

**Примечание:** В данной лабораторной работе считается, что для прямого измерения доступна только величина  $y(t)$ , все ее производные ( $\dot{y}(t)$ ,  $\ddot{y}(t)$  и т.д.) к измерению недоступны и не могут быть использоваться в регуляторах напрямую. Общая схема системы, замкнутой регулятором, приведена на рисунке 1.

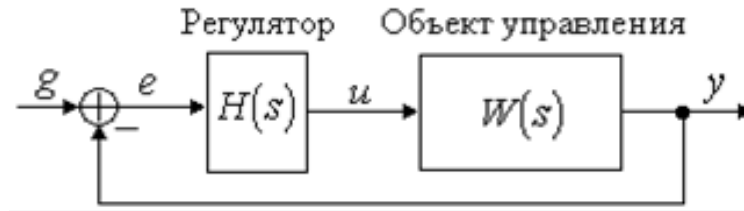


Рис. 1: Общий вид замкнутой системы

### Задание 1. Задача стабилизации с идеальным дифференцирующим звеном

Рассмотреть объект управления 2-го порядка, заданный дифференциальным уравнением

$$a_2 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = u. \quad (1)$$

Придумать такие коэффициенты  $a_2$ ,  $a_1$  и  $a_0$ , чтобы она содержала хотя бы один неустойчивый полюс. Задаться ненулевым  $\dot{y}(0)$  ( $y(0)$  принять равным 0) и выполнить моделирования свободного движения разомкнутой системы  $y_{\text{раз}}(t)$ .

Рассмотреть регулятор вида

$$u = k_0 y + k_1 \dot{y} \quad (2)$$

и построить структурную схему замкнутой системы, состоящей из объекта управления (1) и регулятора (2), в режиме стабилизации. Определить, при каких значениях параметров  $k_0$  и  $k_1$  замкнутая система будет устойчивой.

Задаться конкретными значениями параметров  $k_0$  и  $k_1$ , обеспечивающими асимптотически устойчивую замкнутую систему, и выполнить моделирования движения замкнутой системы  $y_3(t)$  с начальными условиями, выбранными в рамках предыдущего моделирования. При моделировании в программной среде MATLAB/Simulink для получения производной  $\dot{y}(t)$  использовать блок Derivative (см рисунок 2), основанный на использовании конечной разности с малым шагом  $\Delta t$

$$\dot{y}(t) \approx \frac{y(t) - y(t - \Delta t)}{\Delta t}.$$

Сравнить результаты экспериментов и сделайте выводы.

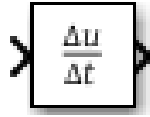


Рис. 2: Внешний вид блока Derivative в программной среде MATLAB/Simulink

**Ожидаемые результаты:**

- Коэффициенты  $a_2$ ,  $a_1$  и  $a_0$ , выбранные начальные условия  $\dot{y}(0)$ , диапазоны значений  $k_0$  и  $k_1$ , выбранные параметры  $k_0$  и  $k_1$ .
- Листинги аналитических расчетов.
- Структурная схема замкнутой системы.
- График выхода  $y_{\text{раз}}(t)$ .
- График выхода  $y_3(t)$ .
- Выводы.

---

**Задание 2. Задача стабилизации с реальным дифференцирующим звеном**

Модифицировать замкнутую систему из **Задания 1**, заменив аппроксимацию производной  $\dot{y}(t)$  на передаточную функцию вида

$$W_{\text{р.дифф.}}(p) = \frac{p}{Tp + 1}. \quad (3)$$

Определить аналитически критические значения параметра  $T$ , при которых система становится неустойчивой для выбранных ранее  $k_0$  и  $k_1$ .

Осуществить аналогичное **Заданию 1** моделирование движения замкнутой системы  $y_3(t)$  для нескольких различных значений параметра  $T$ , соответствующих устойчивой системе. Привести соответствующие графики выхода  $y(t)$  и сопоставить их между собой и с результатом моделирования замкнутой системы из **Задания 1**. Сделать выводы.

**Ожидаемые результаты:**

- Диапазон значений  $T$ , выбранные значения параметра  $T$ .
- Листинги аналитических расчетов.
- Графики выходов  $y_3(t)$  (включая полученный в **Задании 1**), их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.
- Выводы.

