Kvantumséták szimulációja klasszikus számítógépen

TDK (2021)

Nemkin Viktória

Konzulens: dr. Friedl Katalin

Kvantum gráfbolyongások

Gráfbolyongás

- Irányított, élsúlyozott gráf
- Csúcsok bejárása
- Minden lépésben: kimenő élek súlya szerint választunk

Kvantum gráfbolyongások

Gráfbolyongás

- Irányított, élsúlyozott gráf
- Csúcsok bejárása
- Minden lépésben: kimenő élek súlya szerint választunk

Kvantum gráfbolyongás

- Véletlen választás: kvantumosan
- Speciális eset: kimenő fokszám $= 2 \rightarrow$ érme feldobás

Kvantumérme

Kvantumbit

- Lehet $|0\rangle$, $|1\rangle$ vagy $c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$ (szuperpozíció)
  - 2 dimenziós vektor: $\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$
  - $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Kvantumérme

Kvantumbit

- Lehet $|0\rangle$, $|1\rangle$ vagy $c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$ (szuperpozíció)
  - 2 dimenziós vektor: $\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$
  - $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Megkötések:
  - Koordináták komplexek
  - Egység hosszú: $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$

Kvantumérme

Kvantumbit

- Lehet $|0\rangle$, $|1\rangle$ vagy $c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$ (szuperpozíció)
  - 2 dimenziós vektor: $\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$
  - $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Megkötések:
  - Koordináták komplexek
  - Egység hosszú: $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$
- Mérés eredménye: $|0\rangle$ vagy $|1\rangle$
  - $P(|0\rangle) = |c_0|^2$
  - $P(|1\rangle) = |c_1|^2$

Kvantumérme

Hadamard-kapu (mátrix)

$$\begin{pmatrix} c_0' \\ c_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$$

Kvantumérme

Hadamard-kapu (mátrix)

$$\begin{pmatrix} c_0' \\ c_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$$

Kvantumérme

- Érme = kvantumbit
- Érme feldobása = Hadamard-mátrixszal szorzás

Kvantumérme

Kiindulás:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Kvantumérme

Kiindulás:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Kvantumérme

Kiindulás:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$\rightarrow$ Ha megmérnénk:

$$P(|0\rangle) = P(|1\rangle) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

Kvantumérme

Majd:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Kvantumérme

Majd:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

2. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Kvantumérme

Majd:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

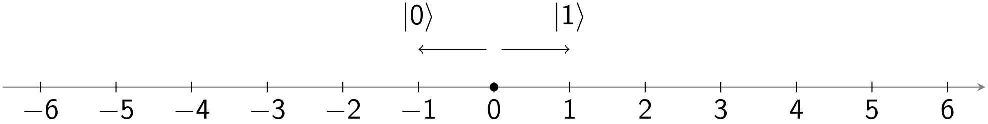
2. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\rightarrow$ Ha megmérnénk:

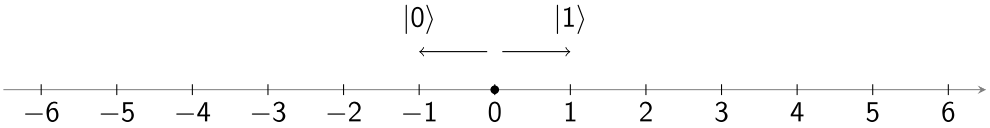
$$P(|0\rangle) = 1, P(|1\rangle) = 0$$

Egyenesen bolyongás



Érme szuperpozícióban lesz → „egyszerre" megyünk mindkét irányba.

