

Shaders de Juguete (Shadertoy)

Usando trucos matemáticos para dibujar en tu navegador web

Dr. Jorge Antonio García Galicia

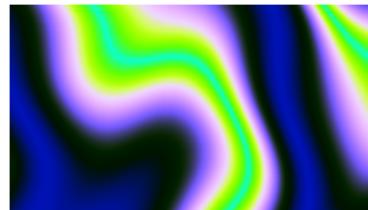
nemediano.github.io

1er. Congreso Internacional de Inteligencia Artificial, Abril 2025

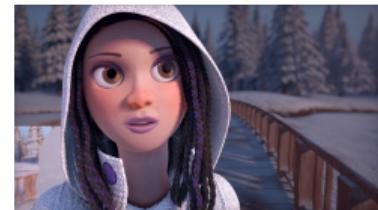


¿Qué esperar del taller?

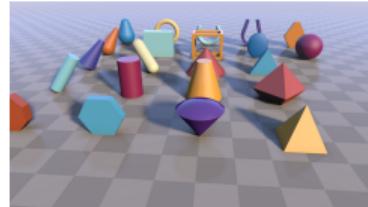
- Aprender el paradigma de [Rendering Worlds With Two Triangles](#).
- Parte del [creative coding](#): intersección entre el arte y la ciencia.
- Un poco de [GLSL](#), y las matemáticas básicas para hacer un [fragment shader](#) en el paradigma.



Swirly Whirly



Selfie Girl



Raymarch Primitives



Centric Mosaic Tiles

Propiedad de los respectivos autores.

¿Qué *no* es éste taller?

No es un curso *completo* de “Graficación por Computadora”. Mas aun, no vamos a enseñar a hacer gráficas por computadora de manera correcta.

- Usar este paradigma **es un juego**. No se usa en producción.
- Los shaders que vamos a escribir son ineficientes.
- El código puede ser ofuscado.

Por razones de tiempo, tampoco enseñaremos todo lo que hay en el truco.

- Este es un taller **básico** de shaders de juguete (Shadertoy).
- Revisaremos un conjunto de técnicas simples.
- Recuerda: hacer shaders complejos, requiere de experiencia, creatividad y tiempo.

¿Qué puedo aprovechar de éste taller?

- Aprender una manera de expresión artística usando programación.
- Un excelente ejercicio para fomentar la creatividad.
- Una forma de practicar, aplicar y mejorar tus conocimientos de matemáticas y de computación.
- Un medio de compartir con una comunidad (Shadertoy tiene elementos de red social).
- Se convierte en un hobby productivo.

Graficación por Computadora

- Una probadita para saber si estas interesado en tomar un curso formal después.
- Si ya tomaste el curso, es un *hack* muy elegante que seguramente no se te había ocurrido.
- Muchos profesionales del área lo practican como hobby.

Acerca de mí

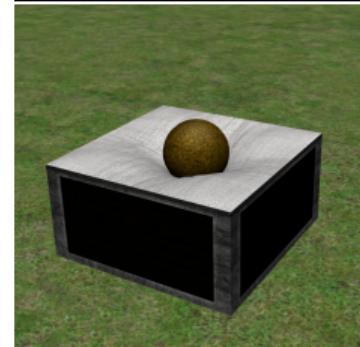
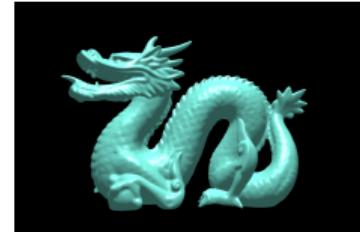
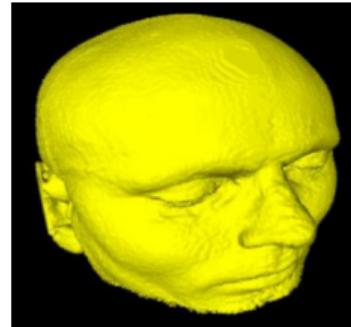


Dr. Jorge Antonio García Galicia.

- Licenciatura y maestría en la UNAM.
- Doctorado en Purdue University.
- Hice una pasantía en Adobe y trabajé en Nvidia.
- He dado clases en Acatlán y fui ayudante en Ciencias y en Purdue.
- Actualmente soy SWE en Google.
- Tengo mas de 15 años de experiencia en Tecnología.

Mi experiencia con gráficos

- Tres tesis que tienen que ver con [Graficación por Computadora](#).
- Publicado en [Leonardo](#), [SIGGRAPH](#) y en [Eurographics](#).
- Trabajé en el driver de [OpenGL](#) y en [Stadia](#).
- Actualmente trabajo en [AndroidXR](#).
- Provengo de una familia de artistas.



El GPU

Graphics processing unit (GPU)

Un procesador programable con alta capacidad de computo en paralelo, que generalmente opera con imágenes digitales.

- Originalmente estaba dedicado a hacer gráficos.
- Actualmente, hace computo general, de hecho es el **AI accelerator** mas usado.
- No confundir con una tarjeta de video: Todas la tarjetas de video (actuales) tiene un GPU. Pero no todos los GPU están en tarjetas de video.
- Cuando un GPU esta físicamente separado del chip que tiene el CPU se le llama un GPU discreto.

¿Qué es un shader?

Shader

Un programa que es ejecutado de manera paralela en el GPU como parte de un pipeline.

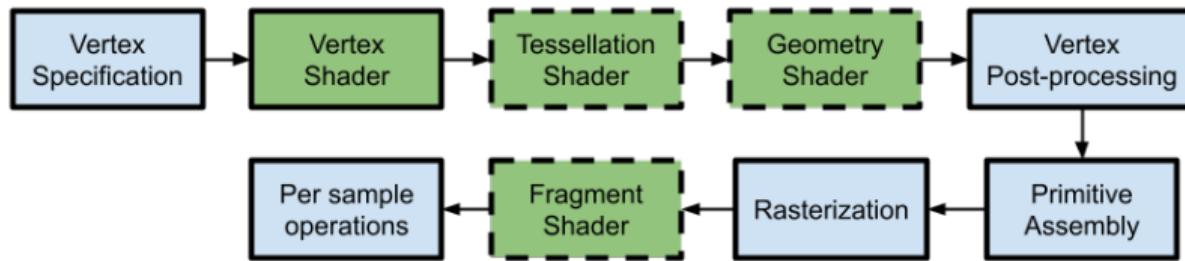
Acerca del nombre:

- El término fue acuñado por Pixar en 1988 para Renderman.
- Originalmente (2001), los shaders solo hacían cálculos de iluminación: intensidad de la luz, color, sombras y brillos.
- De ahí su nombre, que significa *sombreado*.

La pieza básica

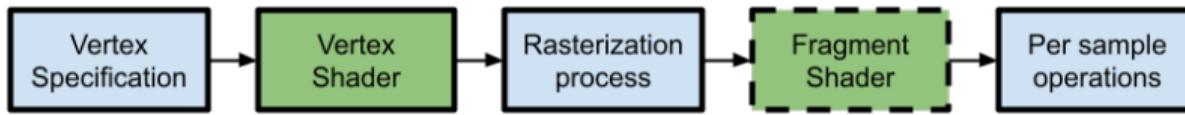
Pipeline gráfico.

Es una abstracción de SW, que describe el proceso que debe seguir un programa para transformar una escena tridimensional en una imagen.



Simplificando...

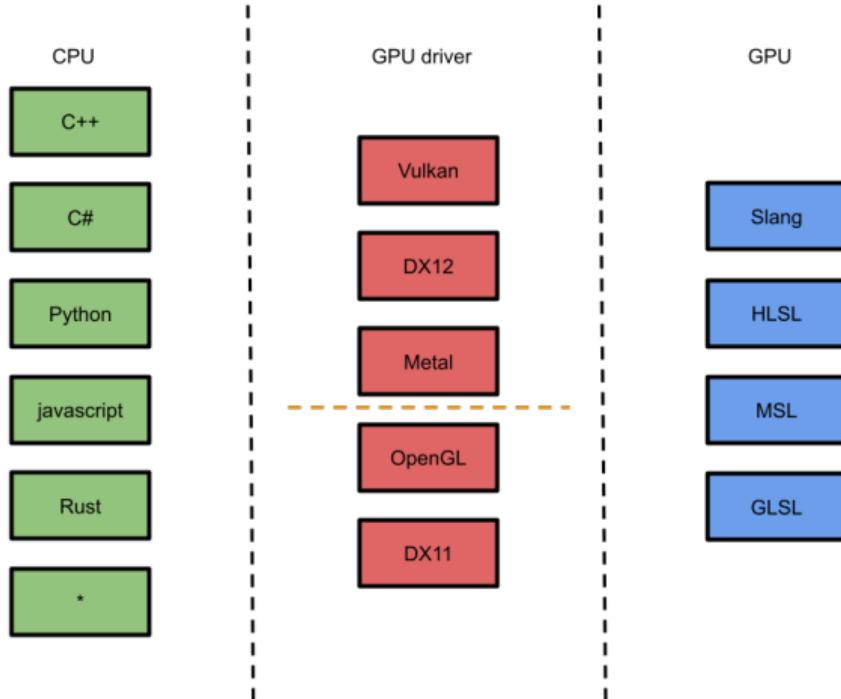
- En la práctica, los tessellation shaders y los geometry shaders solo se usan para cosas muy específicas.
- Mas aún, casi nunca se configuran los estados entre el vertex shader y la rasterización.
- Para propósitos de esta explicación, podemos pensarlo de manera mas simple:



¿Cómo se programa una aplicación gráfica? I

- En general tienes que usar al menos tres cosas:
 - ① Un lenguaje de programación del lado del CPU para crear una aplicación.
 - ② Un API gráfico, para construir, configurar y conectar el pipeline.
 - ③ Un lenguaje para escribir shaders.
- En este taller solo escribiremos código de shaders usando [GLSL](#).
- Pero sin darnos cuenta el navegador de hecho usa: [javascript](#) y [WebGL](#), que es un subconjunto de [OpenGL](#).