### Задание 3. Задача слежения для системы с астатизмом нулевого порядка (П-регулятор)

Рассмотреть замкнутую систему, заданную структурной схемой на рисунке 1, где

$$H(s) = k$$

— пропорциональный регулятор. Варианты передаточной функции объекта управления  $W(s)$  и характеристики задающего воздействия  $g(t)$  приведены в **Таблице 1**. Задаться не менее чем тремя значениями параметра  $k$ , которые бы обеспечивали асимптотически устойчивую замкнутую систему.

Исследовать стационарный режим работы при  $g(t) = A$ : выполнить моделирование для выбранных значений  $k$ , а также аналитически определить предельное значение ошибки  $e_{уст}$  для каждого значения  $k$ . Сопоставить результаты между собой и сделать выводы о влиянии величины  $k$ .

Исследовать режим движения с постоянной скоростью при  $g(t) = Vt$ : выполнить моделирование для выбранных значений  $k$ . Сопоставить результаты между собой и сделать выводы о влиянии величины  $k$ .

#### *Ожидаемые результаты:*

- Выбранные значения параметра  $k$ .
- Исследование стационарного режима работы:

Графики выхода  $y(t)$  и входа  $g(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

Графики ошибки  $e(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

Аналитически посчитанные значения  $e_{уст}$ .

- Исследование режима движения с постоянной скоростью:

Графики выхода  $y(t)$  и входа  $g(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

Графики ошибки  $e(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

- Листинги аналитических расчетов.
- Выводы.

#### Задание 4. Задача слежения для системы с астатизмом первого порядка (И-регулятор)

Рассмотреть замкнутую систему, заданную структурной схемой на рисунке 1, где

$$H(s) = \frac{k}{s}$$

— интегральный регулятор. Варианты передаточной функции объекта управления  $W(s)$  и характеристики задающего воздействия  $g(t)$  приведены в **Таблице 1**. Задаться не менее чем тремя значениями параметра  $k$ , которые бы обеспечивали асимптотически устойчивую замкнутую систему.

Исследовать стационарный режим работы при  $g(t) = A$ : выполнить моделирование для выбранных значений  $k$ , а также аналитически определить предельное значение ошибки  $e$  для каждого значения  $k$ . Сопоставить результаты между собой и сделать выводы.

Исследовать режим движения с постоянной скоростью при  $g(t) = Vt$ : выполнить моделирование для выбранных значений  $k$ , а также аналитически определить предельное значение ошибки  $e$  для каждого значения  $k$ . Сопоставить результаты между собой и сделать выводы.

Исследовать режим движения с постоянным ускорением при  $g(t) = \frac{at^2}{2}$ : выполнить моделирование для выбранных значений  $k$ . Сопоставить результаты между собой и сделать выводы.

##### *Ожидаемые результаты:*

- Выбранные значения параметра  $k$ .
- Исследование стационарного режима работы:

Графики выхода  $y(t)$  и входа  $g(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

Графики ошибки  $e(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

Аналитически посчитанные значения  $e_{уст}$ .

- Исследование режима движения с постоянной скоростью:

Графики выхода  $y(t)$  и входа  $g(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

Графики ошибки  $e(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

Аналитически посчитанные значения  $e_{уст}$ .

- Исследование режима движения с постоянным ускорением:

Графики выхода  $y(t)$  и входа  $g(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

Графики ошибки  $e(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

- Листинги аналитических расчетов.
- Выводы.

### Задание 5. Задача слежения для системы с астатизмом первого порядка (ПИ-регулятор)

Рассмотреть замкнутую систему, заданную структурной схемой на рисунке 1, где

$$H(s) = \frac{k_{\text{И}}}{s} + k_{\text{П}}$$

— пропорционально-интегральный регулятор. Варианты передаточной функции объекта управления  $W(s)$  и характеристики задающего воздействия  $g(t)$  приведены в **Таблице 1**. Задаться не менее чем двумя значениями каждого из параметров  $k_{\text{И}}$  и  $k_{\text{П}}$  и составить все возможные комбинации пар выбранных значений параметров (т.е. не менее четырех комбинаций). Все пары параметров должны обеспечивать асимптотически устойчивую замкнутую систему.

