

Задание 1. Жёсткие фильтры.

Задайтесь числами a , t_1 , t_2 такими, что $t_1 < t_2$, и рассмотрите функцию

$$g(t) = \begin{cases} a, & t \in [t_1, t_2], \\ 0, & t \notin [t_1, t_2]; \end{cases}$$

и её зашумлённую версию

$$u(t) = g(t) + b\xi(t) + c \sin(\omega t),$$

где $\xi(t) \sim \mathcal{U}[-1, 1]$ – равномерное распределение, представляющее белый шум, а значения b , c , ω – параметры возмущения.

В этом задании вам нужно выполнить жёсткую фильтрацию указанного сигнала. Для выполнения фильтрации поступайте так: находите Фурье-образ сигнала $u(t)$, обнуляйте его значения на некоторых (выбранных вами) диапазонах частот, затем восстанавливайте сигнал с помощью обратного преобразования.

Советы по использованию Матлаба:

- Получить массив точек частоты для быстрого преобразования Фурье можно так:

```
T = ... % Большой интервал времени
dt = ... % Маленький шаг дискретизации
t = -T/2 : dt : T/2; % Набор временных шагов
V = 1/dt; % Ширина диапазона частот
dv = 1/T; % Шаг частоты
v = -V/2 : dv : V/2; % Набор частот для FFT
```

- Чтобы получить дискретные значения функции $g(t)$ и $u(t)$:

```
g = zeros(size(t));
g(t >= t_1 & t <= t_2) = a; % Значения функции g(t)
xi = 2*rand(size(t)) - 1; % Дискретные значения шума
u = g + b*xi + c*sin(w*t); % Зашумленная версия g(t)
```

- Для быстрого выполнения прямого и обратного преобразования Фурье можно использовать следующие комбинации команд:

```
U = fftshift(fft(u)); % Прямое преобразование
u = ifft(ifftshift(U)); % Обратное преобразование
```

1.1. Убираем высокие частоты.

Примите $c = 0$. Найдите Фурье-образ сигнала $u(t)$. Оставьте его неизменным для некоторого диапазона частот $[-\nu_0, \nu_0]$, но обнулите его значения на всех остальных частотах (т.е. примените *фильтр нижних частот*), после чего выполните обратное преобразование Фурье. Исследуйте влияние частоты среза ν_0 и значения параметра b на эффективность фильтрации.

Ожидаемые результаты:

- Проведены исследования и выбраны наиболее показательные значения ν_0 при фиксированном b и значения b при фиксированном ν_0 .
- Для каждой комбинации параметров построены сравнительные графики исходного ($g(t)$), зашумленного ($u(t)$) и фильтрованного сигналов на одном рисунке.
- Построены сравнительные графики модуля Фурье-образа исходного ($\hat{g}(\nu)$), зашумленного ($\hat{u}(\nu)$) и фильтрованного сигналов на одном рисунке. Для большей наглядности имеет смысл выводить на график только наиболее значимую часть спектра частот.

1.2. Убираем специфические частоты.

Примите все параметры b, c, ω ненулевыми. Найдите Фурье-образ сигнала и обнулите его значения совмещенным фильтром, подавляющим независимо случайные помехи и гармонику, после чего выполните обратное преобразование Фурье. Исследуйте влияние частот среза, а также значений параметров b, c, ω на вид помехи и эффективность фильтрации (отдельно рассмотрите случай $b = 0$).

Ожидаемые результаты:

- Проведены исследования и выбраны наиболее показательные значения частот среза, b, c, ω при независимой вариации каждого параметра.
- Построены графики аналогичные предыдущему пункту.

1.3. Убираем низкие частоты?

Рассмотрите фильтр, который обнуляет Фурье-образ на всех частотах в некоторой окрестности точки $\nu = 0$. Пропустите сигнал через такой фильтр и оцените результат. Сделайте выводы.

Ожидаемые результаты:

- Проведены исследования и выбраны особо показательные значения частот среза.
- Построены графики аналогичные предыдущим пунктам.
- Написаны выводы по каждому из пунктов первого задания.

Задание 2. Фильтрация звука. Скачайте файл `MUNA.wav` с [этого гугл-диска](#), прослушайте его. В нём присутствуют запись голоса и шумы. Ваша задача: выполнить фильтрацию сигнала таким образом, чтобы остался только голос.

Советы по использованию Матлаба:

- Для чтения аудиофайла можно использовать конструкцию

```
[y,f] = audioread('MUNA.wav');
```

- Прослушать файл можно с помощью команды

```
sound(y,f);
```

- Получить массив точек времени можно так:

```
dt = 1/f;           % Шаг времени  
T = length(y)*dt    % Длительность аудиофайла  
t = 0 : dt : T-dt;   % Время (всего length(y) точек)
```

- Как получить массив точек частоты, разберитесь самостоятельно.

Ожидаемые результаты:

- Построены сравнительные графики исходного и фильтрованного звукового сигнала на одном рисунке.
- Построены графики модулей Фурье-образов исходного и фильтрованного звукового сигнала.
- Описан подход и причины выбранного вами фильтра.

Контрольные вопросы для подготовки к защите:

1. В чем заключается цель фильтрации?
2. Чем отличается жёсткая фильтрация от динамической?
3. Что такое свёртка двух функций? Как она записывается? Что такое теорема о свёртке?
4. Виды жёстких фильтров и их Фурье-образы.
5. Почему динамический жёсткий фильтр нереализуем?
6. Возможна ли полная компенсация помех при фильтрации и восстановление исходного сигнала? Что может помешать?
7. Что такое белый шум? Какое его основное свойство при взятии образа? Как его подавлять при фильтрации?
8. Что такое гармонические помехи? Как они отражаются при взятии образа? Как их подавлять при фильтрации?