¿Cómo se programa una aplicación gráfica? II

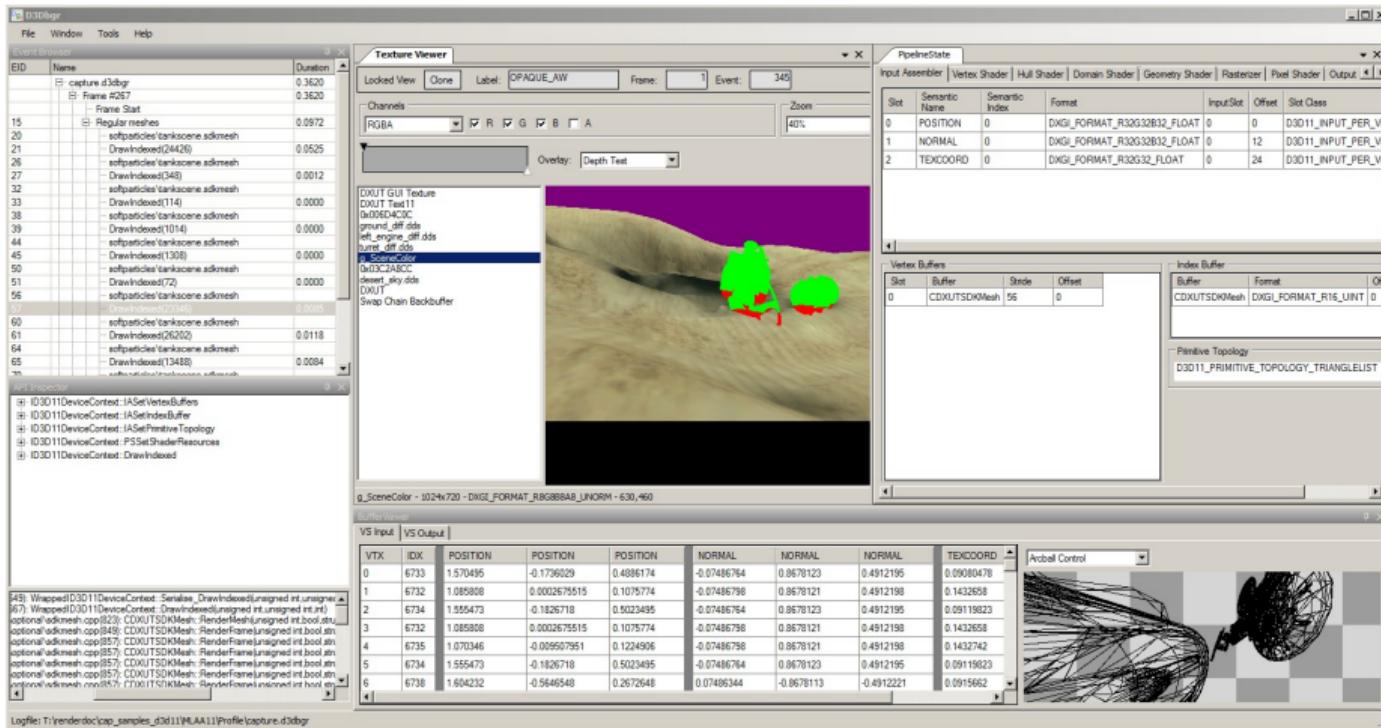


Anatomía de una aplicación I

Actualmente, una aplicación típica:

- Esta escrita en un engine gráfico (Como [Unity](#) o [Unreal](#)).
- Para producir un frame, se usan cientos de pipelines.
 - Varios pipelines, producen resultados en texturas que luego otros pipelines consumen.
 - Cada material de los objetos de la escena tiene su propio pipeline.
 - Hay pipelines especializados en ciertas tareas (Sombras, reflexiones, iluminación, etc.).
 - Algunos son directos, otros diferidos, otros por mosaicos.
 - Sin contar que muchos efectos se llevan a cabo en compute shaders.

Anatomía de una aplicación II



¿Qué nos depara el futuro?

Hay una tendencia importante hacia:

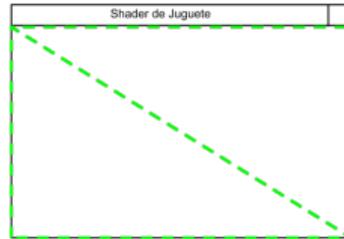
- Unificar en el modelo de iluminación PBR.
- Las técnicas basadas en rayos:
Pathtracers.
 - Generar parte de los fragmentos de un frame (o incluso frames completos), usando técnicas de AI en vez de calcularlos.
- Definir un nuevo pipeline: Task (Amplification) shaders, Mesh shaders.
- Descargar la mayor parte de las tareas en el **Compute shader**.



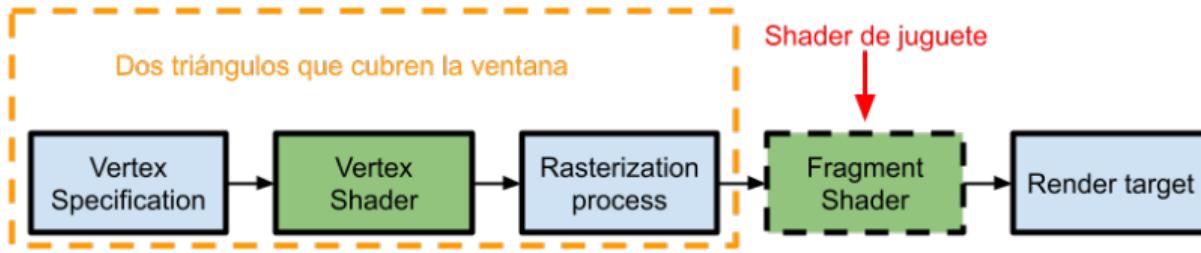
Una idea ingeniosa

Todo empezó con una plática: “Rendering Worlds With Two Triangles” presentada en la conferencia NVScene el 22 Aug 2008 por Iñigo Quilez.

- ① Si dibujamos un cuadrado (formado por 2 triángulos), que cubre toda la ventana. Esto provocará la ejecución del fragment (pixel) shader en todos los píxeles de la pantalla.
- ② Luego, usamos el fragment shader en donde cada fragment (pixel) sabe su respectiva posición en el render target, unas constantes (uniforms) y un montón de matemáticas, para dibujar la escena.

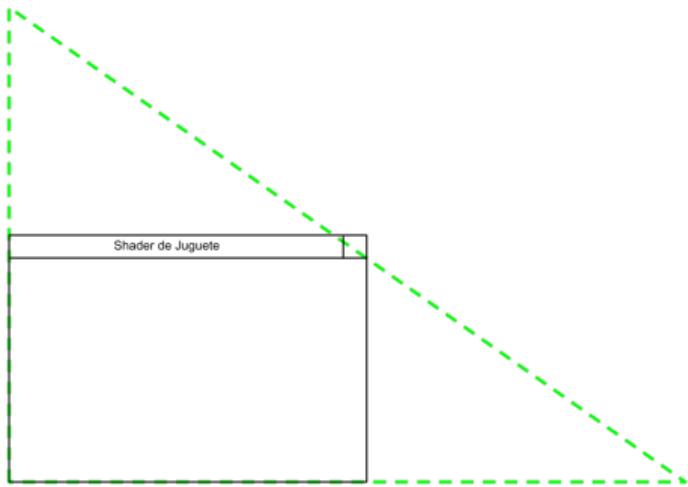


Regresar al principio



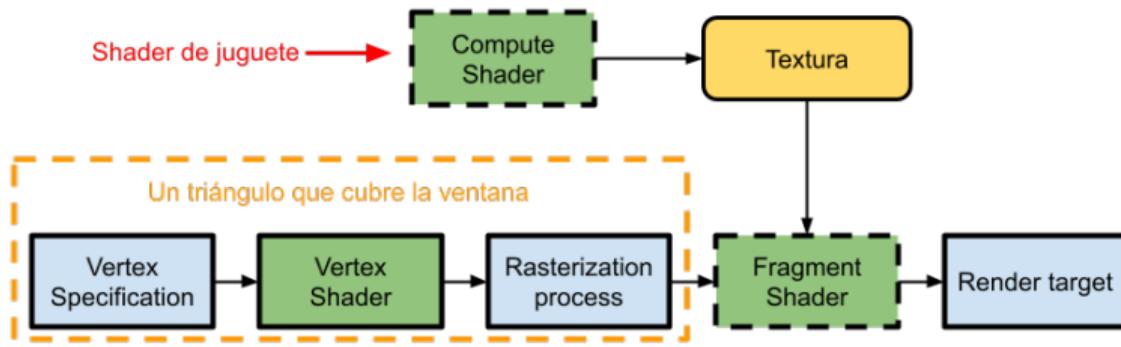
- Es similar a como se hacían los gráficos antes de que tuviéramos tarjetas de video.
- Solo que ahora aprovechamos el **inmenso poder paralelo** del GPU.
- Y usamos un lenguaje de alto nivel (como GLSL).

