Paraméteres bonyolultság

Kovács Milán, Nemkin Viktória

2021. március 16.

Paraméteres bonyolultság

Paraméteres bonyolultság

Kovács Milán, Nemkin Viktória

2021. március 16.

Menetrend

- Motiváció
- 2 Bar Fight Prevention problem
- Operation (Inc.)
 Operation (Inc.)

Feedback arc set

Paraméteres bonyolultság

Motiváció
 Bar Fight Prevention problem
 Definiciók

Definiciók
 Feedback arc set

Menetrend

—Menetrend

Kovács Milán, Nemkin Viktória Paraméteres bonyolultság 2021. március 16. 2/18

P nyelvosztály definíciója

A P azoknak a nyelveknek az osztálya, amelyekhez van polinom időkorlátos algoritmus (determinisztikus Turing-gép), azaz ha létezik olyan p(n) polinom, hogy az algoritmus az n méretű bemeneteken legfeljebb p(n) lépést tesz.

Szeretnénk minden problémára polinom időkorlátos algoritmusokat adni...

Kérdés: Miért csak a bemenet hosszára figyelünk?

Paraméteres bonyolultság

Motiváció

P nyelvosztály definíciója

2021-03-14

P nyelvosztály definíciója

A P azoknak a nyelveknek az osztálya, amelyekhez van polinom időkorlátos algoritmus (determinisztikus Turing-gép), azaz ha létezik olyan p(n) polinom, hogy az algoritmus az n méretű bemeneteken legfeljebb p(n) lépést tesz.

Kérdés: Miért csak a bemenet hosszára fizvelűnk?

Példa: Prímtényezős felbontás

Feladat: számok prímtényezős felbontását megadni.

$$4503599627370496 = 2^{52}$$

$$1125897758834689 = 524287 \cdot 2147483647$$

- Input mérete: 16 számiegy.
- Kézzel melyiket fogjuk tudni hamarabb megadni?
- Számítógép: sokkal több számjegyre hasonlóan (pl. csak 10-nél kisebb prímek vannak benne \leftrightarrow RSA kódolás).

Paraméteres bonyolultság

Motiváció

Páda: Printérypzős felbontás

Falat: utania printérypzős felbontás

Páda: Printérypzős felbontás

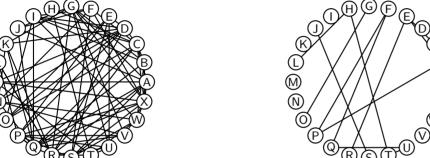
Ugyanolyan sok számjegyből állnak a számok, tehát ugyanolyan hosszú az input méretünk, mégis az elsőt nagyon gyorsan meg lehet találni, a másodikat sokkal lassabban.

Kovács Milán, Nemkin Viktória Paraméteres bonyolultság 2021. március 16. 4 / 18

Példa: Sűrű / ritka gráfok

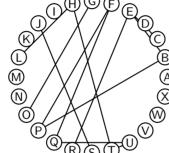
Sűrű gráf:





Erre a két gráfra nézzünk gráfalgoritmusokat:

- Legnagyobb független csúcshalmaz.
- Csúcsszínezés.
- Stb...



Paraméteres bonyolultság -Motiváció

Példa: Sűrű / ritka gráfok



Everything you want

A gyakorlatban sokszor nem általános megoldásokat kell adni, általában vannak korlátok...

- Facebook gráf: Fokszám kicsi.
- ...?

Paraméteres bonyolultság

Motiváció

Valós feladatok

2021. március 16.

6/18

Valós feladatok

Nagyon sok NP-beli probléma előjön a való életben és nagyon jó lenne őket megoldani.

A gyakorlatban sokszor nem általános megoldásokat kell adni, általában vannak korlátok.

a Farohook eréf: Fokszám kírci

...?

