

Paraméteres bonyolultság

Kovács Milán, Nemkin Viktória

2021. március 16.

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

Paraméteres bonyolultság

Kovács Milán, Nemkin Viktória

2021. március 16.

Menetrend

- 1 Motiváció
- 2 Bar Fight Prevention problem
- 3 Definíciók
- 4 Feedback arc set

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

└ Menetrend

Menetrend
1 Motiváció
2 Bar Fight Prevention problem
3 Definíciók
4 Feedback arc set

P nyelvosztály definíciója

A P azoknak a nyelveknek az osztálya, amelyekhez van polinom időkorlátos algoritmus (determinisztikus Turing-gép), azaz ha létezik olyan $p(n)$ polinom, hogy az algoritmus **az n méretű bemeneteken legfeljebb $p(n)$ lépést tesz.**

Szeretnénk minden problémára polinom időkorlátos algoritmusokat adni...

Kérdés: Miért csak a bemenet hosszára figyelünk?

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

└ Motiváció

└ P nyelvosztály definíciója

P nyelvosztály definíciója

A P azoknak a nyelveknek az osztálya, amelyekhez van polinom időkorlátos algoritmus (determinisztikus Turing-gép), azaz ha létezik olyan $p(n)$ polinom, hogy az algoritmus **az n méretű bemeneteken legfeljebb $p(n)$ lépést tesz.**

Szeretnénk minden problémára polinom időkorlátos algoritmusokat adni...

Kérdés: Miért csak a bemenet hosszára figyelünk?

Példa: Prímtényezős felbontás

Feladat: számok prímtényezős felbontását megadni.

$$4503599627370496 = 2^{52}$$

$$1125897758834689 = 524287 \cdot 2147483647$$

- Input mérete: 16 számjegy.
- Kézzel melyiket fogjuk tudni hamarabb megadni?
- Számítógép: sokkal több számjegyre hasonlóan (pl. csak 10-nél kisebb prímek vannak benne \leftrightarrow RSA kódolás).

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

└ Motiváció

└ Példa: Prímtényezős felbontás

Ugyanolyan sok számjegyből állnak a számok, tehát ugyanolyan hosszú az input méretünk, mégis az elsőt nagyon gyorsan meg lehet találni, a másodikat sokkal lassabban.

Példa: Prímtényezős felbontás

Feladat: számok prímtényezős felbontását megadni.

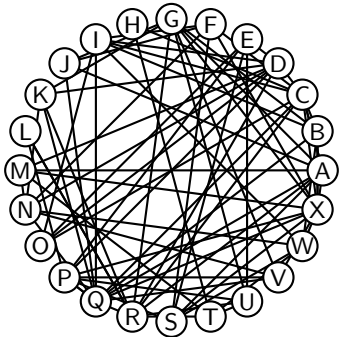
$$4503599627370496 = 2^{52}$$

$$1125897758834689 = 524287 \cdot 2147483647$$

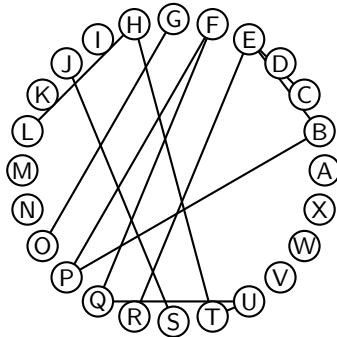
- Input mérete: 16 számjegy.
- Kézzel melyiket fogjuk tudni hamarabb megadni?
- Számítógép: sokkal több számjegyre hasonlóan (pl. csak 10-nél kisebb prímek vannak benne \leftrightarrow RSA kódolás).

Példa: Sűrű / ritka gráfok

Sűrű gráf:



Ritka gráf:



Erre a két gráfra nézzünk gráfalgoritmusokat:

- Legnagyobb független csúcshalmaz.
- Csúcsszínezés.
- Stb...

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

└ Motiváció

└ Példa: Sűrű / ritka gráfok

Everything you want

Példa: Sűrű / ritka gráfok

Sűrű gráf:



Ritka gráf:



Erre a két gráfra nézzünk gráfalgoritmusokat:

- Legnagyobb független csúcshalmaz.
- Csúcsszínezés.
- Stb...

Valós feladatok

Nagyon sok NP-beli probléma előjön a való életben és nagyon jó lenne őket megoldani.

A gyakorlatban sokszor nem általános megoldásokat kell adni, általában vannak korlátok...

- Facebook gráf: Fokszám kicsi.
- ...?

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

└ Motiváció

└ Valós feladatok

Nagyon sok NP-beli probléma előjön a való életben és nagyon jó lenne őket megoldani.
A gyakorlatban sokszor nem általános megoldásokat kell adni, általában vannak korlátok...