Nota curiosa



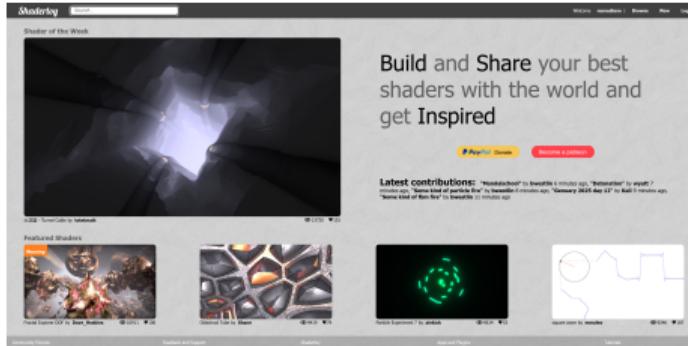
De hecho podemos hacerlo con un solo triángulo (y dejamos que el driver haga clipping).

Actualmente, es mejor hacer:



Shadertoy

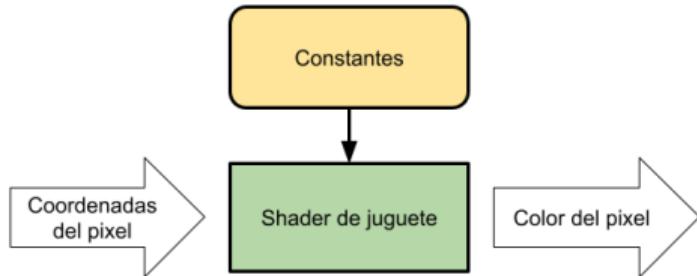
- Shadertoy es un sitio web: <https://www.shadertoy.com/> que nos da la infraestructura para usar el truco.
- Y ciertas herramientas sociales.
- Fue creado por [Iñigo Quilez](#) y [Pol Jeremias](#) en el 2013.



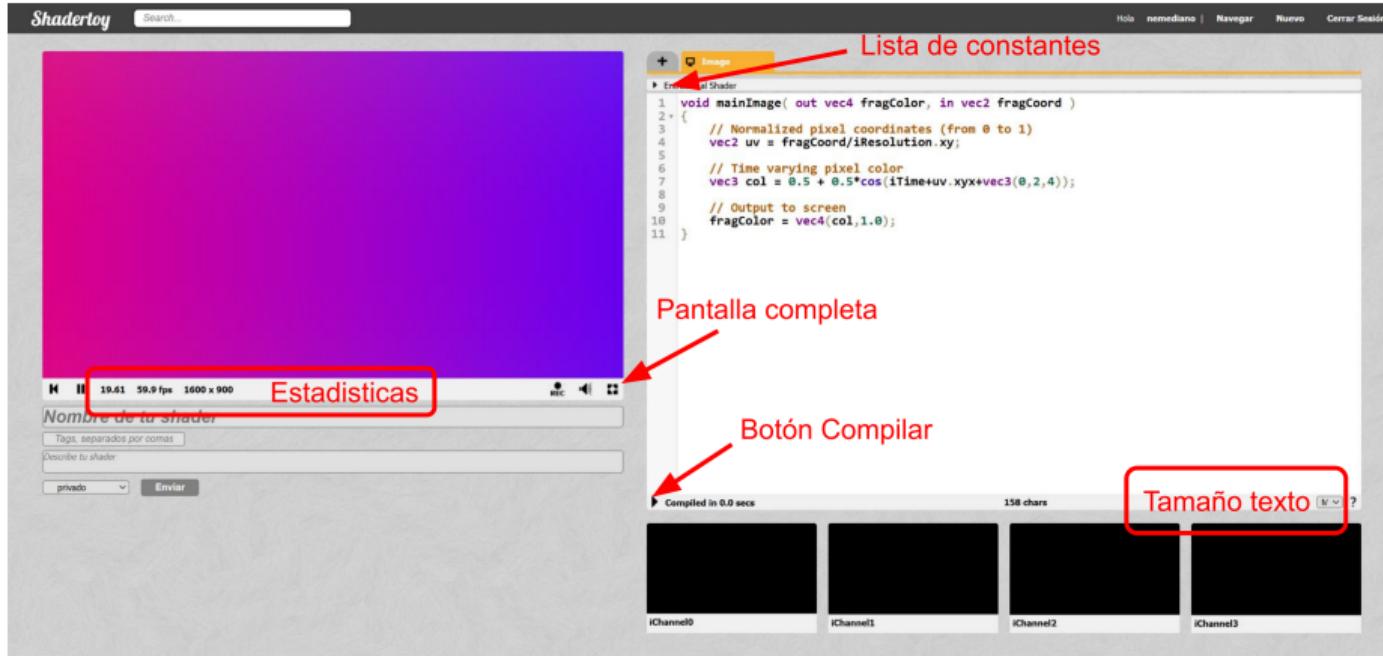
¿Cómo se usa?

Escribir un programa en [GLSL](#) que se ejecuta en paralelo por cada pixel de la salida.

- **Entradas:** recibes la coordenada del pixel.
- **Salida:** debes regresar el color del pixel.
- Recibe algunas constantes extra: el tiempo, el tamaño total del render target, etc.



Así se ve



Portabilidad

Shadertoy:

- Crea el pipeline por nosotros.
- Inyecta código en el fragment shader.

Pero ten por seguro que:

Cualquier shader que funciona en Shadertoy, puede ser **portado** y funcionar en cualquier otro entorno que pueda desplegar gráficos.

Adicionalmente:

- Hay muchos entornos de programación, que emulan Shadertoy.
- Siempre puedes escribir tu propio programa que ejecute shaders de Shadertoy.

No es tan difícil, cualquier alumno que haya tomado una clase de CG puede hacerlo fácilmente.

Tipos primitivos

Esta **no es** una lista exhaustiva, ante la duda consulta la [referencia](#).

- Tipos de escalares: `float`, `int`, `bool`.
- Vectores de $n \in \{2, 3, 4\}$ dimensiones: `vec3`, `ivec2`, `bvec4`.
 - Nótese que cuando el tipo subyacente es `float` no se requiere el prefijo.
- Los operadores aritméticos entre vectores se aplican por componente.
 - Requieren que los operandos sean del mismo tamaño
- Matrices de $n \times m$ dimensiones donde $n, m \in \{2, 3, 4\}$ dimensiones: `mat2x3`, `mat3x4`.
 - Todas las matrices son de tipo `float`
 - Las matrices cuadradas se pueden abbreviar: `mat2`
 - Las operaciones entre matrices, son las esperadas del álgebra lineal
- Las multiplicaciones: “matriz por matriz”, “matriz por vector”, “escalar por vector” y “escalar por matriz” son las definida en álgebra lineal.

Swizzling

- Los tipos vectoriales tienen accesores y mutadores a sus componentes individuales.
- Los accesores tienen tres sintaxis equivalentes: (x, y, z, w) , (r, g, b, a) , (s, t, p, q) .

Esto define el llamado Swizzling:

```
vec2 someVec;
vec4 otherVec = someVec.xyxx;
vec3 thirdVec = otherVec.zyy;
vec4 fourthVec;
// Tambien funciona en l-values:
fourthVec.wzyx = vec4(1.0, 2.0, 3.0, 4.0); // Reverses the order.
fourthVec.zx = vec2(3.0, 5.0); // Sets the 3rd component to 3 and the 1st component to 5
```

Constructores de vectores

Se pueden construir a partir de:

- Vectores de mayor dimensión (los componentes extra son ignorados).
- Una combinación de escalares y de vectores de menor dimensión.
- De manera abreviada, especificando un solo escalar que se repite.

```
vec4(vec2(10.0, 11.0), 1.0, 3.5) == vec4(10.0, vec2(11.0, 1.0), 3.5);
vec3(vec4(1.0, 2.0, 3.0, 4.0)) == vec3(1.0, 2.0, 3.0);
vec4(vec3(1.0, 2.0, 3.0)); // error. Not enough components.
vec2(vec3(1.0, 2.0, 3.0)); // OK
vec3(1.0) // Abbreviation to say: vec3(1.0, 1.0, 1.0);
```

Constructores de matrices

- Se construyen por columnas.
- Se pueden construir a partir de matrices de menor o igual dimensión.
- O de manera abreviada especificando un solo escalar que llena la diagonal.

```
mat2(  
    float, float,    // first column  
    float, float); // second column  
  
mat4(  
    vec4,           // first column  
    vec4,           // second column  
    vec4,           // third column  
    vec4);          // fourth column  
  
mat3 diagMatrix = mat3(5.0); // Diagonal matrix with 5.0 on the diagonal.  
mat4 otherMatrix = mat4(diagMatrix); // The last element on the diagonal is 1.0
```

Built-in functions

Además de las funciones habituales esperadas, algunas funciones interesantes:

```
vec3 mix(vec3 x, vec3 y, float a)
vec3 step(float edge, vec3 x)
mat4 inverse(mat4 M)
float dot(vec3 x, vec3 y)
vec3 cross(vec3 x, vec3 y)
float mod(float x, float k)
vec3 clamp(vec3 x, vec3 min, vec3 max)
float length(vec3 x)
vec3 normalize(vec3 x)
float floor(vec3 x)
```

Interpolación lineal
Función escalón
Matriz inversa
Producto punto
Producto cruz
El residuo de dividir x entre k
Limitar entre dos valores
Norma de un vector
Vector normalizado
Entero f mas cercano a x , tal que $f \leq x$

Todas las funciones tienen las sobrecargas vectoriales, cuando corresponde.