Исследовать режим движения с постоянной скоростью при  $g(t) = Vt$ : выполнить моделирование для выбранных значений  $k$ , а также аналитически определить предельное значение ошибки  $e_{\text{уст}}$  для каждого значения  $k$ . Сопоставить результаты между собой и сделать выводы.

Исследовать режим слежения за гармоническим сигналом при  $g(t) = a \sin(\omega t)$ : выполнить моделирование для выбранных значений  $k$ . Сопоставить результаты между собой и сделать выводы.

#### *Ожидаемые результаты:*

- Выбранные пары параметров  $k_{\text{И}}$  и  $k_{\text{П}}$ .
- Исследование режима движения с постоянной скоростью:

Графики выхода  $y(t)$  и входа  $g(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

Графики ошибки  $e(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

Аналитически посчитанные значения  $e_{\text{уст}}$ .

- Исследование режима слежения за гармоническим сигналом:

Графики выхода  $y(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

Графики ошибки  $e(t)$ , их сопоставление. Для наглядного сравнения полученные графики стоит размещать на одном рисунке на одной координатной плоскости.

- Листинги аналитических расчетов.
- Выводы.

**Задание 6. Задача слежения за гармоническим сигналом (регулятор общего вида)**

Рассмотреть замкнутую систему, заданную структурной схемой на рисунке 1, где

$$H(s) = \frac{\sum_{k=0}^m (b_k s^k)}{\sum_{k=0}^m (a_k s^k)} \quad (4)$$

— регулятор общего вида. Варианты передаточной функции объекта управления  $W(s)$  и характеристики задающего воздействия  $g(t)$  приведены в **Таблице 1**.

Для задающего гармонического задающего сигнала  $g(t) = A \sin(\omega t)$  синтезировать *физически реализуемый* регулятор вида (4), способный обеспечить предельное значение ошибки  $e_{уст} = 0$ :

- Определить необходимый порядок  $m$ ;
- Задаться типовым характеристическим полиномом соответствующего порядка:
  - Типовым **полиномом Ньютона** для нечетных вариантов;
  - Типовым **полиномом Баттерворта** для четных вариантов;
- Задаться конкретным значением коэффициента подобия  $\omega_0$ ;
- Вычислить конкретные параметры  $b_k$  и  $a_k$ ;
- Подтвердить работоспособность аналитическим расчетом  $e_{уст}$ ;
- Выполнить моделирование, демонстрирующее работоспособность синтезированного регулятора;
- Сравнить фактическое время переходного процесса для ошибки  $e(t)$  с теоретическим, полученным на основании **Теоремы подобия**.

**Ожидаемые результаты:**

- Регулятор общего вида  $H(s)$  в конкретных значениях параметров  $b_k$  и  $a_k$ .
- Графики сигналов  $y(t)$ ,  $e(t)$ .
- Аналитически посчитанное значение  $e_{уст}$ .
- Листинги аналитических расчетов.
- Выводы.

**Контрольные вопросы для подготовки к защите:**

1. Какие задачи теории автоматического управления вы знаете?
2. Что такое астатизм? Как определить порядок астатизма системы?
3. Какая формула у ПИД-регулятора?
4. Какое влияние на замкнутую систему оказывают дифференциальные компоненты регуляторов?
5. Какое влияние на замкнутую систему оказывают интегральные компоненты регуляторов?
6. При каких значениях параметра  $T$  реальное дифференцирующее звено (3) приближается к идеальному?
7. В каких случаях возможен аналитический расчет установившейся ошибки? Каким образом его можно произвести?
8. Как звучит формулировка Теоремы подобия?
9. Можно ли обеспечить слежение с нулевой установившейся ошибкой за гармоническим сигналом при помощи ПИД-регулятора? Почему?



