Valószínűségszámítás
1. gyakorlat

Nemkin Viktória
http://cs.bme.hu/∼viktoria.nemkin/

2017. szept 8.

1.1 Legyen $A, B \in \Im$. Adja meg az A, B-t tartalmazó legszűkebb σ–algebrát!
Fgy. I.2

1.2 a.) Bizonyítsa be, hogy minden $A, B \in \Im$ esetén $\mathbf{P}(AB)\mathbf{P}(\bar{A}\bar{B}) \leq \frac{1}{4}$!
b.) Mutassa meg, hogy tetszőleges A,B,C eseményekre
$\mathbf{P}(AB) - \mathbf{P}(AC) \leq \mathbf{P}(\bar{B}C + B\bar{C})$!
Fgy. I.6

1.3 Bizonyítsa be, hogy ha $\mathbf{P}(\mathrm{A}) = 0{,}9$ és $\mathbf{P}(\mathrm{B}) = 0{,}8$, akkor $\mathbf{P}(\mathrm{AB}) \geq 0{,}7$!
Fgy. I.11

1.4 A $\mathcal{K}$ kísérlet abban áll, hogy véletlenszerűen kiválasztunk egy n elemű permutációt. Ezt megtehetjük pl. úgy, ha egy kalapból egymás után - visszatevés nélkül - kivesszük a számokat tartalmazó cédulákat. Jelentse A_{ij} azt az eseményt, amikor a kiválasztott permutációban az i-edik elem a j-edik helyen áll. Fejezze ki A_{ij}-k segítségével az alábbi eseményeket:
A: „az első elem a másodiktól balra áll”,
B: „az első elem sorszáma legfeljebb j”.
Fgy. I.12

1.5 Három kockával dobunk. A: „az összeg 7”, B: „mindegyik páros”, C: „van közöttük hármas”.
Számolja ki a $\mathbf{P}(A(B + \bar{C}))$ és $\mathbf{P}((A + C)\bar{B})$ valószínűségeket!
Fgy. I.16

1.6 Igazolja, hogy tetszőleges A, B, C eseményekre $\mathbf{P}(AB) + \mathbf{P}(AC) \leq \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(BC)$!
Fgy. I.94

1.7 Az ötöslottó (90/5) esetében, melyik lottószám lesz a legnagyobb valószínűséggel a második legnagyobb kihúzott szám?
Fgy. I.17

1.8 Tekintsük az összes olyan n hosszúságú sorozatot, amelyek 0,1,2 számokból állnak. Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy egy véletlenül választott ilyen típusú sorozat:
A: 0-val kezdődik;
B: pont m+2 db 0-át tartalmaz, melyek közül kettő a sorozat végén van;
C: pont m db 1-est tartalmaz;
D: pont m_0 db 0-át, m_1 db 1-est és m_2 db 2-est tartalmaz.
Fgy. I.25

1.9 Legyen A az az esemény, hogy lottóhúzásnál mindegyik kihúzott szám nem nagyobb mint 50, és B pedig az az esemény, hogy mindegyik kihúzott szám páros. Számoljuk ki a $\mathbf{P}(\mathrm{A})$, $\mathbf{P}(\mathrm{B})$, $\mathbf{P}(\mathrm{AB})$, $\mathbf{P}(\mathrm{A} + \mathrm{B})$ valószínűségeket!
Fgy. I.27

1.10 Egy 10 cm oldalhosszúságú négyzetrácsos hálózatra leejtünk egy 3 cm átmérőjű köralakú pénzdarabot. Mennyi a valószínűsége, hogy a pénzdarab egy négyzet csúcsát fedi le?
Fgy. I.30

1.11 A (0,2) és (0,3) szakaszokon választunk találomra egy-egy pontot, legyenek ezek x és y. Mennyi a valószínűsége, hogy az x, y és 1 hosszúságú szakaszokból szerkeszthető háromszög?
Fgy. I.38

1.12 Ha x és y két véletlenül választott 0 és 1 közé eső szám, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy $x + y < 1$ és x*y $<$ 0.16 lesz?
Fgy. I.143

1.13 Válasszunk ki egy pontot véletlenszerűen az egységnégyzetben, melynek koordinátáit jelölje (a, b). Tekintve a $p(x) = ax^2 - 2bx + 1$ polinomot, mekkora a valószínűsége annak, hogy a $p(x) = 0$ egyenletnek van valós gyöke?
Fgy. I.145

1.14 Egy férfi és egy nő találkozót beszélt meg 12:30-ra. Ha a férfi 12:15 és 12:45 között folytonos egyenletes eloszlású időben érkezik, és tőle függetlenül a nő 12:00 és 13:00 között folytonos egyenletes eloszlású időben érkezik,

- Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy aki először érkezik, 5 percnél kevesebbet vár.
- Mennyi a valószínűsége, hogy a férfi érkezik elsőnek?

Fgy. I.204

1.15 Hány dobókocka esetén lesz a legnagyobb a valószíűnsége annak, hogy pontosan egy hatos van a dobott számok között?
Fgy. I.187