

# Kvantumséták szimulációja klasszikus számítógépen

## TDK (2021)

Nemkin Viktória

Konzulens: dr. Friedl Katalin

# Gráfolyongások

- Véletlen séta a gráf csúcsain (speciális Markov-lánc).
- Klasszikusan:
  - ▶ Google kereső: PageRank
  - ▶ Közelítő algoritmusok: SAT megoldó, részgráf keresése
- Klasszikusan
- Véletlen nélkül kezelhetetlen problémára: PageRank
- Gyorsítani nem-közelítő algot: SAT megoldó, részgráf kereső
- Kvantum gráfolyongás: Próbáljuk meg kvantumosan!
- Ki fog jönni, hogy teljesen más mint a klasszikus, gyorsabban bejárja ( $\sqrt{N}$  vs  $N$ ) és másképp is viselkedik.
- Kvantum párhuzamosság kihasználása.
- Destruktív / konstruktív interferencia az egyes lépések között.
- Korszerű, nem lezárt, tudományos vizsgálatok homlokterében.

## Gráfolyongás

- Irányított, élsúlyozott gráf
- Csúcsok bejárása

# Gráfolyongások

- Véletlen séta a gráf csúcsain (speciális Markov-lánc).
- Klasszikusan:
  - ▶ Google kereső: PageRank
  - ▶ Közelítő algoritmusok: SAT megoldó, részgráf keresése
- Klasszikusan
- Véletlen nélkül kezelhetetlen problémára: PageRank
- Gyorsítani nem-közelítő algot: SAT megoldó, részgráf kereső
- Kvantum gráfolyongás: Próbáljuk meg kvantumosan!
- Ki fog jönni, hogy teljesen más mint a klasszikus, gyorsabban bejárja ( $\sqrt{N}$  vs  $N$ ) és másképp is viselkedik.
- Kvantum párhuzamosság kihasználása.
- Destruktív / konstruktív interferencia az egyes lépések között.
- Korszerű, nem lezárt, tudományos vizsgálatok homlokterében.

## Gráfolyongás

- Irányított, élsúlyozott gráf
- Csúcsok bejárása

## Kvantumbit

- Lehet  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  vagy  $c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$  (szuperpozíció)
  - ▶ 2 dimenziós vektor:  $\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$
  - ▶  $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

## Kvantumbit

- Lehet  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  vagy  $c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$  (szuperpozíció)
  - ▶ 2 dimenziós vektor:  $\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$
  - ▶  $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Megkötések:
  - ▶ Koordináták komplexek
  - ▶ Egység hosszú:  $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$

## Kvantumbit

- Lehet  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  vagy  $c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$  (szuperpozíció)
  - ▶ 2 dimenziós vektor:  $\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$
  - ▶  $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Megkötések:
  - ▶ Koordináták komplexek
  - ▶ Egység hosszú:  $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$
- Mérés eredménye:  $|0\rangle$  vagy  $|1\rangle$ 
  - ▶  $P(|0\rangle) = |c_0|^2$
  - ▶  $P(|1\rangle) = |c_1|^2$

## Hadamard-kapu (mátrix)

$$\begin{pmatrix} c'_0 \\ c'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$$

# Kvantumérme

## Hadamard-kapu (mátrix)

$$\begin{pmatrix} c'_0 \\ c'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \end{pmatrix}$$

## Kvantumérme

- Érme = kvantumbit
- Érme feldobása = Hadamard-mátrixszal szorzás



# Kvantumérme

Kiindulás:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

# Kvantumérme

Kiindulás:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

# Kvantumérme

Kiindulás:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

→ Ha megmérnénk:

$$P(|0\rangle) = P(|1\rangle) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

# Kvantumérme

Majd:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

# Kvantumérme

Majd:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

2. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

# Kvantumérme

Majd:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

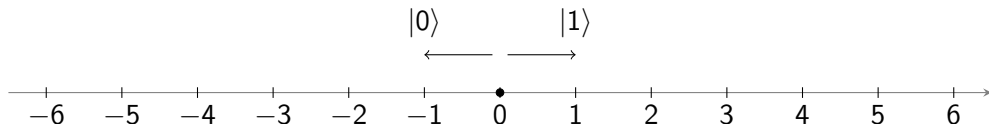
2. feldobás után:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

→ Ha megmérnénk:

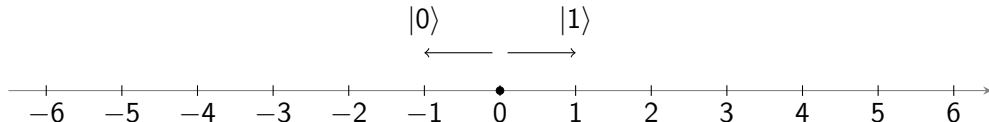
$$P(|0\rangle) = 1, P(|1\rangle) = 0$$

# Egyenesen bolyongás



Érme szuperpozícióban lesz  $\rightarrow$  „egyszerre” megyünk mindkét irányba.