Repositorio

Todo lo necesario para este taller esta en este repositorio:

<https://github.com/nemediano/tallerShadertoy>

- Ésta presentación, también esta en el mismo repositorio. Así puedes seguir los links.
- Para cada ejercicio, hay dos versiones de código fuente.
 - ① El código mínimo para empezar el ejercicio.
 - ② Una posible solución al ejercicio.

Últimos detalles

En Shadertoy, la ejecución inicia y termina con la función:

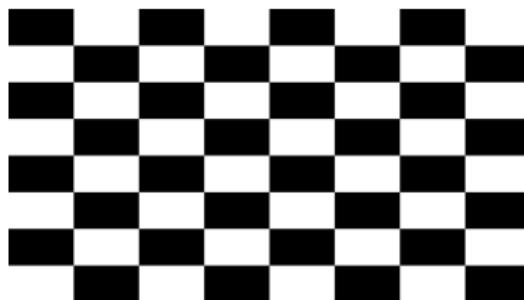
```
void mainImage(out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord).
```

- Por cada fragment recibes de parámetro: `fragCoord`, con la posición del fragment en el *render target*.
- La salida: `fragColor`, es un output parameter. Un vector de dimensión 4 que debe contener el color final del fragment.
 - La salida $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$ debe tener $x_i \in [0, 1]$.
 - El último componente x_4 (ó bien w), representa el componente alpha, que en Shadertoy debe ser 1.

Ejercicio: Bandera a cuadros

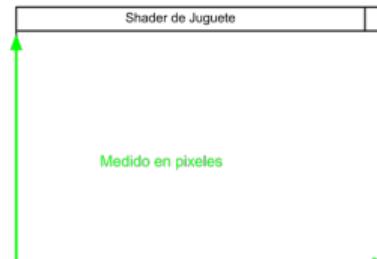
<https://github.com/nemediano/tallerShadertoy/tree/main/codigo/Ejercicio1>

- Tratar de escribir un shader que genere una bandera a cuadros (o tablero de ajedrez si lo prefieres).
- Puedes empezar con el código de default de shader toy.
- Hay varias maneras de resolver el ejercicio: funciones trigonométricas, módulos, etc.
- Trata de evitar hacer branching.



Sistema de coordenadas

- Al principio, las coordenadas del fragmento están en el espacio del imagen del render target. Miden pixeles.
- Cuando dividimos entre la resolución del render target, están en coordenadas de textura (*uv-mapping*), $u, v \in [0, 1]$.



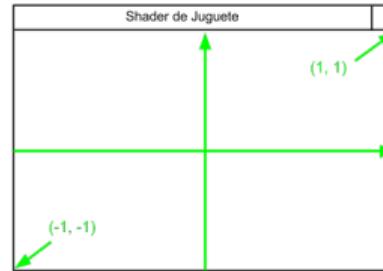
Espacio de imagen



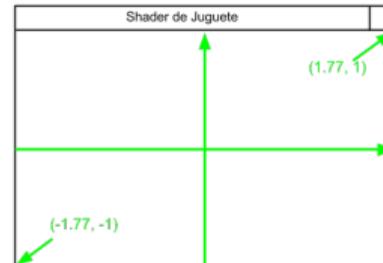
uv space

Sistema de coordenadas II

- Cuando restamos 0.5 y multiplicamos por dos. Están en coordenadas normalizadas: $x, y \in [-1, 1]$.
- Cuando corregimos con el *aspect ratio* de la pantalla, están en coordenadas de la escena. El origen esta en el centro, el eje mas restrictivo esta en $[-1, 1]$ y el otro es proporcional.



Normalize coordinates



World Coordinates

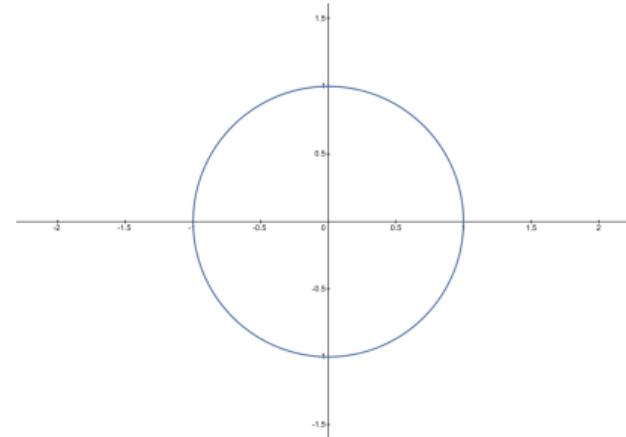
Función de transformación

```
vec3 getWorldCoordinates(vec2 fragCoord, vec3 iResolution) {  
  
    float aspectRatio = iResolution.x / iResolution.y;  
  
    vec2 scaleFactor =  
        iResolution.x > iResolution.y ? vec2(aspectRatio, 1.0) : vec2(1.0, 1.0 / aspectRatio);  
  
    vec2 world = scaleFactor * (2.0 * (fragCoord/iResolution.xy) - vec2(1.0));  
  
    return vec3(world, 1.0);  
}
```

Después veremos por que esta función, de hecho regresa un vector en \mathbb{R}^3 , cuyo tercer componente es 1.

Función de distancia con signo

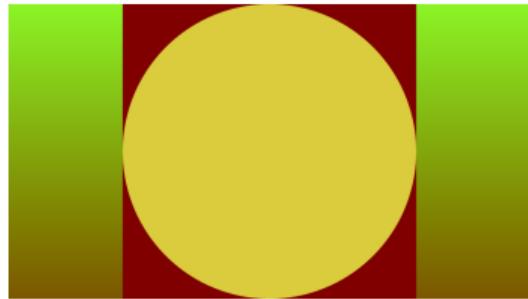
- En Inglés mejor conocida como: *signed distance field* (sdf).
- Hay una [definición formal](#). Pero intuitivamente:
 - Si tienes una curva cerrada c en \mathbb{R}^n , cuya frontera es δ .
 - Entonces la $sdf(c)$ es una función continua $sdf: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, tal que es positiva en el exterior de f , negativa en el interior de f y cero en δ .
- Para el circulo $x^2 + y^2 = 1$
- Una posible sdf es: $x^2 + y^2 - 1$



Ejercicio: Un cuadrado detrás de un circulo

<https://github.com/nemediano/tallerShadertoy/tree/main/codigo/Ejercicio2>

- Abstraer el código en funciones.
- Tener una función que cambia las coordenadas.
- Tener una función para el fondo.
- Puedes utilizar la guía de colores.



Transformaciones Afines

Hay una definición formal de **transformación afín**. Pero para nuestros propósitos, podremos decir que: una transformación afín $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una transformación lineal seguida de una traslación.

Si $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, M es una matriz de $n \times n$ y $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ un vector. Entonces $A(\mathbf{x}) = M\mathbf{x} + \mathbf{d}$ es una transformación afín.

- Todas las transformaciones lineales son transformaciones afines (con $\mathbf{d} = \mathbf{0}$).
- Todas las traslaciones son transformaciones afines (con $M = I$).

Coordenadas homogéneas

- Todas las transformaciones lineales pueden llevarse a cabo multiplicando matrices.
- Pero las traslaciones no se pueden llevar a cabo multiplicando matrices.
- Para solucionar ese problema usamos las [coordenadas homogéneas](#).

Vamos a adoptar la convención de que tanto puntos, como vectores son representados en columna.

Las coordenadas homogéneas de un punto $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, son una tupla de $n + 1$ componentes, formada por los n componentes de \mathbf{x} , seguidos por el escalar 1.

Ésta *no* es la definición general, pero hará las explicaciones más sencillas.

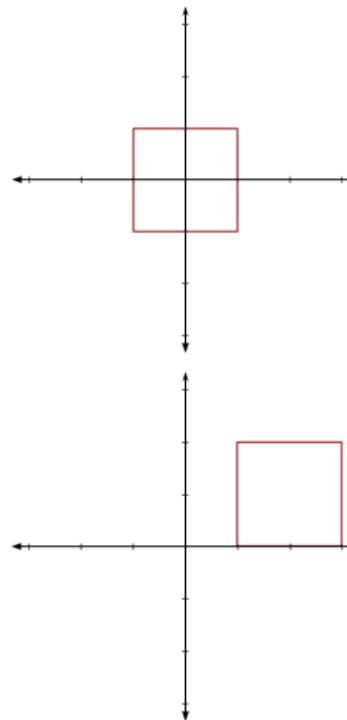
- Las coordenadas homogéneas representan al punto $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ con un punto $\mathbf{x}_h \in \mathbb{R}^{n+1}$.
- Pero permiten expresar *las transformaciones afines como una multiplicación de matrices*.

