

Valószínűségyszámítás

12. gyakorlat

Nemkin Viktória

<http://cs.bme.hu/~viktoria.nemkin/>

2017. nov. 29.

- 12.1 Az X és Y együttes sűrűségfüggvénye $f_{X,Y}(x,y) = 10x^2y$, $0 \leq y \leq x \leq 1$. Határozza meg adott $X = x$ feltétel esetén az Y feltételes sűrűségfüggvényét!
Fgy. III.56
- 12.2 Az X és Y valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye $f_{X,Y}(x,y) = \frac{12}{5}(x^2 - xy + y^2)$ ha $0 < x < 1$ és $0 < y < 1$. Számolja ki az $f_{X|Y}(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt! Számolja ki a kovarianciamátrixot és az $E(X|Y=y)$ regressziós függvényt is!
Fgy. III.57
- 12.3 Dobjunk n -szer egy szabályos dobókockával! Jelölje X a hatosok, Y pedig a páros dobások számát! Számolja ki az $E(Y|X)$ regressziót!
Fgy. III.59
- 12.4 X és Y együttes eloszlása kétdimenziós normális $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^T$ várhatóérték vektorral és $\underline{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}$ kovariancia-mátrixszal. Fejezze ki az $E(Y|X)$ regressziót $\underline{\mu}, \underline{\Sigma}$ komponensei és X segítségével!
Fgy. III.63
- 12.5 Az X és Y valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye $f_{X,Y}(u,v) = \frac{4}{3}(u^2 - uv + 2v^2)$, $u, v \in (0,1)$. Adja meg az $E(X|Y)$ regressziót!
Fgy. III.66
- 12.6 Határozza meg az $f_{X|Y}(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt, ha az együttes sűrűségfüggvény
$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}}e^{-\frac{2}{3}(x^2 - xy + y^2)}$$

Fgy. III.77
- 12.7 Háromszor dobunk egy szabályos kockával. X a legkisebb, Y a legnagyobb érték. Adja meg az $E(X|Y=3)$ feltételes várható értéket!
Fgy. III.79
- 12.8 Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $Z = 3X + Y$. Számolja ki az $E(Z|X)$ regressziót!
Fgy. III.81
- 12.9 Addig dobunk egy szabályos kockával, amíg 6-ost nem kapunk. Jelölje X a dobások számát, Y pedig azt, hogy közben hányszor dobtunk 1-est. Adja meg az $E(Y|X)$ regressziót!
Fgy. III.88
- 12.10 Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $U = 3X + 2Y$ és $V = 2X - Y$. Adja meg az $E(U|V)$ feltételes valószínűséget!
Fgy. III.96
- 12.11 Legyen X, Y együttes sűrűségfüggvénye $f_{X,Y}(x,y) = \frac{4}{5}(x + y + xy)$, ha $0 < x < 1$ és $0 < y < 1$. (Különben $f_{X,Y}(x,y) = 0$.) Adja meg az $E(Y|X)$ regressziót.
Fgy. III.100
- 12.12 Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek és $Z = 3X + Y + 1$. Számolja ki az $E(Z|X)$ regressziót!
Fgy. III.104
- 12.13 Feldobunk 10 kockát. X a 6-osok, Y a 3-mal oszthatók számát jelöli. Adja meg az $E(Y|X)$ regressziót!
Fgy. III.105
- 12.14 Legyenek $X, Y \in E(1)$ függetlenek, $Z = Y^2 \lg(X) - \frac{Y}{X}$. Számolja ki az $E(Z|X)$ regressziót!
Fgy. III.107

- 12.15 Számolja ki az $f_{X|Y}(x|y)$ és az $f_{Y|X}(y|x)$ feltételes sűrűségfüggvényeket, ha az együttes sűrűségfüggvény $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2 - 2xy + 2y^2)}$ ($x, y \in \mathbb{R}$)!
Fgy. III.108
- 12.16 Legyenek $X, Y \in N(0,1)$ függetlenek! $U = 3X + 2Y$ és $V = 2X - Y$. Adja meg az $E(U|V)$ feltételes valószínűséget!
Fgy. III.96
- 12.17 Addig dobunk egy szabályos kockával, amíg 6-ost nem kapunk. Jelölje X a dobások számát, Y pedig azt, hogy közben hányszor dobtunk 1-est. Adja meg az $E(Y|X)$ regressziót!
Fgy. III.88
- 12.18 Tekintsük az $f_{X,Y}(x,y) = x + y - \frac{1}{2}$, $x \in [0,1]$, $y \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ együttes sűrűségfüggvényt! Számítsuk ki az $E(X|Y = y)$ feltételes várható értéket!
Fgy. III.168
- 12.19 Egy kalapban 3 cetlire az 1,2,3 számjegyek vannak felírva. Egymás után visszatevés nélkül kiveszünk 2 cédulát. Legyen X a 2 szám szorzata, az Y a párosak száma. Számolja ki az $E(Y|X)$ feltételes várható értéket!
Fgy. III.158
- 12.20 Legyen az X és Y valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye $f_{X,Y}(x,y) = \frac{12}{5}(x^2 - xy + y^2)$, $x, y \in (0,1)$. Számolja ki a kovarianciamátrixot és az $E(X|Y = y)$ regressziós függvényt!
Fgy. III.238