# Egyenesen bolyongás

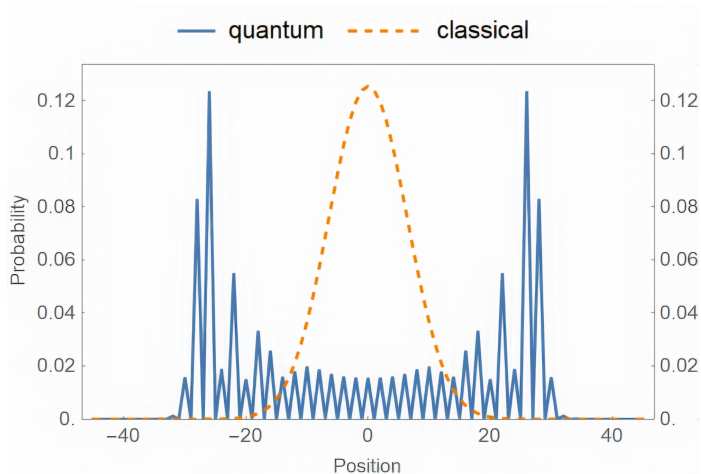


Érme szuperpozícióban lesz  $\rightarrow$  „egyszerre” megyünk mindkét irányba.

$\rightarrow$  Sok lépés után: mi a pozíció eloszlása?



# Egyenesen bolyongás



- Gráfolyongási szimulációs keretrendszer Pythonban
  - ▶ Kezdetben: Szomszédossági mátrix
    - ★ Nehézségek: memóriaigény, lassú iteráció az ötleteken
  - ▶ Megoldás: Szomszédossági orákulum, Nevesített részgráfok kompozitjai
  - ▶ Latex report generálása
- Klasszikus szimulációk
- Kvantum szimulációk
- Matematikai eredmények: 2 tétel kimondása, bizonyítása (általánosítások)
- Gyakorlati eredmények: Eloszlások képei, visszatérés, ballisztikus viselkedés

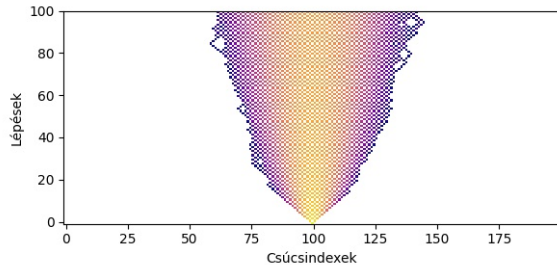
# Klasszikus séták

- Markov-láncok megfelelői
- Gráf csúcsai = val.vál. értékek
- Gráf szomszédossági mátrixa = átmeneti valószínűségi mátrix
- Hitting time, mixing time

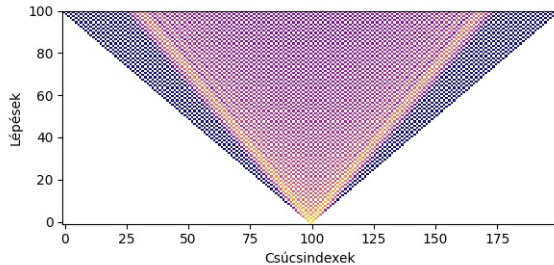
# Kvantum posztulátumok

- Qubit
- Evolúció
- Mérés
- Regiszer

# Szimuláció: Egyenesen bolyongás

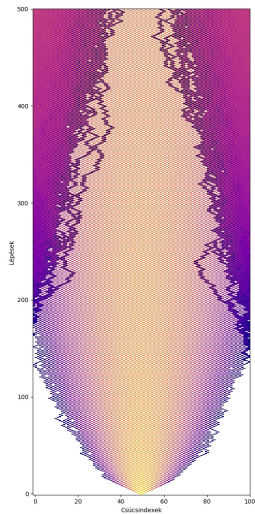


Klasszikus bolyongás

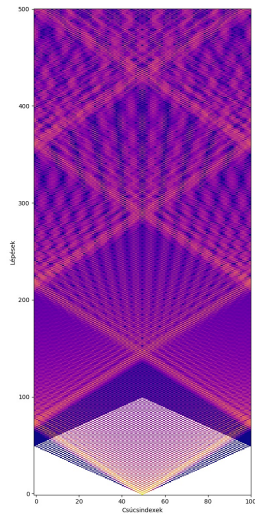


Kvantum bolyongás

# Szakaszon bolyongás



Klasszikus bolyongás



Kvantum bolyongás