Таблица 1: Исходные данные для Заданий 3 и 4

Вар.	$W(s)$	Параметры сигнала $g$				Вар.	$W(s)$	Параметры сигнала $g$			
		$A$	$Vt$	$\frac{at^2}{2}$	$A \sin(\omega t)$			$A$	$Vt$	$\frac{at^2}{2}$	$A \sin(\omega t)$
1	$\frac{2}{s^2+3s+1}$	1	$0.5t$	$0.25t^2$	$\sin(0.25t)$	16	$\frac{3}{2s^2+2s+1.5}$	4	$3t$	$0.3t^2$	$24 \sin(0.3t)$
2	$\frac{3}{s^2+2.5s+1}$	2	$2t$	$0.5t^2$	$2 \sin(0.5t)$	17	$\frac{3}{s^2+7.5s+2}$	4	$t$	$0.25t^2$	$4 \sin(0.25t)$
3	$\frac{1.5}{s^2+0.5s+1}$	2	$4t$	$0.2t^2$	$2 \sin(0.2t)$	18	$\frac{3}{1.5s^2+2s+4}$	3	$2t$	$0.45t^2$	$3 \sin(0.45t)$
4	$\frac{1.5}{s^2+2s+1}$	1	$t$	$0.4t^2$	$\sin(0.4t)$	19	$\frac{4}{1.5s^2+2.5s+7}$	4	$3t$	$0.35t^2$	$4 \sin(0.35t)$
5	$\frac{1}{s^2+s+2}$	2	$2t$	$0.3t^2$	$2 \sin(0.3t)$	20	$\frac{2}{s^2+3.5s+1}$	3	$2t$	$0.5t^2$	$3 \sin(0.5t)$
6	$\frac{5}{s^2+5s+6}$	1	$t$	$0.45t^2$	$\sin(0.45t)$	21	$\frac{1}{2.5s^2+s+1}$	3	$0.5t$	$0.2t^2$	$3 \sin(0.2t)$
7	$\frac{1}{2s^2+3s+1}$	1	$1.5t$	$0.25t^2$	$\sin(0.25t)$	22	$\frac{2}{s^2+5s+4}$	3	$3t$	$0.1t^2$	$3 \sin(0.1t)$
8	$\frac{2}{0.5s^2+2s+1}$	1	$2t$	$0.2t^2$	$\sin(0.2t)$	23	$\frac{3}{s^2+3s+2}$	4	$3t$	$0.35t^2$	$4 \sin(0.35t)$
9	$\frac{2}{0.5s^2+s+2}$	2	$2t$	$0.5t^2$	$2 \sin(0.5t)$	24	$\frac{4}{3s^2+3s+2}$	4	$2t$	$0.25t^2$	$4 \sin(0.25t)$
10	$\frac{8}{0.5s^2+s+8}$	2	$t$	$0.3t^2$	$2 \sin(0.3t)$	25	$\frac{1}{1.5s^2+2s+1}$	4	$3t$	$0.15t^2$	$4 \sin(0.15t)$
11	$\frac{1}{0.5s^2+s+1}$	2	$2t$	$0.45t^2$	$2 \sin(0.45t)$	26	$\frac{1}{4s^2+6s+1}$	1	$3t$	$0.5t^2$	$\sin(0.5t)$
12	$\frac{1}{0.1s^2+0.7s+1}$	4	$2t$	$0.4t^2$	$4 \sin(0.4t)$	27	$\frac{1}{4s^2+0.6s+1}$	3	$2.5t$	$0.4t^2$	$3 \sin(0.4t)$
13	$\frac{2}{0.3s^2+0.2s+1}$	3	$2.5t$	$0.2t^2$	$3 \sin(0.2t)$	28	$\frac{1}{0.1s^2+0.8s+1}$	1	$3.5t$	$0.3t^2$	$\sin(0.3t)$
14	$\frac{3}{0.5s^2+0.9s+1}$	3	$3.5t$	$0.35t^2$	$3 \sin(0.35t)$	29	$\frac{2}{s^2+2s+2}$	2	$3t$	$0.55t^2$	$2 \sin(0.55t)$
15	$\frac{3}{s^2+4s+1}$	3	$1.5t$	$0.1t^2$	$3 \sin(0.1t)$	30	$\frac{4}{s^2+s+3}$	1	$3t$	$0.5t^2$	$\sin(0.5t)$