

Kvantum gráfolyongások

MSc Önálló laboratórium 1.

Nemkin Viktória

Gráfolyongások

- Irányított, élsúlyozott gráf
- Csúcsokon lépkedés
- Kimenő élek súlya szerinti véletlen választás

Gráfolyongások

- Irányított, élsúlyozott gráf
- Csúcsokon lépkedés
- Kimenő élek súlya szerinti véletlen választás

Kvantum gráfolyongások

- Véletlen választás: kvantumosan
- Speciális eset: fokszám = 2 \rightarrow érme feldobás

Kvantumbit

- Lehet $|0\rangle$, $|1\rangle$ vagy $c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$
 - ▶ 2 dimenziós vektor: $\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$
 - ▶ $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Kvantumbit

- Lehet $|0\rangle$, $|1\rangle$ vagy $c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$
 - ▶ 2 dimenziós vektor: $\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$
 - ▶ $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Megkötések:
 - ▶ Koordináták komplexek
 - ▶ Egység hosszú: $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$

Kvantumbit

- Lehet $|0\rangle$, $|1\rangle$ vagy $c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$
 - ▶ 2 dimenziós vektor: $\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$
 - ▶ $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Megkötések:
 - ▶ Koordináták komplexek
 - ▶ Egység hosszú: $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$
- Mérés eredménye: $|0\rangle$ vagy $|1\rangle$
 - ▶ $P(|0\rangle) = |c_0|^2$
 - ▶ $P(|1\rangle) = |c_1|^2$

Hadamard-kapu (mátrix)

$$\begin{pmatrix} c'_0 \\ c'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$$

Hadamard-kapu (mátrix)

$$\begin{pmatrix} c'_0 \\ c'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$$

Kvantumérme

- Érme = kvantumbit
- Érme feldobása = Hadamard-mátrixszal szorzás

Kvantumérme

Kiindulás:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Kiindulás:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Kvantumérme

Kiindulás:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

→ Mérés:

$$P(|0\rangle) = P(|1\rangle) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

Kvantumérme

Majd:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Majd:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

2. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Majd:

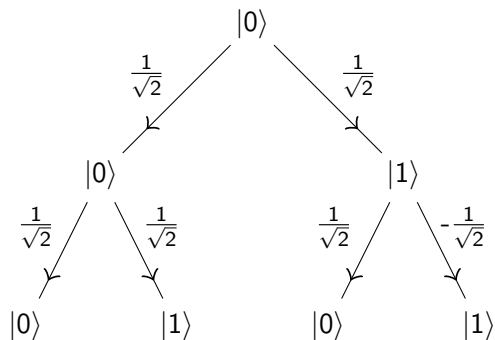
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

2. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

→ Mérés:

$$P(|0\rangle) = 1, P(|1\rangle) = 0$$

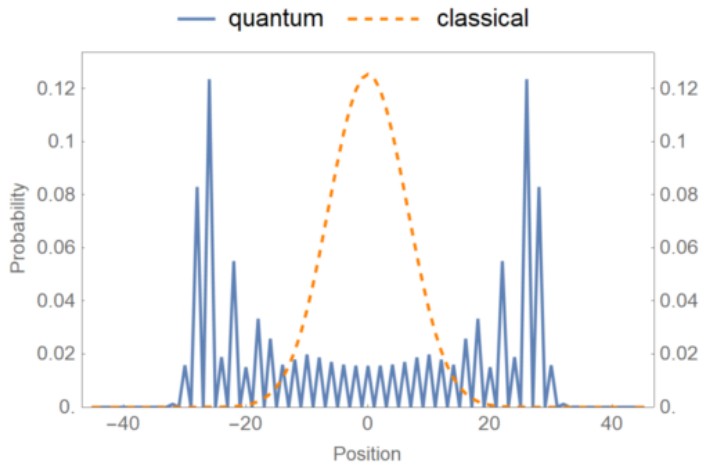


$$|0\rangle$$

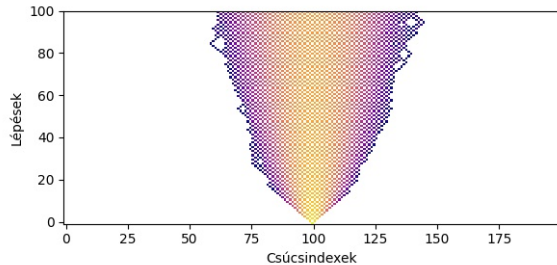
$$\frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

$$\frac{1}{2} |0\rangle + \frac{1}{2} |1\rangle + \frac{1}{2} |0\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle = |0\rangle$$

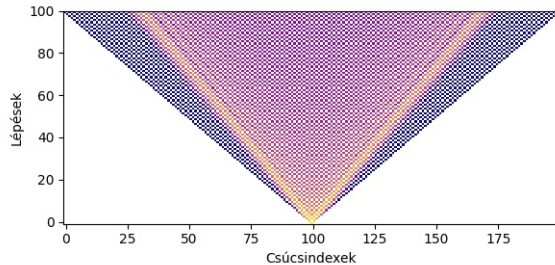
Egyenesen bolyongás



Szimuláció: Egyenesen bolyongás



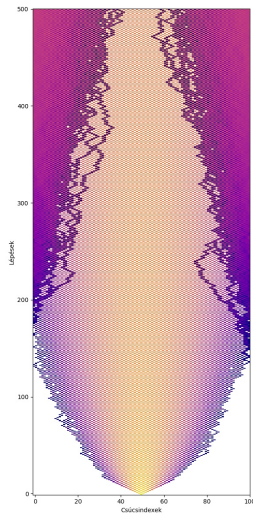
Klasszikus bolyongás



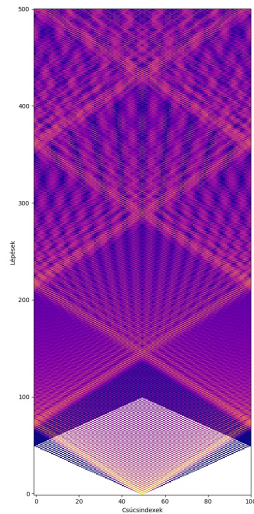
Kvantum bolyongás

- Kvantum matematikai alapok megértése (?)
- Gráfolyongási szimulációs keretrendszer Pythonban
 - ▶ Nevesített részgráfok kompozitjai
 - ▶ Latex report generálása
- Klasszikus szimulációk
- Kvantumos szimuláció spec. eset: egyenes

Bónusz: Szakaszon bolyongás



Klasszikus bolyongás



Kvantum bolyongás