

Valószínűesszámítás

13. gyakorlat

Nemkin Viktória

<http://cs.bme.hu/~viktoria.nemkin/>

2016. dec. 7.

X és Y együttes eloszlása kétdimenziós normális. Az együttes sűrűségfüggvényük:

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-(R(X,Y))^2}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-(R(X,Y))^2)}\left(\frac{(x-m_1)^2}{\sigma_1^2} - 2R(X,Y)\frac{(x-m_1)(y-m_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y-m_2)^2}{\sigma_2^2}\right)\right)$$

- 13.1 Háromszor dobunk egy szabályos dobókockával. X a kapott 6-osok száma, Y a kapott páros értékek száma. Adja meg X és Y kovariancia mátrixát! $R(X,Y)=?$

Fgy. III.15

- 13.2 Határozza meg az $f_{X|Y}(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt, ha az együttes sűrűségfüggvény

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} e^{-\frac{2}{3}(x^2 - xy + y^2)}$$

Fgy. III.77

- 13.3 Kétszer dobunk egy szabályos dobókockával. X a kapott 6-osok száma, Y a kapott páros értékek száma. Adja meg az $E(Y|X)$ regressziót!

Fgy. III.15

- 13.4 Az X és Y valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye $f_{X,Y}(u,v) = \frac{4}{3}(u^2 - uv + 2v^2), u,v \in (0,1)$. Adja meg az $E(X|Y)$ regressziót!

Fgy. III.66

- 13.5 Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $U = 3X + 2Y$ és $V = 2X - Y$. Adja meg az $E(U|V)$ feltételes valószínűséget!

Fgy. III.96

-
- 13.6 Egy 32 lapos magyar kártyacsomagból kihúzunk visszatevés nélkül 10 lapot. Legyen X_p, X_z, X_t, X_m rendre a kihúzott piros, zöld, tök és makk színű lapok száma! Adja meg $(X_p, X_z, X_t, X_m)^T$ vektor együttes eloszlását! Igaz-e, hogy $P(X_p < X_z) = \frac{1}{2}$?

Fgy. III.12

- 13.7 X és Y együttes eloszlása kétdimenziós normális $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^T$ várhatóérték vektorral és $\underline{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}$ kovariancia-mátrixszal. Fejezze ki az $E(Y|X)$ regressziót $\underline{\mu}, \underline{\Sigma}$ komponensei és X segítségével!

Fgy. III.63

- 13.8 Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $V = X + Y$ és $W = X - Y + 1$. Adja meg a $(V, W)^T$ vektor kovarianciamátrixát!

Fgy. III.52

- 13.9 Számolja ki az $f_{X|Y}(x|y)$ és az $f_{Y|X}(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényeket, ha az együttes sűrűségfüggvény $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2 - 2xy + 2y^2)}$ ($x, y \in \mathbb{R}$)!

Fgy. III.108

- 13.10 Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $Z = 3X + Y$. Számolja ki az $E(Z|X)$ regressziót!

Fgy. III.81

- 13.11 Véletlenszerűen (egyenletes eloszlással) kiválasztunk 5 pontot a $[0,1] \times [0,1]$ egységnyezeten. Jelölje X a $[0, \frac{1}{2}] \times [0, \frac{1}{2}]$ négyzetbe eső pontok számát, Y pedig az $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ középpontú $\frac{1}{2}$ sugarú kör belsejébe eső pontok számát. Számolja ki a $P(X=3, Y=2)$ valószínűséget!

Fgy. III.156

IMSC Házi Feladat (10 pont) Legyen X, Y együttes sűrűségfüggvénye

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi d^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2d^2}\right)$$

Határozza meg a $Z = \max(|X|, |Y|)$ sűrűségfüggvényét!