- Facebook gráf: Fokszám kicsi.
- ...?

Feladat

Sztori

- Biztonsági őr egy vidéki bárban
- Péntek esti bulik: verekedés
- Falu lakóit ismerjük, tudjuk ki kit nem szeret \rightarrow ők verekedni fognak
- Megelőzés: nem engedünk be olyanokat akik nem szeretik egymást
- Menedzsment: profitmaximalizálás \rightarrow legfeljebb k vendég elutasítása

Input

- Vendégek listája (n darab vendég)
- Minden vendégpárra: szeretik-e egymást
- Legfeljebb hány vendéget utasíthatunk el: k (kevesebbet lehet).

Output

- Megoldható-e úgy a feladat, hogy a beengedettek között ne legyen verekedés?
- Kiket kell kitiltani?

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

Bar Fight Prevention problem

Feladat

Feladat

Sztori

- Biztonsági őr egy vidéki bárban
- Péntek esti bulik: verekedés
- Falu lakóit ismerjük, tudjuk ki kit nem szeret \rightarrow ők verekedni fognak
- Megelőzés: nem engedünk be olyanokat akik nem szeretik egymást
- Menedzsment: profitmaximalizálás \rightarrow legfeljebb k vendég elutasítása

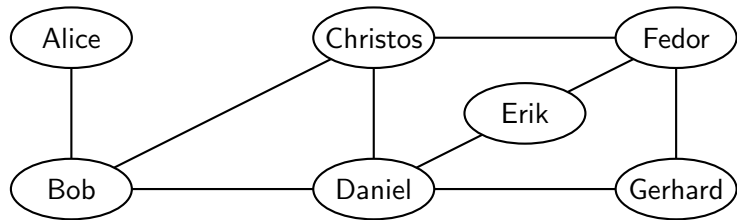
Input

- Vendégek listája (n darab vendég)
- Minden vendégpárra: szeretik-e egymást
- Legfeljebb hány vendéget utasíthatunk el: k (kevesebbet lehet).

Output

- Megoldható-e úgy a feladat, hogy a beengedettek között ne legyen verekedés?
- Kiket kell kitiltani?

Példa



- Csúcsok = vendégek, élek = verekedni fognak.
- Kitilható vendégek száma: $k=3$.

Kérdések:

- Kit tiltsunk ki, hogy ne legyen verekedés?
- Melyik Algoritmuselméletből tanult feladat ez?

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

└ Bar Fight Prevention problem

└ Példa

Példa

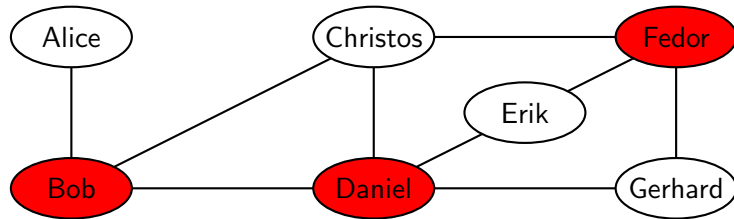


- Csúcsok := vendégek, élek := verekedni fognak.
- Kitilható vendégek száma: $k=3$.

Kérdések:

- Kit tiltsunk ki, hogy ne legyen verekedés?
- Melyik Algoritmuselméletből tanult feladat ez?

Megoldás



- Csúcsok = vendégek, élek = verekedni fognak.
- Kitilható vendégek száma: $k=3$.

Kérdések:

- Kit tiltsunk ki, hogy ne legyen verekedés?
Bob-ot, Daniel-t és Fedor-t.
- Melyik Algoritmuselméletből tanult feladat ez?
 k elemű lefogó csúcshalmaz: \forall él legalább egyik végpontja benne van.

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

Bar Fight Prevention problem

Megoldás

Megoldás



- Csúcsok \equiv vendégek, élek \equiv verekedni fognak.
- Kitilható vendégek száma: $k=3$.

Kérdések:

- Kt tiltsunk ki, hogy ne legyen verekedés?
Bob-ot, Daniel-t és Fedor-t.
- Melyik Algoritmuselméletből tanult feladat ez?
 k elemű lefogó csúcshalmaz: \forall él legalább egyik végpontja benne van.

Brute force megoldás

- Brute force algoritmus.
- Minden lehetséges részhalmazt megnézzük: ha őket dobnánk ki a többiek verekednének-e?
- 2^n , pl $n=1000$ -re már túl nagy.

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

- └ Bar Fight Prevention problem
 - └ Brute force megoldás

- Brute force algoritmus.
- Minden lehetséges részhalmazt megnézzük: ha őket dobnánk ki a többiek verekednének-e?
- 2^n , pl $n=1000$ -re már túl nagy.

