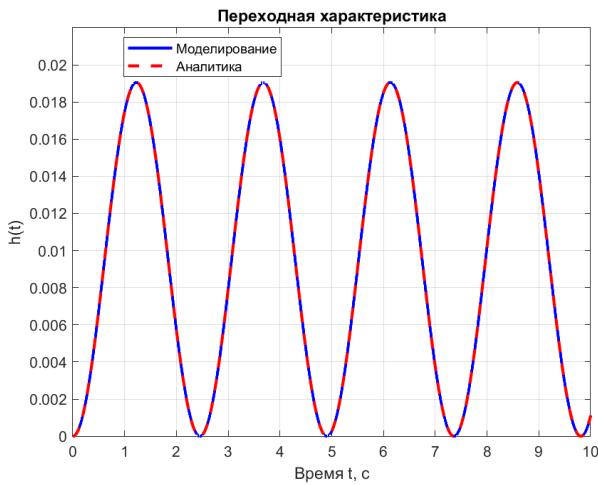
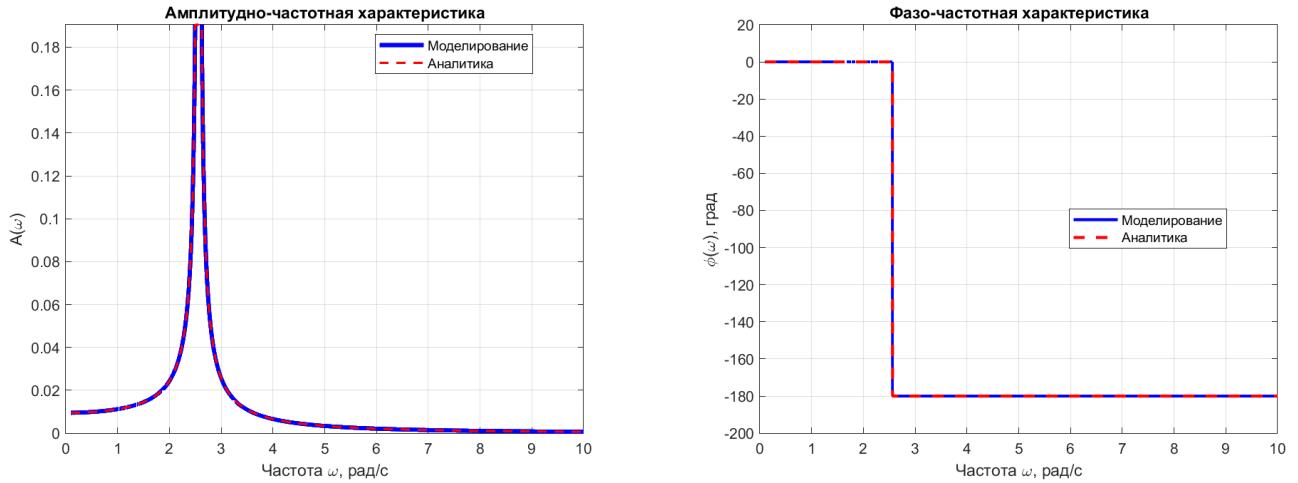
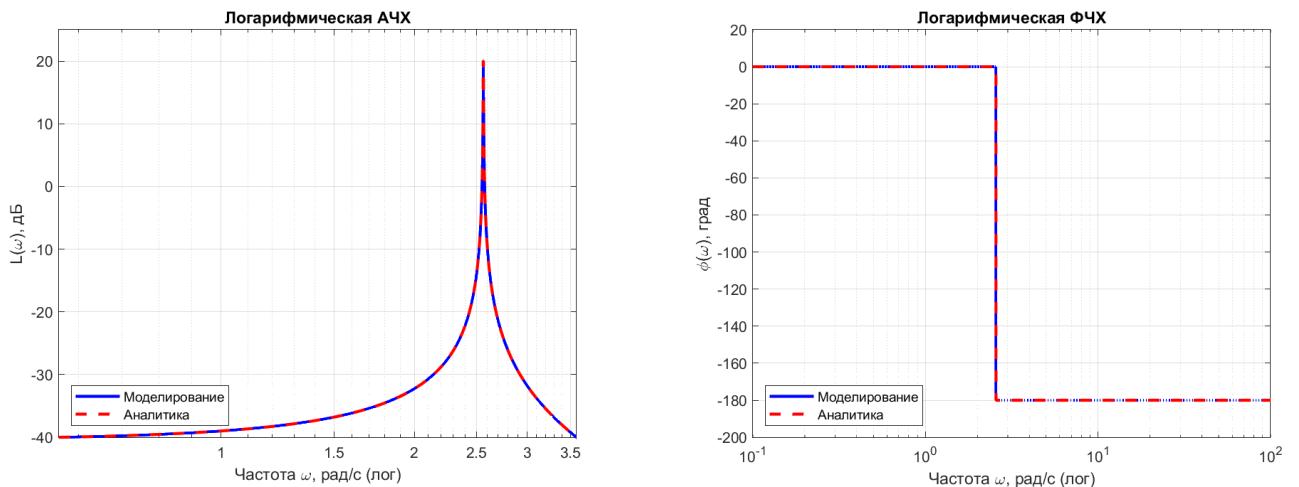


