Valószínűségszámítás
13. gyakorlat

Nemkin Viktória
viktoria.nemkin@gmail.com

2015. dec. 9.

X és Y kétdimenziós normális eloszlású. Az együttes sűrűségfüggvényük:
$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\varrho^2}} exp(-\frac{1}{2(1-\varrho^2)}(\frac{(x-m_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\varrho\frac{(x-m_1)(y-m_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y-m_2)^2}{\sigma_2^2}))$

13.1 X és Y együttes eloszlása kétdimenziós normális $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^T$ várhatóérték vektorral és $\underline{\underline{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}$ kovariancia-mátrixszal. Fejezze ki az $E(Y|X)$ regressziót $\underline{\mu}, \underline{\underline{\Sigma}}$ komponensei és X segítségével!
Fgy. III.63

13.2 Határozza meg az $f_{X|Y}(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt, ha az együttes sűrűségfüggvény
$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} e^{-\frac{2}{3}(x^2-xy+y^2)}$$
Fgy. III.77

13.3 Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $U = 3X + 2Y$ és $V = 2X - Y$. Adja meg az $E(U|V)$ feltételes valószínűséget!
Fgy. III.96

13.4 Legyen az $(X,Y)^T$ valószínűségi változó pár együttes sűrűségfüggvénye:
$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} + \frac{x,y}{2\pi e} & \text{ha } x, y \in [-1,1] \\ \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} & \text{egyébként} \end{cases}$$

a.) Adja meg a peremsűrűségfüggvényeket!

b.) Kétdimenziós normális eloszlású-e $(X,Y)^T$?

Fgy. III.133

13.5 Egy 32 lapos magyar kártyacsomagból kihúzunk visszatevés nélkül 10 lapot. Legyen X_p, X_z, X_t, X_m rendre a kihúzott piros, zöld, tök és makk színű lapok száma! Adja meg $(X_p, X_z, X_t, X_m)^T$ vektor együttes eloszlását! Igaz-e, hogy $P(X_p < X_z) = \frac{1}{2}$?
Fgy. III.12

13.6 Legyenek $X_1, X_2, ..., X_n \in N(0,1)$ teljesen függetlenek. Adja meg az $Y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ sűrűségfüggvényét!
Fgy. III.72

13.7 Legyen X,Y együttes sűrűségfüggvénye
$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi d^2} exp(-\frac{x^2+y^2}{2d^2})$$
Határozza meg a $Z = max(|X|, |Y|)$ sűrűségfüggvényét!
Fgy. III.60

13.8 Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $V = X + Y$ és $W = X - Y + 1$. Adja meg a $(V,W)^T$ vektor kovarianciamátrixát!
Fgy. III.52