Traslación

- Traslada una curva en el espacio.
- Tiene parámetro el vector de traslación t .
- Se puede expresar con la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + t_x \\ y + t_y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Si $t = \mathbf{0}$, hay una operación nula.
- La operación inversa es trasladar por $-t$.
- La figura muestra una traslación por $t = (2, 1)^t$.

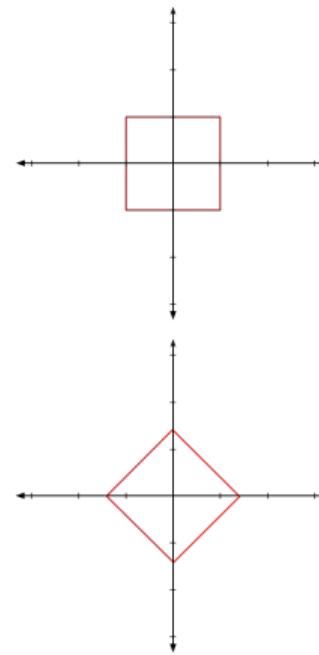


Rotación

- Rota una curva *alrededor del origen*.
- Tiene parámetro el angulo de rotación θ .
- Se puede expresar con la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\cos \theta - y\sin \theta \\ x\sin \theta + y\cos \theta \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Si $\theta = 0$, hay una operación nula.
- La operación inversa es rotar por $-\theta$.
- La figura muestra una rotación de $\theta = \frac{\pi}{4}$.

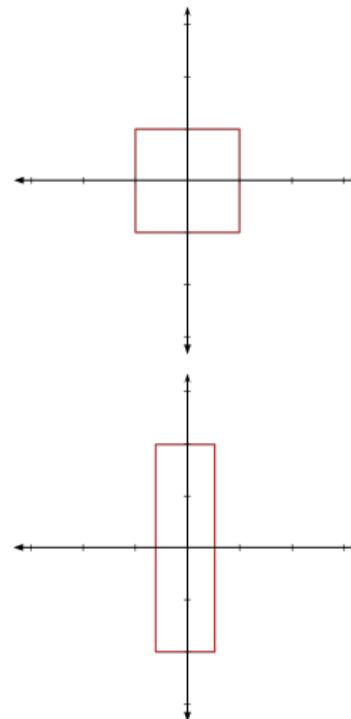


Escalamiento

- Escala una curva *con respecto al origen*.
- Tiene parámetro el factor de escala s .
- Se puede expresar con la siguiente matriz:

$$\begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x \cdot x \\ s_y \cdot y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Si $s = (1, 1)^t$, hay una operación nula.
- La operación inversa es escalar por $s = (\frac{1}{s_x}, \frac{1}{s_y})^t$.
- La figura muestra un escalamiento por $s = (\frac{1}{2}, 2)^t$.



Composición de transformaciones afines

Las transformaciones afines, se pueden aplicar una después de otra.

- Esto se llama **composición de transformaciones**.
- Y es particularmente útil que se haga con matrices.
- La multiplicación de matrices es asociativa:

$$T_3(T_2(T_1\mathbf{x})) = (T_3 T_2 T_1)\mathbf{x} = T_3 T_2 T_1 \mathbf{x}$$

- La multiplicación de matrices **no es** conmutativa:

$$T_2 T_1 \mathbf{x} \neq T_1 T_2 \mathbf{x}$$

Ejemplo

Si R fuera una rotación de $\frac{5\pi}{4}$ y S escalamiento por $(\frac{1}{2}, 2)^t$.

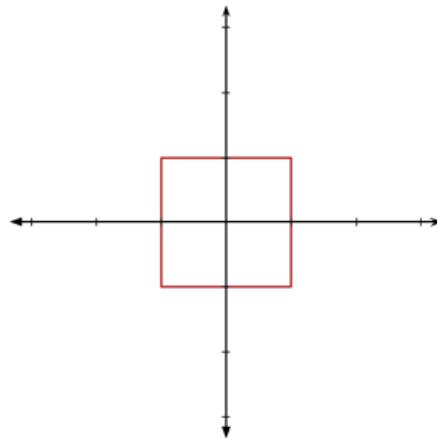
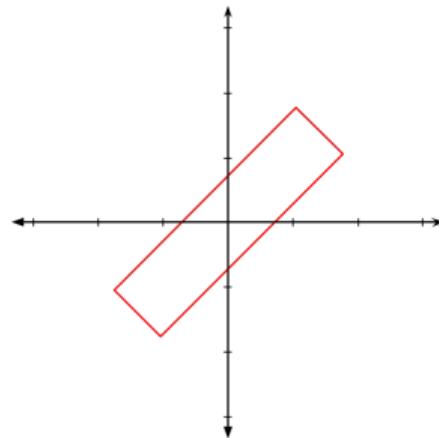
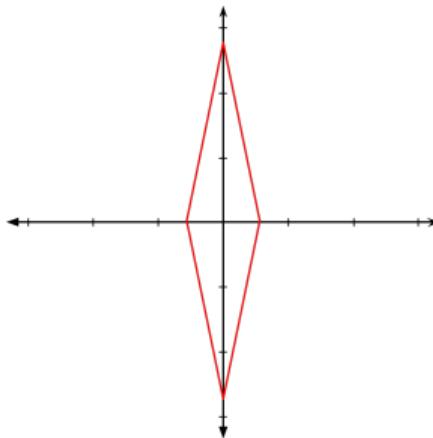


Figura original



$(R(Sx)) = RSx$



$(S(Rx)) = SRx$

Transformaciones afines en Shadertoy

- La explicación anterior es como se hacen las gráficas tradicionalmente.
- Es decir, transformamos la figura para acomodarla en el espacio.

En Shadertoy generalmente hacemos lo contrario

- En Shadertoy generalmente, transformamos las coordenadas del fragment hacia la figura.
- Esto es una consecuencia de usar las sdf y que tenemos las coordenadas del fragment fijas.
- Esto es equivalente a decir que transformamos el espacio hacia la figura.
- Por lo tanto, para situar figuras en 2D usamos la matriz inversa de la matriz de transformación.

Ejemplo en Shadertoy 2D

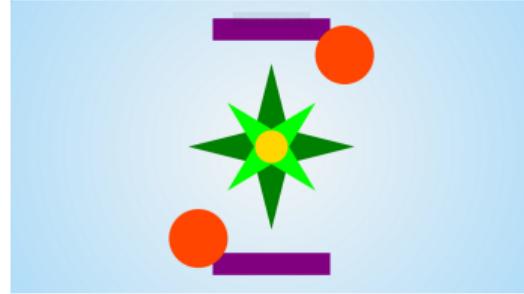
```
mat3 M = translate(vec2(0.75, 0.0)) * scale(vec2(0.25));  
  
float disCircle = sdfCircle(inverse(M) * coord);  
  
color = mix(Red, color, step(0.0, disCircle));
```

- En este ejemplo se escala y luego se traslada una figura (circulo).
- Nótese la inversión de la matriz, antes de evaluar las sdf.
- Y el uso de la función `step` dentro de la función `mix`, para cambiar el color del fragment si estaba dentro de la figura.

Ejercicio: Figuras animadas

<https://github.com/nemediano/tallerShadertoy/tree/main/codigo/Ejercicio3>

- Usar transformaciones compuestas para crear una escena.
- Puedes utilizar [esta lista](#) para ver mas figuras.
- Puedes comenzar con el código del ejercicio anterior.



Algoritmos basados en rayos

En realidad esta es una familia de algoritmos, los más importantes son:

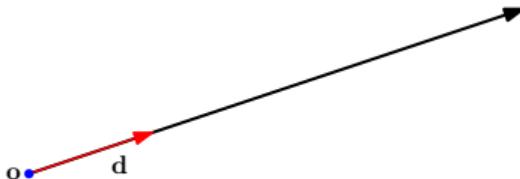
- **Ray Casting:** El primero en ser desarrollado. Consiste en lanzar un rayo por cada pixel del viewport. Para ver donde interfecta la escena.
- **Ray Tracing:** Una generalización donde cada vez que se intersecta la escena, se calcula el ángulo de reflexión y se continua siguiendo el rayo, hasta cumplir algún criterio de paro.
- **Ray Marching:** Un caso particular del anterior. Una forma de usar las sdf, para acelerar el camino de los rayos de manera recursiva. Éste es el más usado en Shadertoy.
- **Path Tracing:** En vez de lanzar un rayo, se lanzan varios rayos a varios ángulos usando el método de Monte Carlo.

El rayo

Rayo

Un rayo es el semisegmento de linea $\mathbf{r}(s) = \mathbf{o} + s\mathbf{d}$, donde $s \in \mathbb{R}^+$ es un escalar no negativo, \mathbf{o} es un punto en \mathbb{R}^3 y $|\mathbf{d}| = 1$ un vector unitario en \mathbb{R}^3 .