Рисунок 11: Слева: переходная характеристика  $h(t)$ . Справа: весовая характеристика  $g(t)$ .

Рисунок 12: Слева: АЧХ  $A(\omega)$ . Справа: ФЧХ  $\varphi(\omega)$ .Рисунок 13: Слева: ЛАЧХ  $L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega)$ . Справа: ЛФЧХ  $\varphi(\omega)$ .

#### 1.4.6 Вывод по четвертому объекту

Механическая система с пружиной и вязким трением описывается звеном второго порядка. Характер переходного процесса определяется коэффициентом затухания  $\xi$ : при  $0 < \xi < 1$  наблюдаются затухающие колебания, а при  $\xi \geq 1$  система становится апериодической. На таком звене наиболее ярко можем увидеть влияние резонанса на характеристики

## 1.5 Объект 5. Что ты такое?

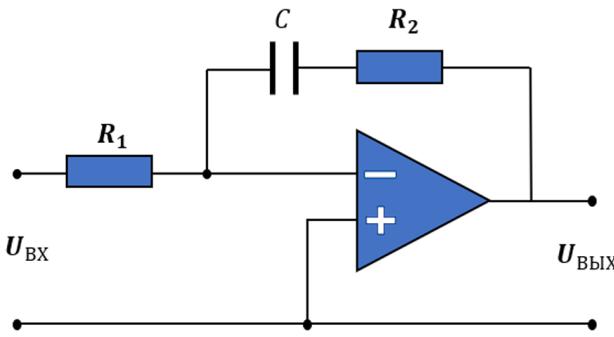


Рисунок 14: Электрическая схема объекта

Рассмотрим электрическую схему регулятора на основе операционного усилителя. Входом объекта является напряжение  $U(t)$ , а выходом —  $U(t)$ .

### 1.5.1 Математическая модель

$$R_1 = 665 \Omega, \quad R_2 = 12644 \Omega, \quad C = 359 \cdot 10^{-6} \Phi$$

Запишем уравнения токов и напряжений для инвертирующего усилителя в операторной форме:

$$I(s) = \frac{U(s)}{R_1}$$

$$U(s) = -I(s) \left( R_2 + \frac{1}{Cs} \right)$$

### 1.5.2 Получение передаточной функции

Подставим выражение для тока  $I(s)$  во второе уравнение:

$$U(s) = -\frac{U(s)}{R_1} \left( R_2 + \frac{1}{Cs} \right)$$

Выразим отношение выхода к входу

$$W(s) = \frac{U(s)}{U(s)} = \frac{R_2 + \frac{1}{Cs}}{R_1} = \frac{R_2 Cs + 1}{R_1 Cs}$$

