Valószínűségszámítás
1. gyakorlat

Nemkin Viktória
http://cs.bme.hu/∼viktoria.nemkin/

2016. feb. 17.

1.1 Ketten sakkoznak. Három eseményünk van:
A: Világos nyer.
B: Sötét nyer.
C: Remi (döntetlen).

Fogalmazzuk meg szóban egyszerűen mit jelentenek az alábbi események:
a) $AB + \bar{A}\bar{B}$
b) $\bar{A}\bar{B}$
c) $A + B$
Fgy. I.121

1.2 Egy céltábla 10 koncentrikus körből áll és a sugarakra fennál az $R_1 < R_2 < ... < R_{10}$ reláció. A_k azt az eseményt jelenti, hogy egy lövés az R_k sugarú körbe esik. Hozzuk egyszerűbb alakra az alábbi eseményeket:
a) $A_1 + A_3 + A_6$
b) $A_2A_4A_6A_8$
c) $(A_1 + A_3)A_6$!
Fgy. I.122

1.3 Bizonyítsa be, hogy ha $\mathbf{P}(\mathrm{A}) = 0{,}9$ és $\mathbf{P}(\mathrm{B}) = 0{,}8$, akkor $\mathbf{P}(\mathrm{AB}) \geq 0{,}7$!
Fgy. I.11

1.4 Igazolja, hogy tetszőleges A, B, C eseményekre $\mathbf{P}(AB) + \mathbf{P}(AC) \leq \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(BC)$!
Fgy. I.94

1.5 Tegyük fel, hogy A, B $\frac{1}{2}$ valószínűségű események. Mutassuk meg, hogy ekkor $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$!
Fgy. I.123

1.6 Bizonyítsa be, hogy tetszőleges A, B eseményekre $P(\bar{A}B + A\bar{B}) = P(A) + P(B) - 2P(AB)$!
Fgy. I.124

1.7 Bizonyítsa be, hogy minden $A, B, C \in \Im$ esetén
$|P(AB) - P(AC)| \leq P(B \triangle C)$, ahol $B \triangle C = B\bar{C} + \bar{B}C$!
Fgy. I.4

1.8 Bizonyítsa be, ha az A, B eseményekre teljesül $P(A), P(B) \geq 0,85$, akkor $P(AB) \geq 0,7$.
Fgy. I.85

1.9 A $\mathcal{K}$ kísérlet abban áll, hogy véletlenszerűen kiválasztunk egy n elemű permutációt. Ezt megtehetjük pl. úgy, ha egy kalapból egymás után - visszatevés nélkül - kivesszük a számokat tartalmazó cédulákat. Jelentse A_{ij} azt az eseményt, amikor a kiválasztott permutációban az i-edik elem a j-edik helyen áll. Fejezze ki A_{ij}-k segítségével az alábbi eseményeket:
A: „az első elem a másodiktól balra áll”,
B: „az első elem sorszáma legfeljebb j”.
Fgy. I.12

1.10 Bizonyítsa be, hogy tetszőleges A, B eseményekre $(P(AB))^2 + (P(A\bar{B}))^2 + (P(\bar{A}B))^2 + (P(\bar{A}\bar{B}))^2 \geq 0,25$!
Fgy. I.120

1.11 a.) Bizonyítsa be, hogy minden $A, B \in \Im$ esetén $\mathbf{P}(AB)\mathbf{P}(\bar{A}\bar{B}) \leq \frac{1}{4}$!
b.) Mutassa meg, hogy tetszőleges A,B,C eseményekre
$\mathbf{P}(AB) - \mathbf{P}(AC) \leq \mathbf{P}(\bar{B}C + B\bar{C})$!
Fgy. I.6

1.12 Igazolja, hogy tetszőleges A, B események esetén
$4P(AB)(1 - P(A + B)) \leq 1$.
Fgy. I.87