Eseményalgebra ($\mathcal{F}$): Olyan, eseményekből álló halmaz, melyre az alábbi feltételek igazak.

1. $\Omega \in \mathcal{F}$ (Benne van a biztos esemény.)
2. $A \in \mathcal{F} \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{F}$) (Minden benne lévő esemény komplementere is benne van.)
3. $A_1, A_2, ..., A_n \in \mathcal{F} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} Ai \in \mathcal{F}$ (Bárhogyan választunk ki tetszőleges számú eseményt belőle, azok összege is benne van.)

Ez egy konstruktív definíció: Ha veszünk egy eseményhalmazt ami még nem eseményalgebra, akkor addig tudunk a három feltétel alapján újabb és újabb eseményeket pakolni bele ameddig eseményalgebra nem lesz. Nézzük meg hogyan kell ezt csinálni.

Egyelemű halmaz

A legegyszerűbb eset ha a kiinduló halmaz egyelemű:

$\mathcal{F} = \{\mathbf{A}\}$

Az 1. feltételnek megfelelően tegyük bele a biztos eseményt:
$\mathcal{F} = \{A, \boldsymbol{\Omega}\}$

A 2. feltételnek megfelelően tegyük bele minden esemény komplementer eseményét is:
$\mathcal{F} = \{A, \Omega, \bar{\mathbf{A}}, \bar{\boldsymbol{\Omega}} = \emptyset\}$

A 3. feltétel már teljesül. Bárhogyan választok ki tetszőleges számú eseményt, azoknak az összege is benne van az eseményalgebrában. Készen vagyunk.
$\mathcal{F} = \{A, \Omega, \bar{A}, \emptyset\}$

Kételemű halmaz

Kicsit bonyolultabb, de még kezelhető eset, ha a kiinduló halmaz kételemű:

$\mathcal{F} = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$

Az 1. feltételt azonnal ki is pipálhatjuk:
$\mathcal{F} = \{A, B, \boldsymbol{\Omega}\}$

Most vegyük be az összes esemény komplementerét a 2. feltétel alapján:
$\mathcal{F} = \{A, B, \Omega, \bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\boldsymbol{\Omega}} = \emptyset\}$

Most vegyük be az összes lehetséges eseményösszeget a 3. feltétel alapján:
$\mathcal{F} = \{A, B, \Omega, \bar{A}, \bar{B}, \emptyset, \mathbf{A} + \mathbf{B}, \mathbf{A} + \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{A}} + \mathbf{B}, \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{B}}\}$

De most új halmazok kerültek be, a 2. feltétel alapján ezeknek a komplementerét is hozzá kell adnunk:
$\mathcal{F} = \{A, B, \Omega, \bar{A}, \bar{B}, \emptyset, A + B, A + \bar{B}, \bar{A} + B, \bar{A} + \bar{B}, \overline{\mathbf{A} + \mathbf{B}} = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}}, \overline{\mathbf{A} + \bar{\mathbf{B}}} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{B}, \overline{\bar{\mathbf{A}} + \mathbf{B}} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{B}}, \overline{\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{B}}} = \mathbf{AB}\}$

De most megint új halmazok kerültek be, a 3. feltétel alapján be kell vennünk az összes lehetséges összegét is a halmazoknak:
$\mathcal{F} = \{A, B, \Omega, \bar{A}, \bar{B}, \emptyset, A + B, A + \bar{B}, \bar{A} + B, \bar{A} + \bar{B}, \bar{A}\bar{B}, \bar{A}B, A\bar{B}, AB, \bar{\mathbf{A}}\mathbf{B} + \mathbf{A}\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{A} \triangle \mathbf{B}, \mathbf{AB} + \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{B}} = \overline{\mathbf{A} \triangle \mathbf{B}}\}$

Ezen a ponton készen vagyunk. Az 1. feltétel természetesen továbbra is teljesül. A 2. feltételt könnyen, a 3. feltételt – az összes lehetséges módon kiválasztott tetszőleges darabszámú eseményre – sok türelemmel leellenőrizhetjük.