### 1.5.3 Стандартизированная форма и тип звена

Приведем выражение к тому как должен выглядеть ПИ регулятор или если быть точнее, как должно выглядеть изодромное звено.

$$W(s) = \frac{1}{R_1 C} \cdot \frac{R_2 Cs + 1}{s} = \frac{K(Ts + 1)}{s}$$

Расчет коэффициентов:

$$K = \frac{1}{R_1 C} = \frac{1}{665 \cdot 359 \cdot 10^{-6}} \approx 4.1887$$

$$T = R_2 C = 12644 \cdot 359 \cdot 10^{-6} \approx 4.5392 \text{ с}$$

Итоговая передаточная функция:

$$W(s) = \frac{4.1887(4.5392s + 1)}{s}$$

### 1.5.4 Временные и частотные характеристики

Переходная характеристика:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K(Ts + 1)}{s^2} \right\} = K(t + T)$$

$$h(t) = 4.1887(t + 4.5392)$$

Весовая характеристика:

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{K(Ts + 1)}{s} \right\} = KT\delta(t) + K$$

$$w(t) \approx 4.1887 \quad (\text{при } t > 0)$$

АЧХ и ФЧХ:

$$A(\omega) = \left| \frac{K(j\omega T + 1)}{j\omega} \right| = K \sqrt{T^2 + \frac{1}{\omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \text{atan2}(-1, T\omega) = -\arctan\left(\frac{1}{T\omega}\right)$$

ЛАЧХ:

$$L(\omega) = 20 \lg K + 20 \lg \sqrt{T^2 + \frac{1}{\omega^2}}$$

### 1.5.5 Моделирование

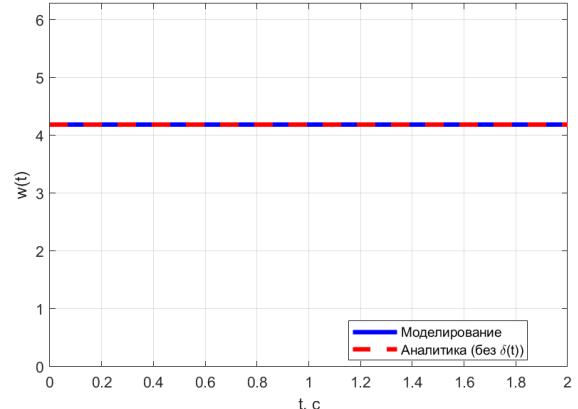
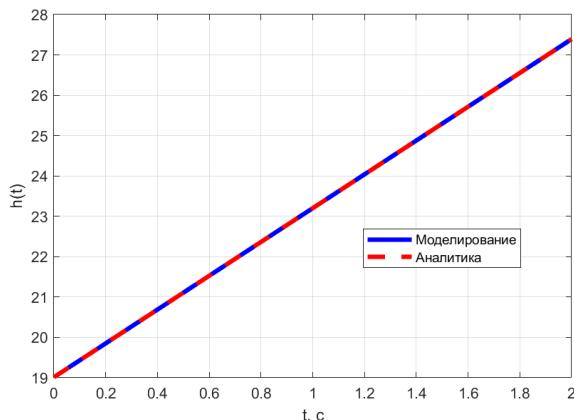


Рисунок 15: Слева: переходная характеристика  $h(t)$ . Справа: весовая характеристика  $g(t)$ .

