

Valószínűesszámitás

10. gyakorlat

Nemkin Viktória
viktorianemkin@gmail.com

2015. nov. 18.

- 10.1 Az X és Y együttes sűrűségfüggvénye

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} a(x^2 + xy + y^2) & \text{ha } 0 < x, y < 1 \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

Mennyi a értéke? Függetlenek-e X és Y ?

Fgy. III.14

- 10.2 Legyen az $(X, Y)^T$ vektor valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x,y) = \frac{1}{7}[6x^2y - 12xy + 6y + 18x^2 - 36x + 18]$, $x \in [0, 1]$, $y \in [0, 1]$. Függetlenek-e a komponensek?

Fgy. III.22

- 10.3 Az X és Y együttes sűrűségfüggvénye $f_{X,Y}(u,v) = \frac{1}{\sqrt{v}}$, ha $0 < u < 1$ és $0 < v < u^2$. Adja meg a perem-sűrűségfüggvényeket. Függetlenek?

Fgy. III.93

- 10.4 Kétszer feldobunk egy kockát. X az 1-es, Y a 6-os dobások száma. Legyen $Z = 3X + Y$ és $V = Y - X$. Számolja ki $\text{cov}(Z, V)$ -t!

Fgy. III.86

- 10.5 Legyen $X \in N(m, D)$, $Y = 3X + 8$, $Z = 5 - 2X$. Számolja ki az $R(Y, Z)$ korrelációs együtthatót!

Fgy. III.90

- 10.6 Legyen $X \in N(-4, 2)$, $Y = 3X + 1$, $Z = X^2 - 1$. Számolja ki $\text{cov}(Y, Z)$ -t!

Fgy. III.78

- 10.7 Legyenek X, Y független valószínűségi változók, ahol $EX = 4$, $EY = 0$, $\sigma^2 X = 1$, $\sigma^2 Y = 2$. Határozza meg az alábbi mennyiségeket: $E(5X - 6Y)$, EXY , $\sigma^2(5X - 6Y + 8)$, $\text{cov}(5X, 6Y)$!

Fgy. III.53

- 10.8 Számolja ki az $f_X(x) = 1$, $x \in [0, 1]$ és az $f_Y(y) = \frac{2y}{5}$, $y \in [2, 3]$ sűrűségfüggvények konvolúciós sűrűségfüggvényét, $f_{X+Y}(t)$ -t!

Fgy. III.31

- 10.9 Háromszor dobunk egy szabályos dobókockával. X a kapott 6-osok száma, Y a kapott páros értékek száma. Adja meg X és Y együttes eloszlását, kovariancia mátrixukat. Függetlenek X és Y ?

Fgy. III.15

- 10.10 Egy fogorvosi rendelőbe érkezve 2-en vannak előttünk, az egyiknek éppen most kezdték el a kezelését. A fogorvos egy pácienssel 0,5 paraméterű exponenciális idő alatt végez. Mennyi annak a valószínűsége, hogy egységnyi időn belül sorra kerülünk? Oldjuk meg a feladatot akkor is, ha párhuzamosan két orvos fogad egyszerre!

Fgy. III.35

- 10.11 Legyenek X és Y független valószínűségi változók. Bizonyítsa be, hogy $\sigma^2(XY) = \sigma^2 X \sigma^2 Y + (EX)^2 \sigma^2 Y + (EY)^2 \sigma^2 X$.

Fgy. III.44

- 10.12 Legyenek $X \in G(\frac{1}{2})$ és $Y \in G(\frac{1}{4})$ függetlenek! Mennyi $P(X+Y=k)$ ($k=2,3,4,\dots$)?

Fgy. III.30