

# Valószínűesszámitás

## 12. gyakorlat

Nemkin Viktória

<http://cs.bme.hu/~viktoria.nemkin/>

2016. nov. 30.

- 12.1 Egy párt szimpatizánsai  $p$  valószínűséggel mennek el szavazni. ( $p$  ismeretlen.) Közvéleménykutatók szeretnék a  $p$ -t megbecsülni úgy, hogy  $n$  szavazót megkérdeznek melyik párttal szimpatizálnak. Mekkora legyen  $n$ , azaz hány embert kell megkérdezni ahhoz, hogy a közvéleménykutatók becslése  $p$ -re a tényleges értéktől 99% valószínűséggel legfeljebb 0,01-el térjen el. ( $\Phi(2.58) = 0.995$ )  
*Fgy. III.176*
- 12.2 Egy projektorhoz van összesen 100 égőnk, melyek élettartama egymástól független exponenciális eloszlású, 5 óra várható értékkel. Tegyük fel, hogy az égőket egymás után használjuk, azonnal kicserélve azt, amelyik kiégett. Becsüljük meg annak valószínűségét, hogy 525 óra után még van működő égőnk! ( $\Phi(0.5) = 0.6915$ )  
*Fgy. III.185*
- 
- 12.3 Addig dobunk egy szabályos kockával, amíg 6-ost nem kapunk. Jelölje  $X$  a dobások számát,  $Y$  pedig azt, hogy közben hányszor dobtunk 1-est. Adja meg az  $E(Y|X)$  regressziót!  
*Fgy. III.88*
- 12.4 Az  $X$  és  $Y$  valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye  $f_{X,Y}(x,y) = \frac{12}{5}(x^2 - xy + y^2)$  ha  $0 < x < 1$  és  $0 < y < 1$ . Számolja ki az  $f_{X|Y}(x|y)$  feltételes sűrűségfüggvényt! Számolja ki a kovarianciamátrixot és az  $E(X|Y=y)$  regressziós függvényt is!  
*Fgy. III.57*
- 12.5 Legyenek  $X, Y \in N(0,1)$  függetlenek és  $Z = 3X + Y + 1$ . Számolja ki az  $E(Z|X)$  regressziót!  
*Fgy. III.104*
- 12.6 Legyenek  $X, Y \in E(1)$  függetlenek,  $Z = Y^2 \lg(X) - \frac{Y}{X}$ . Számolja ki az  $E(Z|X)$  regressziót!  
*Fgy. III.107*
- 
- 12.7 Adottak az  $X_1, X_2, \dots, X_{12} \in U(0,1)$  teljesen független véletlen számok. Ezek segítségével generáljunk  $N(5,2)$  eloszlású véletlen számot! ( $\Phi(2.34) = 0.99$ )  
*Fgy. III.181*
- 12.8 Feldobunk egy nem szimmetrikus pénzérmét 1000-szer. A fej dobás valószínűsége  $p$ . Mekkora az a legnagyobb  $k$  amire 99% valószínűséggel állíthatjuk, hogy legalább ennyi fejet fogunk dobni? ( $\Phi(2.34) = 0.99$ )  
*Fgy. III.180*
- 12.9 Mennyi a valószínűsége annak, hogy 50 darab független és azonos eloszlású valószínűségi változó összege a  $[0, 30]$  intervallumba esik, ha egy ilyen változó eloszlása a  $[0, 1]$  intervallumon ... a) egyenletes? ( $\Phi(2.449) = 0.9929$ )  
b)  $f(x) = 2x$  sűrűségfüggvényű?  $\Phi(2) = 0.9772$   
*Fgy. III.182*
- 12.10 Egy kockát folyamatosan feldobunk addig, amíg a dobások összege meghaladja a 300-at. Becsüljük meg annak a valószínűségét, hogy legalább 80 dobásra van ehhez szükség. ( $\Phi(1.55) = 0.9394$ )  
*Fgy. III.183*
- 
- 12.11 Egy kalapban 3 cetlire az 1,2,3 számjegyek vannak felírva. Egymás után visszatevés nélkül kiveszünk 2 cédulát. Legyen  $X$  a 2 szám szorzata, az  $Y$  a párosak száma. Számolja ki az  $E(Y|X)$  feltételes várható értéket!  
*Fgy. III.158*
- 12.12 Az  $X$  és  $Y$  valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye  $f_{X,Y}(u,v) = \frac{4}{3}(u^2 - uv + 2v^2), u,v \in (0,1)$ . Adja meg az  $E(X|Y)$  regressziót!  
*Fgy. III.66*
- 12.13 Tekintsük az  $f_{X,Y}(x,y) = x+y-\frac{1}{2}, x \in [0,1], y \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$  együttes sűrűségfüggvényt! Számítsuk ki az  $E(X|Y=y)$  feltételes várható értéket!  
*Fgy. III.168*

**IMSC Házi Feladat (10 pont)** Dobjunk  $n$ -szer egy szabályos dobókockával! Jelölje  $X$  a hatosok,  $Y$  pedig a páros dobások számát! Számolja ki az  $E(Y|X)$  regressziót!