A legszűkebb A és B eseményt tartalmazó eseményalgebra:
$\mathcal{F} = \{A, B, \Omega, \bar{A}, \bar{B}, \emptyset, A + B, A + \bar{B}, \bar{A} + B, \bar{A} + \bar{B}, \bar{A}\bar{B}, \bar{A}B, A\bar{B}, AB, A \triangle B, \overline{A \triangle B}\}$

Általánosítás

Mi a helyzet a háromelemű kiinduló halmazzal? Általánosan hogyan kell megoldani a feladatot? Hogyan lehet könnyen felírni az eseményeket anélkül hogy kihagynánk valamit vagy kétszer, különböző alakban írnánk fel? Nem lehetne gyorsabban ellenőrizni, hogy készen vagyunk?

A válasz az, hogy létezik általános módszer és ezzel sokkal gyorsabban fel lehet írni az összes eseményt: A fenti példában észrevehettük, hogy az A-t és B-t tartalmazó eseményalgebrában benne van AB, $A\bar{B}$, $\bar{A}B$ és $\bar{A}\bar{B}$. Ezek az események A és B atomok elemi konjunkciói vagy digitből ismert néven mintermjei. A fenti levezetést általánosítva könnyen belátható, hogy tetszőleges eseményekből kiindulva az eseményalgebrába mindig be fognak kerülni a kezdeti atomok mintermjei.

A 3. feltételből következően ezen mintermek összes lehetséges módon képzett összege is benne van az eseményalgebrában. Az is könnyen belátható, hogy a kész eseményalgebra összes eleme felírható ilyen mintermek összegeként. (Csak át kell írni mindet diszjunkt normálformába.)

Ebből az következik, hogy az eseményalgebra minden egyes eleme a mintermek valamilyen összegeként áll elő. Tehát az eseményalgebrát megkaphatom úgy is, hogy felírom a mintermjeit, majd veszem az összes lehetséges módon az összegüket.

A fenti példát is könnyen megoldhatjuk ezzel a módszerrel:

1. $\Omega = AB + A\bar{B} + \bar{A}B + \bar{A}\bar{B}$
2. $A + B = AB + A\bar{B} + \bar{A}B$
3. $A + \bar{B} = AB + A\bar{B} + \bar{A}\bar{B}$
4. $\bar{A} + B = AB + \bar{A}B + \bar{A}\bar{B}$
5. $\bar{A} + \bar{B} = A\bar{B} + \bar{A}B + \bar{A}\bar{B}$
6. $A = AB + A\bar{B}$
7. $B = AB + \bar{A}B$
8. $\bar{A} = \bar{A}B + \bar{A}\bar{B}$
9. $\bar{B} = A\bar{B} + \bar{A}\bar{B}$
10. $A \bigtriangleup B = A\bar{B} + \bar{A}B$
11. $\overline{A \bigtriangleup B} = AB + \bar{A}\bar{B}$
12. $\bar{A}\bar{B} = \bar{A}\bar{B}$
13. $\bar{A}B = \bar{A}B$
14. $A\bar{B} = A\bar{B}$
15. $AB = AB$
16. $\emptyset = \emptyset$

Megoldás mérete

Számoljuk ki ha n atomunk van, hány eseményt kell felsorolni az eseményalgebrában a teljességig!

Hány különböző mintermet lehet összeállítani n atomból? Minden atom benne van vagy saját maga, vagy a komplementere lévén. n atom esetén ez 2^n féle különböző eset.

Hányféleképpen lehet ezen mintermek összegét venni? Minden mintermet vagy beveszek vagy nem veszek bele az összegbe. Ezt 2^{2^n} féleképpen tehetem meg 2^n minterm esetén.

Tehát például a háromelemű esetben: Az A,B,C halmazok legszűkebb eseményalgebrája $2^{2^3} = 2^8 = 256$ db eseményt tartalmaz.