Feladat

Sztori

- Biztonsági őr egy vidéki bárban
- Péntek esti bulik: verekedés
- ullet Falu lakóit ismeriük, tudjuk ki kit nem szeret o ők verekedni fognak
- Megelőzés: nem engedünk be olyanokat akik nem szeretik egymást
- Menedzsment: profitmaximalizálás → legfeljebb k vendég elutasítása

Input

- Vendégek listája (n darab vendég)
- Minden vendégpárra: szeretik-e egymást
- Legfeljebb hány vendéget utasíthatunk el: k (kevesebbet lehet).

Output

- Megoldható-e úgy a feladat, hogy a beengedettek között ne legyen verekedés?
- Kiket kell kitiltani?
 - Kovács Milán, Nemkin Viktória Paraméteres bonvolultság

Paraméteres bonyolultság Bar Fight Prevention problem

└─ Feladat

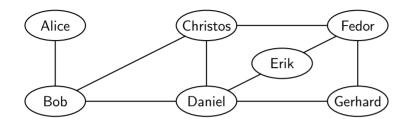
 Falu lakóit ismeriük, tudiuk ki kit nem szeret → ők verekedni fognak Megalizzie nam engerlijnk he obanokat akik nam szeratik egymást

a Biztorsági őr egy vidéki bárban

Minden vendégpárra: szeretik-e egymást. Legfeljebb hány vendéget utasíthatunk el: k (kevesebbet lehet)

. Mezoldható, e úru a feladat, hogu a hegngedettek között ne legyan verekadás

Példa



- Csúcsok = vendégek, élek = verekedni fognak.
- Kitilható vendégek száma: k=3.

Kérdések:

- Kit tiltsunk ki, hogy ne legyen verekedés?
- Melyik Algoritmuselméletből tanult feladat ez?

Kovács Milán, Nemkin Viktória 2021. március 16. Paraméteres bonvolultság 8/18

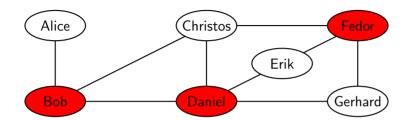
Paraméteres bonyolultság 2021-03-14 -Bar Fight Prevention problem

└─Példa



- a Kiribaté sandiné szine k-1
- # Kit tiltsunk ki, hogy ne legyen verekedés? Melyik Algoritmuselméletből tanult feladat ez?

Megoldás



- Csúcsok = vendégek, élek = verekedni fognak.
- Kitilható vendégek száma: k=3.

Kérdések:

- Kit tiltsunk ki, hogy ne legyen verekedés? Bob-ot. Daniel-t és Fedor-t.
- Melyik Algoritmuselméletből tanult feladat ez? k elemű lefogó csúcshalmaz: ∀ él legalább egyik végpontja benne van.

Paraméteres bonyolultság 2021-03-14 -Bar Fight Prevention problem

└─Megoldás



- Kitilható vendézek száma: k=1.
- A Kit tiltsunk ki, hogy ne legyen verekedés? Bob-ot, Daniel-t és Fedor-t. Melyik Algoritmuselméletből tanult feladat ez?

k elemű lefozó csúcshalmaz: V él legalább ezvik végocettia benne van.

Brute force megoldás

Brute force algoritmus.

Kovács Milán, Nemkin Viktória

- Minden lehetséges részhalmazt megnézzük: ha őket dobnánk ki a többiek verekednének-e?
- 2^n , pl n=1000-re már túl nagy.

Paraméteres bonyolultság

Bar Fight Prevention problem

• Bost force megoldás

Paraméteres bonyolultság 2021. március 16. 10 / 18

Ha tudjuk, hogy a k kicsi, pl. $k \le 10$

- A menedzsment úgysem fog nagy k-t engedni.
- Aki 0 fokszámú azt beengedhetem, mert senkivel nem fog összeveszni.

Paraméteres bonyolultság Bar Fight Prevention problem Ha tudjuk, hogy a k kicsi, pl. $k \leq 10$

Ha tudjuk, hogy a k kicsi, pl. $k \leq 10$

A menedzsment úgysem fog nagy k-t engedni.
 Aki 0 fokszámű azt beensedhetem, mert senkivel nem fog összeveszni.