- \mathbf{o} es el origen del rayo.
- \mathbf{d} es la dirección del rayo.
- s es el parámetro.



Ray Marching

Es una técnica para hacer un avance adaptativo de los rayos.

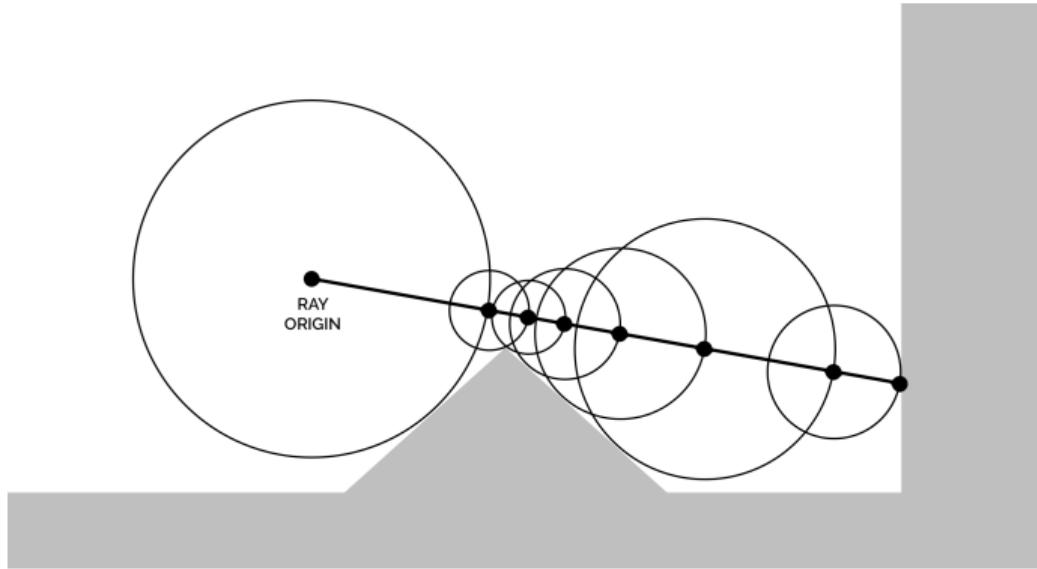
- ① En el punto actual del rayo calcula la distancia d del punto con respecto a la escena. La *distancia* de la escena, es la mínima de todas las sdfs a las figuras en la escena.
- ② Si d es menor que un cierto ϵ , termina y reporta que hay una colisión con la escena.
- ③ Si d es mayor que un cierto valor frontera termina y di que no hay colisión.
- ④ Avanza el rayo en d unidades, y repite desde 1.

Esta técnica solo se puede usar si...

- Definimos la escena por medio de sdfs.
- El rayo tiene un vector de dirección unitario.
- Las sdf están bien definidas:
 - Continuas.
 - La distancia esta en la misma dimensión que la escena.

Ray Marching: una imagen

- En la práctica se pone un número máximo de pasos como criterio extra de paro.



Hay un [ejemplo](#) para visualizar la técnica en ShaderToy mismo.

Ray Marching: en código

```
float rayMarch(Ray ray, float start, float end) {
    float depth = start;

    for (int i = 0; i < MAX_MARCHING_STEPS; i++) {
        vec3 position = ray.origin + depth * ray.direction;
        float d = sdScene(position);
        depth += d;
        if (d < PRECISION || depth > end) break;
    }

    return depth;
}
```

Visualizar en 3D

- Para no ver todo de un color plano en 3D, necesitamos hacer shading.
- Para hacer shading, necesitamos (entre otras cosas), la normal \mathbf{n} a la superficie en el punto de contacto.
- Podemos utilizar la misma sdf, para calcular el gradiente ∇ de la figura. El gradiente es una buena aproximación a la normal: $\nabla \approx \mathbf{n}$.

$$\nabla(f(\mathbf{x})) = \begin{pmatrix} f(x + \epsilon, y, z) - f(x - \epsilon, y, z) \\ f(x, y + \epsilon, z) - f(x, y - \epsilon, z) \\ f(x, y, z + \epsilon) - f(x, y, z - \epsilon) \end{pmatrix}$$

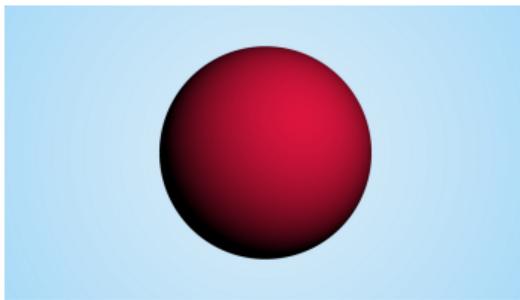
Donde $f(\mathbf{x})$ es una sdf y ϵ un numero positivo muy pequeño.

- Finalmente, si definimos una fuente de luz, con una posición al que el vector \mathbf{l} apunta.
- Una forma muy sencilla de shading puede ser: $\mathbf{c} = \max(\mathbf{k}_d(\mathbf{l} \cdot \mathbf{n}), 0)$.
- Donde \mathbf{c} es el color resultante y \mathbf{k}_d es el color predominante de la superficie.

Ejercicio: Esfera usando Ray Marching

<https://github.com/nemediano/tallerShadertoy/tree/main/codigo/Ejercicio4>

- De momento, usa solo una esfera en la escena.
- Trata de definir tu cámara, la esfera y una fuente de luz, en lugares sencillos respecto al origen.
- De momento usa la reflexión difusa, para que puedas visualizar al esfera.
- Puedes usar el código de comienzo de la escena para empezar.



¿Qué mas podemos añadir?

En lo que resta del taller vamos a añadir algunas cosas al ejemplo de Raymarching:

- ① Como manejar una escena con varios objetos.
- ② Como hacer un modelo de cámara mas robusto.
- ③ El modelo de iluminación de Blin-Phong.
- ④ Constructive solid geometry gracias a las sdf.

Generalizar la escena para varios objetos

Actualmente, la escena esta definida por una sola sdf. Para hacer el código mas general hay varios métodos. Aquí solo voy a explicar uno de ellos.

- Definir una estructura mas general que represente un punto en la escena.
- De momento contiene un escalar que representa la distancia del punto sobre el rayo.
- Para demostrar la utilidad vamos a incluir un campo extra (el color).

```
struct ScenePoint {  
    float dist;  
    vec3 color;  
};
```

Mas detalles...

- La función `sdScene` debería regresar ahora un `ScenePoint`.
- Por supuesto, esto requiere cambiar `calcNormal`
- Y por ultimo, también cambiar `RayMarch` para regresar un `ScenePoint`.

¿Qué necesitamos saber de un punto en la escena?

- Antes, lo único que necesitábamos para identificar un punto en la escena era la distancia a la que debíamos marchar el rayo.
- Solo le estamos poniendo mas información a ese punto.

¿Como se manejan varios objetos en la escena?

- La función `sdScene` debe de regresar la **distancia mínima** de la distancias a todos los objetos de la escena.
- La escena es un objeto formado por todos los objetos que contiene. Por lo tanto, la “`sdf` de la escena” esta definida como la mínima de todas las distancias.

Agregando el piso de la escena

Podemos definir fácilmente la sdf de un semiespcacio ortogonal al eje y.

```
float sdFloor(vec3 position, float floorHeight) {  
    return position.y - floorHeight;  
}
```

Y podemos definir un color en términos de una posición en el plano xy, por ejemplo para crear un patrón de “tablero de ajedrez”.

```
vec3 getCheckboardPattern(vec2 coords, vec3 colorEven, vec3 colorOdd) {  
    float alpha = mod(floor(coords.x) + floor(coords.y), 2.0);  
    return mix(colorEven, colorOdd, alpha);  
}
```

Ejemplo de sdf con varios objetos

```
ScenePoint sdScene(vec3 position) {
    ScenePoint closestShape;
    // Closest shape is the first shape (the floor)
    closestShape.dist = sdFloor(position, -1.0);
    closestShape.color = getCheckboardPattern(position.xz, vec3(1.0), vec3(1.4));
    // Now test the second shape (a box)
    float testDistance = sdBox(position, vec3(1.5, 0.0, 0.0), vec3(1.0));
    // If this shape is closer, update closest shape
    if (testDistance < closestShape.dist) {
        closestShape.dist = testDistance;
        closestShape.color = DarkSeaGreen;
    }

    return closestShape;
}
```

Un modelo de cámara típico

En CG, la cámara esta definida con dos matrices:

- ① La de **vista**: Que contiene la **pose** de la cámara.
 - ② La de **proyección**: Que define el volumen de visión de la cámara.
- Una “pose” es una posición, en el espacio junto con una orientación (dirección).
 - Típicamente, se usan un punto en \mathbb{R}^3 y un **cuaternión**. Por lo que tiene 7 grados de libertad.
 - Piensa en ella como posicionar tu cámara usando un **trípode**
 - Cuando decimos proyección, generalmente queremos decir **proyección en perspectiva**.
 - Se define con una proporción del plano (*aspect ratio*) y dos distancias: la cercana y la lejana.
 - Piensa en ella como configurar tu cámara: escoger el lente adecuado, ajustar el zoom, etc.

En nuestro caso la proyección esta implícita en el algoritmo de Ray Marching.