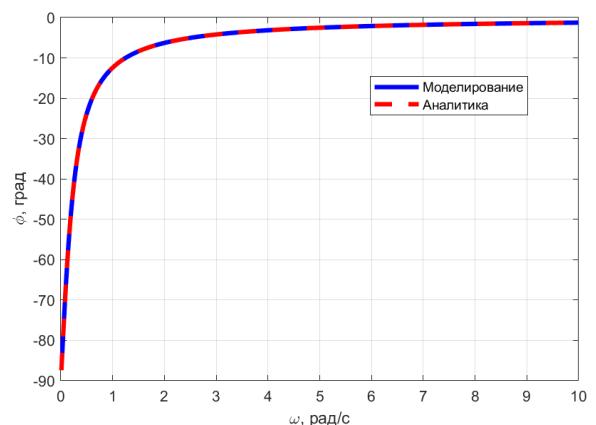
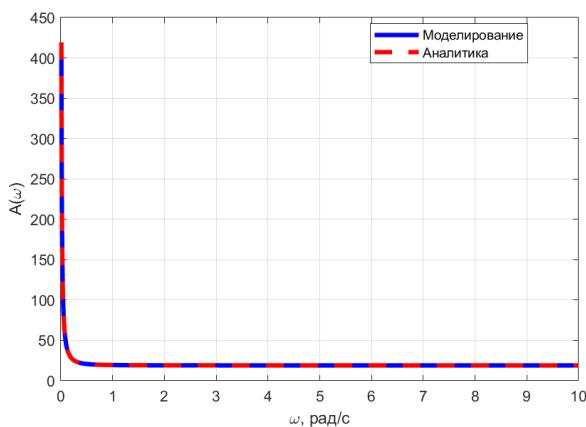
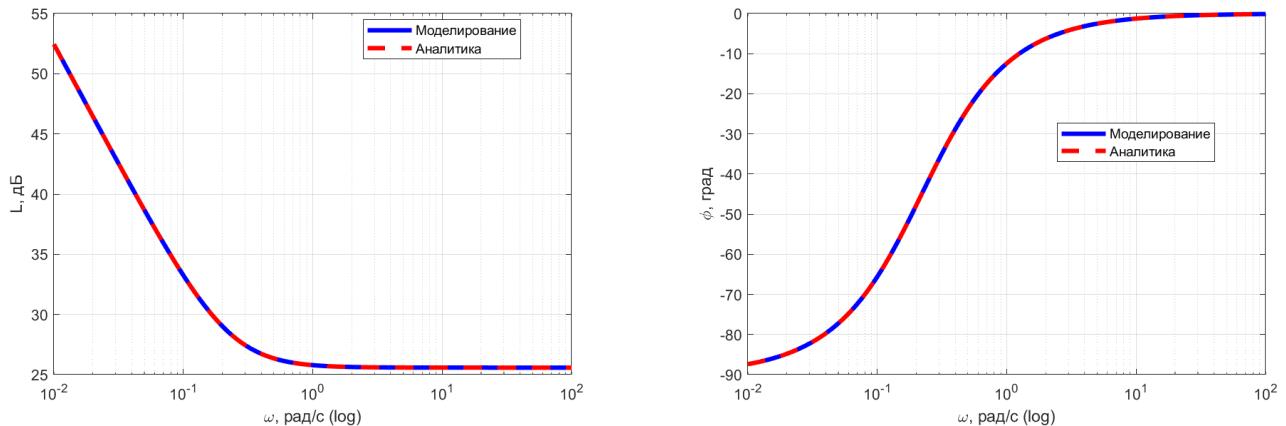


Рисунок 16: Слева: АЧХ  $A(\omega)$ . Справа: ФЧХ  $\varphi(\omega)$ .

Рисунок 17: Слева: ЛАЧХ  $L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega)$ . Справа: ЛФЧХ  $\varphi(\omega)$ .

### 1.5.6 Вывод по пятому объекту

Схема на операционном усилителе реализует ПИ-регулятор. Наличие конденсатора в цепи обратной связи обеспечивает свойства И регулятора, а резистор добавляет П составляющую своим быстродействием.

## 1.6 Общие выводы по заданию

В рамках лабораторной работы были рассмотрены несколько динамических объектов и для каждого из них было подобрано соответствующее типовое звено, наиболее точно отражающее его поведение. Для каждого звена мы посчитали его частотные и временные характеристики. Каждые из этих характеристик мы протестили на практике и получили приятные совпадающие результаты!