Koyács Milán, Nemkin Viktória Paraméteres bonyolultság 2021, március 16, 11/18

- Aki k-nál nagyobb fokszámú azt nem engedhetem be, mert akkor a szomszédjait kellene kitiltani, akik k-nál többen vannak.
- Ha valakit kitiltok akkor k-t csökkentem eggyel.
- Maradék gráf: 1...k fokú csúcsok. Minden kitiltás így k vagy kevesebb konfliktust fog megoldani a továbbiakban.
- Ha több mint k^2 élünk van akkor biztosan nem megoldható a feladat, készen vagyunk.
- Ha k^2 vagy kevesebb élünk van, akkor legfeljebb $2k^2$ csúcsunk lehet (minden élnek két vége van és nincs 0 fokú csúcs).
- $\binom{2k^2}{k}$ mostmár $k \leq 10$ -re már jobb mint az előbbi 2^n .

Paraméteres bonyolultság Bar Fight Prevention problem

... Als is not assembly following out now appealing on the most oblige a communicate believe kitiltani akik k-nál többen vannak

 \mathbf{u} Ha több mint k^2 élűnk van akkor biztosan nem megoldható a feladat, készen vagyunk Ha k² vagy keyesebb élünk van. akkor legfeljebb 2k² csúcsunk lehet (minden élnek két

a (262) mostmár k < 10-re már jobb mint az előbbi 20

-k+1

Kovács Milán, Nemkin Viktória Paraméteres bonvolultság 2021. március 16.

1 fokú csúcsok

- Az 1 fokú csúcs és szomszédja esetében: ha beengedem a csúcsot akkor az 1 darab szomszédját nem engedhetem be.
- Ezzel biztos nem lett rosszabb a helyzet, mert ha a csúcsot nem engedem be akkor a szomszédiát beengedhetem, de annak még lehetnek egyéb szomszédiai is.
- Ezért engedjük be az 1 fokú csúcsokat és tiltsuk ki a szomszédokat (ezzel k-t is csökkentsük 1-el).
- Így mostmár 2..k konfliktus lehet.
- ullet Erre megint kiszámolom a max csúcsszámot, ez mostmár csak k^2 , erre még jobb szám jön ki.

Paraméteres bonyolultság

—Bar Fight Prevention problem

└─1 fokú csúcsok

- Az 1 fokú csúcs és szomszédia esetében: ha beenredem a csúcsot akkor az 1 darat
- Ezzel biztos nem lett rosszabb a helyzet, mert ha a csúcsot nem engedem be akkor
- szomszédját beengedhetem, de annak még lehetnek egyéb szomszédjai is.
- Ezért engedjük be az 1 fokú csúcsokat és tiltsuk ki a szomszéde csőkkentejik 1 al).
- a Így mostmár 2..k konfliktus lehet.

1 fokú csúcsok

 a typ mostmar z...k somiscus ienet.
 a Erre megint kiszámolom a max csúcsszámot, ez mostmár csak k², erre még jobb szám ji ki.

Itt van még a példának folytatása bounded search tree-kkel, de azt inkább Milánnak kellene elmondania.

Paraméteres bonyolultság

Definíciók

-?

Itt van mig a pilldinsk folytalåsa konnded særch tree klet, de art inkikh Millensk kellens elmondasia.

Kovács Milán, Nemkin Viktória Paraméteres bonyolultság 2021. március 16. 14/18

Kernelizációs technika általánosan

Paraméteres bonyolultság
—Definíciók

Kernelizációs technika általánosan

Kernelizációs technika általánosan

15 / 18

Paraméteres bonyolultság -Definíciók

2021-03-14 └─Vertex cover feladat megoldása egyben Vertex cover feladat megoldása egyben

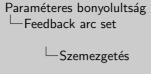
Paraméteres bonyolultság

Definíciók

Paraméteres komplex

Paraméteres komplexitás definíciója általánosan

Paraméteres komplexitás definíciója általánosan



2021-03-14

Kovács Milán, Nemkin Viktória Paraméteres bonyolultság

2021. március 16.