- Solo nos hace falta construir la matriz de vista.

La pose de la cámara

Hay varias maneras de definir una pose para nuestra cámara.

- No necesitamos la matriz de vista completa
- Una posibilidad es usar el modelo “Look at” que se define con dos puntos y un vector:
 - El centro de visión (posición de la cámara)
 - El objetivo (el punto en la escena que quieras enfocar)
 - El vector arriba (generalmente el eje y).
- Lo vamos a simplificar a un vector arriba fijo, por lo que solo necesitaremos los dos puntos. Puedes consultar la teoría [aquí](#).

```
mat3 camRotation(Camera cam) {  
    vec3 camDir = normalize(cam.target - cam.position);  
    vec3 camRight = normalize(cross(vec3(0, 1, 0), camDir));  
    vec3 camUp = normalize(cross(camDir, camRight));  
  
    return mat3(-camRight, camUp, -camDir);  
}
```

La pose de la cámara

Para nuestro caso, rotar la cámara significa rotar la dirección de los rayos:

```
Camera cam;  
cam.position = vec3(0.0, 1.0, 2.0);  
cam.target = vec3(0.0);
```

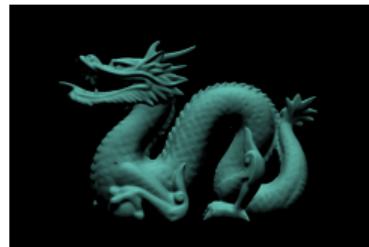
```
Ray ray;  
ray.origin = cam.position;  
ray.direction = camRotation(cam) * normalize(vec3(coord.xy, -1.0));
```

El modelo de iluminación de Blin-Phong

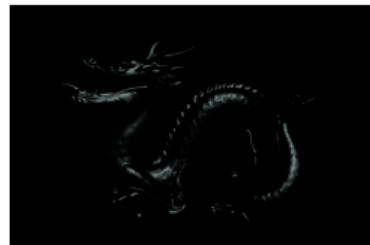
- En 1975 [Bui Tuong Phong](#) desarrolló un modelo de iluminación.
- La reflexión de la luz se divide en tres componentes: ambiente, difuso y especular.
- En 1977 [Jim Blinn](#), modificó el calculo del componente especular para hacerlo mas estable y mas eficiente.
- Es el modelo de “shading sencillo”, mas usado.



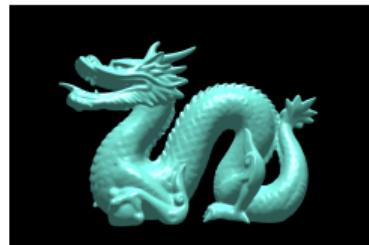
Ambiente



Difuso



Especular



Completo

¿Cómo se calcula la reflexión?

La reflexión de la luz (color) de un punto en la superficie se calcula como:

$$\mathbf{L}_a \mathbf{k}_a + \mathbf{L}_d \mathbf{k}_d (\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}) + \mathbf{L}_s \mathbf{k}_s (\mathbf{v} \cdot \mathbf{h})^\alpha$$

En donde:

- \mathbf{L} son los tres colores (ambiente, difuso y especular) de la luz.
- \mathbf{k} son los tres colores (ambiente, difuso y especular) del material.
- α es la constante del brillo del material.
- \mathbf{n} la normal a la superficie en el punto.
- \mathbf{l} un vector unitario que apunta a la fuente de luz desde el punto.
- \mathbf{v} un vector unitario que apunta a la cámara desde el punto.
- $\mathbf{h} = \frac{\mathbf{l}+\mathbf{v}}{|\mathbf{l}+\mathbf{v}|}$ un vector unitario, llamado “halfway vector”.

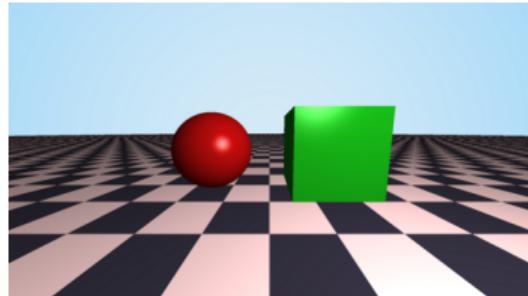
Detalles de implementación

- A cada objeto de la escena se le asigna un material en vez de un color.
- En escenas simples, se aconseja definir la luz como blanco intenso; para evitar complicaciones.
- El material esta formado por tres colores $\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_d, \mathbf{k}_s$ y un escalar (α).
- Usualmente restringimos $\alpha \in [0.5, 128]$, y cuando experimentamos, la variaremos logarítmicamente.
 - Un α grande produce brillos pequeños y concentrados.
 - Un α pequeño produce brillos grandes y débiles.
- Dado que no se puede “restar luz”, los productos puntos $\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}$ y $\mathbf{v} \cdot \mathbf{h}$ deben ser no negativos.
- Si hay mas de una luz en la escena:
 - Se calcula el componente ambiental una vez.
 - Y los componentes difuso y especular una vez por cada luz, acumulando (sumando) el resultado,

Ejercicio: Mejorar el Ray Marching anterior

<https://github.com/nemediano/tallerShadertoy/tree/main/codigo/Ejercicio5>

- Lógica para desplegar varios objetos en la escena, uno de ellos un piso.
- La cámara se define con el modelo LookAt. Idealmente una cámara que gire alrededor de la escena.
- Utilice el algoritmo de Blinn–Phong para hacer el shading



Transformaciones afines de 3D

- Las transformaciones afines se pueden generalizar a 3D.
- La traslación y el escalamiento se generalizan de manera trivial.
- La rotación en 3D, requiere de un parámetro extra: un **vector** unitario que nos sirve de eje de rotación.
 - La rotación sigue siendo con respecto al origen.
 - Recuerda, que los vectores son libres en el espacio.
- Aquí solo usaremos una función que nos devuelve la matriz de rotación a partir de un angulo y un vector.
- Puedes ver como se construye en el excelente libro: **3D Computer Graphics: A mathematical approach with OpenGL**

Signed distance functions en 3D

¿Dónde puedo buscar mas sdf?

El mejor lugar para buscar una sdf es el sitio personal de Iñigo Quilez

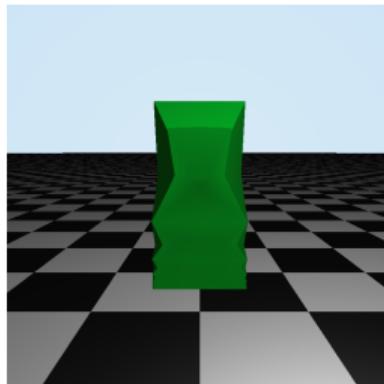
Para aumentar el poder de expresividad, puedes pasar un parámetro extra que sea la transformación afín. Para un cubo por ejemplo:

```
float sdBox(vec3 position, vec3 boxCenter, vec3 boxSizes) {
    vec3 q = abs(position - boxCenter) - boxSizes;
    return length(max(q, 0.0)) + min(max(q.x, max(q.y, q.z)), 0.0);
}

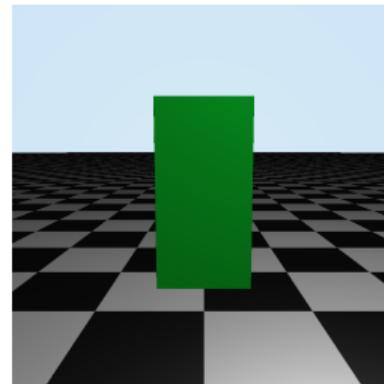
float sdBox(vec3 position, mat4 T) {
    vec3 tPos = (inverse(T) * vec4(position, 1.0)).xyz;
    vec3 q = abs(tPos) - vec3(1.0);
    return length(max(q, 0.0)) + min(max(q.x, max(q.y, q.z)), 0.0);
}
```

Deformando el espacio

- Escalar **deforma el espacio** y eso afecta las funciones de distancia.
- El Ray Marching es mas tolerable a expandir el espacio que a contraer el espacio. Es decir, es **posible** que escalar por números mayores que uno funcione.
- Algunas sdf pueden escalarse directamente desde la formula. La Figura muestra una caja (cubo) escalado en: $(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})$ por ambos métodos.



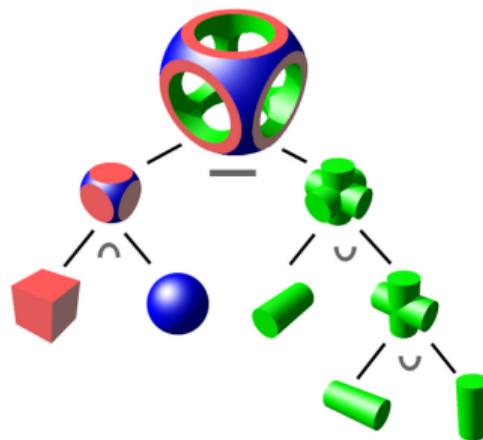
Matriz



Formula

Constructive Solid Geometry

- La **Constructive solid geometry** (CSG) es una forma de hacer modelado geométrico.
- Se usan operaciones como unión, intersección, y diferencia.
- Esta técnica es particularmente apropiada para usarse con Ray Marching y sdf's.