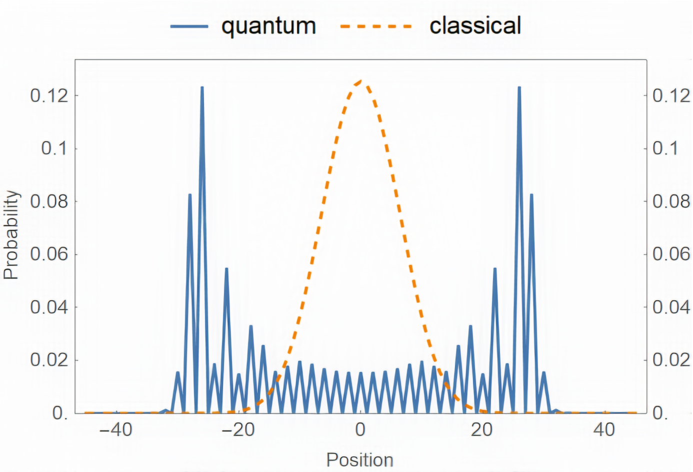
Egyenesen bolyongás



Érme szuperpozícióban lesz $\rightarrow$ „egyszerre" megyünk mindkét irányba.

$\rightarrow$ Sok lépés után: mi a pozíció eloszlása?

Egyenesen bolyongás



TDK munka

- Gráfbolyongási szimulációs keretrendszer Pythonban
  - Kezdetben: Szomszédossági mátrix
    - Nehézségek: memóriaigény, lassú iteráció az ötleteken
  - Megoldás: Szomszédossági orákulum, Nevesített részgráfok kompozitjai
  - Latex report generálása
- Klasszikus szimulációk
- Kvantum szimulációk
- Matematikai eredmények: 2 tétel kimondása, bizonyítása (általánosítások)
- Gyakorlati eredmények: Eloszlások képei, visszatérés, ballisztikus viselkedés

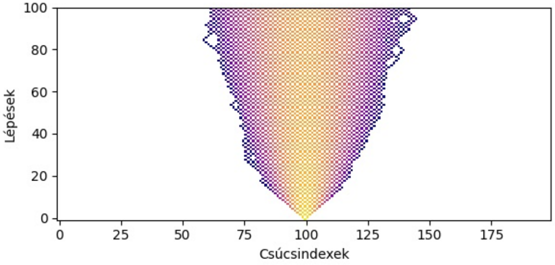
Klasszikus séták

- Markov-láncok megfelelői
- Gráf csúcsai = val.vál. értékek
- Gráf szomszédossági mátrixa = átmeneti valószínűségi mátrix
- Hitting time, mixing time

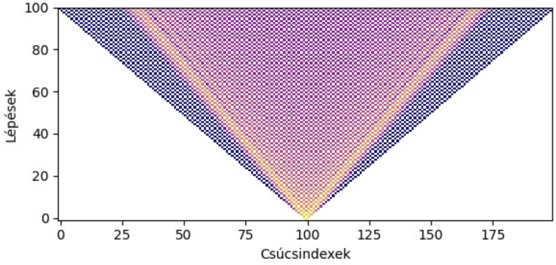
Kvantum posztulátumok

- Qubit
- Evolúció
- Mérés
- Regiszer

Szimuláció: Egyenesen bolyongás

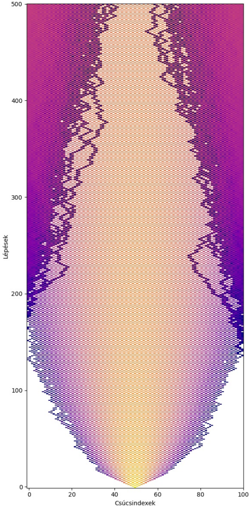


Klasszikus bolyongás

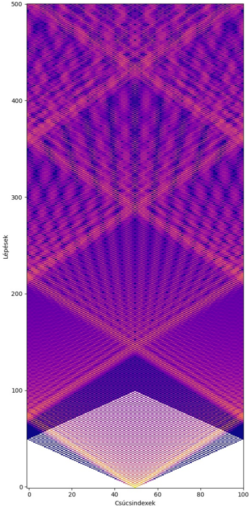


Kvantum bolyongás

Szakaszon bolyongás



Klasszikus bolyongás



Kvantum bolyongás