

Valószínűesszámítás

13. gyakorlat

Nemkin Viktória

<http://cs.bme.hu/~viktoria.nemkin/>

2017. nov. 29.

- 13.1 Legyenek $X, Y \in N(0, 1)$ függetlenek! $V = X + Y$ és $W = X - Y + 1$. Adja meg a $(V, W)^T$ vektor kovarianciamátrixát!
Fgy. III.52

- 13.2 Legyen X, Y együttes sűrűségfüggvénye

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi d^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2d^2}\right)$$

Határozza meg a $Z = \max(|X|, |Y|)$ sűrűségfüggvényét!

Fgy. III.60

- 13.3 X és Y együttes eloszlása kétdimenziós normális $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^T$ várhatóérték vektorral és $\underline{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}$ kovariancia-mátrixszal. Fejezze ki az $E(Y|X)$ regressziót $\underline{\mu}, \underline{\Sigma}$ komponensei és X segítségével!
Fgy. III.63

- 13.4 Legyenek $X_1, X_2, \dots, X_n \in N(0, 1)$ teljesen függetlenek. Adja meg az $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ sűrűségfüggvényét!
Fgy. III.72

- 13.5 Határozza meg az $f_{X|Y}(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt, ha az együttes sűrűségfüggvény

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} e^{-\frac{2}{3}(x^2 - xy + y^2)}$$

Fgy. III.77

- 13.6 Legyenek $X, Y \in N(0, 1)$ függetlenek! $Z = 3X + Y$. Számolja ki az $E(Z|X)$ regressziót!
Fgy. III.81

- 13.7 Legyenek $X, Y \in N(0, 1)$ függetlenek! $U = 3X + 2Y$ és $V = 2X - Y$. Adja meg az $E(U|V)$ feltételes valószínűséget!
Fgy. III.96

- 13.8 Számolja ki az $f_{X|Y}(x|y)$ és az $f_{Y|X}(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényeket, ha az együttes sűrűségfüggvény $f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2 - 2xy + 2y^2)}$ ($x, y \in \mathbb{R}$)!
Fgy. III.108

- 13.9 Legyen az $(X, Y)^T$ valószínűségi változó pár együttes sűrűségfüggvénye:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} + \frac{xy}{2\pi e} & \text{ha } x, y \in [-1, 1] \\ \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} & \text{egyébként} \end{cases}$$

a.) Adja meg a peremsűrűségfüggvényeket!

b.) Kétdimenziós normális eloszlású-e $(X, Y)^T$?

Fgy. III.133

- 13.10 (IMSC) Legyenek $X, Y \in N(0, 1)$ függetlenek és $Z = 3 - 2X + 5Y$, $V = 5 + 3X$. Adja meg az $E(V|Z)$ regressziót és az $f_{z,v}(z, v)$ együttes sűrűségfüggvényt.
Fgy. III.232

- 13.11 Háromszor dobunk egy szabályos dobókockával. X a kapott 6-osok száma, Y a kapott páros értékek száma. Adja meg X és Y együttes eloszlását, kovariancia mátrixukat. Függetlenek X és Y ? $R(X, Y) = ?$
Fgy. III.15

- 13.12 Egy 32 lapos magyar kártyacsomagból kihúzzunk visszatevés nélkül 10 lapot. Legyen X_p, X_z, X_t, X_m rendre a kihúzott piros, zöld, tök és makk színű lapok száma! Adja meg $(X_p, X_z, X_t, X_m)^T$ vektor együttes eloszlását! Igaz-e, hogy $P(X_p < X_z) = \frac{1}{2}$?
Fgy. III.12
- 13.13 Véletlenszerűen (egyenletes eloszlással) kiválasztunk 5 pontot a $[0, 1] \times [0, 1]$ egységnégyzeten. Jelölje X a $[0, \frac{1}{2}] \times [0, \frac{1}{2}]$ négyzetbe eső pontok számát, Y pedig az $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ középpontú $\frac{1}{2}$ sugarú kör belsejébe eső pontok számát. Számolja ki a $P(X = 3, Y = 2)$ valószínűséget!
Fgy. III.156