¿Cómo lo podemos usar nosotros?

Cuando usamos Ray Marching basado en sdf, prácticamente tenemos todo lo necesario.

```
float opUnion(float lhsd, float rhsd) {
    return min(lhsd, rhsd);
}

float opSubtraction(float lhsd, float rhsd) {
    return max(-lhsd, rhsd);
}

float opIntersection(float lhsd, float rhsd) {
    return max(lhsd, rhsd);
}
```

Donde `lhs` y `rhs`, son las sdf de las dos formas a combinar.

Operaciones booleanas suaves

```
float opSmoothUnion(float lhsd, float rhsd, float smoothFactor) {
    float h = clamp(0.5 + 0.5 * (rhsd - lhsd) / smoothFactor, 0.0, 1.0);
    return mix(rhsd, lhsd, h) - smoothFactor * h * (1.0 - h);
}

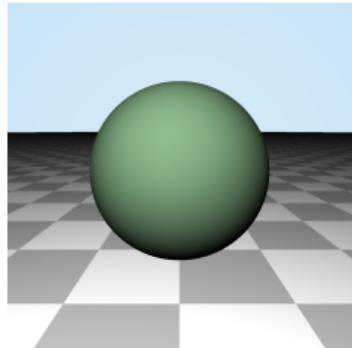
float opSmoothSubtraction(float lhsd, float rhsd, float smoothFactor) {
    float h = clamp(0.5 - 0.5 * (rhsd + lhsd) / smoothFactor, 0.0, 1.0);
    return mix(rhsd, -lhsd, h) + smoothFactor * h * (1.0 - h);
}

float opSmoothIntersection(float lhsd, float rhsd, float smoothFactor) {
    float h = clamp(0.5 - 0.5 * (rhsd - lhsd) / smoothFactor, 0.0, 1.0);
    return mix(rhsd, lhsd, h) + smoothFactor * h * (1.0 - h);
}
```

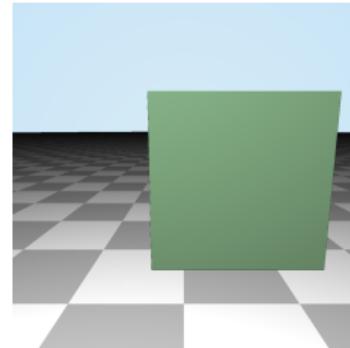
Donde `smoothFactor` es un factor (medido en la unidades de distancia de la escena), que nos dice cuantos hay que **dilatar** el resultado de la operación.

Ejemplo: diferencia y la diferencia suave

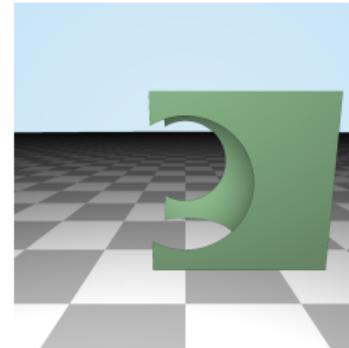
```
float sdCompousedShape(vec3 position) {
    float sphereDis = sdSphere(position, vec3(0), 1.0);
    float boxDis = sdBox(position, vec3(0.5, 0.0, 0.0), vec3(0.8));
    return opSmoothSubtraction(sphereDis, boxDis, 0.15);
}
```



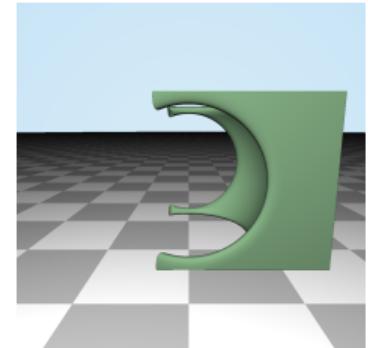
Esfera



Cubo



Diferencia



Diferencia suave: 0.15

Sobre Shadertoy

- Éste fue un taller básico, hay muchas cosas por experimentar y aprender.
- Yo empecé leyendo [éste tutorial](#) y me sirvió mucho. De hecho, éste taller está basado en el tutorial.
- Aunque vimos como usar Ray Marching en el contexto de Shadertoy, ambas cosas no están necesariamente unidas.
 - Se pueden hacer escenas en 3D en Shadertoy usando otras técnicas además de Ray Marching.
 - Se puede utilizar Ray Marching, sin usar el paradigma de “Dibujar el mundo en dos triángulos”.
- El sitio web de Shadertoy, no es el único entorno donde puedes experimentar con shaders de juguete.

Shaders de juguete

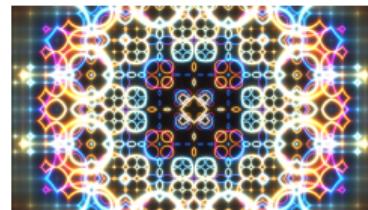
- Hay (al menos) tres “familias” de shaders de juguete.
 - ① Técnicas generativas.
 - ② Técnicas de 2D.
 - ③ Trazadores de rayos.
- Cualquiera de las tres familias puede desarrollarse mucho más allá de lo que vimos en este taller.
- Eso sin mencionar shaders que usan alguna combinación de técnicas.
- También puedes investigar acerca de herramientas de Shadertoy no vistas aquí:
 - Canales.
 - Otras formas de interacción.
 - Buffers.
 - Sonidos y música.
- Por supuesto, leer shaders escritos por otras personas en Shadertoy.

Técnicas de 2D dimensiones

- Puedes leer el [libro de los shaders](#): el capítulo de Algorithmic drawing.
- Leer el libro de [Nature of code](#), los primeros capítulos.
- Estos recursos cubren *técnicas generales de GC*, que puedes adaptar para hacer shaders de juguete.



stained glass windows2



Coding Introduction



Voronoi - distances



Pretty Hip

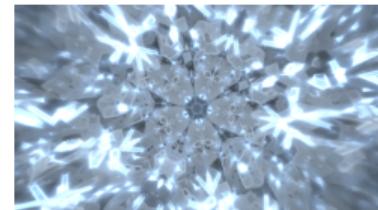
Propiedad de los respectivos autores

Técnicas generativas

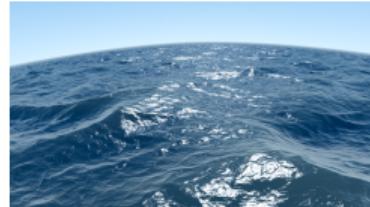
- El libro de shaders el capítulo de funciones generativas.
- El libro de [Nature of code](#), del capítulo 4 en adelante.
- Estas también son *técnicas generales de GC*, que puedes adaptar para hacer shaders de juguete.



Grok [111]



Phantom Star



Seascape



Clouds

Propiedad de los respectivos autores

Shaders que usan técnicas en 3D

- Leer los tres libros de la colección: [Ray Tracing in One Weekend](#).
- Ver los videos del canal de [Iñigo Quilez](#) en [youtube](#) y leer su [sitio web](#).
- Algún libro de Graficación por computadora.



Insect



Orbital Megastructure



ED-209



Space At Home

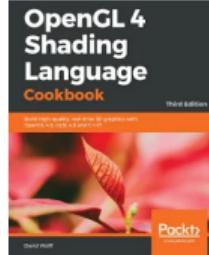
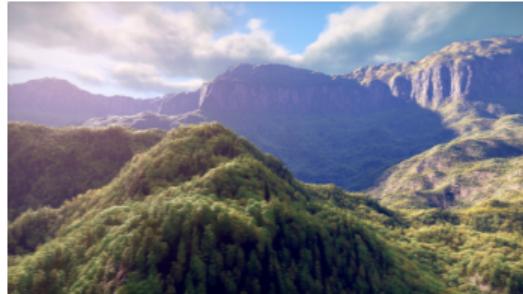
Propiedad de los respectivos autores

Graficación por computadora en la UNAM

- Ciencias de la Computación.
 - Animación por Computadora.
 - Graficación por Computadora.
 - Diseño y Programación de Videojuegos.
 - Realidad Virtual.
 - Visualización.
- Informática
 - Seminario de Graficación por Computadora I.
 - Seminario de Graficación por Computadora II.
- Matemáticas Aplicadas y Computación.
 - Graficación por Computadora.
- Ingeniería en Computación.
 - Computación Gráfica e Interacción Humano Computadora.
 - Computación Gráfica Avanzada.
- Tecnologías para la Información en Ciencias.
 - Visualización 3D de Información Geoespacial.
- Diseño Gráfico.
 - Modelado y animación 3D.
- Diseño y Comunicación Visual.
 - Arte y Producción para Videojuegos.

Graficación por computadora en general

- Leer Mathematics for 3D Game Programming and Computer Graphics y Geometric Algebra for Computer Graphics.
- Aprender a usar algún framework gráfico. Recomiendo: [BigWheels](#) o [Filament](#).
- Aprender un lenguaje de shaders [como GLSL](#) a mas profundidad.
- Si buscan inspiración a mi me gusta ver el video de [Painting a Landscape with Mathematics](#).



Shaders de Juguete (Shadertoy)

Usando trucos matemáticos para dibujar en tu navegador web

Dr. Jorge Antonio García Galicia

nemediano.github.io

1er. Congreso Internacional de Inteligencia Artificial, Abril 2025