Ha tudjuk, hogy a k kicsi, pl. $k \leq 10$

- A menedzsment úgysem fog nagy k -t engedni.
- Aki 0 fokszámú azt beengedhetem, mert senkivel nem fog összeveszni.

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

└ Bar Fight Prevention problem

└ Ha tudjuk, hogy a k kicsi, pl. $k \leq 10$ Ha tudjuk, hogy a k kicsi, pl. $k \leq 10$

- A menedzsment úgysem fog nagy k -t engedni.
- Aki 0 fokszámú azt beengedhetem, mert senkivel nem fog összeveszni.

$k+1$

- Aki k -nál nagyobb fokszámú azt nem engedhetem be, mert akkor a szomszédjait kellene kitiltani, akik k -nál többen vannak.
- Ha valakit kitiltok akkor k -t csökkentem eggyel.
- Maradék gráf: $1 \dots k$ fokú csúcsok. Minden kitiltás így k vagy kevesebb konfliktust fog megoldani a továbbiakban.
- Ha több mint k^2 élünk van akkor biztosan nem megoldható a feladat, készen vagyunk.
- Ha k^2 vagy kevesebb élünk van, akkor legfeljebb $2k^2$ csúcsunk lehet (minden élnek két vége van és nincs 0 fokú csúcs).
- $\binom{2k^2}{k}$ mostmár $k \leq 10$ -re már jobb mint az előbbi 2^n .

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

└ Bar Fight Prevention problem

└ $k+1$ $k+1$

- Aki k -nál nagyobb fokszámú azt nem engedhetem be, mert akkor a szomszédjait kellene kitiltani, akik k -nál többen vannak.
- Ha valakit kitiltok akkor k -t csökkentem eggyel.
- Maradék gráf: $1 \dots k$ fokú csúcsok. Minden kitiltás így k vagy kevesebb konfliktust fog megoldani a továbbiakban.
- Ha több mint k^2 élünk van akkor biztosan nem megoldható a feladat, készen vagyunk.
- Ha k^2 vagy kevesebb élünk van, akkor legfeljebb $2k^2$ csúcsunk lehet (minden élnek két vége van és nincs 0 fokú csúcs).
- $\binom{2k^2}{k}$ mostmár $k \leq 10$ -re már jobb mint az előbbi 2^n .

1 fokú csúcsok

- Az 1 fokú csúcs és szomszédja esetében: ha beengedem a csúcsot akkor az 1 darab szomszédját nem engedhetem be.
- Ezzel biztos nem lett rosszabb a helyzet, mert ha a csúcsot nem engedem be akkor a szomszédját beengedhetem, de annak még lehetnek egyéb szomszédjai is.
- Ezért engedjük be az 1 fokú csúcsokat és tiltsuk ki a szomszédokat (ezzel k -t is csökkentjük 1-el).
- Így mostmár $2..k$ konfliktus lehet.
- Erre megint kiszámolom a max csúcsszámot, ez mostmár csak k^2 , erre még jobb szám jön ki.

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

Bar Fight Prevention problem

1 fokú csúcsok

1 fokú csúcsok

- Az 1 fokú csúcs és szomszédja esetében: ha beengedem a csúcsot akkor az 1 darab szomszédját nem engedhetem be.
- Ezzel biztos nem lett rosszabb a helyzet, mert ha a csúcsot nem engedem be akkor a szomszédját beengedhetem, de annak még lehetnek egyéb szomszédjai is.
- Ezért engedjük be az 1 fokú csúcsokat és tiltsuk ki a szomszédokat (ezzel k -t is csökkentjük 1-el).
- Így mostmár $2..k$ konfliktus lehet.
- Erre megint kiszámolom a max csúcsszámot, ez mostmár csak k^2 , erre még jobb szám jön ki.

?

Definíciók

Itt van még a példának folytatása bounded search tree-kkel, de azt inkább Milánnak kellene elmondania.

Kovács Milán, Nemkin Viktória

Paraméteres bonyolultság

2021. március 16.

14 / 18

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

Definíciók

?

Itt van még a példának folytatása bounded search tree-kkel, de azt inkább Milánnak kellene elmondania.

Kernelizációs technika általánosan

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

└ Definíciók

└ Kernelizációs technika általánosan

Vertex cover feladat megoldása egyben

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

└ Definíciók

└ Vertex cover feladat megoldása egyben

Paraméteres komplexitás definíciója általánosan

2021-03-14

Paraméteres bonyolultság

└ Definíciók

└ Paraméteres komplexitás definíciója általánosan

